

1. Sabemos que la Tierra gira en torno al Sol describiendo una **órbita** con un **radio medio** de 150 millones de kilómetros y que da **una vuelta** alrededor del Sol cada 365 días. Calcula la **masa** del Sol.

**Justifica** la fórmula que utilices. Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$  (1,5 pt.)

Datos: Pasamos a unidades S.I.  $r = 150 \cdot 10^6 \text{ km} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$

$$T = 365 \text{ día} \cdot \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 31.536.000 \text{ s}$$

De acuerdo con la condición de órbita  $F_g = F_c$

$$\left. \begin{array}{l} G \frac{M \cdot m}{r^2} \text{ an } \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{M}{r} = v^2 \\ \text{En el movimiento circular } v = \frac{2\pi r}{T} \end{array} \right\} G \frac{M}{r} = \left( \frac{2\pi r}{T} \right)^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G \frac{M}{r} \Rightarrow \boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = K} \Rightarrow \boxed{T^2 = K \cdot r^3} \quad \begin{array}{l} \text{magnitudes} \\ \text{directamente} \\ \text{proporcionales} \end{array}$$

Vamos a calcular la masa del Sol analíticamente  $\Rightarrow$

$$\boxed{M_{\odot} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}}$$

$$M_{\odot} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (1,5 \cdot 10^{11} \text{ m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (31.536.000 \text{ s})^2} \simeq 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

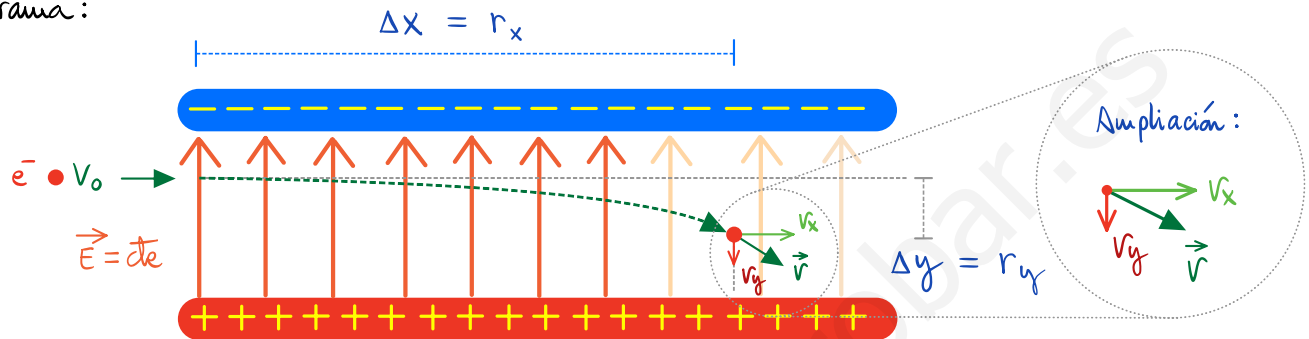
2. Un **haz de electrones** se mueve en el sentido positivo del eje  $X$  con una **velocidad** de módulo  $v_0 = 10^7 \text{ m/s}$  y penetra entre dos **placas eléctricas** que generan un **campo eléctrico** vertical y **uniforme**  $\vec{E} = 4 \cdot 10^3 \vec{j} \text{ V/m}$  donde el haz es **desviado**.

a) Dibuja un **esquema** de la situación. Calcula el **vector aceleración** de un **electrón** cuando se desliza entre las placas sometido al campo eléctrico. (0,75 pt.)

b) ¿Cuánto se **desviará verticalmente** después de  $t = 10 \text{ ns}$  (nanosegundos) y qué **distancia** habrá recorrido en **horizontal** en el mismo tiempo? (0,75 pt.)

Datos: Masa electrón:  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , Carga electrón:  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

a) Diagrama:



Aceleración:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \vec{F} = q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a} \\ q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$$

$$\vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m} \Rightarrow \vec{a} = \frac{-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 4 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \vec{j} = -7,03 \cdot 10^{14} \vec{j} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) En horizontal el movimiento es m.r.u., mientras que en vertical es m.r.u.a.

La desviación vertical hacia abajo  $\Delta y = r_y$ ;  $t = 10 \text{ ns} = 10^{-8} \text{ s}$

$$r_y = \underbrace{v_{0y}}_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot E}{m} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 7,03 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (10^{-8} \text{ s})^2 \approx 0,035 \text{ m} = 3,5 \text{ cm}$$

Si introducimos la aceleración con un signo negativo,  $r_y < 0$  indica que se desliza hacia abajo.

$$\text{En horizontal } \Delta x = r_x = v_0 \cdot t = 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10^{-8} \text{ s} = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

3. De un **muelle** cuelga una **masa** de 500 g que describe un **MAS** de 10 cm de **amplitud** realizando 2 **oscilaciones** completas cada **segundo**. En el **instante inicial**, la **elongación** es de -10 cm . Calcula:

- a) La **constante recuperadora**  $k$  del muelle. (0,25 pt.)  
 b) La **elongación** y la **velocidad** de dicha masa en el **instante**  $t = 0,2$  s . (0,75 pt.)  
 c) La **energía cinética** y la **potencial** en el instante  $t = 0,2$  s . (0,5 pt.)

Datos:  $m = 500 \text{ g} = 0,5 \text{ kg}$  ;  $A = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$

a)  $K = m \omega^2$  Sabemos que realiza 2 oscilaciones por segundo (frecuencia)  $\Rightarrow f = 2 \text{ Hz}$   
 La frecuencia angular  $\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 2 \text{ Hz} = 4\pi \text{ rad/s}$   
 $K = m \omega^2 = m (2\pi \cdot f)^2 = m 4\pi^2 f^2 = 0,5 \text{ kg} \cdot 4\pi^2 \cdot (2 \text{ Hz})^2 \simeq 79 \text{ N/m}$  o bien  $8\pi^2 \text{ N/m}$

b)  $y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$  Ecuación M.A.S. con fase inicial

Condiciones iniciales c.l.)  $t=0$  ;  $y = -10 \text{ cm} = -A$

$$-A = A \cdot \sin(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \Rightarrow \sin \varphi_0 = -1 \Rightarrow \varphi_0 = \arcsin(-1) = \frac{3\pi}{2} \text{ rad} = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$y = 0,1 \cdot \sin\left(4\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) \text{ m} \text{ Ecuación M.A.S.}$$

$$y(t=0,2 \text{ s}) = 0,1 \cdot \sin\left(4\pi \cdot 0,2 + \frac{3\pi}{2}\right) \simeq 0,08 \text{ m}$$

La velocidad  $v = \frac{dy}{dt} = A \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,1 \cdot 4\pi \cdot \cos\left(4\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) \text{ m/s}$$

$$v(t=0,2 \text{ s}) = 0,1 \cdot 4\pi \cdot \cos\left(4\pi \cdot 0,2 + \frac{3\pi}{2}\right) \simeq 0,74 \text{ m/s}$$

c)  $E_c = \frac{1}{2} m v^2$  Energía Cinética  $\Rightarrow E_c = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \text{ kg} \cdot (0,74 \text{ m/s})^2 = 0,137 \text{ J}$

$E_p = \frac{1}{2} K y^2$  Energía Potencial elástica  $\Rightarrow E_p = \frac{1}{2} \cdot 79 \text{ N/m} \cdot (0,08 \text{ m})^2 = 0,253 \text{ J}$

4. Una **onda armónica transversal** se propaga según la ecuación:

$$y(x, t) = 2 \cdot \cos \left( 2\pi \left[ \frac{t}{4} - \frac{x}{1,6} \right] \right)$$

donde las distancias se miden en metros y el tiempo en segundos.

- Calcula módulo de la **velocidad de propagación**. (0,25 pt.)
- Calcula el primer **instante** en el que la **velocidad** de oscilación es **máxima** a una **distancia** de 1 m del foco emisor. Calcula dicha **velocidad máxima**. (1,25 pt.)
- Calcula la **diferencia de fase**, en un instante dado, entre dos partículas **separadas** 5,6 m en la dirección de avance de la onda. Indica si están en **fase**, en **oposición de fase** o en **otra** situación diferente. (0,5 pt.)

$$y(x, t) = A \cdot \cos \left( 2\pi \cdot \left[ \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right] + \varphi_0 \right) \quad \text{Ecuación general de la onda}$$

↑  
Sentido del eje x (signo menos)

$$y(x, t) = 2 \cdot \cos \left( 2\pi \cdot \left[ \frac{t}{4} - \frac{x}{1,6} \right] \right) \quad \text{siendo } \varphi_0 = 0 \text{ rad}$$

↑                      ↑      ↑  
 A                      T      λ

a) velocidad de propagación  $v_p = \frac{\lambda}{T} = \frac{1,6 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 0,4 \text{ m/s}$

b) Calculamos la velocidad de vibración: Necesito  $\omega = 2\pi \cdot \frac{1}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$  velocidad angular

$$v(x, t) = \frac{dy(x, t)}{dt} = -2 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sin \left( 2\pi \cdot \left[ \frac{t}{4} - \frac{x}{1,6} \right] \right) \text{ m} = -\pi \cdot \sin \left( 2\pi \cdot \left[ \frac{t}{4} - \frac{x}{1,6} \right] \right) \text{ m}$$

$$v(x, t) \text{ máxima en } x = 1 \text{ m} \Rightarrow \sin \left( 2\pi \cdot \left[ \frac{t}{4} - \frac{1}{1,6} \right] \right) = \pm 1 \quad \text{Valores máximos}$$

└──────────┘  
 φ ≡ fase

$$\sin \varphi = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow 2\pi \cdot \left[ \frac{t}{4} - \frac{1}{1,6} \right] = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{t}{2} - \frac{2}{1,6} = -\frac{1}{2} \Rightarrow t = 1,5 \text{ s} \quad (1^{\text{a}} \text{ solución})$$

$$\sin \varphi = +1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2\pi \cdot \left[ \frac{t}{4} - \frac{1}{1,6} \right] = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{t}{2} - \frac{2}{1,6} = \frac{1}{2} \Rightarrow t = 3,5 \text{ s} \quad (2^{\text{a}} \text{ solución})$$

La velocidad máxima  $v_{\text{máx}} = A \cdot \omega = 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \pi \text{ m/s}$

c)  $\Delta\psi = K \cdot \Delta x$  Diferencia de fase espacial, luego  $\Delta x = 5,6 \text{ m}$

$$\text{nº de onda } k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1,6} \text{ m}^{-1} \Rightarrow \Delta\psi = \frac{2\pi}{1,6} \text{ m}^{-1} \cdot 5,6 \text{ m} = 7\pi \text{ rad}$$

La diferencia de fase es un múltiplo impar de  $\pi$ , luego las partículas están en oposición de fase.

Método II:  $\Delta\psi = (2n+1) \cdot \pi \Rightarrow \Delta x = |x_2 - x_1| = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad n \in \mathbb{N} \quad (0, 1, \dots)$

$$(2n+1) \cdot \frac{\lambda}{2} = \Delta x \Rightarrow (2n+1) = \frac{2 \cdot \Delta x}{\lambda} = \frac{2 \cdot 5,6 \text{ m}}{1,6 \text{ m}} = 7 \text{ (impar)} \Rightarrow \text{oposición de fase.}$$

### 💡 CUESTIONES JUSTIFICADAS:

I. Una partícula **cargada** se mueve **espontáneamente** hacia puntos en los que el **potencial electrostático aumenta**. El **signo** de la carga eléctrica será:

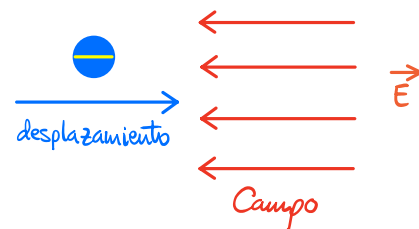
a. **Positivo.**

b. **Negativo.**

(0,5 pt.)

c. **No se puede saber.**

Como  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$  la carga se acelera, luego se incrementa la energía cinética y el signo del trabajo eléctrico es positivo:  $W_{A \rightarrow B} > 0$  (lo realiza el campo).

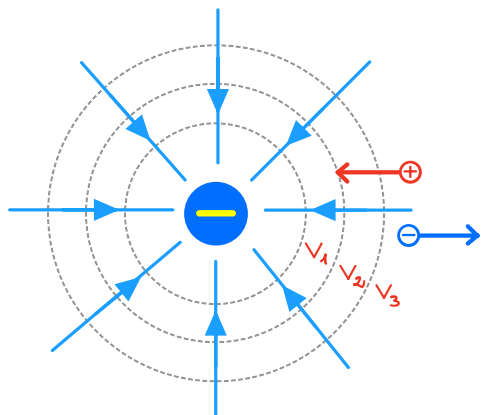


$$W_{A \rightarrow B} = -q \cdot \Delta V = \Delta E_c = -\Delta E_p \quad \text{Trabajo eléctrico}$$

Si  $q > 0 \Rightarrow W_{A \rightarrow B} = -q \cdot \Delta V_{AB} \Rightarrow \Delta V_{AB} < 0$  Disminuye el potencial.

Si  $q < 0 \Rightarrow W_{A \rightarrow B} = -q \cdot \Delta V_{AB} \Rightarrow \Delta V_{AB} > 0$  Aumenta el potencial. Es nuestro caso.

$\Delta V_{AB} > 0$  porque la carga es negativa  $\Rightarrow$  La respuesta correcta es la ②

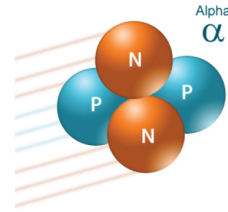


$$V = K \cdot \frac{Q^-}{r} \Rightarrow$$

$$V_1 < V_2 < V_3$$

II. Un **protón** y una partícula **alfa** (consiste en dos protones y dos neutrones:  $q_\alpha = 2 \cdot q_p$ ;  $m_\alpha = 4 \cdot m_p$ ) penetran, con la misma velocidad, en un campo magnético uniforme **perpendicularmente** a las líneas del campo. Justifica cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- Las partículas atraviesan el campo **sin desviarse**.
- El **protón** describe una órbita circular de **menor radio**.
- La **partícula alfa** describe una órbita circular de **menor radio**.



(1 pt.)

Datos:  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$\vec{B} \perp \vec{v} \Rightarrow \sin(\vec{v}, \vec{B}) = \sin 90^\circ = 1 \Rightarrow$  se cumple la condición de órbita.

$$\boxed{F_m = F_c} \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}} \quad \left. \begin{array}{l} m_\alpha = 4 \cdot m_p \\ q_\alpha = 2 \cdot q_p \end{array} \right\}$$

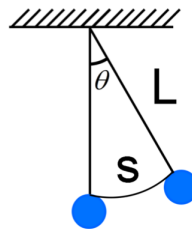
Para la partícula  $\alpha \Rightarrow r_\alpha = \frac{m_\alpha \cdot v}{|q_\alpha| \cdot B} = \frac{4 \cdot m_p \cdot v}{2 \cdot |q_p| \cdot B} = 2 \cdot \frac{m_p \cdot v}{|q_p| \cdot B} = 2 \cdot r_p$

Luego  $r_\alpha > r_p \Rightarrow r_p < r_\alpha \Rightarrow$  El protón describe una órbita de menor radio que la alfa.  
La respuesta correcta es la (b)

III. ¿Cuánto tiene que cambiar la **longitud**  $L$  de un péndulo para que se **triplique** su **frecuencia**?

Llamaremos  $L'$  a la **nueva longitud**. Su valor será:

- $L' = \frac{L}{3}$
- $L' = 9 \cdot L$
- $L' = \frac{L}{9}$



(0,75 pt.)

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}} \quad \text{Período de un péndulo}$$

Despejamos la longitud del péndulo:  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow \boxed{l = \frac{g}{\omega^2}} \quad \omega \propto f \text{ proporcional}$

Luego  $L = \frac{g}{\omega^2}$  y  $L' = \frac{g}{\omega'^2}$  siendo  $\omega' = 3 \cdot \omega \Rightarrow$

$\Rightarrow L' = \frac{g}{(3 \cdot \omega)^2} = \frac{g}{9 \cdot \omega^2} = \frac{1}{9} \cdot \frac{g}{\omega^2} = \frac{1}{9} \cdot L \Rightarrow L' = \frac{1}{9} \cdot L$  La respuesta correcta es la (c)

IV. En un medio homogéneo e isótropo, una fuente sonora produce, a una distancia  $r$ , un sonido de  $50 \text{ dB}$ .

Si la intensidad del sonido se hace 1000 veces mayor, la **nueva sonoridad**, a la misma distancia será:

a.  $80 \text{ dB}$

b.  $70 \text{ dB}$

(1,25 pt.)

c.  $60 \text{ dB}$

Nota: No conocemos el valor de la intensidad umbral  $I_0$ .

Estudiamos la intensidad sonora :  $\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$  Sensación sonora  
escala decibélica

$$\beta_1 = 50 \text{ dB} ; r ; I_1$$

$$I_2 = 10^3 \cdot I_1 \Rightarrow \beta_2 = ? \text{ desconocida}$$

$$\beta_1 = 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0} = 50 \Rightarrow \log \frac{I_1}{I_0} = 5 \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = 10^5 \Rightarrow I_1 = 10^5 \cdot I_0$$

$$\beta_2 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \cdot \log \frac{10^3 \cdot I_1}{I_0} = 10 \cdot \log \frac{10^3 \cdot 10^5 \cdot I_0}{I_0} \Rightarrow$$

$$\beta_2 = 10 \cdot \log 10^8 = 10 \cdot 8 = 80 \text{ dB} ; \text{ la respuesta correcta es la @ } \beta_2 = 80 \text{ dB}$$

**COMPLEMENTARIO:** Un **péndulo eléctrico** está formado por una esfera metálica de  $1\text{ g}$  de **masa** colgada de un hilo muy fino de  $1,5\text{ m}$  de **longitud**. Se **carga** la esfera con  $+1,3 \cdot 10^{-8}\text{ C}$  y se hace **oscilar** en una región en la que existe un **campo eléctrico uniforme vertical**. Cuando el campo es vertical de abajo a arriba  $\vec{j}$ , la esfera efectúa 100 oscilaciones en  $314\text{ s}$  y si el campo está dirigido de arriba a abajo  $-\vec{j}$ , tarda  $207\text{ s}$  en dar 100 oscilaciones. No conocemos la aceleración de la gravedad  $g$ .  
Calcula la intensidad del **campo eléctrico** y el **valor de  $g$**  en el lugar de la experiencia. (1,5 pt.)

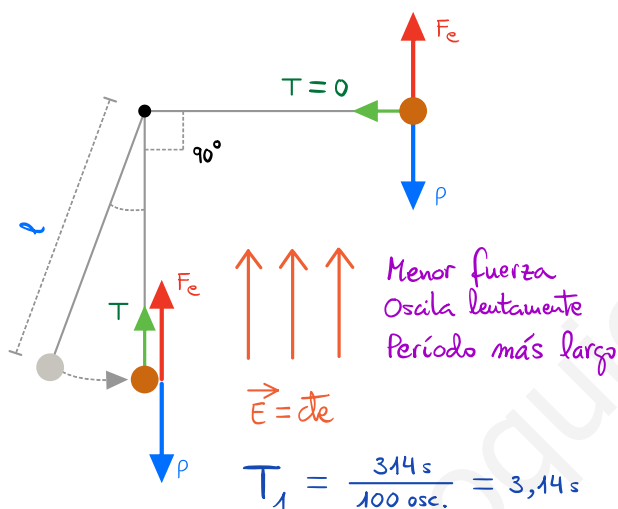
Datos:  $m = 1\text{ g} = 10^{-3}\text{ kg}$  ;  $l = 1,5\text{ m}$  ;  $q = 1,3 \cdot 10^{-8}\text{ C}$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

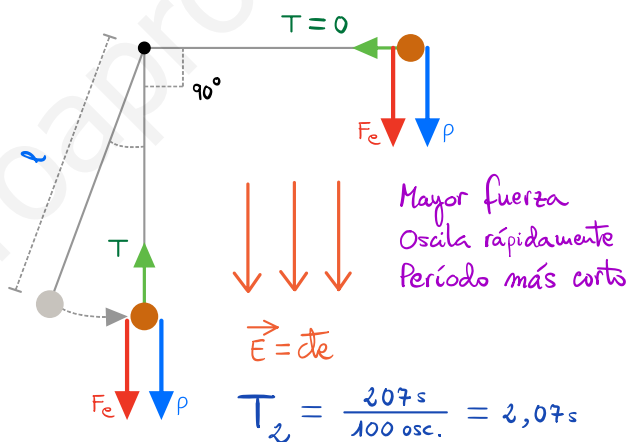
Período de un péndulo

Cuando el péndulo alcanza la posición más alta (con el hilo paralelo a la horizontal) la situación es más fácil de analizar porque la tensión es nula y podremos aplicar la 2ª ley de Newton:  $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Situación 1: El campo eléctrico va hacia arriba



Situación 2: El campo eléctrico va hacia abajo



En nuestro caso  $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{a}}$  ; la aceleración cambia en ambas situaciones ; despejamos  $a$  :

$$T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{l}{a} \Rightarrow a = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

Calculamos:  $a_1 = \frac{4\pi^2 (1,5\text{ m})^2}{(3,14\text{ s})^2} \approx 6\text{ m/s}^2$

Aplicamos la 2ª ley de Newton:  $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$a_2 = \frac{4\pi^2 (1,5\text{ m})^2}{(2,07\text{ s})^2} \approx 13,82\text{ m/s}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Situación 1: } m \cdot g - |q| \cdot E = m \cdot a_1 \\ \text{Situación 2: } m \cdot g + |q| \cdot E = m \cdot a_2 \end{array} \right\} \text{Sumando} \Rightarrow 2m \cdot g = m \cdot (a_1 + a_2) \Rightarrow$$

$$g = \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{6 + 13,82}{2} = 9,91\text{ m/s}^2$$

$$\text{Restando} \Rightarrow 2|q| \cdot E = m \cdot (a_2 - a_1) \Rightarrow$$

$$E = \frac{m \cdot (a_2 - a_1)}{2 \cdot |q|} = \frac{10^{-3}\text{ kg} \cdot (13,82 - 6)\text{ m/s}^2}{2 \cdot 1,3 \cdot 10^{-8}\text{ C}} \approx 3 \cdot 10^5\text{ N/C}$$

Método II: Sabiendo que en la situación 1 hay una aceleración que contrarresta a la gravedad  $g$  en una cantidad  $x$ ; la aceleración a la que está sometido el péndulo es  $g - x$ , de modo que el período es más largo (menor fuerza).

Cuando invertimos el campo eléctrico en la situación 2 hay una aceleración que se suma a la gravedad  $g$  en una cantidad  $x$ ; la aceleración a la que está sometido el péndulo es  $g + x$ , de modo que el período es más corto (mayor fuerza).

$$\left. \begin{array}{l} \text{Situación 1: } T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g-x}} = \frac{314\text{ s}}{100 \text{ osc.}} = 3,14\text{ s} \\ \text{Situación 2: } T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g+x}} = \frac{207\text{ s}}{100 \text{ osc.}} = 2,07\text{ s} \end{array} \right\} \text{Podríamos calcular } x \text{ y } g \text{ resolviendo el sistema.}$$

Método III: Resulta más sencillo todavía calcular las aceleraciones como antes:

$$a_1 = 6 \text{ m/s}^2 ; a_2 = 13,82 \text{ m/s}^2 \text{ y resolvemos el sistema:}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Situación 1: } g - x = 6 \\ \text{Situación 2: } g + x = 13,82 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Sumando } 2g = 6 + 13,82 \Rightarrow g = \frac{6 + 13,82}{2} = 9,91 \text{ m/s}^2$$
$$x = 13,82 - g = 13,82 - 9,91 = 3,91 \text{ m/s}^2$$

$x$  es el tirón de aceleración adicional que se suma o resta en cada situación.

Para calcular el campo eléctrico  $F = |q| \cdot E = m \cdot a$ , siendo  $a = x = 3,91 \text{ m/s}^2$

$$E = \frac{m \cdot a}{|q|} = \frac{m \cdot x}{|q|} = \frac{10^{-3} \text{ kg} \cdot 3,91 \text{ m/s}^2}{1,3 \cdot 10^{-8} \text{ C}} \approx 3 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$