1. **[1,5 puntos]** Expresa en forma de una **<u>única potencia de base un número natural</u>** indicando la propiedad que utilizas:

a) $\left(\dfrac{2}{4}\right)^{-2}$; b) $\left(3^{-2}\cdot 3^{5}\cdot 3^{-4}\right):3^{-2}$; c) $\left(\left[\left(-2\right)^{3}\right]^{-4}\right)^{-5}$

2. **[1,5 puntos]** Opera de manera razonada, siguiendo la jerarquía de las operaciones, y expresa el resultado de la manera más simple posible.

a) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-1}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2}-\left(-2\right)^{3}$; b) $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{-2}-\dfrac{1}{3}:\left(\dfrac{5}{3}\right)^{-1}$; c) $\sqrt{\dfrac{4}{9}}-\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2}\cdot\left(-3\right)^{2}+2^{0}$

3. **[2 puntos]** Utiliza las propiedades de las potencias para simplificar al máximo las siguientes expresiones. **Puedes dejar el resultado en forma de potencia o producto de potencias de exponente positivo.**
Sugerencia: *a veces, para simplificar, es una buena técnica factorizar los números que no sean primos. ¡¡Utilízala en los apartados b) y d)!!*

a) $\dfrac{\left(-5\right)^{-4}}{\left(5^{2}\right)^{3}\cdot\left(-5\right)^{-8}}$; b) $\dfrac{9^{2}\cdot 2^{9}\cdot 8^{-1}}{4^{-3}\cdot 12\cdot 3^{-6}\cdot 8}$; c) $\left[\left(-2\right)^{-3}\right]^{-2}\cdot 2^{-2}\cdot 2^{-3}$; d) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\dfrac{1}{4^{-1}}\right)^{6}\cdot 4^{-3}$

4. **[2 puntos]** Opera razonadamente, paso a paso, y **expresa el resultado en notación científica**.

a) $\left(35\cdot 10^{-5}\right):\left(0,7\cdot 10^{3}\right)$; b) $\left(200\cdot 10^{5}\right)\cdot\left(4\cdot 10^{-3}\right)$; c) $0,41\cdot 10^{10}+63\cdot 10^{8}-0,5\cdot 10^{9}$; d) $\dfrac{3\cdot 10^{-3}}{20\cdot 10^{-4}+0,4\cdot 10^{-3}}$

5. **[1,5 puntos]** Factoriza el radicando, opera si es necesario, y extrae factores de las siguiente raíces cuadradas, expresando el resultado como un solo radical.

a) $\sqrt{72}$; b) $\sqrt{8^{5}}$; c) $\sqrt{\left(\dfrac{1}{9}\right)^{-3}}$

6. **[1,5 puntos]** Realiza las siguientes sumas y restas en las que aparecen radicales.
Nota: *recuerda que para hacer la operación previamente deberás extraer factores de algunos radicales.*

a) $6\sqrt{27}+\sqrt{3}+2\sqrt{243}$; b) $5\sqrt{18}-\sqrt{8}+2\sqrt{72}$; c) $2\sqrt{24}-5\sqrt{54}+12\sqrt{600}$

Soluciones

1. **[1,5 puntos]** Expresa en forma de una **<u>única potencia de base un número natural</u>** indicando la propiedad que utilizas:

a) $\left(\frac{2}{4}\right)^{-2}=\left(\frac{4}{2}\right)^{2}=2^2=4$.

Se ha usado que $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n}$.

b) $\left(3^{-2}\cdot 3^{5}\cdot 3^{-4}\right):3^{-2}=\left(3^{-2+5-4}\right):3^{-2}=3^{-1}:3^{-2}=3^{-1-(-2)}=3^{-1+2}=3^{1}=3$.

Se ha usado que $a^n\cdot a^m=a^{n+m}$ y que $a^n:a^m=a^{n-m}$: producto de potencias de la misma base se suman los exponentes, y división de potencias de la misma base se restan los exponentes.

c) $\left(\left[(-2)^3\right]^{-4}\right)^{-5}=(-2)^{3\cdot(-4)\cdot(-5)}=(-2)^{60}=2^{60}$.

Se ha usado que $\left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m}$: potencia de una potencia se multiplican los exponentes. Además, si la base es negativa y el exponente es par, el resultado es positivo.

2. **[1,5 puntos]** Opera de manera razonada, siguiendo la jerarquía de las operaciones, y expresa el resultado de la manera más simple posible.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{2}-(-2)^3=\left(\frac{3}{2}\right)^{1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{2}-(-2)^3=\frac{3}{2}+\frac{1}{4}-(-8)=\frac{3}{2}+\frac{1}{4}+8=\frac{6}{4}+\frac{1}{4}+\frac{32}{4}=\frac{39}{4}$.

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}-\frac{1}{3}:\left(\frac{5}{3}\right)^{-1}=\left(\frac{4}{3}\right)^{2}-\frac{1}{3}:\left(\frac{3}{5}\right)^{1}=\frac{16}{9}-\frac{1}{3}:\frac{3}{5}=\frac{16}{9}-\frac{5}{9}=\frac{11}{9}$.

c) $\sqrt{\frac{4}{9}}-\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\cdot(-3)^2+2^0=\frac{2}{3}-\frac{4}{9}\cdot 9+1=\frac{2}{3}-\frac{36}{9}+1=\frac{2}{3}-4+1=\frac{2}{3}-\frac{12}{3}+\frac{3}{3}=-\frac{7}{3}$.

3. **[2 puntos]** <u>Utiliza las propiedades de las potencias</u> para simplificar al máximo las siguientes expresiones. **Puedes dejar el resultado en forma de potencia o producto de potencias de exponente positivo.**
Sugerencia: *a veces, para simplificar, es una buena técnica factorizar los números que no sean primos. ¡¡Utilízala en los apartados b) y d)!!*

a) $\frac{(-5)^{-4}}{\left(5^2\right)^3\cdot(-5)^{-8}}=\frac{5^{-4}}{5^6\cdot 5^{-8}}=\frac{5^{-4}}{5^{-2}}=5^{-4-(-2)}=5^{-2}$.

b) $\frac{9^2\cdot 2^9\cdot 8^{-1}}{4^{-3}\cdot 12\cdot 3^{-6}\cdot 8}=\frac{\left(3^2\right)^2\cdot 2^9\cdot\left(2^3\right)^{-1}}{\left(2^2\right)^{-3}\cdot\left(2^2\cdot 3\right)\cdot 3^{-6}\cdot 2^3}=\frac{3^4\cdot 2^9\cdot 2^{-3}}{2^{-6}\cdot 2^2\cdot 3\cdot 3^{-6}\cdot 2^3}=\frac{3^4\cdot 2^6}{2^{-1}\cdot 3^{-5}}=2^7\cdot 3^9$.

c) $\left[(-2)^{-3}\right]^{-2}\cdot 2^{-2}\cdot 2^{-3}=(-2)^6\cdot 2^{-2}\cdot 3^{-3}=2^6\cdot 2^{-2}\cdot 3^{-3}=2^{6+(-2)+(-3)}=2^1=2$.

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{4^{-1}}\right)^{6}\cdot 4^{-3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2^{-2}}\right)^{6}\cdot\left(2^2\right)^{-3}=\frac{1}{2^2}\cdot 2^{12}\cdot 2^{-6}=\frac{2^6}{2^2}=2^4$.

4. **[2 puntos]** Opera razonadamente, paso a paso, y **expresa el resultado en notación científica**.

a) $\left(35\cdot 10^{-5}\right):\left(0,7\cdot 10^{3}\right)=\left(35:0,7\right)\cdot\left(10^{-5}:10^{3}\right)=50\cdot 10^{-8}=5\cdot 10^{-7}$.

b) $\left(200\cdot 10^{5}\right)\cdot\left(4\cdot 10^{-3}\right)=\left(200\cdot 4\right)\cdot\left(10^{5}\cdot 10^{-3}\right)=800\cdot 10^{2}=8\cdot 10^{4}$.

c) $0,41\cdot 10^{10}+63\cdot 10^{8}-0,5\cdot 10^{9}=4,1\cdot 10^{9}+6,3\cdot 10^{9}-0,5\cdot 10^{9}=\left(4,1+6,3-0,5\right)\cdot 10^{9}=9,9\cdot 10^{9}$.

d) $\dfrac{3\cdot 10^{-3}}{20\cdot 10^{-4}+0,4\cdot 10^{-3}}=\dfrac{3\cdot 10^{-3}}{2\cdot 10^{-3}+0,4\cdot 10^{-3}}=\dfrac{3\cdot 10^{-3}}{2,4\cdot 10^{-3}}=\dfrac{3}{2,4}\cdot\dfrac{10^{-3}}{10^{-3}}=1,25\cdot 10^{0}=1,25$.

5. **[1,5 puntos]** Factoriza el radicando, opera si es necesario, y extrae factores de las siguiente raíces cuadradas, expresando el resultado como un solo radical.

a) $\sqrt{72}=\sqrt{2^{3}\cdot 3^{2}}=2\cdot 3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$.

b) $\sqrt{8^{5}}=\sqrt{\left(2^{3}\right)^{5}}=\sqrt{2^{15}}=2^{7}\sqrt{2}=128\sqrt{2}$.

c) $\sqrt{\left(\dfrac{1}{9}\right)^{-3}}=\sqrt{\left(\dfrac{9}{1}\right)^{3}}=\sqrt{9^{3}}=\sqrt{\left(3^{2}\right)^{3}}=\sqrt{3^{6}}=3^{3}=27$.

6. **[1,5 puntos]** Realiza las siguientes sumas y restas en las que aparecen radicales.
Nota: *recuerda que para hacer la operación previamente deberás extraer factores de algunos radicales.*

a) $6\sqrt{27}+\sqrt{3}+2\sqrt{243}=6\sqrt{3^{3}}+\sqrt{3}+2\sqrt{3^{5}}=6\cdot 3\sqrt{3}+\sqrt{3}+2\cdot 3^{2}\sqrt{3}=$

$=18\sqrt{3}+\sqrt{3}+18\sqrt{3}=\left(18+1+18\right)\sqrt{3}=37\sqrt{3}$.

b) $5\sqrt{18}-\sqrt{8}+2\sqrt{72}=5\sqrt{2\cdot 3^{2}}-\sqrt{2^{3}}+2\sqrt{2^{3}\cdot 3^{2}}=5\cdot 3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+2\cdot 2\cdot 3\sqrt{2}=$

$=15\sqrt{2}-2\sqrt{2}+12\sqrt{2}=\left(15-2+12\right)\sqrt{2}=25\sqrt{2}$.

c) $2\sqrt{24}-5\sqrt{54}+12\sqrt{600}=2\sqrt{2^{3}\cdot 3}-5\sqrt{2\cdot 3^{3}}+12\sqrt{2^{3}\cdot 3\cdot 5^{2}}=2\cdot 2\sqrt{2\cdot 3}-5\cdot 3\sqrt{2\cdot 3}+12\cdot 2\cdot 5\sqrt{2\cdot 3}=$

$=4\sqrt{6}-15\sqrt{6}+120\sqrt{6}=\left(4-15+120\right)\sqrt{6}=109\sqrt{6}$.