

1. Un satélite artificial de 100 kg describe órbitas circulares a una altura de 6000 km sobre la superficie de la Tierra. Datos: $R_T = 6370$ km, $g_0 = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

- a) Calcula el tiempo que tarda en dar una vuelta completa. *Período.*
 b) ¿Cuál es la velocidad de escape desde la órbita? Justifica la fórmula.

(0,75 pt.)

(0,75 pt.)

a) La condición de órbita es: $F_g = F_c$

$$G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{M}{r} = v^2 \quad \left. \vphantom{G \frac{M}{r} = v^2} \right\} G \frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$$

En el movimiento circular $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$G \frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \quad (3^{\text{a}} \text{ ley de Kepler}) \quad T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

$$r = R_T + h = (6370 + 6000) \cdot 10^3 \text{ m} = 1,237 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$\text{Como } g_0 = G \frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R_T^2$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{g_0 \cdot R_T^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (1,237 \times 10^7)^3}{9,81 \cdot (6,37 \cdot 10^6)^2}} \approx 13701,259181 \text{ s} \approx 13701 \text{ s} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \approx 3,8 \text{ h}$$

$$T \approx 1,37 \cdot 10^4 \text{ s}$$

$$b) \left. \begin{aligned} \frac{1}{2} m v_e^2 - G \frac{Mm}{r} &= \frac{1}{2} m \cdot 0^2 - G \frac{Mm}{\infty} \\ \frac{1}{2} m v_e^2 &= G \frac{Mm}{r} \end{aligned} \right\} v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2g_0 \cdot R_T^2}{r}}$$

Velocidad de escape

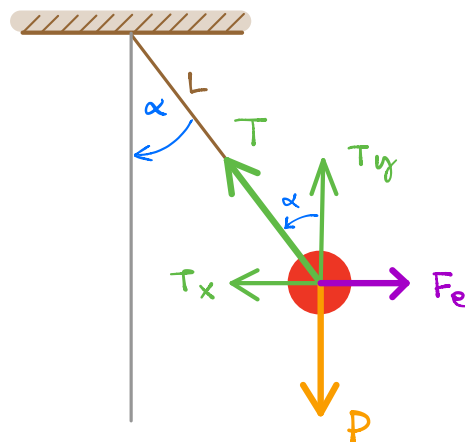
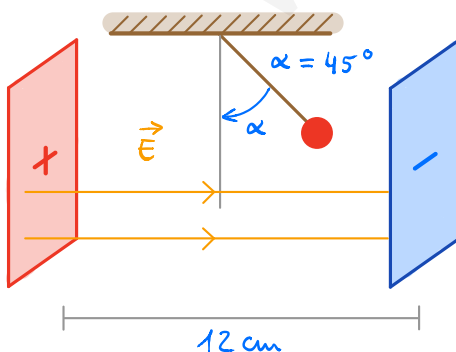
radio orbital

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot (6,37 \times 10^6)^2}{1,237 \times 10^7}} \approx 8022,395784 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 8,02 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8,02 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

2. Una esfera pequeña, de masa 2 g y carga +3 μC , cuelga de un hilo de 6 cm de longitud entre dos placas metálicas verticales y paralelas separadas entre si una distancia de 12 cm. Las placas poseen cargas iguales pero de signo contrario. $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Calcula:

- a) El campo eléctrico entre las placas para que el hilo forme un ángulo de 45° con la vertical. (0,75 pt.)
 b) Si las placas se descargan, ¿cuál será la velocidad de la esfera al pasar por la vertical? (0,75 pt.)

a) Esquema:



2ª ley de Newton

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Eje } x: F_e - T_x &= 0 \\ \text{Eje } y: P - T_y &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} |q| \cdot E &= T \cdot \sin \alpha \\ m \cdot g &= T \cdot \cos \alpha \end{aligned} \right\} \div$$

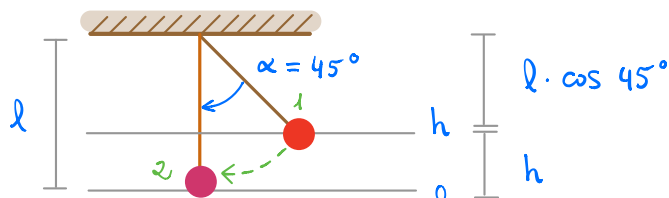
$$\frac{|q| \cdot E}{m \cdot g} = \frac{T \cdot \sin \alpha}{T \cdot \cos \alpha} = \tan \alpha$$

$$\frac{|q| \cdot E}{m \cdot g} = \tan \alpha \Rightarrow E = \frac{m \cdot g}{|q|} \cdot \tan \alpha = \frac{2 \times 10^{-3} \cdot 9,81}{3 \times 10^{-6}} \cdot \tan 45 = 6540 \frac{\text{N}}{\text{C}}, \quad E = 6,54 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$m = 2g = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}, \quad q = 3 \mu\text{C} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$\text{La tensión } T = \frac{|q| \cdot E}{\sin \alpha} = \frac{m \cdot g}{\cos \alpha} = \frac{2 \times 10^{-3} \cdot 9,81}{\cos 45} \approx 0,027747 \text{ N}, \quad T \approx 2,77 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

b)



$$l = 6 \text{ cm}$$

$$h + l \cdot \cos 45^\circ = l$$

$$h = l - l \cdot \cos 45^\circ$$

$$h = 6 \text{ cm} \cdot (1 - \cos 45^\circ) \approx 1,76 \text{ cm} = 0,0176 \text{ m}$$

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$$

$$\cancel{E_{c1}} + E_{p1} = E_{c2} + \cancel{E_{p2}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad E_p = mgh$$

Podemos escoger donde $h = 0$.

$$mgh_1 = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,0176} \approx 0,59 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3. Dos hilos conductores rectos muy largos y paralelos (A y B) con corrientes $I_A = 5 \text{ A}$ e $I_B = 3 \text{ A}$ en el mismo sentido están separados $0,2 \text{ m}$. Dato: $\mu_0 = 4 \cdot \pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$. Calcula:

a) El campo magnético (vector) en el punto medio entre los dos conductores (D).

(0,75 pt.)

b) La fuerza ejercida (vector) sobre un tercer conductor C paralelo los anteriores, de $0,5 \text{ m}$ de longitud y con $I_C = 2 \text{ A}$ y que pasa por el punto D.

(0,75 pt.)

a) $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ Campo magnético conductor rectilíneo

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$$

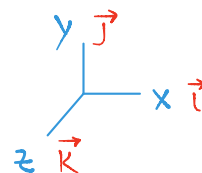
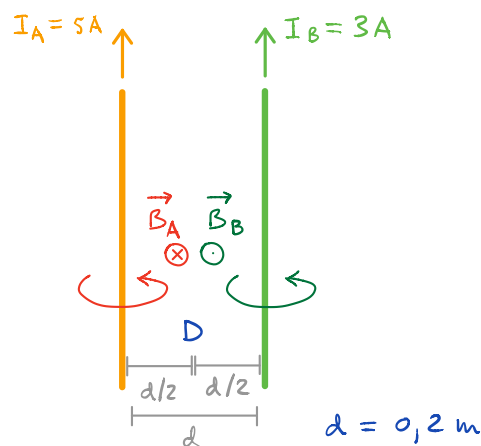
$$\vec{B}_D = \vec{B}_{AD} + \vec{B}_{BD} = B_{AD}(-\vec{K}) + B_{BD}\vec{K}$$

$$\vec{B}_D = \frac{\mu_0 \cdot I_A}{2\pi \cdot \frac{d}{2}}(-\vec{K}) + \frac{\mu_0 \cdot I_B}{2\pi \cdot \frac{d}{2}}(+\vec{K}) = \frac{\mu_0}{\pi \cdot d} (I_B - I_A) \cdot \vec{K}$$

$$\vec{B}_D = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 0,2} (3 - 5) \vec{K} = -4 \cdot 10^{-6} \vec{K} \text{ T}$$

$$\text{Por separado } \vec{B}_{AD} = -10 \cdot 10^{-6} \vec{K} \text{ T}$$

$$\vec{B}_{BD} = +6 \cdot 10^{-6} \vec{K} \text{ T}$$



b) $\vec{F}_m = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$ $\vec{F}_{AB \rightarrow C} = I_C \cdot \vec{l}_C \times \vec{B}_{AB \rightarrow C}$

1ª ley de Laplace

$$\vec{F} = 2 \text{ A} \cdot 0,5 \text{ m} \vec{j} \times (-4 \cdot 10^{-6} \vec{K}) \text{ N} = -4 \cdot 10^{-6} \vec{i} \text{ N}$$

4. El carbono 14 tiene un período de semidesintegración $t_{1/2} = 5730$ años. Una muestra tiene una actividad de $6 \cdot 10^8$ desintegraciones / minuto. Datos: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; masa atómica del $^{14}\text{C} = 14 \text{ g}$. Calcula:

- a) La masa inicial de la muestra en microgramos (μg). (1 pt.)
 b) Su actividad en Becquerel (Bq) dentro de 5000 años. (0,5 pt.)

a) Constante del ^{14}C : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5730 \text{ año}} \approx 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ año}^{-1}$

$$1,2 \cdot 10^{-4} \text{ año}^{-1} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} \approx 3,8 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$$

La actividad inicial A_0 es la del enunciado: $A_0 = 6 \cdot 10^8 \frac{\text{des}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 1 \cdot 10^7 \text{ Bq}$

$$A_0 = \lambda \cdot N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda} \Rightarrow n \cdot N_A = \frac{m_0}{M} \cdot N_A = \frac{A_0}{\lambda} \Rightarrow$$

↑ masa inicial
↑ moles
↑ masa atómica

$$m_0 = \frac{A_0}{\lambda} \cdot \frac{M}{N_A} = \frac{1 \cdot 10^7 \cdot 14}{3,8 \cdot 10^{-12} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} \approx 0,000061 \text{ g} \Rightarrow m_0 \approx 6,1 \cdot 10^{-5} \text{ g} = 61 \mu\text{g}$$

b) $A = A_0 e^{-\lambda t} = 1 \cdot 10^7 \cdot e^{-1,2 \cdot 10^{-4} \cdot 5000} \approx 5488116,360940 \text{ Bq}$

↑
Expreso λ en año^{-1}
 $A \approx 5,49 \cdot 10^6 \text{ Bq}$

CUESTIONES JUSTIFICADAS

I. Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje X con velocidad $v_p = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. La amplitud de la onda es $A = 0,10 \text{ m}$ y su frecuencia es $f = 50 \text{ Hz}$. ¿Cuál es la distancia mínima entre dos puntos situados en oposición de fase?

- a) 0,1 m **b) 0,2 m** c) 0,3 m (1 pt.)

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$v_p = \frac{\omega}{k} \Rightarrow k = \frac{\omega}{v_p} = \frac{100\pi \text{ rad/s}}{20 \text{ m/s}} = 5\pi \text{ m}^{-1}$$

El desfase espacial $\Delta\psi = k \Delta x$

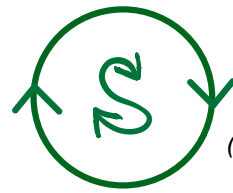
La condición de oposición de fase es $\Delta\psi = (2n+1) \cdot \pi$

$$k \Delta x = (2n+1) \cdot \pi, \text{ distancia mínima: } n=0 \Rightarrow$$

$$k \Delta x = \pi$$

$$5\pi \Delta x = \pi \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ m} \quad \text{Opción (b)}$$

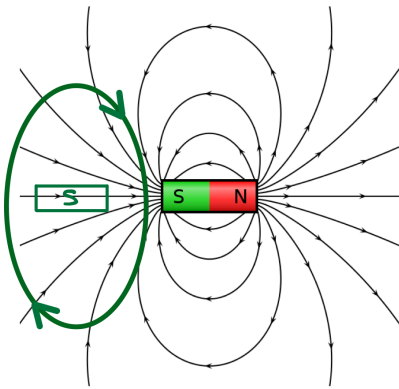
- II. Se induce corriente en sentido horario en una espira en reposo si:
- a) Acercamos el polo norte o alejamos el polo sur de un imán rectangular.
 - b) Alejamos el polo norte o acercamos el polo sur.
 - c) Mantenemos en reposo el imán y la espira.



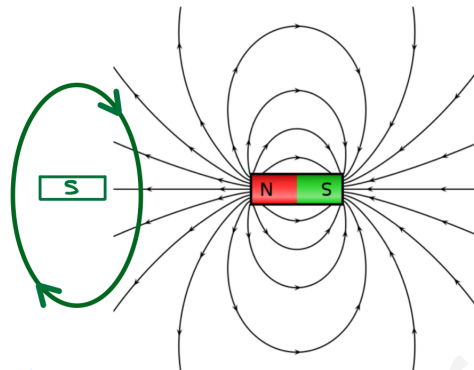
El sentido horario es un polo sur.

(0,5 pt.)

Se explica por la ley de Lenz:



Al acercar un polo S se origina en el circuito una cara S que lo repele.



Al alejar un polo N se origina en el circuito una cara S que lo atrae.

Cuando un imán se mueve acercándose o alejándose de una espira, en ésta se induce una corriente eléctrica que produce un polo magnético cuyo efecto sobre el flujo magnético es opuesto al causado por el imán. Opción **b)**

- III. Un objeto de 3 cm está situado a 8 cm de un espejo esférico cóncavo y produce una imagen a 10 cm a la derecha del espejo. La distancia focal y el tamaño de la imagen son: $y = 3 \text{ cm}$, $S = -8 \text{ cm}$, $S' = 10 \text{ cm}$

- a) $f = -0,4 \text{ m}$, $y' = 3,75 \text{ cm}$
 - b) $f = 0,4 \text{ m}$, $y' = 3,75 \text{ cm}$
 - c) $f = -0,4 \text{ m}$, $y' = -3,75 \text{ cm}$
- (1,5 pt.)

$$f = f' = \frac{R}{2}$$

Distancia focal en un espejo esférico.

$$\frac{1}{S'} + \frac{1}{S} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$$

Ec. espejos esféricos

$$A = \frac{y'}{y} = -\frac{S'}{S}$$

Aumento lateral en espejos esféricos

$$\frac{1}{S'} + \frac{1}{S} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{-8} = \frac{1}{-40} \Rightarrow f' = -0,4 \text{ m} < 0 \text{ (espejo cóncavo)}$$

$$A = \frac{y'}{y} = -\frac{S'}{S}, \quad y' = -\frac{S'}{S} \cdot y = -\frac{10}{-8} \cdot 3 \text{ cm} \simeq 3,75 \text{ cm} \quad \text{Opción **a)**}$$

- IV. Para el efecto fotoeléctrico, razona cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

- a) La frecuencia umbral depende del número de fotones que llegan a un metal en cada segundo.
 - b) La energía cinética máxima del electrón emitido por un metal no depende de la frecuencia de la radiación incidente.
 - c) El potencial de frenado depende de la frecuencia de la radiación incidente.
- (1 pt.)

Por la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico: $h\nu = h\nu_0 + E_{ce}$ donde $\nu_0 \equiv$ frecuencia umbral

$\nu_0 = \frac{h\nu - E_{ce}}{h}$, No depende del n° de fotones por segundo (intensidad). Descarto **a)**.

$E_{ce} = h\nu - h\nu_0$, Sí depende de ν (frecuencia del fotón incidente). Descarto **b)**.

$V_0 = \frac{h\nu - h\nu_0}{e}$, V_0 sí depende de ν (frecuencia del fotón incidente). Opción **c)**