PREGUNTA 1: Responda indicando y justificando la opción correcta:

1.1. El cohete espacial *Falcon 9* de *SpaceX* ha colocado recientemente en órbita la cápsula *Dragon* de viaje hacia la *estación espacial internacional (ISS)* a $410\ km$ sobre la superficie de la Tierra. Calcula la velocidad orbital y el período orbital de la cápsula *Dragon* para que alcance la órbita de la *ISS*. Justifica la fórmula que utilices. Datos: $R_T = 6370\ km$, $g_0 = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$ *(1,5 pt.)*

Radio orbital: $r = R_T + h = (6370 + 410)\cdot 10^3 m = 6{,}78 \cdot 10^6\ m$

Condición de órbita: $\boxed{F_g = F_c} \Rightarrow G\cdot\frac{M\cdot m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = G\cdot\frac{M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G\cdot\frac{M}{r}}$

Campo en la superficie: $g_0 = G\cdot\frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G\cdot M = g_0\cdot R_T^2 \Rightarrow$

$$v = \sqrt{G\cdot\frac{M}{r}} = \sqrt{\frac{g_0\cdot R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{9{,}81\cdot(6{,}37\cdot10^6)^2}{6{,}78\cdot10^6}} \simeq 7.662{,}3\ m/s \simeq 27.584\ Km/h$$

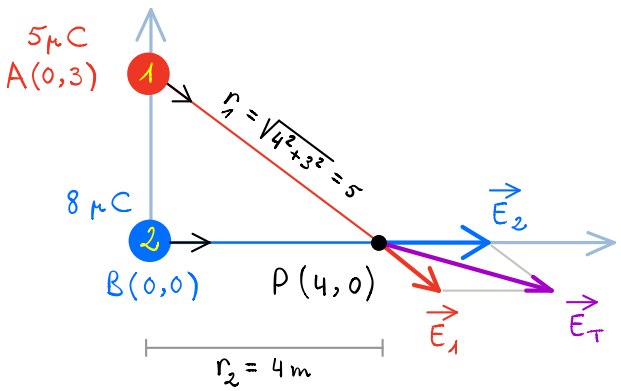
Período orbital $v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\cdot6{,}78\cdot10^6}{7.662{,}3} \simeq 5.560\ s \simeq 1{,}54\ h$

1.2. Indica justificadamente cuándo la energía potencial de un planeta es constante:
a) Siempre. b) Si la órbita es circular. c) Si la órbita es elíptica. *(0,5 pt.)*

La energía potencial gravitatoria $E_p = -G\cdot\frac{M\cdot m}{r}$, geométricamente depende sólo del radio orbital que es constante sólo en una orbita circular. La opción (b) es verdadera.

PREGUNTA 2: Responda indicando y justificando la opción correcta:

2.1. En el punto de coordenadas $(0,3)$ se encuentra situada una carga, $q_1 = 5\ nC$, y en el punto de coordenadas $(0,0)$ se encuentra situada otra carga, $q_2 = 8\ nC$. Calcula la expresión vectorial de la intensidad del campo eléctrico en el punto $(4,0)$. *(1,5 pt.)*



Calculamos los vectores unitarios

$r_1 = \sqrt{4^2+3^2} = 5\ m$

$\overrightarrow{AP} \Rightarrow \vec{u}_1 = \frac{(4,0)-(0,3)}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{(4,-3)}{5} = \frac{4}{5}\vec{i} - \frac{3}{5}\vec{j}$

$\overrightarrow{BP} \Rightarrow \vec{u}_2 = \vec{i}$, $r_2 = 4\ m$

$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2}\vec{u}_1 = 9\cdot10^9\cdot\frac{5\cdot10^{-9}}{5^2}\left(\frac{4}{5}\vec{i} - \frac{3}{5}\vec{j}\right)\frac{N}{C} = \frac{36}{25}\vec{i} - \frac{27}{25}\vec{j} = 1{,}44\,\vec{i} - 1{,}08\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = K\frac{Q_2}{r_2^2}\vec{u}_2 = 9\cdot10^9\cdot\frac{8\cdot10^{-9}}{4^2}\vec{i} = \frac{9}{2}\vec{i}\ \frac{N}{C} = 4{,}5\,\vec{i}\ \frac{N}{C}$$

www.yoquieroaprobar.es

$\vec{E}_1 = \frac{36}{25}\vec{i} - \frac{27}{25}\vec{j} = 1{,}44\,\vec{i} - 1{,}08\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$

$\vec{E}_2 = \frac{9}{2}\vec{i}\ \frac{N}{C} = 4{,}5\,\vec{i}\ \frac{N}{C}$

$\vec{E}_T = \frac{297}{50}\vec{i} - \frac{27}{25}\vec{j}\ \frac{N}{C} = 5{,}94\,\vec{i} - 1{,}08\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$,

(hacia la derecha y hacia abajo)

Principio de superposición

$$\vec{E}_T = K \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \vec{u}_{ri}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

Campo eléctrico

2.2. Calcula el valor del potencial eléctrico en el punto $(4,0)$. *(0,5 pt.)*

Datos para ambos apartados: Distancias en metros. $K = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$

$V_T = V_1 + V_2 = K\frac{Q_1}{r_1} + K\frac{Q_2}{r_2}$

$V_T = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-9}}{5} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-9}}{4}\ V$

$V_T = 9 + 18 = 27\,V$

$$V_T = K \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}$$

$$V_T = V_1 + V_2 + \dots$$

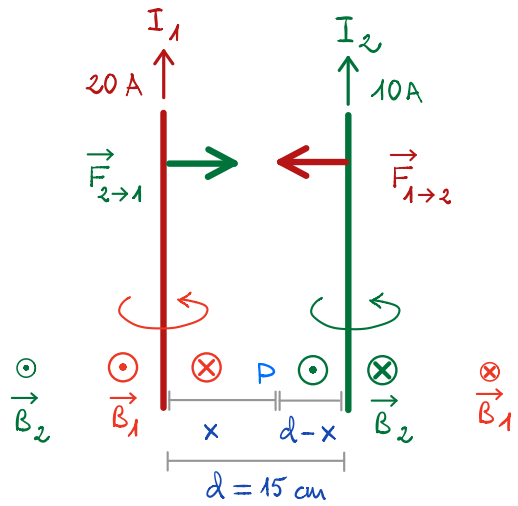
Potencial eléctrico

PREGUNTA 3: Responda indicando y justificando la opción correcta:

3.1. Dos conductores rectos, paralelos y largos están situados en el plano XY y paralelos al eje Y. Están separados entre sí una distancia de $15\ cm$. Por cada uno de ellos circulan intensidades $I_1 = 20\ A$ e $I_2 = 10\ A$ del mismo sentido . Calcula el punto donde se anula el campo magnético medido desde la corriente I_1. Dato: $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m \cdot A^{-1}$ *(1 pt.)*

Gráficamente deducimos que el punto de equilibrio debe hallarse entre los hilos, cerca de la corriente más débil.

Para calcular el campo en el punto P, sumamos vectorialmente los campos magnéticos creados por los dos hilos.



$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}(-\vec{k}) + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d-x)}\vec{k} = 0$ (equilibrio) $\Rightarrow$

$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d-x)} \Rightarrow I_1(d-x) = I_2 x \Rightarrow$

$I_1 d = I_2 x + I_1 x \Rightarrow x = \frac{I_1 d}{I_1 + I_2} = \frac{20\,A \cdot 15\,cm}{(20+10)\,A} = 10\,cm$ desde la corriente I_1.

($d = 15\,cm$)

$x = 10\,cm = 0{,}1\,m$

www.yoquieroaprobar.es

3.2. Sobre un electrón que se mueve con una velocidad de $5.000\ km/s$ actúa en dirección normal a su velocidad un campo magnético en el que $B = 8{,}0 \cdot 10^{-3}\ T$. Calcula el radio de la órbita que describe. Justifica la fórmula que utilices. Datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$ *(1 pt.)*

$V = 5 \cdot 10^6$ m/s , $\vec{B} \perp \vec{v} \Rightarrow$ se cumple la condición de órbita.

$\boxed{F_m = F_c} \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}}$

$$r = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ Kg \cdot 5 \cdot 10^6\ m/s}{1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 8 \cdot 10^{-3}\ T} \simeq 0{,}00355\ m = 3{,}55 \cdot 10^{-3}\ m = 3{,}55\ mm$$

PREGUNTA 4: Responda indicando y justificando la opción correcta:

4.1. Una onda armónica tiene una velocidad de fase (propagación) de $100\ m \cdot s^{-1}$ hacia la derecha y $200\ Hz$ de frecuencia. Su amplitud es de $20\ cm$ y en el instante inicial la elongación es igual a la amplitud. Escribe la ecuación general de la onda y calcula la velocidad en el instante $t = 2\ s$ y a una distancia de $5\ m$ del foco emisor. *(1,5 pt.)*

$\boxed{y = A \cdot \text{sen}(\omega t - Kx + \varphi_0)}$ Ecuación general de la onda

↑ Sentido del eje x (signo menos) $A = 20\ cm = 0{,}2\ m$, $f = 200\ Hz\ (s^{-1})$

La velocidad de propagación $v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v_p}{f} = \frac{100\ m/s}{200\ s^{-1}} = 0{,}5\ m$, $K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}5} = 4\pi\ m^{-1}$ nº de onda

$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 200\ Hz = 400\pi\ rad/s$

Condiciones iniciales $y(0,0) = A = A \cdot \text{sen}\,\varphi_0 \Rightarrow \text{sen}\,\varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

Ecuación general de la onda $y(x,t) = 0{,}2 \cdot \text{sen}\left(400\pi \cdot t - 4\pi \cdot x + \frac{\pi}{2}\right) m$

Calculamos ahora la velocidad de vibración:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 0{,}2 \cdot 400\pi \cdot \cos\left(400\pi \cdot t - 4\pi \cdot x + \frac{\pi}{2}\right) m/s$$

$$v(x = 5\ m, t = 2\ s) = 0{,}2 \cdot 400\pi \cdot \cos\left(400\pi \cdot 2 - 4\pi \cdot 5 + \frac{\pi}{2}\right) m/s = 0\ m/s$$

↑ radianes

4.2. ¿Cuál debería ser la distancia mínima entre dos puntos del medio en el que se propaga la onda anterior para que estén en el mismo estado de vibración (en fase)? *(0,5 pt.)*

$\boxed{\Delta\varphi = K \cdot |\Delta x|} \Rightarrow |\Delta x| = \frac{\Delta\varphi}{K} = \frac{\Delta\varphi}{K} = \frac{n \cdot 2\pi}{\frac{2\pi}{\lambda}} = n \cdot \lambda$ Mínimo en $n = 1$

$|\Delta x| = \lambda = 0{,}5\ m$

$\Delta\varphi = n \cdot 2\pi$ (en fase)

www.yoquieroaprobar.es

PREGUNTA 5: Responda indicando y justificando la opción correcta:

5.1. Un sistema óptico está formado por dos lentes convergentes iguales de $10\ cm$ de distancia focal situadas con una separación de $50\ cm$. Se coloca un objeto de $1\ cm$ de altura a $15\ cm$ de la primera lente. Calcula la posición y el tamaño de la imagen final. *(1,5 pt.)*

Datos: $f_1' = f_2' = 10\ cm$, Separación $50\ cm$, $s_1 = -15\ cm$, $y = 1\ cm$ $\Rightarrow$

$$\boxed{\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f_1'}} \Rightarrow \frac{1}{s_1'} - \frac{1}{-15} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15} = \frac{15-10}{150} = \frac{5}{150} \Rightarrow$$

$s_1' = \frac{150}{5} = 30\ cm$ a la derecha. Esta imagen es el objeto de la 2ª lente.

$s_2 = -(50 - 30) = -20\ cm$; calculemos la 2ª imagen (la final).

$$\boxed{\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f_2'}} \Rightarrow \frac{1}{s_2'} - \frac{1}{-20} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{20} = \frac{20-10}{200} = \frac{10}{200} \Rightarrow$$

$s_2' = \frac{200}{10} = 20\ cm$ a la derecha (es la misma distancia porque $s_2 = 2 \cdot f_2$)

5.2. Justifica las características de la imagen final y también el aumento lateral total del sistema óptico.
NO ES OBLIGATORIO DIBUJAR EL DIAGRAMA DE RAYOS. *(0,5 pt.)*

La imagen final es real porque está a la derecha de la 2ª lente convergente ($s_2' > 0$)

El aumento lateral $\boxed{A_1 = \frac{y'}{y} = \frac{s_1'}{s_1}}$

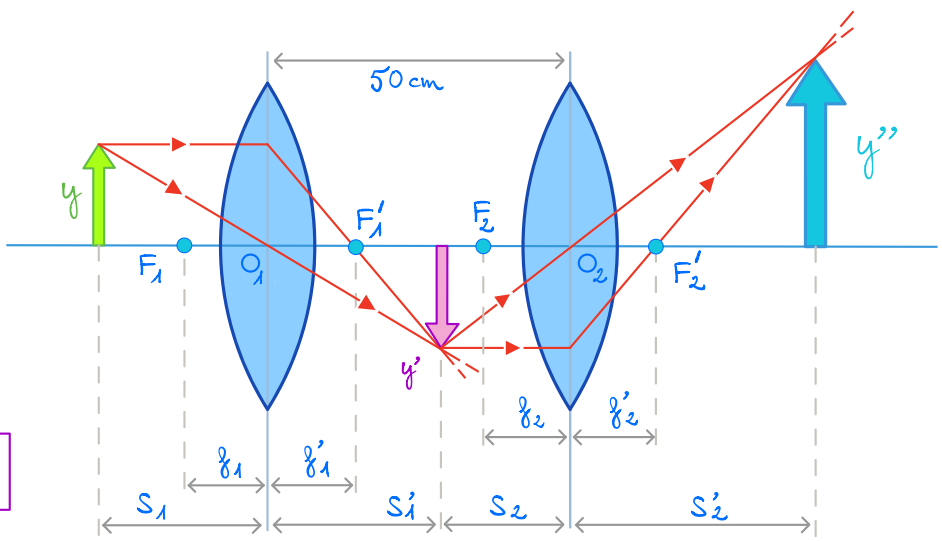
$y = 1\ cm$

$$A_1 = \frac{30}{-15} = -2 \Rightarrow$$

$$y' = A_1 \cdot y = -2 \cdot 1\ cm = -2\ cm$$

$$A_2 = \frac{y''}{y'} = \frac{s_2'}{s_2} \Rightarrow A_2 = \frac{20}{-20} = -1 \Rightarrow y'' = A_2 \cdot y' = (-1)(-2\ cm) = 2\ cm$$

La imagen final es real como vimos antes, aumentada y derecha.



Además, el aumento total del sistema óptico:

$$A_T = \frac{y''}{y} = \frac{2\ cm}{1\ cm} = 2 > 1$$

Verifica así mismo $\boxed{A_T = A_1 \cdot A_2}$

$A_T = (-2)(-1) = 2$

www.yoquieroaprobar.es

PREGUNTA 6: Responda indicando y justificando la opción correcta:

6.1. El estroncio ^{90}Sr es un isótopo radiactivo con un período de semidesintegración de 28 años. Si disponemos de una muestra inicial de 2 *moles* del citado isótopo, calcula el número de átomos de ^{90}Sr que quedarán en la muestra al cabo de 112 *años*. Dato: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$. *(1,25 pt.)*

$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$ Período de semidesintegración

$t_{1/2} = 28$ años es el tiempo que tarda el isótopo en reducirse a la mitad

$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{28 \text{ años}} \simeq 0{,}02476 \text{ años}^{-1}$

$n = n_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow (\text{en moles}) = 2 \cdot e^{-0{,}02476 \text{ años}^{-1} \cdot 112 \text{ años}} \simeq 0{,}125 \text{ moles}$

Número de átomos: $N = n \cdot N_A = 0{,}125 \text{ mol} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} \frac{\text{átomos}}{\text{mol}} \simeq 7{,}528 \cdot 10^{22} \text{ átomos}$

6.2. Calcula el tiempo necesario que tiene que transcurrir para que la actividad de la muestra de estroncio sea un $30\,\%$ de la que tenía al principio. *(0,75 pt.)*

$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ Actividad radiactiva

$A = 30\%\, A_0 = 0{,}3\, A_0 \Rightarrow A = 0{,}3\, A_0 = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow 0{,}3 = e^{-\lambda \cdot t}$; tomamos logaritmos

$\ln 0{,}3 = \ln e^{-\lambda \cdot t} = -\lambda \cdot t \Rightarrow t = \frac{\ln 0{,}3}{-\lambda} = \frac{\ln 0{,}3}{-0{,}02476 \text{ años}^{-1}} \simeq 48{,}63 \text{ años}$

PREGUNTA 7: Responda indicando y justificando la opción correcta:

7.1. Un protón es acelerado desde el reposo con una diferencia de potencial de $10\ V$. Calcula la velocidad que alcanza y la longitud de onda de *De Broglie* asociada al protón. *(1,25 pt.)*

7.2. Calcula la indeterminación (*Heisenberg*) en su velocidad si iluminamos el protón con luz de una longitud de onda de $650\ nm$. *(0,75 pt.)*

Datos: $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$, $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg$, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$

El trabajo eléctrico es igual al incremento de energía cinética.

$W = \underbrace{-q \cdot \Delta V}_{\text{Positivo ; aumenta la velocidad}} = \Delta E_C = \frac{1}{2} m v^2 - 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 10\ V}{1{,}67 \cdot 10^{-27} kg}} \simeq 43774 \text{ m/s}$

$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$ Longitud de onda asociada a una masa

$\lambda = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} J \cdot s}{1{,}67 \cdot 10^{-27} kg \cdot 43774 \text{ m/s}} \simeq 9{,}07 \cdot 10^{-12} m$ (más grande que el protón)

www.yoquieroaprobar.es

7.2. Calcula la indeterminación (*Heisenberg*) en su velocidad si iluminamos el protón con luz de una longitud de onda de $650\ nm$. *(0,75 pt.)*

Datos: $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$, $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg$, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$

$$\Delta x \cdot \Delta p = h \geq \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Principio de indeterminación de Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p = \Delta x \cdot m\, \Delta v = h \Rightarrow \Delta v = \frac{h}{\Delta x \cdot m}$$

Indeterminación en la velocidad

La indeterminación en la posición es la longitud de onda de la luz que utilizo para iluminar el protón: $\Delta x = 650 \cdot 10^{-9}\ m = 6{,}5 \cdot 10^{-7}\ m$ (que además es $\gg \lambda_{\text{De Broglie}}$)

La indeterminación en la posición es muy grande.

$$\Delta v = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s}{6{,}5 \cdot 10^{-7}\ m \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ Kg} \simeq 0{,}61\ m/s$$

La indeterminación en la velocidad es muy pequeña. $0{,}61\ m/s \ll 43774\ m/s$

www.yoquieroaprobar.es

PREGUNTA 8: Responda indicando y justificando la opción correcta:

PRÁCTICA: DETERMINACIÓN DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN DE UN MEDIO

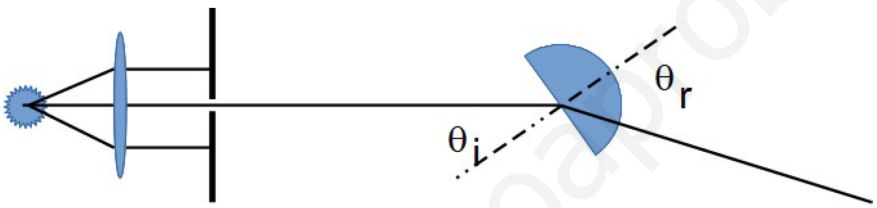
Al tomar datos con diferentes inclinaciones de los rayos de luz en una lente semicircular suspendida en el aire (índice $n = 1$) se obtiene la siguiente tabla de datos para los ángulos (en grados) **incidentes** y **refractados**:

θ_i (°)	θ_r (°)
30	12
45	17
60	22
80	23

8.1. Describe brevemente (2 o 3 líneas) cómo realizarías el **montaje**. (0,5 pt.)

8.2. Determina el **índice de refracción (media aritmética)** de la lente y estima su **incertidumbre (pseudodesviación típica)**. Usa **2** decimales de precisión. (1,5 pt.)

a) Se necesita una fuente de rayos de luz paralelos, un láser unidireccional o bien una bombilla situada en el punto focal de una lente convergente; usaremos un transportador de ángulos o un disco de Hartle para medir diferentes ángulos de incidencia y refracción. Para variar los ángulos, o bien giramos la fuente de luz o bien giramos el medio (normalmente un vidrio) sobre el disco de Hartle.



b) Para calcular el índice de refracción utilizaremos la ley de Snell. $n_1 \cdot \operatorname{sen} \hat{i} = n_2 \cdot \operatorname{sen} \hat{r}$

$n_1 = 1$ (índice del aire), $n_2 = n$ es el índice que queremos calcular: $n = \dfrac{\operatorname{sen} \hat{i}}{\operatorname{sen} \hat{r}} = \dfrac{\operatorname{sen} \theta_i}{\operatorname{sen} \theta_r}$

Completamos la tabla:

θ_i	θ_r	$n = \dfrac{\operatorname{sen}\theta_i}{\operatorname{sen}\theta_r}$	Desviación absoluta $\Delta n_i = \lvert n_i - \overline{n} \rvert$
30	12	2,40	0,01
45	17	2,42	0,01
60	22	2,31	0,1
80	23	2,52	0,11

Media $\overline{n} = \dfrac{2,40 + 2,42 + 2,31 + 2,52}{4} \simeq 2,41$

Incertidumbre (pseudodesviación típica) $\sigma = \sqrt{\dfrac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}$ $n = 4$ medidas

$\sigma = \sqrt{\dfrac{0,01^2 + 0,01^2 + 0,1^2 + 0,11^2}{3}} \simeq 0,086 \simeq 0,09$

El índice de refracción es $\overline{n} \pm \sigma = 2,41 \pm 0,09$

www.yoquieroaprobar.es