

1. Si la masa de la Luna es 0,012 veces la de la Tierra y su radio es 0,27 veces el terrestre, halla:

a) El campo gravitatorio en la Luna. (0,75 pt.)

b) La velocidad de escape en la Luna (desde la superficie). Justifica la fórmula. (0,75 pt.)

Datos: $g_{\text{Tierra}} = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $R_{\text{Luna}} = 1,7 \cdot 10^3 \text{ km}$

a) El campo gravitatorio de la Luna: $g_{\text{OL}} = G \frac{M_L}{R_L^2}$

El campo gravitatorio de la Luna: $g_{\text{OT}} = G \frac{M_T}{R_T^2}$

La razón: $\frac{g_{\text{OL}}}{g_{\text{OT}}} = \frac{G \frac{M_L}{R_L^2}}{G \frac{M_T}{R_T^2}} = \frac{M_L}{R_L^2} \cdot \frac{R_T^2}{M_T}$, Datos: $M_L = 0,012 \cdot M_T$, $R_L = 0,27 \cdot R_T$

$$\frac{g_{\text{OL}}}{g_{\text{OT}}} = \frac{M_L}{R_L^2} \cdot \frac{R_T^2}{M_T} = \frac{0,012 \cdot M_T}{0,27^2 \cdot R_T^2} \cdot \frac{R_T^2}{M_T} = \frac{0,012}{0,27^2} \Rightarrow g_{\text{OL}} = g_{\text{OT}} \cdot \frac{0,012}{0,27^2} = 9,81 \cdot \frac{0,012}{0,27^2} \approx 1,61 \text{ m/s}^2$$

$$g_{\text{OL}} \approx \frac{1}{6} g_{\text{OT}}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} m v_e^2 - G \frac{Mm}{r} &= \frac{1}{2} m \cdot 0^2 - G \frac{Mm}{\infty} \\ \frac{1}{2} m v_e^2 &= G \frac{Mm}{r} \end{aligned} \right\} v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \Rightarrow \sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}}$$

Luna

Como $g_{\text{OL}} = G \frac{M_L}{R_L^2} \Rightarrow G \cdot M_L = g_{\text{OL}} \cdot R_L^2$, luego $v_e = \sqrt{\frac{2g_{\text{OL}} R_L^2}{R_L}} = \sqrt{2g_{\text{OL}} R_L}$ Velocidad de escape

$$v_e = \sqrt{2 \times 1,61 \times 1,7 \times 10^6} \approx 2339,658095 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2,34 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 2,34 \text{ km/s}$$

Radio en metros

2. Dos cargas eléctricas puntuales de $+1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se encuentran situadas en los puntos A(5,0) y B(-5,0) respectivamente. Las distancias están en metros. Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$

a) Calcula el campo eléctrico y el potencial en los puntos C(8,0) y D(0,4). (1 pt.)

b) Calcula el trabajo realizado al trasladar una carga de $-1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ desde el punto C(8,0) hasta el punto D(0,4). Explica el signo del trabajo. (0,5 pt.)

Calculamos primero los vectores unitarios. Punto D(0,4):

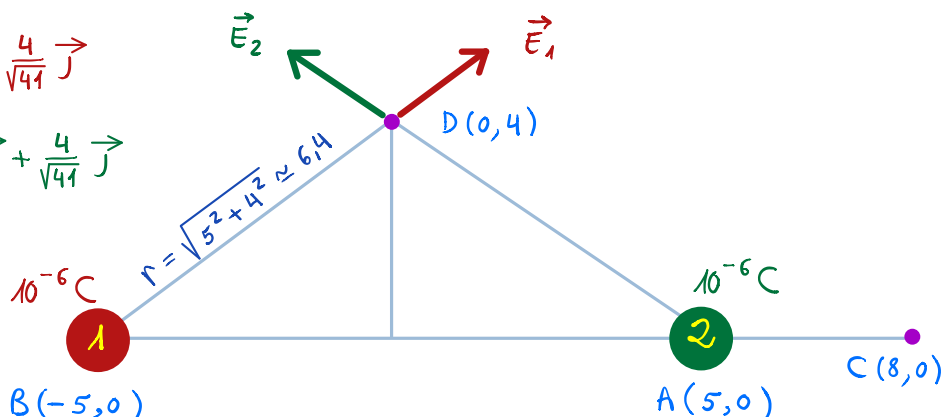
$$\vec{u}_1 = \frac{(0,4) - (-5,0)}{\sqrt{5^2 + 4^2}} = \left(\frac{5}{\sqrt{41}}, \frac{4}{\sqrt{41}} \right) = \frac{5}{\sqrt{41}} \vec{i} + \frac{4}{\sqrt{41}} \vec{j}$$

$$\vec{u}_2 = \frac{(0,4) - (5,0)}{\sqrt{5^2 + 4^2}} = \left(\frac{-5}{\sqrt{41}}, \frac{4}{\sqrt{41}} \right) = -\frac{5}{\sqrt{41}} \vec{i} + \frac{4}{\sqrt{41}} \vec{j}$$

Punto C(8,0):

$$\vec{u}_1 = \vec{i}, \quad r_1 = 8 - (-5) = 13$$

$$\vec{u}_2 = \vec{i}, \quad r_2 = 8 - 5 = 3$$



a) Según el principio de superposición $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ donde $\vec{E} = K \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$ Campo eléctrico

Punto C(8,0):

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_1 &= K \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{13^2} \cdot \vec{u}_1 \simeq 53,25 \vec{u}_1 \frac{N}{C} \\ \vec{E}_2 &= K \frac{Q_1}{r_2^2} \vec{u}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{3^2} \cdot \vec{u}_2 = 10^3 \vec{u}_2 \frac{N}{C} \end{aligned} \right\} \text{No hay componente vertical}$$

$$\vec{E}_{TC} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 53,25 \vec{u}_1 \frac{N}{C} + 10^3 \vec{u}_2 \frac{N}{C} = 1053,25 \vec{u}_2 \frac{N}{C} \simeq 1,05 \cdot 10^3 \vec{u}_2 \frac{N}{C}$$

El potencial $V_T = V_1 + V_2$ donde $V = K \cdot \frac{Q}{r}$ Potencial eléctrico

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= K \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{13} \simeq 692 V \\ V_2 &= K \frac{Q_1}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{3} = 3000 V \end{aligned} \right\} V_{TC} = V_1 + V_2 = 692 V + 3000 V = 3692 V \simeq 3,7 \cdot 10^3 V$$

Punto D(0,4):

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_1 &= K \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{41} \cdot \left(\frac{5}{\sqrt{41}} \vec{u}_1 + \frac{4}{\sqrt{41}} \vec{u}_2 \right) \simeq 171,4 \vec{u}_1 + 137,1 \vec{u}_2 \frac{N}{C} \\ \vec{E}_2 &= K \frac{Q_1}{r_2^2} \vec{u}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{41} \cdot \left(-\frac{5}{\sqrt{41}} \vec{u}_1 + \frac{4}{\sqrt{41}} \vec{u}_2 \right) \simeq -171,4 \vec{u}_1 + 137,1 \vec{u}_2 \frac{N}{C} \end{aligned} \right\} \text{Se cancelan las componentes horizontales}$$

$$\vec{E}_{TD} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 137,1 \vec{u}_2 \frac{N}{C} + 137,1 \vec{u}_2 \frac{N}{C} = 274,2 \vec{u}_2 \frac{N}{C} \simeq 2,74 \cdot 10^2 \vec{u}_2 \frac{N}{C}$$

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= K \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{41}} \simeq 1405,6 V \\ V_2 &= K \frac{Q_1}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{41}} \simeq 1405,6 V \end{aligned} \right\}$$

$$V_{TD} = V_1 + V_2 = 2 \cdot 1405,6 V = 2811,2 V \simeq 2,8 \cdot 10^3 V$$

b) $W_e = -q \cdot \Delta V$ Trabajo eléctrico. Trasladamos una carga $q = -1 \cdot 10^{-6} C$ de C $\rightarrow$ D.

$$W_{C \rightarrow D} = -q (V_D - V_C) = -(-1 \cdot 10^{-6} C) \cdot (2,8 \cdot 10^3 - 3,7 \cdot 10^3) = -9 \cdot 10^{-4} J$$

$W_e < 0$ El trabajo lo realizamos en contra del campo eléctrico.

Tiene sentido porque las cargas eléctricas negativas se mueven en el sentido de los potenciales crecientes y en este caso va al revés.

3. Un electrón que es acelerado por una diferencia de potencial de 1000 V entra en una zona donde hay un campo magnético B perpendicular a su trayectoria (aquí ya no hay campo eléctrico) y describe una órbita circular en un tiempo $T = 2 \cdot 10^{-11}$ s. Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. Calcula:

a) La velocidad del electrón.

(0,75 pt.)

b) El módulo del campo magnético.

(0,75 pt.)

a) $W_e = -q \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$, Suponemos que parte del reposo: $v_0 = 0$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot |q| \cdot \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10^3 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \approx 1,88 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

b) Como $\vec{v} \perp \vec{B}$, $F_m = F_c \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin 90^\circ = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow$

$$|q| \cdot B = m \frac{v}{r} \Rightarrow B = \frac{m \cdot v}{r \cdot |q|},$$

Como no tenemos el radio, utilizamos su relación con el período: $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$B = \frac{m \cdot 2\pi}{r \cdot |q| \cdot T} = \frac{m \cdot 2\pi}{|q| \cdot T} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2\pi}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2 \cdot 10^{-11} \text{ s}} \approx 1,79 \text{ T}$$

4. La longitud de onda máxima capaz de producir el efecto fotoeléctrico en un metal, es 4500 Å.

Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s, $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

a) Calcula el trabajo de extracción en Julios y eV.

(0,75 pt.)

b) Calcula el potencial de frenado si la luz incidente es de $\lambda = 4000 \text{ Å}$.

(0,75 pt.)

a) La longitud de onda máxima se corresponde con la frecuencia umbral.

Por la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico: $h\nu = \underbrace{h\nu_0}_{W_0} + E_{c_e}$, $\lambda_{\text{máx}} = \lambda_0 \Rightarrow \nu_0$

$$W_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda_0} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4500 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = 4,42 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$4,42 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \approx 2,76 \text{ eV}$$

b) Nos piden $W_0 = h\nu - E_{c_{\text{máx}}}$ donde $E_{c_{\text{máx}}} = -q \cdot \Delta V = eV_0$

$$eV_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4000 \cdot 10^{-10} \text{ m}} - 4,42 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 5,53 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$V_0 = \frac{5,53 \cdot 10^{-20} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \approx 0,345 \text{ V} \approx 0,35 \text{ V}$$

CUESTIONES JUSTIFICADAS

I. La ecuación de una onda es $y = 0,02 \sin(50t - 3x)$; esto significa que: $y = A \sin(\omega t - kx)$

a) $\omega = 50 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ y $\lambda = 3 \text{ m}$ b) $v_p = 16,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ y $f = 7,96 \text{ s}^{-1}$ c) $T = 50 \text{ s}$ y $k = 3 \text{ m}^{-1}$ (1,5 pt.)

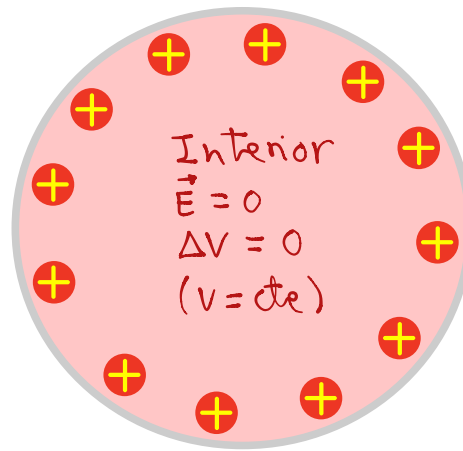
$$\omega = 50 \text{ rad/s}, \quad k = 3 \text{ m}^{-1} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{3} \text{ m} \neq 3 \text{ m}. \text{ Descarto } \textcircled{a}$$

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{50}{3} \approx 16,67 \text{ m/s}, \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{50}{2\pi} \approx 7,96 \text{ Hz}. \text{ Opción } \textcircled{b}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50} \approx 0,126 \text{ s}. \text{ Descarto } \textcircled{c}$$

II. En el interior de una esfera conductora cargada:

- a) El potencial no es nulo.
- b) La carga no es nula.
- c) El campo eléctrico no es nulo.



(0,5 pt.)

Se produce un equilibrio electrostático por lo que se cancela el campo, pero el potencial es constante (no nulo).

$$|\Delta V| = |E \cdot r| = 0 \Rightarrow |\Delta V| = 0$$

$$\Rightarrow V = \text{cte} \neq 0$$

Esfera en equilibrio electrostático

La carga se distribuye por la superficie (en el interior no queda carga).

III. Un objeto de 3 cm de altura se sitúa a 75 cm de una lente delgada convergente y produce una imagen a 37,5 cm a la derecha de la lente. La distancia focal y el tamaño de la imagen son:

a) $f' = -0,25 \text{ m}$, $y' = -1,5 \text{ cm}$

b) $f' = 0,25 \text{ m}$, $y' = -1,5 \text{ cm}$

c) $f' = 0,25 \text{ m}$, $y' = 1,5 \text{ cm}$

$$f = -f' \quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad \text{Ec. de Gauss para lentes delgadas}$$

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad \text{Aumento lateral en lentes delgadas}$$

(1 pt.)

En una lente convergente $f' > 0$. Descarto @.

Datos: $y = 3 \text{ cm}$, $s = -75 \text{ cm}$, $s' = 37,5 \text{ cm}$.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{37,5} - \frac{1}{-75} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = 25 \text{ cm}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = \frac{s'}{s} \cdot y = \frac{37,5}{-75} \cdot 3 \text{ cm} = -1,5 \text{ cm}, \text{ Opción } \textcircled{b}$$

Es lógico porque el objeto está lejos del punto focal y la imagen que se forma está invertida.

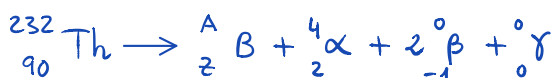
IV. El elemento radiactivo ${}^{232}_{90}\text{Th}$ se desintegra emitiendo una partícula alfa, dos partículas beta y una radiación gamma. El elemento resultante es:

a) ${}^{227}_{88}\text{X}$

b) ${}^{228}_{89}\text{Y}$

c) ${}^{228}_{90}\text{Z}$

(1 pt.)



$$232 = A + 4 \Rightarrow A = 232 - 4 = 228$$

$$90 = Z + 2 - 2 \Rightarrow Z = 90, \text{ Opción } \textcircled{c}$$