1. **[3 puntos]** Simplifica usando las propiedades de las potencias. ***El resultado final debe ser un número entero o una fracción irreducible.***

   a) $\dfrac{2^{-3}\cdot(-2)^4.(-4)^{-1}}{-2}$; b) $\dfrac{2^3\cdot 8^{-3}\cdot 12^{-1}\cdot(-3)^2}{6^2\cdot 16^{-2}\cdot 3^{-3}}$; c) $\dfrac{\left(2^0\cdot 2^{-1}\cdot 2^3\right)^3}{\dfrac{(1/3)^{-2}}{3}+1}$

2. **[2 puntos]** Opera y expresa el resultado de la manera más simple posible.

   a) $\left(2-\sqrt{3}\right)\left(1-2\sqrt{3}\right)$; b) $2\sqrt{2}\left(1-\sqrt{2}\right)^2$

3. **[2 puntos]** Simplifica y extrae factores de los siguientes radicales.

   a) $\sqrt[4]{576}$; b) $\sqrt[6]{\dfrac{27a^{12}}{8b^9}}$

4. **[3 puntos]** Calcula y simplifica. Extrae factores, si es posible, del resultado final.

   a) $\dfrac{1}{3}\sqrt{18}+\sqrt{162}-\sqrt{8}$; b) $\sqrt[4]{4}\cdot\sqrt[6]{8}\cdot\sqrt[8]{81}$; c) $\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2\sqrt[3]{2}}}{\sqrt{\sqrt[3]{2}}}$

Soluciones

1. **[3 puntos]** Simplifica usando las propiedades de las potencias. ***El resultado final debe ser un número entero o una fracción irreducible***

   a) $\dfrac{2^{-3}\cdot(-2)^4.(-4)^{-1}}{-2}$. En primer lugar, observa que el resultado es positivo, ya que el numerador es negativo y el denominador también. Entonces: $\dfrac{2^{-3}\cdot(-2)^4.(-4)^{-1}}{-2}=\dfrac{2^{-3}\cdot 2^4\cdot 2^{-2}}{2}=\dfrac{2^{-1}}{2}=2^{-1-1}=2^{-2}=\dfrac{1}{2^2}=\dfrac{1}{4}$.

   b) $\dfrac{2^3\cdot 8^{-3}\cdot 12^{-1}\cdot(-3)^2}{6^2\cdot 16^{-2}\cdot 3^{-3}}=\dfrac{2^3\cdot 8^{-3}\cdot 12^{-1}\cdot 3^2}{6^2\cdot 16^{-2}\cdot 3^{-3}}=\dfrac{2^3\cdot 2^{-9}\cdot 2^{-2}\cdot 3^{-1}\cdot 3^2}{2^2\cdot 3^2\cdot 2^{-8}\cdot 3^{-3}}=\dfrac{2^{-8}\cdot 3}{2^{-6}\cdot 3^{-1}}=2^{-2}\cdot 3^2=\dfrac{1}{2^2}\cdot 3^2=\dfrac{9}{4}$.

   c) $\dfrac{\left(2^0\cdot 2^{-1}\cdot 2^3\right)^3}{\dfrac{(1/3)^{-2}}{3}+1}=\dfrac{\left(2^2\right)^3}{\dfrac{3^2}{3}+1}=\dfrac{2^6}{3+1}=\dfrac{2^6}{4}=\dfrac{2^6}{2^2}=2^4=16$.

2. **[2 puntos]** Opera y expresa el resultado de la manera más simple posible.

   a) $\left(2-\sqrt{3}\right)\left(1-2\sqrt{3}\right)=2\cdot 1-2\cdot 2\sqrt{3}-\sqrt{3}\cdot 1+\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}=2-4\sqrt{3}-\sqrt{3}+2\sqrt{9}=$
   $=2-4\sqrt{3}-\sqrt{3}+2\cdot 3=2-4\sqrt{3}-\sqrt{3}+6=8-5\sqrt{3}$.

   b) $2\sqrt{2}\left(1-\sqrt{2}\right)^2=2\sqrt{2}\left(1^2-2\cdot 1\cdot\sqrt{2}+\sqrt{2}^2\right)=2\sqrt{2}\left(1-2\sqrt{2}+2\right)=2\sqrt{2}\left(3-2\sqrt{2}\right)=$
   $=2\sqrt{2}\cdot 3-2\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}=6\sqrt{2}-4\sqrt{4}=6\sqrt{2}-4\cdot 2=6\sqrt{2}-8$.

3. **[2 puntos]** Simplifica y extrae factores de los siguientes radicales.

   a) $\sqrt[4]{576}=\sqrt[4]{2^6\cdot 3^2}=\sqrt{2^3\cdot 3}=2\sqrt{2\cdot 3}=2\sqrt{6}$.

   b) $\sqrt[6]{\dfrac{27a^{12}}{8b^9}}=\sqrt[6]{\dfrac{3^3a^{12}}{2^3b^9}}=\sqrt{\dfrac{3a^4}{2b^3}}=\dfrac{a^2}{b}\sqrt{\dfrac{3}{2b}}$.

4. **[3 puntos]** Calcula y simplifica. Extrae factores, si es posible, del resultado final.

   a) $\dfrac{1}{3}\sqrt{18}+\sqrt{162}-\sqrt{8}=\dfrac{1}{3}\sqrt{2\cdot 3^2}+\sqrt{2\cdot 3^4}-\sqrt{2^3}=\dfrac{1}{3}\cdot 3\sqrt{2}+3^2\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}+9\sqrt{2}-2\sqrt{2}=8\sqrt{2}$.

   b) $\sqrt[4]{4}\cdot\sqrt[6]{8}\cdot\sqrt[8]{81}=\sqrt[4]{2^2}\cdot\sqrt[6]{2^3}\cdot\sqrt[8]{3^4}=\sqrt[24]{2^{12}}\cdot\sqrt[24]{2^{12}}\cdot\sqrt[24]{3^{12}}=\sqrt[24]{2^{24}\cdot 3^{12}}=2\sqrt[24]{3^{12}}=2\sqrt{3}$.

   c) $\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2\sqrt[3]{2}}}{\sqrt{\sqrt[3]{2}}}=\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{\sqrt[3]{2^3\cdot 2}}}{\sqrt{\sqrt[3]{2}}}=\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt[6]{2^4}}{\sqrt[6]{2}}=\sqrt{2}\cdot\sqrt[6]{\dfrac{2^4}{2}}=\sqrt{2}\cdot\sqrt[6]{2^3}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{2\cdot 2}=\sqrt{4}=2$.