

1. **[3 puntos]** Simplifica usando las propiedades de las potencias. *El resultado final debe ser un número entero o una fracción irreducible*

a) $\frac{4^4 \cdot 8^{-1} \cdot 16^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 8^6}$; b) $\frac{15^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 45^2}{25 \cdot 5^3 \cdot 125 \cdot 27}$; c) $\frac{\left(\frac{4}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3}{\left(\frac{25}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot 2^{-7}}$

2. **[2 puntos]** Opera y expresa el resultado de la manera más simple posible.

a) $(2\sqrt{27} - 3)(1 + \sqrt{3})$; b) $2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 2)^2$

3. **[2 puntos]** Simplifica y extrae factores de los siguientes radicales.

a) $\sqrt[4]{2304}$; b) $\sqrt[8]{\frac{64a^{10}}{81b^{12}}}$

4. **[3 puntos]** Calcula y simplifica. Extrae factores, si es posible, del resultado final.

a) $2\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{24} - \frac{1}{2}\sqrt{54}$; b) $\frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[12]{2}}{\sqrt[4]{2}}$; c) $\frac{(\sqrt{27})^3 \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{81} \cdot (\sqrt{3})^3}$

Soluciones

1. [3 puntos] Simplifica usando las propiedades de las potencias. **El resultado final debe ser un número entero o una fracción irreducible**

$$a) \frac{4^4 \cdot 8^{-1} \cdot 16^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 8^6} = \frac{(2^2)^4 \cdot (2^3)^{-1} \cdot (2^4)^2}{\frac{1}{2^3} \cdot (2^3)^6} = \frac{2^8 \cdot 2^{-3} \cdot 2^8}{\frac{1}{2^3} \cdot 2^{18}} = \frac{2^{13}}{2^{15}} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}.$$

$$b) \frac{15^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 45^2}{25 \cdot 5^3 \cdot 125 \cdot 27} = \frac{(3 \cdot 5)^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot (3^2 \cdot 5)^2}{5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^3 \cdot 3^3} = \frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2}{5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^3 \cdot 3^3} = \frac{3^8 \cdot 5^7}{5^8 \cdot 3^3} = \frac{3^5}{5} = \frac{243}{5}.$$

$$c) \frac{\left(\frac{4}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3}{\left(\frac{25}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot 2^{-7}} = \frac{\frac{9}{4} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3}{\left(\frac{25}{3}\right)^2 \cdot 3^3 \cdot \frac{1}{2^7}} = \frac{\frac{3^2}{2^2} \cdot \frac{5^3}{2^6}}{\frac{5^4}{3^2} \cdot 3^3 \cdot \frac{1}{2^7}} = \frac{\frac{3^2 \cdot 5^3}{2^8}}{\frac{5^4 \cdot 3}{2^7}} = \frac{3^2 \cdot 5^3 \cdot 2^7}{2^8 \cdot 5^4 \cdot 3} = \frac{3}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}.$$

2. [2 puntos] Opera y expresa el resultado de la manera más simple posible.

$$a) (2\sqrt{27} - 3)(1 + \sqrt{3}) = 2\sqrt{27} \cdot 1 + 2\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot 1 - 3\sqrt{3} = 2\sqrt{27} + 2\sqrt{81} - 3 - 3\sqrt{3} = \\ = 2\sqrt{3^3} + 2 \cdot 9 - 3 - 3\sqrt{3} = 2 \cdot 3\sqrt{3} + 18 - 3 - 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 18 - 3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 15.$$

$$b) 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 2)^2 = 2\sqrt{3}(\sqrt{3}^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 + 2^2) = 2\sqrt{3}(3 - 4\sqrt{3} + 4) = 2\sqrt{3}(7 - 4\sqrt{3}) = \\ = 14\sqrt{3} - 8\sqrt{9} = 14\sqrt{3} - 8 \cdot 3 = 14\sqrt{3} - 24.$$

3. [2 puntos] Simplifica y extrae factores de los siguientes radicales.

$$a) \sqrt[4]{2304} = \sqrt[4]{2^8 \cdot 3^2} = 2^2 \sqrt[4]{3^2} = 4\sqrt{3}.$$

$$b) \sqrt[8]{\frac{64a^{10}}{81b^{12}}} = \sqrt[8]{\frac{2^6 a^{10}}{3^4 b^{12}}} = \frac{a}{b} \sqrt[8]{\frac{2^6 a^2}{3^4 b^4}} = \frac{a}{b} \sqrt[4]{\frac{2^3 a}{3^2 b^2}} = \frac{a}{b} \sqrt[4]{\frac{8a}{9b^2}}.$$

4. [3 puntos] Calcula y simplifica. Extrae factores, si es posible, del resultado final.

$$a) 2\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{24} - \frac{1}{2}\sqrt{54} = 2\sqrt{6} + \frac{1}{4}\sqrt{2^3 \cdot 3} - \frac{1}{2}\sqrt{2 \cdot 3^3} = 2\sqrt{6} + \frac{1}{4} \cdot 2\sqrt{2 \cdot 3} - \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2 \cdot 3} = \\ = 2\sqrt{6} + \frac{2}{4}\sqrt{6} - \frac{3}{2}\sqrt{6} = \left(2 + \frac{2}{4} - \frac{3}{2}\right)\sqrt{6} = \left(\frac{8}{4} + \frac{2}{4} - \frac{6}{4}\right)\sqrt{6} = \frac{4}{4}\sqrt{6} = \sqrt{6}.$$

$$b) \frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[12]{2}}{\sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[12]{2}}{\sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[12]{2^8} \cdot \sqrt[12]{3^6} \cdot \sqrt[12]{2}}{\sqrt[12]{2^3}} = \frac{\sqrt[12]{2^9 \cdot 3^6}}{\sqrt[12]{2^3}} = \sqrt[12]{2^6 \cdot 3^6} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}.$$

$$c) \frac{(\sqrt{27})^3 \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{81} \cdot (\sqrt{3})^3} = \frac{(\sqrt{3^3})^3 \cdot \sqrt[6]{3^2}}{\sqrt[3]{3^4} \cdot (\sqrt{3})^3} = \frac{\sqrt{3^9} \cdot \sqrt[6]{3^2}}{\sqrt[3]{3^4} \cdot \sqrt{3^3}} = \frac{\sqrt[6]{3^{27}} \cdot \sqrt[6]{3^2}}{\sqrt[6]{3^8} \cdot \sqrt[6]{3^9}} = \frac{\sqrt[6]{3^{29}}}{\sqrt[6]{3^{17}}} = \sqrt[6]{3^{12}} = 3^2 = 9.$$