

1. Se pretende situar un satélite artificial de 50 kg de masa, en una órbita circular a 500 km de altura sobre la superficie de la Tierra. **Justifica** las fórmulas que utilices. Calcula:



a. La **velocidad** que ha de poseer el satélite para girar en esa órbita. (0,75 pt.)

b. La **velocidad de escape** desde esa órbita. (0,75 pt.)

Datos: $R_T = 6370 \text{ km}$, $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$

a) Condición de órbita: $F_g = F_c \Rightarrow G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = G \frac{M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G \frac{M}{r}}$

No conozco ni G ni M , pero a partir de los datos: $g_0 = G \frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R_T^2$, luego: $v = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^2}{r}}$

$R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$. El radio orbital $r = R_T + h = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m} + 5 \cdot 10^5 \text{ m} = 6,87 \cdot 10^6 \text{ m}$

$v = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{9,81(6,37 \cdot 10^6)^2}{6,87 \cdot 10^6}} \approx 7611,943700 \text{ m/s} \approx 7612 \text{ m/s} \approx 7,612 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

c) $E_e + E_p = E_{c\infty} + E_{p\infty}$ (no tenemos en cuenta la E_c)

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} m v_e^2 - G \frac{M m}{r} &= \frac{1}{2} m \cdot 0^2 - G \frac{M m}{\infty} \\ \frac{1}{2} m v_e^2 &= G \frac{M m}{r} \Rightarrow v_e^2 = \frac{2 \cdot G \cdot M}{r} \end{aligned} \right\}$$

$g_0 = G \cdot \frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R_T^2$

$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{2 g_0 \cdot R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81(6,37 \cdot 10^6)^2}{6,87 \cdot 10^6}} \approx 10764,914017 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

radio orbital ↗

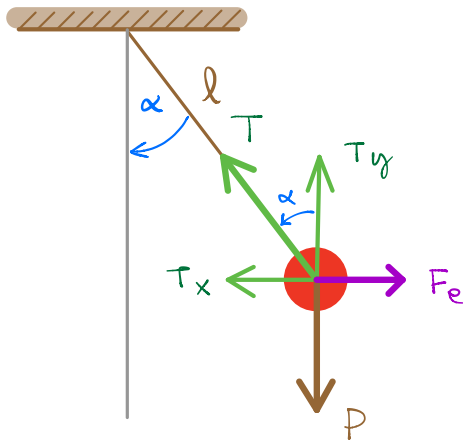
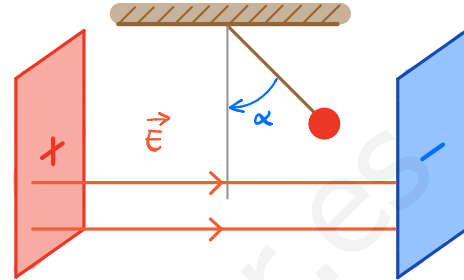
Velocidad de escape $v_e \approx 1,077 \cdot 10^4 \text{ m/s}$

2. Un **péndulo electrostático** está formado por una esfera pequeña de $0,5 \text{ g}$ que cuelga de un **hilo** de 1 m de **longitud** dentro de un **campo eléctrico** de intensidad $\vec{E} = 800 \vec{i} \text{ N/C}$. La esfera es **repelida** por el campo hasta formar un ángulo de 30° con la vertical. Dato: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

- a. Calcula el valor de la **carga** para que se mantenga en **equilibrio** estático. (1 pt.)
- b. Si desconectamos las placas:
¿Con qué **velocidad** llegará el péndulo al **punto más bajo de la oscilación**? (0,5 pt.)

Datos: $m = 0,5 \text{ g}$
 $l = 1 \text{ m}$

$E = 800 \vec{i} \frac{\text{N}}{\text{C}}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $g = 9,81 \text{ m/s}^2$



a) Calcula q .

2ª ley Newton: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Eje x: $F_e - T_x = 0$
 Eje y: $P - T_y = 0$

$|q| \cdot E = T \cdot \sin \alpha$
 $m \cdot g = T \cdot \cos \alpha$ $\div$

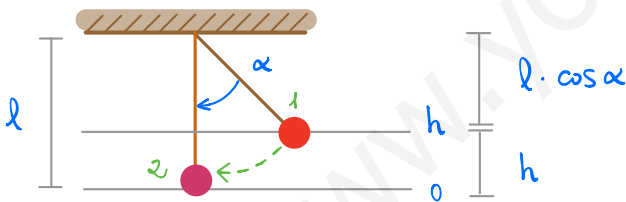
Dividiendo

$\frac{|q| \cdot E}{m \cdot g} = \frac{T \cdot \sin \alpha}{T \cdot \cos \alpha} = \tan \alpha$

$|q| = \frac{m \cdot g \cdot \tan \alpha}{E}$

$|q| = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \tan 30^\circ}{800 \text{ N/C}}$

$|q| \approx 3,54 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 3,54 \mu\text{C}$



$l = 1 \text{ m}$

$h + l \cdot \cos 30^\circ = l$

$h = l - l \cdot \cos 30^\circ$

$h = 1 \text{ m} \cdot (1 - \cos 30^\circ) \approx 0,134 \text{ m}$

b) Desconectamos las placas. Calcula V final.

$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$

$\cancel{E}_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + \cancel{E}_{p2}$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2$ $E_p = mgh$

Podemos escoger donde $h = 0$.

$mgh_1 = \frac{1}{2} m v_2^2$

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,134} \approx 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3. Dos hilos conductores rectilíneos A y B , paralelos y muy largos están situados en el plano XY . Conducen corrientes **paralelas** (ambas en el sentido positivo del eje Y) de intensidades $I_A = 5 \text{ A}$ e $I_B = 3 \text{ A}$. La **distancia** entre ambos conductores es de 20 cm . Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm A}^{-1}$



- a. Dibuja un **esquema**. Calcula el **vector campo magnético total** o resultante en el **punto medio** de la línea que une a ambos conductores. (1 pt.)
- b. Calcula a qué **distancia** de la corriente A está el **punto de equilibrio** donde el **campo total es nulo**. (0,5 pt.)

a) Para calcular el campo en el punto medio M , sumamos vectorialmente los campos magnéticos creados por los dos hilos.

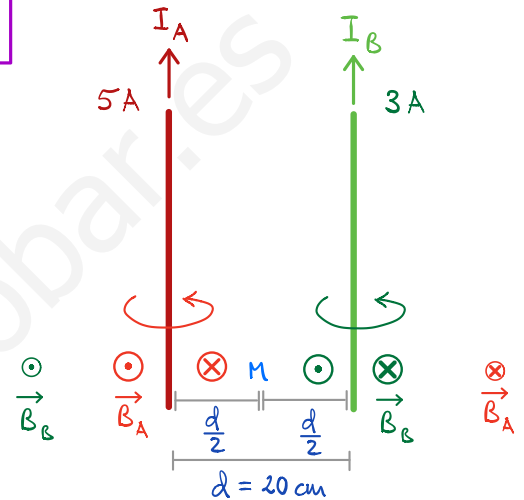
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

$$\vec{B}_M = \vec{B}_A + \vec{B}_B = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi \frac{d}{2}} (-\vec{K}) + \frac{\mu_0 I_B}{2\pi \frac{d}{2}} \vec{K} = \frac{\mu_0}{2\pi \frac{d}{2}} (I_B - I_A) \vec{K}$$

$$\frac{d}{2} = 10 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad \text{y} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{A} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\vec{B}_M = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2}} \cdot (3 - 5) 10^{-3} \vec{K} = -4 \cdot 10^{-6} \cdot \vec{K} \text{ T}$$

La corriente A es más fuerte y en la dirección $-\vec{K}$.



b) Como se puede apreciar en la figura, es posible que el campo se anule entre los hilos conductores porque, en esa región, tienen sentido opuesto.

En el exterior no se pueden anular porque tienen el mismo sentido.

$$\vec{B}_P = \vec{B}_A + \vec{B}_B = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi x} (-\vec{K}) + \frac{\mu_0 I_B}{2\pi (d-x)} \vec{K} = 0 \quad (\text{Equilibrio})$$

$$\frac{\mu_0 I_B}{2\pi (d-x)} \vec{K} = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi x} \vec{K}$$

$$\frac{I_B}{(d-x)} = \frac{I_A}{x}$$

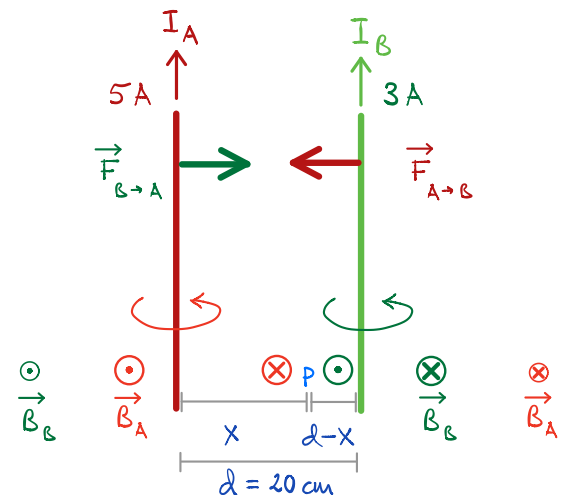
$$I_B x = I_A d - I_A x$$

$$I_A d = I_A x + I_B x$$

$$x = \frac{I_A d}{I_A + I_B} = \frac{5 \text{ A} \cdot 20 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{5 \text{ A} + 3 \text{ A}}$$

$$x = \frac{1}{8} \text{ m} = 0,125 \text{ m} = 1,25 \cdot 10^{-1} \text{ m} \text{ del hilo A (12,5 cm)}$$

Como $I_A > I_B$ el punto donde $\vec{B}_P = 0$ estará más cerca de I_B (la corriente débil).



4. La **elongación** (en metros) de los puntos de una **onda armónica** unidimensional es:

$$y(x, t) = 0,2 \cdot \sin [\pi \cdot (300 \cdot t - 4 \cdot x)]$$

- a. Calcula la **longitud de onda** y la **velocidad de propagación**. (0,5 pt.)
b. Calcula el **instante** en que $v = 30\pi \text{ m/s}$ en un punto situado a 2 m del foco emisor. (0,75 pt.)
c. Calcula **distancia** entre **dos puntos** cuya diferencia de **fase** en un instante es $\pi/3$. (0,25 pt.)

a) $k = 4\pi \text{ m}^{-1}$, $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{4\pi} = 0,5 \text{ m}$

$$\omega = 300\pi \text{ rad/s}, \quad v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{300\pi}{4\pi} = 75 \text{ m/s}$$

b) La velocidad de oscilación $v(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt} = 0,2 \cdot 300\pi \cdot \cos(300\pi t - 4\pi x)$

$$v(x, t) = 60\pi \cdot \cos(300\pi t - 4\pi x)$$

Vemos que $v = 60\pi \text{ m/s}$ es la velocidad máxima. $x = 2 \text{ m}$

$$v = 60\pi = 60\pi \cdot \cos(300\pi t - 4\pi \cdot 2)$$

$$\cos \psi = \cos(300\pi t - 4\pi \cdot 2) = \frac{1}{2}, \quad \cos \psi = \frac{1}{2} \Rightarrow \psi = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3} \text{ rad} \quad (1^{\text{a}} \text{ solución}, 60^\circ)$$

$$\text{luego } 300\pi t - 4\pi \cdot 2 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{\frac{\pi}{3} + 8\pi}{300\pi} = \frac{25}{900} \simeq 0,028 \text{ s} = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ s} \quad (\text{tiempo positivo válido})$$

c) Oposición de fase: $\Delta\psi = k \cdot \Delta x$ Diferencia de fase espacial

$$k = 4\pi \text{ m}^{-1}, \quad \Delta\psi = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\Delta x = \frac{\Delta\psi}{k} = \frac{\frac{\pi}{3}}{4\pi} = \frac{1}{12} \text{ m} \simeq 0,083 \text{ m} = 8,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

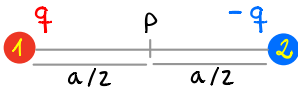
I. Dos **cargas** puntuales de **igual magnitud** q , pero de **signo opuesto**, están separadas por una **distancia** a . En el **punto medio** entre ambas $a/2$ se cumple:

a. El módulo del **campo** total es $E = 0$ y el **potencial** total $V = 0$.

b. El módulo del **campo** total es $E = \frac{8Kq}{a^2}$ y el **potencial** total $V = 0$.

c. El módulo del **campo** total es $E = 0$ y el **potencial** total $V = \frac{4Kq}{a}$. (1 pt.)

Justifica los **dos resultados** de la respuesta correcta.



Ambas cargas son iguales en magnitud, pero de signo opuesto.

El potencial total en P: $V_T = V_1 + V_2 = K \cdot \frac{q}{a/2} + K \cdot \frac{-q}{a/2} = 2 \cdot K \cdot \frac{q-q}{a/2} = 0 \text{ V}$

El campo total en P: $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K \cdot \frac{q}{(a/2)^2} \vec{r} + K \cdot \frac{-q}{(a/2)^2} (-\vec{r})$

$\vec{E}_T = 2K \cdot \frac{q}{\frac{a^2}{4}} \vec{r} = \frac{8Kq}{a^2} \vec{r} \frac{\text{N}}{\text{C}}$; Respuesta (b) Tomando el módulo verdadera

II. Una **espira circular** de radio r se encuentra en el seno de un **campo magnético** de dirección normal al plano de la espira y de **intensidad variable** en el tiempo $B(t) = 4 \cdot \cos\left(3 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$ medida en

Teslas. Deduce la expresión de la **fuerza electromotriz inducida** en la espira en función del tiempo:

a. $\varepsilon = 12 \cdot \pi r^2 \cdot \sin(3 \cdot t + \pi/2) \text{ V}$

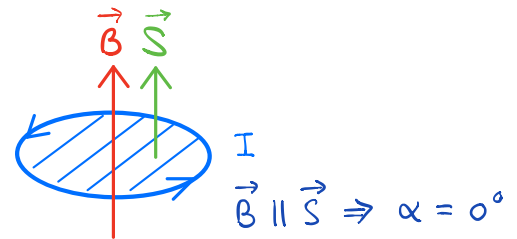
b. $\varepsilon = -12 \cdot \pi r^2 \cdot \sin(3 \cdot t + \pi/2) \text{ V}$

c. $\varepsilon = 12 \cdot \sin(3 \cdot t + \pi/2) \text{ V}$ (1 pt.)

Flujo magnético $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha$

$\Phi_m = 4 \cdot \cos\left(3 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \pi r^2 \cdot \cos 0^\circ$

$\Phi_m = 4 \pi r^2 \cdot \cos\left(3 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) [\text{T} \cdot \text{m}^2]$



$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$ Ley de Faraday - Henry

$\varepsilon = -\frac{d}{dt} 4 \pi r^2 \cdot \cos\left(3 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = -4 \pi r^2 \cdot 3 \left(-\sin\left(3 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)\right)$

$\varepsilon = 12 \pi r^2 \cdot \sin\left(3 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) [\text{V}]$; La opción (a) es verdadera.

III. Un altavoz emite con una **potencia** de 40 W . Calcula la **intensidad** de la onda sonora esférica a 5 m de distancia y la **sensación sonora** (en **decibelios**) sabiendo que la umbral es $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$:

- a. $0,637 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, 111 dB
- b. $0,127 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, 91 dB
- c. $0,127 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, 111 dB



(1 pt.)

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{40}{4\pi \cdot 5^2} \simeq 0,127 \text{ W/m}^2$$

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \quad \text{Escala decibélica} \quad \beta = 10 \cdot \log \frac{0,127}{1 \cdot 10^{-12}} \simeq 111 \text{ dB}$$

La opción (c) es verdadera.

IV. Un **haz de luz** láser pasa desde un **diamante** de índice de refracción $n = 2,4$ al **aire** de índice $n = 1$ e incide con un ángulo de 20° . Calcula el **ángulo de refracción** en el aire y el **ángulo límite**:

- a. Ángulo de refracción: $15,17^\circ$, Ángulo límite: $24,62^\circ$
- b. Ángulo de refracción: $55,17^\circ$, Ángulo límite: $24,62^\circ$
- c. Ángulo de refracción: $55,17^\circ$, Ángulo límite: $0,43^\circ$

(1 pt.)

$$n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r} \quad \begin{array}{l} \text{Ley de refracción} \\ \text{Snell - Descartes} \end{array}$$

$$2,4 \cdot \sin 20^\circ = 1 \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow \sin \hat{r} = \frac{2,4 \cdot \sin 20^\circ}{1} \simeq 0,82 \Rightarrow \hat{r} = 55,17^\circ$$

Aplio la ley de Snell al caso límite $\hat{r} = 90^\circ$. Llamamos $\ell = \hat{i}$ (límite)

$$n_1 \cdot \sin \ell = n_2 \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow \sin \ell = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \ell = \arcsen \frac{n_2}{n_1}$$

Ángulo límite $\uparrow$
1

$$\ell = \arcsen \frac{1}{2,4} \simeq 24,62^\circ$$

La opción (b) es verdadera.