

1. El satélite europeo de observación terrestre Sentinel-3 se encuentra en una **órbita circular baja** (LEO) alrededor de la Tierra y tiene un período de 2 h . Calcula:



- a. ¿A qué **altura** sobre la superficie de la Tierra se encuentra la órbita del satélite?

Justifica la fórmula que utilices.

(0,75 pt.)

- b. Calcula la **velocidad de escape** desde esa órbita.

Justifica la fórmula de la **velocidad de escape**.

(0,75 pt.)

Datos: $R_T = 6370\text{ km}$, $g_0 = 9,81\text{ m/s}^2$

- a) La condición de órbita es : $F_g = F_c$ donde M es la Tierra y m el satélite Sentinel-3.

$$G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{M}{r} = v^2 \quad \left. \vphantom{G \frac{M}{r} = v^2} \right\} G \frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 ,$$

En el movimiento circular $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$G \frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow r^3 = \frac{G M T^2}{4\pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G M T^2}{4\pi^2}} , \quad \begin{cases} T = 2\text{h} \cdot \frac{3600\text{s}}{1\text{h}} = 7200\text{s} \\ r = R_T + h \text{ (radio orbital)} \\ R_T = 6370\text{ km} = 6,37 \cdot 10^6\text{ m} \end{cases}$$

No conocemos G ni M , pero como $g_0 = G \cdot \frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R_T^2 \Rightarrow$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G M T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{g_0 \cdot R_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{9,81(6,37 \cdot 10^6)^2 \cdot 7200^2}{4 \cdot \pi^2}} \approx 8055349,277968\text{ m} \approx 8,06 \cdot 10^6\text{ m} \text{ (radio orbital)}$$

La altura sobre la superficie $h = r - R_T = 8,06 \cdot 10^6\text{ m} - 6,37 \cdot 10^6\text{ m} = 1,69 \cdot 10^6\text{ m} = 1690\text{ km}$

$$b) \quad \left. \begin{aligned} \frac{1}{2} m v_e^2 - G \frac{M m}{r} &= \frac{1}{2} m \cdot 0^2 - G \frac{M m}{\infty} \\ \frac{1}{2} m v_e^2 &= G \frac{M m}{r} \end{aligned} \right\} v_e = \sqrt{\frac{2 G M}{r}} = \sqrt{\frac{2 g_0 \cdot R_T^2}{r}} \quad \begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{escape} \end{array}$$

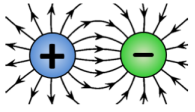
↑
radio orbital

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81(6,37 \cdot 10^6)^2}{8,06 \cdot 10^6}} \approx 9938,513065 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 9,94 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 9,94 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

2. Situamos una carga puntual Q_1 de $5 \mu C$ en el punto $A(-4,0)$ y otra carga Q_2 de $-2 \mu C$ en el punto $B(4,0)$. Dibuja un **esquema**.

a. Calcula el **vector campo eléctrico** en el punto $C(0,3)$. (0,75 pt.)

b. Calcula el **potencial eléctrico** en el punto $C(0,3)$ y el **trabajo** necesario para trasladar una carga de $1 \mu C$ desde el infinito hasta el punto $C(0,3)$. Interpreta el **signo** del trabajo. (0,75 pt.)



Datos: Distancias en metros. $K = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2$.

a) Calculamos primero los vectores unitarios hacia $C(0,3)$

$$\vec{u}_1 = \frac{(0,3)-(-4,0)}{\sqrt{3^2+4^2}} = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5} \right) = \frac{4}{5} \vec{i} + \frac{3}{5} \vec{j}$$

$$\vec{u}_2 = \frac{(0,3)-(4,0)}{\sqrt{3^2+4^2}} = \left(\frac{-4}{5}, \frac{3}{5} \right) = -\frac{4}{5} \vec{i} + \frac{3}{5} \vec{j}$$

$$r_1 = r_2 = 5 \text{ m}$$

Según el principio de superposición $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$$\vec{E}_1 = K \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{5^2} \left(\frac{4}{5} \vec{i} + \frac{3}{5} \vec{j} \right) = 1440 \vec{i} + 1080 \vec{j} \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = K \frac{Q_2}{r_2^2} \vec{u}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{5^2} \left(-\frac{4}{5} \vec{i} + \frac{3}{5} \vec{j} \right) = 576 \vec{i} - 432 \vec{j} \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 2016 \vec{i} + 648 \vec{j} \frac{N}{C}, \quad |\vec{E}_T| = \sqrt{E_{Tx}^2 + E_{Ty}^2} \approx 2118 \frac{N}{C}$$

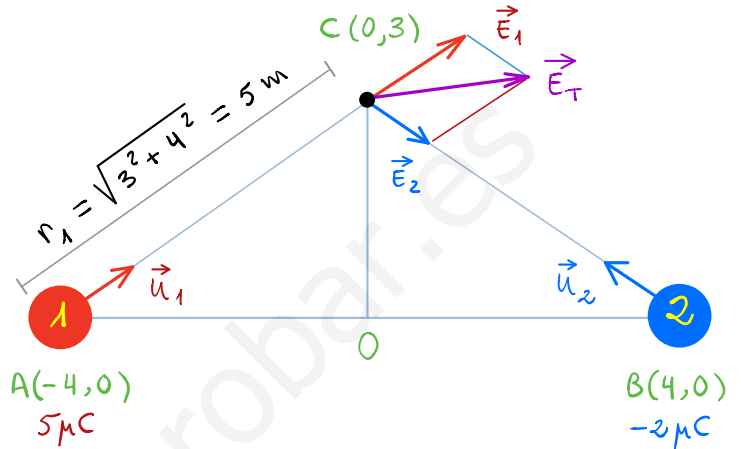
$$\left. \begin{aligned} b) \quad V_1 &= K \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{5} = 9000 \text{ V} \\ V_2 &= K \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{5} = -3600 \text{ V} \end{aligned} \right\} V_T = V_1 + V_2 = 5400 \text{ V en el punto } C(0,3)$$

$$W_{\infty \rightarrow C} = -q (V_C - V_{\infty}) \quad \text{Trabajo eléctrico siendo } q = 1 \mu C \text{ y } V_{\infty} = K \frac{Q}{\infty} = 0$$

$$W_{\infty \rightarrow C} = -q (V_C - V_{\infty}) = -1 \cdot 10^{-6} (5,4 \cdot 10^3 - 0) = -5,4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$W_{\infty \rightarrow C} = -5,4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

El signo negativo del trabajo indica que lo realiza una fuerza externa en contra del campo.



3. Dos **hilos conductores** muy largos, rectilíneos y paralelos, se disponen verticalmente separados 8 cm . Por el conductor situado a la izquierda circula una corriente de intensidad 30 A , y por el situado a la derecha, otra de 20 A , ambas hacia arriba.

- Dibuja un **esquema** y determina el **vector campo magnético** en el **punto medio** entre los dos conductores. (1 pt.)
- Calcula el **vector fuerza por unidad de longitud** ejercida sobre un **tercer conductor** vertical situado en el **punto medio** entre los dos conductores, por el que circula una corriente de 10 A dirigida hacia abajo. (0,5 pt.)



Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm A}^{-1}$

a) $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ *Campo magnético conductor rectilíneo* $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm A}^{-1}$,

Calculemos la intensidad de campo magnético creado por cada corriente en M:

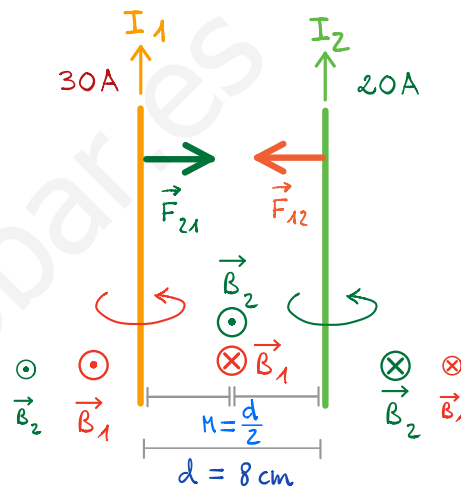
$$\vec{B}_{1M} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \frac{d}{2}} \cdot (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm A}^{-1} \cdot 30\text{ A}}{2\pi \cdot \frac{8 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{2}} \cdot (-\vec{k}) = -1,5 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T}$$

$$\vec{B}_{2M} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \frac{d}{2}} \cdot (+\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm A}^{-1} \cdot 20\text{ A}}{2\pi \cdot \frac{8 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{2}} \cdot (+\vec{k}) = 10^{-4} \vec{k} \text{ T}$$

El campo total:

$$\vec{B}_{TM} = \vec{B}_{1M} + \vec{B}_{2M} = -1,5 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T} + 10^{-4} \vec{k} \text{ T}$$

$$\vec{B}_{TM} = -0,5 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T} = -5 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T}$$



$$F_{1 \rightarrow 2} \Rightarrow \vec{l}_2 \times \vec{B}_1 \Rightarrow \vec{j} \times (-\vec{k}) = -\vec{i}$$

$$F_{1 \rightarrow 2} \Rightarrow \vec{l}_1 \times \vec{B}_2 \Rightarrow \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$$

Los hilos se atraen

b) $\vec{F}_m = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$ *1ª ley de Laplace*

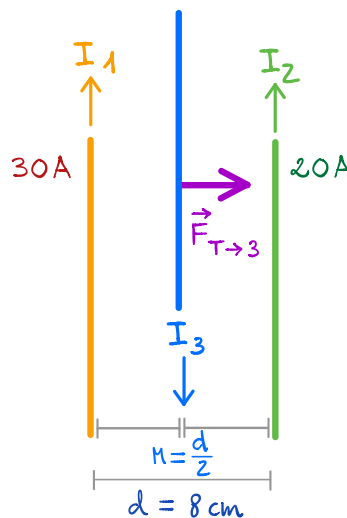
3er conductor: $I_3 = 10\text{ A}$, $\vec{l}_3 = l_3(-\vec{j})$, Ya hemos calculado el campo total $\vec{B}_{TM}$ en ese punto.

$$\vec{F}_3 = I_3 \cdot (\vec{l}_3 \times \vec{B}_{TM}), \text{ el vector es } (-\vec{j}) \times (-\vec{k}) = \vec{i}$$

hacia la derecha (I_3 es más repelida por la corriente I_1 , más fuerte)

En módulo: $\frac{F_3}{l_3} = I_3 \cdot B_{TM} = 10\text{ A} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ T} = 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{m}}$

El vector es $5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{m}} \vec{i}$



4. La **elongación** (en metros) de los puntos de una **onda armónica** unidimensional es:

$$y(x, t) = 0,40 \cdot \sin \left[\pi \cdot (100 \cdot t - 25 \cdot x) \right]$$

- Calcula la **longitud de onda** y la **velocidad de propagación**. (0,5 pt.)
- Calcula el **instante** en que $v = 40\pi \text{ m/s}$ en un punto situado a 2m del foco emisor. (0,75 pt.)
- ¿Cuál es la **distancia mínima** entre dos puntos en **oposición de fase**? **Justifica** la fórmula. (0,25 pt.)

a) $k = 25\pi \text{ m}^{-1}$, $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{25\pi} = 0,08 \text{ m}$

$$\omega = 100\pi \text{ rad/s}, \quad v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{100\pi}{25\pi} = 4 \text{ m/s}$$

b) La velocidad de oscilación $v(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt} = 0,4 \cdot 100\pi \cdot \cos(100\pi t - 25\pi x)$

$$v(x, t) = 40\pi \cdot \cos(100\pi t - 25\pi x)$$

Vemos que $v = 40\pi \text{ m/s}$ es la velocidad máxima. $x = 2 \text{ m}$

$$40\pi = 40\pi \cdot \cos(100\pi t - 25\pi \cdot 2)$$

$$\cos(100\pi t - 50\pi) = 1, \quad \cos \psi = 1 \Rightarrow \psi = 0 \text{ rad (1ª solución)}$$

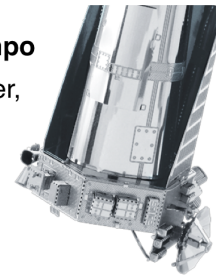
$$\text{luego } 100\pi t - 50\pi = 0 \Rightarrow t = \frac{50\pi}{100\pi} = 0,5 \text{ s (tiempo positivo válido)}$$

c) Oposición de fase: $\Delta \psi = (2n+1) \cdot \pi$, $n \in \mathbb{N} \Rightarrow k \cdot \Delta x = (2n+1) \cdot \pi$

$$\Delta x = \frac{(2n+1) \cdot \pi}{k}, \text{ esta distancia es mínima para } n=0$$

$$n=0 \Rightarrow \Delta x = \frac{\pi}{k} = \frac{\pi}{25\pi} = 0,04 \text{ m}, \text{ que es precisamente } \frac{\lambda}{2}$$

I. Deduce la relación que hay entre el **campo gravitatorio de La Tierra** g_0 y el **campo gravitatorio de un exoplaneta** P , descubierto por el telescopio espacial Kepler, cuyo radio es la tercera parte del terrestre y cuya masa es la mitad de la terrestre:



a. $g_P = \frac{3}{2} \cdot g_0$

b. $g_P = \frac{2}{9} \cdot g_0$

$$g_0 = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \quad (\text{para la Tierra})$$

c. $g_P = \frac{9}{2} \cdot g_0$

(1 pt.)

$$\text{El campo del planeta } P \text{ es } g_P = G \cdot \frac{M_P}{R_P^2} = G \cdot \frac{\frac{M_T}{2}}{\left(\frac{R_T}{3}\right)^2} = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \cdot \frac{9}{2} = \frac{9}{2} \cdot g_0$$

La opción c) es verdadera.

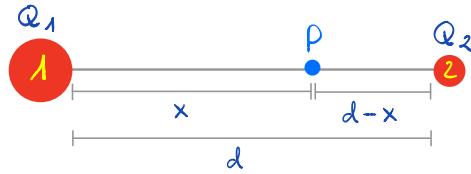
- II. ¿Puede ser **cero** en algún punto el **campo eléctrico total** producido por dos cargas puntuales Q_1 y Q_2 , del mismo signo, de magnitud $Q_1 = 4 \cdot Q_2$ y separadas una distancia d ? Si es así, indica a qué **distancia** x de la carga Q_1 se encontraría dicho punto. Demuéstralo analíticamente (con ecuaciones).

a. $x = \frac{2}{3} \cdot d$

b. $x = \frac{3}{4} \cdot d$

c. El campo eléctrico no se puede anular en esta situación.

(1 pt.)



Podemos equilibrar el campo en un punto entre las cargas, cerca de la más débil.

$$k \cdot \frac{Q_1}{x^2} = k \cdot \frac{Q_2}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{4 \cdot Q_2}{x^2} = \frac{Q_2}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2}, \text{ tomamos raíces cuadradas.}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{d-x} \Rightarrow 2d - 2x = x \Rightarrow 2d = 3x \Rightarrow x = \frac{2}{3} \cdot d \text{ (lejos de la carga grande)}$$

La opción a) es verdadera.

- III. En el centro europeo de Física de altas energías (CERN) se identifica una **partícula** de carga $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ que se mueve en un campo magnético uniforme de valor $0,20 \text{ T}$, describiendo una circunferencia en un plano perpendicular a la dirección del campo magnético con un periodo de $3,2 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ y una velocidad de $3,8 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Calcula su **masa** y determina de qué partícula se trata. **Justifica** las ecuaciones que utilices.

a. Electrón de masa $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

b. Protón de masa $1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

c. Quark "up" de masa $3,64 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$



(1 pt.)

Como $\vec{v} \perp \vec{B}$ se cumple $F_m = F_c \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r}$

Se deduce la expresión de la masa:

$$m = \frac{r \cdot |q| \cdot B}{v} \quad \text{Como } v = \omega \cdot r = \frac{2\pi r}{T}$$

$$m = \frac{r \cdot |q| \cdot B}{\frac{2\pi r}{T}} = \frac{T \cdot |q| \cdot B}{2\pi} \quad (\text{sobra el dato de la velocidad})$$

$$m = \frac{3,2 \cdot 10^{-7} \text{ s} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,2 \text{ T}}{2\pi} \approx 1,63 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

La opción b) es verdadera.

- IV. Un altavoz emite con una potencia de 40 W . Calcula a qué **distancia** del altavoz debemos situarnos para que la intensidad de la onda sonora sea de $1,41 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$:

a. 5 m .

b. 10 m .

c. 15 m .

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{P}{4\pi \cdot I}}$$

$$r = \sqrt{\frac{40 \text{ W}}{4 \cdot \pi \cdot 1,41 \cdot 10^{-2} \text{ W/m}^2}} \approx 15 \text{ m}$$



(1 pt.)

La opción c) es verdadera.