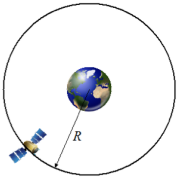


1. Un satélite artificial gira en una órbita circular a una **altura** de 2000 km sobre la superficie de la Tierra.

Justifica las fórmulas que utilices.



- a. Calcula el **período** de rotación del satélite.

(0,75 pt.)

- b. Calcula la **velocidad de escape** desde esa órbita.

(0,75 pt.)

Datos: $R_T = 6370 \text{ km}$, $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$

a) **Radio orbital**: $r = R_T + h = (6370 + 2000) \cdot 10^3 \text{ m} = 8,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$\boxed{F_g = F_c} \Rightarrow \left. \begin{aligned} G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} &= m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{r} \\ v &= \frac{2\pi r}{T} \end{aligned} \right\} G \cdot \frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

Condición de órbita

Campo en la superficie: $g_0 = G \cdot \frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R_T^2$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M} \Rightarrow \boxed{T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{g_0 \cdot R_T^2}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (8,37 \cdot 10^6)^3}{9,81 \cdot (6,37 \cdot 10^6)^2}} \approx 7625.952912 \text{ s} \approx 7626 \text{ s} \approx 2,12 \text{ h}$$

- b) **Energía y velocidad de escape**. $E_e + E_p = E_{c\infty} + E_{p\infty}$ (no tenemos en cuenta la E_c)

$$\frac{1}{2} m v_e^2 - G \frac{M m}{r} = \frac{1}{2} m \cdot 0^2 - G \frac{M m}{\infty}$$

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \frac{M \cdot m}{r} \Rightarrow v_e^2 = \frac{2 \cdot G \cdot M}{r}$$

$$g_0 = G \cdot \frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R_T^2$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{2 g_0 \cdot R_T^2}{r}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot (6,37 \cdot 10^6)^2}{8,37 \cdot 10^6}} \approx 9752.730084 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

radio orbital ↗

v_e no depende de la masa del satélite

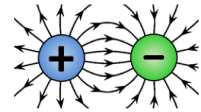
Velocidad de escape $v_e \approx 9,75 \cdot 10^3 \text{ m/s} \approx 35100 \text{ km/h}$

2. Situamos una carga puntual Q_1 de $3 \mu C$ en el punto $A(1,0)$ y otra carga Q_2 de $-5 \mu C$ en el punto $B(0,3)$. Dibuja un **esquema**.

a. Calcula el **vector campo eléctrico** en el punto $C(4,0)$. (0,75 pt.)

b. Calcula el **potencial eléctrico** en el punto $C(4,0)$ y el **trabajo** necesario para trasladar una carga de $2 \mu C$ **desde el infinito** hasta el punto $C(4,0)$. Interpreta el **signo** del trabajo. (0,75 pt.)

Datos: Distancias en metros. $K = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2$

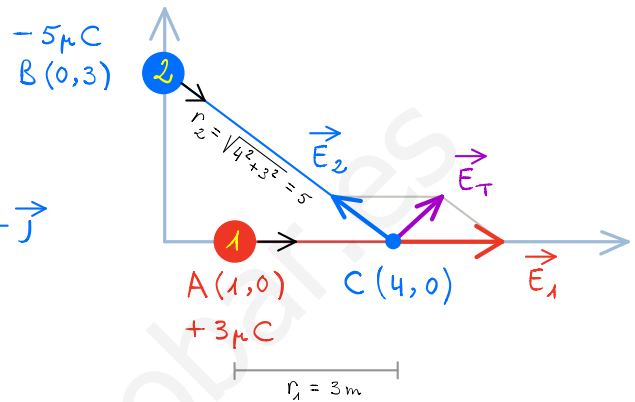


a) Calculamos los vectores unitarios

$$\vec{AC} \Rightarrow \vec{u}_1 = \vec{r}_1, \quad r_1 = 3 \text{ m}$$

$$\vec{BC} \Rightarrow \vec{u}_2 = \frac{(4,0) - (0,3)}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{(4,-3)}{5} = \frac{4}{5} \vec{r}_1 - \frac{3}{5} \vec{j}$$

$$r_2 = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m}$$



$$\vec{E}_1 = K \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{3^2} \vec{r}_1 = 3 \cdot 10^3 \vec{r}_1 \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = K \frac{Q_2}{r_2^2} \vec{u}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}}{5^2} \left(\frac{4}{5} \vec{r}_1 - \frac{3}{5} \vec{j} \right) \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = -1440 \vec{r}_1 + 1080 \vec{j} \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_T = 1560 \vec{r}_1 + 1080 \vec{j} \frac{N}{C}, \quad (\text{hacia arriba y hacia la derecha})$$

b) $V_T = V_1 + V_2 = K \frac{Q_1}{r_1} + K \frac{Q_2}{r_2}$

$$V_T = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{3} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}}{5} \text{ V}$$

$$V_T = 9 \cdot 10^3 - 9 \cdot 10^3 = 0 \text{ V}$$

Principio de superposición

$$\vec{E}_T = K \cdot \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \vec{u}_{ri}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$$

Campo eléctrico

$$V_T = K \cdot \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

$$V_T = V_1 + V_2 + \dots$$

Potencial eléctrico

$$W_{\infty \rightarrow C} = -q (V_C - V_{\infty}) \quad \text{Trabajo eléctrico siendo } q = 2 \mu C \text{ y } V_{\infty} = K \frac{Q}{\infty} = 0$$

$$W_{\infty \rightarrow C} = -q (V_C - V_{\infty}) = -2 \cdot 10^{-6} (0 - 0) = 0 \text{ J}$$

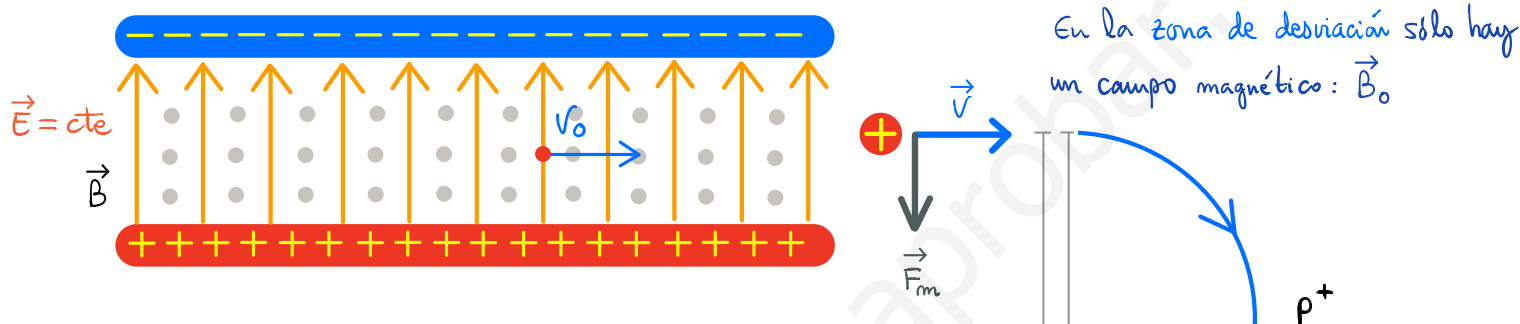
No hay que hacer ningún trabajo porque los puntos son equipotenciales.

3. Se quieren separar los **protones** de un haz de partículas en un **espectrómetro de masas**. Los protones entran en el **sentido del eje X**. El **selector de velocidad** del espectrómetro está formado por un **campo eléctrico** $\vec{E} = 2 \cdot 10^3 \vec{j} \text{ V/m}$ y un **campo magnético** perpendicular $\vec{B} = 0,4 \vec{k} \text{ T}$.
- Después del selector, en la **zona de desviación**, hay un campo magnético $\vec{B}_0 = 1,4 \vec{k} \text{ T}$ para desviar la trayectoria de las cargas.



- Dibuja un esquema y determina la **velocidad seleccionada** para que los protones pasen sin desviarse. **Justifica** la fórmula que utilices. (0,75 pt.)
- Calcula el **radio de la trayectoria** de los protones dentro de la cámara de desviación e indica si se desvían hacia **arriba** o hacia **abajo**. **Justifica** la fórmula que utilices. (0,75 pt.)

Datos: $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$



$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= E \cdot \vec{j} \\ \vec{B} &= B \cdot \vec{k} \\ \vec{v} &= v \cdot \vec{i} \end{aligned} \right\} \vec{v} \times \vec{B} = v \cdot B (\vec{i} \times \vec{k}) = -v \cdot B \cdot \vec{j}$$

La fuerza eléctrica $\vec{F}_e = +q \cdot E (\vec{j})$ hacia arriba

La fuerza magnética $\vec{F}_m = +q \cdot v \cdot B (-\vec{j})$ hacia abajo

La fuerza de Lorentz $\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = +q (E - v \cdot B) \vec{j} = 0$

$$E - v \cdot B = 0 \Rightarrow \text{Si } v = \frac{E}{B} \text{ la fuerza total es nula } \vec{F}_m + \vec{F}_e = 0$$

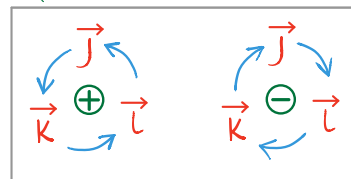
La velocidad seleccionada por el selector $v = \frac{E}{B} = \frac{2 \cdot 10^3 \text{ V/m}}{0,4 \text{ T}} = 5 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

$$\text{b) Fuera del selector } \vec{B}_0 \perp \vec{v} \Rightarrow \boxed{F_m = F_c} \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B_0 = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B_0}} \text{ Radio de curvatura}$$

$$r_p = \frac{m_p \cdot v}{|q| \cdot B_0} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 5 \cdot 10^3 \text{ m/s}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,4 \text{ T}} \simeq 3,73 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

De nuevo, la dirección de la fuerza magnética viene dada por $\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$
 $\vec{v} \times \vec{B}_0 = v \cdot B_0 (\vec{i} \times \vec{k}) = v \cdot B_0 (-\vec{j})$; la carga se desvía hacia abajo.

Regla mnemotécnica



4. Se hace **vibrar** un extremo de una cuerda larga con un **período** de $3,0 \text{ s}$ y una **amplitud** de 30 cm .

Condiciones iniciales: la **elongación** para $t = 0, x = 0$ es $y = 30 \text{ cm}$.

La **velocidad de propagación** de la onda es de 4 m/s en el sentido del eje X . Calcula:

- La **ecuación general de la onda**. (0,5 pt.)
- Calcula el **instante** en que $v = \frac{\pi}{5} \text{ m/s}$ en un punto situado a 6 m del foco emisor. (0,75 pt.)
- Calcula la **distancia** entre **dos puntos** cuya diferencia de **fase** en un instante es $\pi/2$. (0,25 pt.)

a) $y = A \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$ Ecuación general de la onda

↑
Sentido del eje x (signo menos)

$$A = 30 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-1} \text{ m}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/s}$$

La velocidad de propagación $v_p = \lambda \cdot f = \frac{2\pi}{k} \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k} \Rightarrow k = \frac{\omega}{v_p} = \frac{\frac{2\pi}{3} \text{ rad/s}}{4 \text{ m/s}} = \frac{\pi}{6} \text{ m}^{-1}$, nº de onda

$$y = 3 \cdot 10^{-1} \text{ m} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot t - \frac{\pi}{6} \cdot x + \varphi_0\right); \text{ Para calcular } \varphi_0 \text{ utilizamos las condiciones iniciales.}$$

C.I.) $t=0, x=0 \Rightarrow y = 3 \cdot 10^{-1} \text{ m} = 3 \cdot 10^{-1} \text{ m} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 0 - \frac{\pi}{6} \cdot 0 + \varphi_0\right)$

$$\sin(\varphi_0) = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Finalmente $y = 3 \cdot 10^{-1} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot t - \frac{\pi}{6} \cdot x + \frac{\pi}{2}\right) \text{ m}$

b) En qué instante, $v = \frac{\pi}{5} \text{ m/s}$ y $x = 6 \text{ m}$.

Derivamos la elongación para obtener la velocidad.

$$v = \frac{dy}{dt} = 3 \cdot 10^{-1} \text{ m} \cdot \frac{2\pi}{3} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} \cdot t - \frac{\pi}{6} \cdot x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\frac{\pi}{5} = 3 \cdot 10^{-1} \cdot \frac{2\pi}{3} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} \cdot t - \frac{\pi}{6} \cdot 6 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{5} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \underbrace{\cos\left(\frac{2\pi}{3} \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)}_{\varphi} = 1 \Rightarrow \text{Soluciones, } \varphi = 0, \pi, \dots$$

Probamos con la 1ª solución $\varphi = 0$, $\frac{2\pi}{3} \cdot t - \frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{3} \cdot t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{3}{4} = 0,75 \text{ s}$

c) Calcula Δx con $\Delta \varphi_{\text{espacial}} = \frac{\pi}{2}$. $\Delta \varphi = k \cdot |\Delta x| \Rightarrow |\Delta x| = \frac{\Delta \varphi}{k} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{6}} = 3 \text{ m}$

I. De acuerdo con la **Ley de Coulomb**, si llamamos r a la distancia entre dos cargas ¿cuál debería ser la **nueva distancia** r' entre ellas para que la **fuerza** de interacción entre ambas se reduzca a la **mitad**?

a. La nueva distancia: $r' = 2 \cdot r$

b. La nueva distancia: $r' = \sqrt{2} \cdot r$

$$F = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad \text{Ley de Coulomb}$$

c. La nueva distancia: $r' = 4 \cdot r$

(1 pt.)

Si la fuerza se reduce a la mitad a una distancia r' : $\frac{F}{2} = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r'^2}$

$$r'^2 = 2 \cdot K \frac{q_1 \cdot q_2}{F} = 2 \cdot K \frac{q_1 \cdot q_2}{K \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}} = 2 \cdot r^2 \Rightarrow$$

$$r'^2 = 2 \cdot r^2 \Rightarrow r' = \sqrt{2} \cdot r \quad \text{Opción (b)}$$

II. Calcula teóricamente la **autoinducción** L de un **solenoid** en función de su longitud l , su radio r y el número de vueltas N del solenoide:

a. $L = \frac{\mu_0 N \pi r^2}{l}$

b. $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$

c. $L = \frac{\mu_0 N l}{2 \pi r}$

(1 pt.)

$$B = \frac{\mu_0 N I}{l} \quad \text{Campo magnético de un solenoide}$$

$$\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha, \quad \text{La superficie } S = \pi r^2 \cdot N$$

$$\Phi_m = \frac{\mu_0 N I}{l} \cdot \pi r^2 \cdot N \cdot \cos 0^\circ = \frac{\mu_0 N^2 I \pi r^2}{l}$$

$$\Phi_m = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l} \cdot I = L \cdot I$$

Luego la autoinductancia es $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$ Opción (b)

III. Un altavoz emite con una **potencia** de 40 W. Calcula a qué **distancia** del foco emisor, la intensidad de la onda sonora esférica es de $0,127 \frac{W}{m^2}$ y calcula asimismo la **sensación sonora** (en **decibelios**) sabiendo que la **intensidad umbral** es $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \frac{W}{m^2}$:

a. 25 m , 111 dB

b. 5 m , 111 dB

c. 5 m , 91 dB



(1 pt.)

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{P}{4\pi \cdot I}} = \sqrt{\frac{40 W}{4 \cdot \pi \cdot 0,127 W/m^2}} \approx 5 m$$

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \quad \text{Escala decibélica} \quad \beta = 10 \cdot \log \frac{0,127}{1 \cdot 10^{-12}} \approx 111 dB$$

La opción (b) es verdadera.

IV. Un **haz de luz** monocromática pasa desde un **vidrio** de índice de refracción $n = 1,54$ al **agua** de índice $n = 1,33$ e incide con un ángulo de 30° . Calcula el **ángulo de refracción** en el agua y el **ángulo límite**:

a. Ángulo de refracción: $59,73^\circ$, Ángulo límite: $35,38^\circ$

b. Ángulo de refracción: $35,38^\circ$, Ángulo límite: $40,72^\circ$

c. Ángulo de refracción: $35,38^\circ$, Ángulo límite: $59,73^\circ$

(1 pt.)

$$n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r} \quad \text{Ley de refracción Snell - Descartes}$$

$$1,54 \cdot \sin 30^\circ = 1,33 \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow \sin \hat{r} = \frac{1,54 \cdot \sin 30^\circ}{1,33} = 0,579 \Rightarrow \hat{r} = 35,38^\circ$$

Aplico la ley de Snell al caso límite $\hat{r} = 90^\circ$. Llamamos $\ell = \hat{i}$ (límite)

$$n_1 \cdot \sin \ell = n_2 \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow \sin \ell = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \ell = \arcsen \frac{n_2}{n_1}$$

Ángulo límite $\nearrow$

$$\ell = \arcsen \frac{1,33}{1,54} \approx 59,73^\circ$$

La opción (c) es verdadera.