PREGUNTA 1: Responda indicando y justificando la opción correcta:

1.1. El módulo de mando Columbia de la misión Apollo 11 orbitó a una altura de $100\ km$ sobre la superficie de la Luna. Calcula la velocidad orbital y el período del módulo Columbia. Justifica las fórmulas que utilices. Datos de la Luna: $R_L = 1740\ km$, $g_{0L} = 1{,}6\ m \cdot s^{-2}$ (en la superficie lunar) *(1,5 pt.)*

Condición de órbita: $\boxed{F_g = F_c}$ $\quad G\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow v^2 = G\frac{M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$

No conozco ni G ni M_L, pero a partir de los datos: $g_0 = G\frac{M}{R_L^2} \Rightarrow G\cdot M = g_0\cdot R_L^2$, luego: $v = \sqrt{\frac{g_0\cdot R_L^2}{r}}$

$R_L = 1{,}74\cdot 10^6\ m \Rightarrow$ El radio orbital $r = 1740 + 100\ km = 1{,}84\cdot 10^3\ km = 1{,}84\cdot 10^6\ m$,

$$v = \sqrt{\frac{g_0\cdot R_L^2}{r}} = \sqrt{\frac{1{,}6\cdot(1{,}74\cdot 10^6)^2}{1{,}84\cdot 10^3}} \simeq 1623\ m/s = 1{,}623\cdot 10^3\ m/s$$

$$v = \frac{2\pi\cdot r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi\cdot r}{v} = \frac{2\pi\cdot 1{,}84\cdot 10^6}{1{,}623\cdot 10^3} \simeq 7125\ s \simeq 1{,}98\ h$$

Método II: Despejamos directamente el período: $G\cdot\frac{M}{r} = v^2 = \left(\frac{2\pi\cdot r}{T}\right)^2$

$$G\cdot\frac{M}{r} = v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G M_L}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{g_0 R_L^2}} \simeq 7125\ s \simeq 1{,}98\ h$$

1.2. Si un planeta, manteniendo su masa, aumentase su radio, la velocidad de escape desde su superficie:

a. Aumentaría. b. Disminuiría. c. No variaría. *(0,5 pt.)*

(Justifica las fórmulas que utilices.)

Calculamos la velocidad de escape:

$E_c + E_p = E_{c\infty} + E_{p\infty}$ (no tenemos en cuenta la Ec)

$$\frac{1}{2}m v_e^2 - G\frac{Mm}{r} = \underbrace{\frac{1}{2}m\cdot 0^2}_{0} - \underbrace{G\frac{Mm}{\infty}}_{0}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m} v_e^2 = G\frac{M\cdot\cancel{m}}{r} \Rightarrow v_e^2 = \frac{2\cdot G\cdot M}{r}$$

$g_0 = G\cdot\frac{M}{R_L^2} \Rightarrow G\cdot M = g_0\cdot R_L^2$

$$v_e = \sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M}{r}} = \boxed{\sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M}{R_L}}}$$

radio lunar

Velocidad de escape desde la superficie de la Luna.

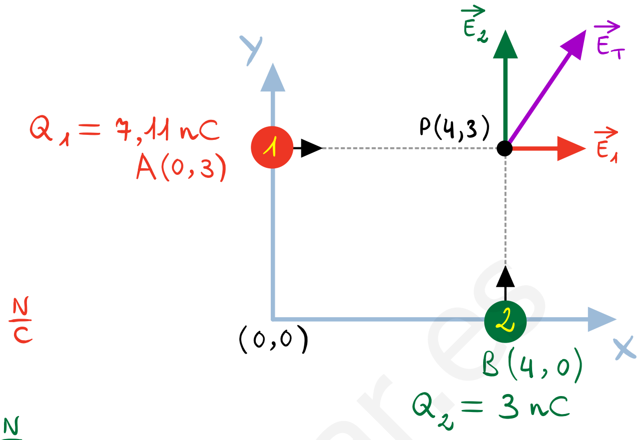
Manteniendo la masa, si aumentase el radio, disminuiría la velocidad de escape.

La opción correcta es la b

PREGUNTA 2:

2.1. Tenemos dos cargas, una $q_1 = 7{,}11\ nC$ situada en el punto $(0{,}3)$ y otra $q_2 = 3\ nC$ situada en el punto $(4{,}0)$, donde las distancias se miden en metros. Dato: $K = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$. Dibuja un diagrama y calcula el vector campo eléctrico y el potencial en el punto $(4{,}3)$. *(1,5 pt.)*

Calculamos los vectores unitarios



$\vec{AP} \Rightarrow \vec{u}_1 = \vec{i}$, $r_1 = 4\ m$

$\vec{BP} \Rightarrow \vec{u}_2 = \vec{j}$, $r_2 = 3\ m$

$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2}\vec{u}_1 = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{7{,}11\cdot 10^{-9}}{4^2}\ \vec{i} = 4\vec{i}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = K\frac{Q_2}{r_2^2}\vec{u}_2 = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{3\cdot 10^{-9}}{3^2}\ \vec{j} = 3\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

$$\boxed{\vec{E}_T = K\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\cdot\vec{u}_{ri}}$$ Principio de superposición Campo eléctrico $\Rightarrow$ $$\boxed{\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots}$$

$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 4\vec{i} + 3\vec{j}\ \frac{N}{C}$, (hacia la derecha y hacia arriba)

Ahora calculamos el potencial eléctrico (escalar).

$$V_T = V_1 + V_2 = K\frac{Q_1}{r_1} + K\frac{Q_2}{r_2}$$

$$V_T = 9\cdot 10^9 \cdot \left(\frac{7{,}11\cdot 10^{-9}}{4} + \frac{3\cdot 10^{-9}}{3}\right) V$$

$$V_T = 16\ V + 9\ V = 25\ V$$

$$\boxed{V_T = K\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}}$$

$$\boxed{V_T = V_1 + V_2 + \ldots}$$

Potencial eléctrico

2.2. Continuando con el apartado anterior, calcula el trabajo realizado al trasladar una carga $q = -1\ nC$ desde el infinito hasta el punto $(4{,}3)$. Explica el significado del signo del trabajo. *(0,5 pt.)*

Datos para ambos apartados: Distancias en metros. $K = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$

$$\boxed{W_{\infty\to c} = -q\,(V_c - V_\infty)}$$ Trabajo eléctrico $V_\infty = K\frac{Q}{\infty} = 0\ V$

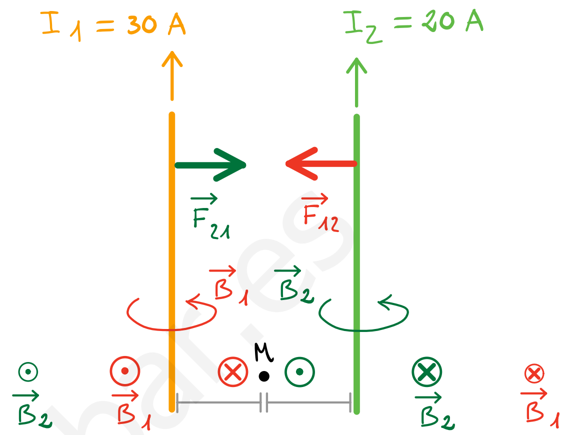
$$W_{\infty\to c} = -q(V_c - V_\infty) = -(-1\cdot 10^{-6}\ C)(25\ V - 0) = 2{,}5\cdot 10^{-8}\ J$$

El trabajo es positivo porque lo realiza el campo. El campo creado por las cargas positivas atrae espontáneamente a la carga negativa.

PREGUNTA 3: Responda indicando y justificando la opción correcta:

3.1. Dos hilos conductores muy largos, rectilíneos y paralelos, se disponen verticalmente separados $8\ cm$. Por el conductor situado a la izquierda circula una corriente de intensidad $30\ A$, y por el situado a la derecha, otra de $20\ A$, ambas hacia arriba. Calcula el campo magnético en el punto medio entre los dos conductores. Calcula también la fuerza por unidad de longitud que el conductor de la izquierda ejerce sobre el otro. ¿Se atraen o se repelen? Dato: $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m \cdot A^{-1}$ *(1,5 pt.)*

$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}}$ Campo magnético de un conductor rectilíneo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T m A^{-1}$;



Distancia al punto medio : $x = 8cm \Rightarrow d = \frac{x}{2} = 4cm$

$$\vec{B}_{1M} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \frac{x}{2}} \cdot (-\vec{k}) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \cdot (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30A}{2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2} m} \cdot (-\vec{k}) \Rightarrow$$

$$\vec{B}_{1M} = -1,5 \cdot 10^{-4}\ \vec{k}\ T$$

$$\vec{B}_{2M} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \frac{x}{2}} \cdot \vec{k} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} \cdot \vec{k} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20A}{2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2} m} \cdot \vec{k} \Rightarrow$$

$$\vec{B}_{2M} = +1 \cdot 10^{-4}\ \vec{k}\ T$$

$$\vec{B}_{TOTAL} = \vec{B}_{1M} + \vec{B}_{2M} = -5 \cdot 10^{-5}\ \vec{k}\ T$$

El campo total va hacia dentro porque $I_1 > I_2$

$x = 8cm \Rightarrow d = \frac{x}{2} = 4cm$

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{v}_2 \times \vec{B}_1 \Rightarrow \vec{j} \times (-\vec{k}) = -\vec{i} \\ \vec{v}_1 \times \vec{B}_2 \Rightarrow \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i} \end{array}}$$

Los hilos conductores se atraen.

$\boxed{\vec{F}_m = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})}$ Ley de Laplace $\Rightarrow F_{1\to 2} = I_2 \cdot l_2 \cdot B_1$, $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$

$$F_{1\to 2} = I_2 \cdot l_2 \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} = \frac{\mu_0}{2\pi d} \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l_2 \Rightarrow \boxed{\frac{F_{1\to 2}}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30A \cdot 20A}{2\pi \cdot 8 \cdot 10^{-2} m} = 1,5 \cdot 10^{-3}\ \frac{N}{m}$$

3.2. Una partícula de masa m y carga q penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme de módulo B perpendicular a la velocidad v de la partícula. El radio de la órbita descrita: *(0,5 pt.)*

a. aumenta si aumenta la intensidad del campo magnético.
b. aumenta si aumenta la energía cinética de la partícula.
c. no depende de la energía cinética de la partícula.
(Justifica las fórmulas que utilices.)

$\vec{B} \perp \vec{v} \Rightarrow sen(\vec{v}, \vec{B}) = sen\ 90° = 1 \Rightarrow$ se cumple la condición de órbita.

$$\boxed{F_m = F_c} \Rightarrow |q| \cdot \cancel{v} \cdot B = m \cdot \frac{v^{\cancel{2}}}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}}$$

El radio aumenta si aumenta la energía cinética (factor $m \cdot v$) siendo $E_c = \frac{1}{2} m v^2$

La opción correcta es la b

PREGUNTA 4:

4.1. La ecuación $y(x,t) = 0{,}04 \cdot \text{sen}\left[2\pi(4t - 2x)\right]\ m$, describe una onda que se propaga por una cuerda situada a lo largo del eje X, estando t expresado en segundos. Calcula la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. Calcula también la diferencia de fase, en un instante determinado, entre dos puntos de la cuerda separados $1\ m$. *(1,5 pt.)*

$y = 0{,}04 \cdot \text{sen}\,(8\pi t - 4\pi x)$; ω multiplica a t y K multiplica a x.

$$\omega = 8\pi \text{ rad/s} = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{8\pi}{2\pi} = 4 \text{ Hz}$$

$$K = 4\pi \text{ m}^{-1},\ K = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\cancel{\pi}}{4\cancel{\pi}} = 0{,}5 \text{ m}$$

$$\omega = 8\pi \text{ rad/s},\ V_p = \frac{\omega}{K} = \frac{8\cancel{\pi}}{4\cancel{\pi}} = 2 \text{ m/s}$$

$\boxed{\Delta\varphi = K \cdot \Delta x}$ Diferencia de fase espacial siendo $\Delta x = 1\ m$

$$K = 4\pi \text{ m}^{-1} \Rightarrow \Delta\varphi = K \cdot \Delta x = 4\pi \text{ m}^{-1} \cdot 1 \text{ m} = 4\pi \text{ rad}$$

4.2. Continuando con el apartado anterior, calcula la velocidad de la onda en función del tiempo en el punto $x = 3\ m$. ¿Cuál es la velocidad máxima? *(0,5 pt.)*

La velocidad de oscilación $V(x,t) = \dfrac{dy(x,t)}{dt} = 0{,}04 \cdot \text{sen}\,(8\pi t - 4\pi x)$

$V(x,t) = 0{,}04 \cdot 8\pi \cdot \cos(8\pi t - 4\pi x)$; en $x = 3\ m$

$V(3,t) = 0{,}32\pi \cdot \cos(8\pi t - 12\pi)\ m/s$

La velocidad máxima es $V_{máx} = 0{,}04 \cdot 8\pi = 0{,}32\pi\ m/s$

PREGUNTA 5:

5.1. Un instrumento óptico está formado por dos lentes convergentes. La primera lente, el objetivo (del lado del objeto) tiene $10\ cm$ de distancia focal y a su derecha, el ocular, tiene $20\ cm$ de distancia focal. Las lentes están separadas entre sí $55\ cm$. Se coloca un objeto de $3\ cm$ de altura a $15\ cm$ de la primera lente (objetivo). Calcula la posición, el tamaño de la imagen final y justifica las características de la imagen final. Calcula también el aumento lateral total del sistema óptico. *(1,5 pt.)*

5.2. Dibuja el diagrama de rayos del instrumento. *(0,5 pt.)*

Datos: $f_1' = 10\text{ cm}$, $f_2' = 20\text{ cm}$, Separación 55 cm, $s_1 = -15\text{ cm}$, $y = 3\text{ cm}$ $\Rightarrow$

$$\boxed{\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f_1'}} \Rightarrow \frac{1}{s_1'} - \frac{1}{-15} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15} = \frac{15-10}{15\cdot 10} = \frac{5}{150} \Rightarrow$$

$s_1' = \frac{150}{5} = 30\text{ cm}$ a la derecha. Esta imagen es el objeto de la 2ª lente.

$s_2 = -(55 - 30) = -25\text{ cm}$; calculemos la 2ª imagen (la final).

$$\boxed{\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f_2'}} \Rightarrow \frac{1}{s_2'} - \frac{1}{-25} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{25} = \frac{25-20}{25\cdot 20} = \frac{5}{500} \Rightarrow$$

$s_2' = \frac{500}{5} = 100\text{ cm}$ a la derecha de la 2ª lente convergente. La imagen es real. ($s_2' > 0$)

El aumento lateral $A_1 = \frac{y'}{y} = \frac{s_1'}{s_1} \Rightarrow A_1 = \frac{30}{-15} = -2\times \Rightarrow$

$y = 3\text{ cm}$

$y' = A_1 \cdot y = -2 \cdot 3\text{ cm} = -6\text{ cm}$

$A_2 = \frac{y''}{y'} = \frac{s_2'}{s_2} \Rightarrow A_2 = \frac{100}{-25} = -4\times \Rightarrow$

$y'' = A_2 \cdot y' = -4(-6) = 24\text{ cm} \Rightarrow$ aumentada y derecha

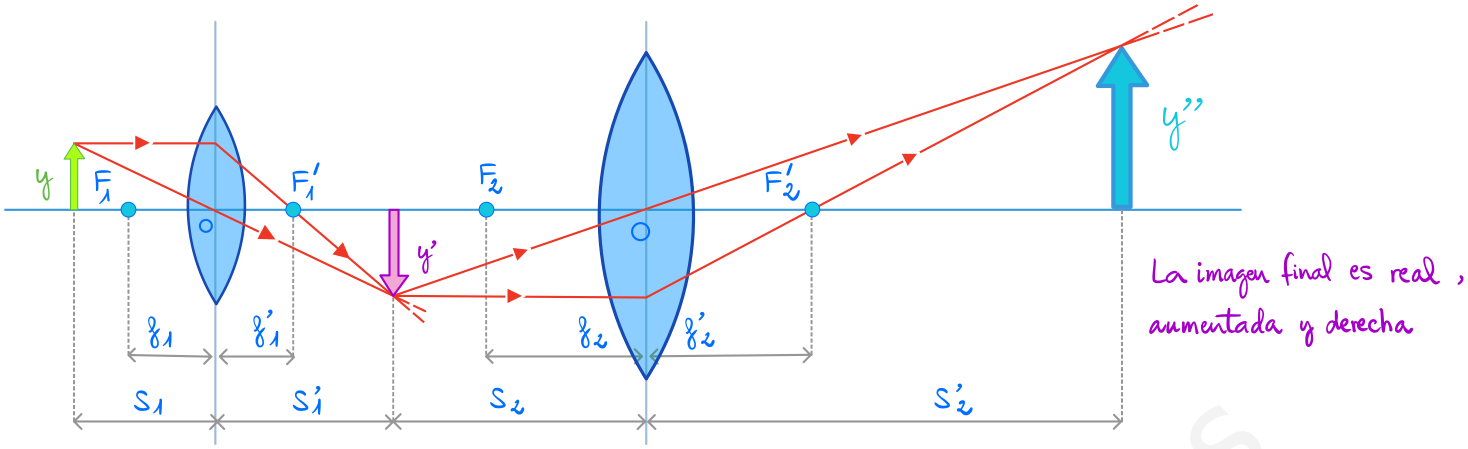
El aumento lateral total $A_T = \frac{y''}{y} = \frac{24\text{ cm}}{3\text{ cm}} = 8\times$

La imagen final es real, aumentada y derecha (con respecto al objeto inicial).

Método II: $\boxed{A_T = A_1 \cdot A_2} = (-2)(-4) = 8\times$,

$y'' = A_T \cdot y = 8 \cdot 4\text{ cm} = 24\text{ cm}$

5.2. Dibuja el diagrama de rayos del instrumento.



PREGUNTA 6: Responda indicando y justificando la opción correcta:

6.1. En un laboratorio se reciben $100\ g$ de un isótopo desconocido. Transcurridas 2 *horas* se desintegró el $20\,\%$ de la masa inicial del isótopo. Calcula la constante de desintegración, el período de semidesintegración y la masa que queda del isótopo transcurridas 20 *horas*. *(1,5 pt.)*

$m_0 = 100\ g$; Se desintegró el 20 %, luego queda el 80 % $\Rightarrow$ $m = \dfrac{80\, m_0}{100} = 0,8\, m_0$

No hace falta sustituir la masa porque tenemos la proporción:

$\boxed{m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$ Ec. de la desintegración radiactiva

$0,8\, \cancel{m_0} = \cancel{m_0} \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \ln 0,8 = -\lambda \cdot t$

$\lambda = \dfrac{\ln 0,8}{-t} = \dfrac{\ln 0,8}{-2h} \simeq 0,1116\ h^{-1}$ Constante de desintegración

$\boxed{t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}}$ Período de semidesintegración $\Rightarrow t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{0,1116\ h^{-1}} \simeq 6,21\, h$

Vamos a calcular la masa que queda sin desintegrar (masa final) después de 20h.

$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 100\, g \cdot e^{-0,1116\ h^{-1} \cdot 20\, h} \simeq 10,73\, g$

6.2. En la reacción ${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{141}_{56}Ba + {}^{A}_{Z}X + 3\ {}^{1}_{0}n$ se cumple que:

a. Es una fusión nuclear.

b. Se libera energía correspondiente al defecto de masa.

c. El elemento X es ${}^{94}_{36}X$.

Se trata de una reacción de fisión, no de fusión, porque se rompe (fisiona) un núcleo pesado en núcleos más ligeros. El balance de los números atómico y másico (leyes de Soddy) es:

$92 = 56 + Z \Rightarrow Z = 36$; $235 + 1 = 141 + A + 3 \cdot 1 \Rightarrow A = 92$ (la opción c es falsa)

La opción correcta es la b. Al tratarse de una fisión de un núcleo pesado, se emite una energía correspondiente al defecto de masa (esta reacción nuclear es exotérmica).

PREGUNTA 7: Responda indicando y justificando la opción correcta:

7.1. En una experiencia para calcular el trabajo de extracción de un metal observamos que los fotoelectrones expulsados de su superficie por una luz incidente de $3 \cdot 10^{-7}\ m$ de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de $1{,}84\ V$. Calcula el trabajo de extracción del metal y la velocidad de los electrones arrancados. *(1,5 pt.)*

Datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$, $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$, $c = 3 \cdot 10^{8}\ m/s$

Datos: $\lambda = 3 \cdot 10^{-7} m$, $V_0 = 1{,}84 V$ (potencial de frenado).

$$\boxed{h \cdot \nu = h \cdot \nu_0 + \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2}$$ Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico

El trabajo de extracción: $W_0 = h \cdot \nu_0 = h \cdot \nu - \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 = h \cdot \frac{c}{\lambda} - e \cdot V_0$

$$W_0 = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}\ m/s}{3 \cdot 10^{-7}\ m} - 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 1{,}84\ V = 3{,}682 \cdot 10^{-19}\ J$$

Para la velocidad de los electrones $E_c = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 = e \cdot V_0 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 e \cdot V_0}{m_e}}$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 1{,}84\ V}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg}} \simeq 8{,}04 \cdot 10^{5}\ m/s$$

7.2. Para el efecto fotoeléctrico, razona cuál de las siguientes afirmaciones es correcta: *(0,5 pt.)*

a. La frecuencia umbral depende del número de fotones que llegan a un metal en cada segundo.
b. La energía cinética máxima del electrón emitido por un metal no depende de la frecuencia de la radiación incidente.
c. El potencial de frenado depende de la frecuencia de la radiación incidente.

La frecuencia umbral ν_0 no depende de la intensidad (nº de fotones) sino de la energía de los fotones incidentes (la opción ⓐ es falsa)

$$h \cdot \nu = h \cdot \nu_0 + E_c \Rightarrow E_c = h \cdot \nu - h \cdot \nu_0 \Rightarrow$$

$$E_c = h \cdot (\nu - \nu_0) \Rightarrow$$ la energía cinética sí depende de ν (la opción ⓑ es falsa)

Como $E_c = e \cdot V_0 = h \cdot (\nu - \nu_0) \Rightarrow \boxed{V_0 = \frac{h \cdot (\nu - \nu_0)}{e}} \Rightarrow$

El potencial de frenado sí depende de la frecuencia de la radiación incidente.

La opción correcta es la ⓒ

PREGUNTA 8:

PRÁCTICA: DETERMINACIÓN DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN DE UN MEDIO

Al tomar datos con diferentes inclinaciones de los rayos de luz en una lente semicircular suspendida en el aire (índice $n = 1$) se obtiene la siguiente tabla de datos para los ángulos (en grados) incidentes y refractados:

θ_i (°)	θ_r (°)
10	6,5
20	13,5
30	20,3
40	25,5

8.1. Determina el índice de refracción (media aritmética) de la lente y estima su incertidumbre (desviación estándar). Usa 2 decimales de precisión. *(1,5 pt.)*

8.2. Si un rayo de luz viaja desde el vidrio al aire, ¿a partir de qué ángulo no se produciría refracción? *(0,5 pt.)*

a) Para calcular el índice de refracción utilizaremos la ley de Snell. $\boxed{n_1 \cdot \text{sen}\, \hat{i} = n_2 \cdot \text{sen}\, \hat{r}}$

$n_1 = 1$ (índice del aire), $n_2 = n$ es el índice que queremos calcular: $n = \dfrac{\text{sen}\, \hat{i}}{\text{sen}\, \hat{r}} = \dfrac{\text{sen}\, \theta_i}{\text{sen}\, \theta_r}$

Completamos la tabla:

θ_i°	θ_r°	$n = \dfrac{\text{sen}\, \theta_i}{\text{sen}\, \theta_r}$	Desviación absoluta $\Delta n_i = \lvert n_i - \overline{n} \rvert$
10	6,5	1,53	0,05
20	13,5	1,47	0,01
30	20,3	1,44	0,04
40	25,5	1,49	0,01

Media $\overline{n} = \dfrac{1,53 + 1,47 + 1,44 + 1,49}{4} \simeq 1,48$

Incertidumbre (desviación estándar) $\boxed{\sigma = \sqrt{\dfrac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}}$ Desviación estándar $n = 4$ medidas

$$\sigma = \sqrt{\frac{0,05^2 + 0,01^2 + 0,04^2 + 0,01^2}{3}} \simeq 0,03786\ldots \simeq 0,04$$

El índice de refracción es $\overline{n} \pm \sigma = 1,48 \pm 0,04$

b) $\boxed{n_1 \cdot \text{sen}\, \hat{i} = n_2 \cdot \text{sen}\, \hat{r}}$ Ley de refracción Snell - Descartes ; No se producirá refracción si superamos el ángulo límite de incidencia (cuando se refracta a 90°).

$\boxed{\underset{\text{Ángulo límite}}{n_1 \cdot \text{sen}\, \ell} = n_2 \cdot \underbrace{\text{sen}\, 90^{\circ}}_{1}}$ $\Rightarrow \text{sen}\, \ell = \dfrac{n_2}{n_1} \Rightarrow \ell = \text{arc sen}\, \dfrac{n_2}{n_1}$

La reflexión total sólo es posible cuando $n_1 > n_2$, es decir, cuando la luz se transmita desde la lente hacia el aire.

$\ell = \text{arc sen}\, \dfrac{1}{1,48} \simeq 42,5^{\circ}$ (Ángulo límite)