1. Estudia la continuidad de la siguiente función, si hay discontinuidades di de qué tipo son. (1 PUNTOS)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+1}{x+1} & si\, x < -1 \\ 3x+1 & si -1 \leq x \leq 2 \\ 2x-5 & si\ > 2 \end{cases}$$

2. Averiguar a,b para que la función f(x) sea continua (1 PUNTOS)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x+b}{x-1} & si\, x \leq 0 \\ \dfrac{4}{x-2} & si\ 0 < x < 1 \\ \dfrac{x^2+1}{ax} & si\ x \geq 1 \end{cases}$$

3. Calcula todas las asíntotas de las siguientes funciones: (2 PUNTOS)
   a. $f(x) = \frac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9}$ $\qquad$ $b. f(x) = \frac{6x-2}{4x^2-1}$

4. Calcula los siguientes límites: (5 PUNTOS)

$$a. \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x}-1}{x-1} \qquad b. \lim_{x\to 3} \frac{x^2+5}{x-3} \qquad c. \lim_{x\to\infty} \left(\frac{5x^2-3x}{5x^2+4x-7}\right)^{x^2+7}$$

$$d. \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2-7}{x+3} - \frac{3x^2+5x}{2x-8}\right) \qquad e. \lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x}\right.$$

5. Hacemos un estudio sobre la evolución del número de individuos, en miles, de una especie protegida de águila, durante los primeros años, y obtenemos la función: A(t)=$\frac{16t+12}{2t+3}$ siendo t el tiempo en años.
   a. ¿Cuántas águilas hay en este momento? ¿ y a los 8 años?
   b. Suponiendo que esta función continuará siendo válida a lo largo del tiempo, ¿se estabilizará la población de águila real? (1 PUNTO)

CONTROL TEMA 6 (2) 1ºB

(1) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+1}{x+1} & \text{si } x<-1 \\ 3x+1 & \text{si } -1\le x\le 2 \\ 2x-5 & \text{si } x>2 \end{cases}$

Continua pq $-1 \notin$ Dom. de def.
Cont. por ser polinómica
Cont. por. ser polinómica.

En $x=-1$

$f(-1)=-2$

$\lim_{x\to-1^-} \dfrac{x^2+1}{x+1} = \dfrac{2}{0} = \pm\infty$

$\neq$ Disc. inev. de salto infinito

$\lim_{x\to-1^+} 3x+1 = -2$

En $x=2$

$f(2)=7$

$\lim_{x\to2^-} 3x+1=7$

$\neq$ Disc. inev. salto

$\lim_{x\to2^+} 2x-5=-1$

(2) Cont. en su intervalo de definición

$f(x)=\begin{cases} \dfrac{3x+b}{x-1} & \text{si } x\le 0 \\ \dfrac{4}{x-2} & \text{si } 0<x<1 \\ \dfrac{x^2+1}{ax} & \text{si } x\ge 1 \end{cases}$

$1 \notin$ Dom de definición $\to$ Continua
$2 \notin$ Dom. de definición $\to$ Continua
$0 \notin$ Dom. de definición $\to$ Continua.

En $x=0$

$f(0)=\dfrac{b}{-1}=-b$

$\lim_{x\to0^-} \dfrac{3x+b}{x-1} = -b$

$\|$

$\lim_{x\to0^+} \dfrac{4}{x-2} = -2$

$-b=-2 \to \boxed{b=2}$

En $x=1$

$f(1)=\dfrac{x^2+1}{ax}=\dfrac{2}{a}$

$\lim_{x\to1^-} \dfrac{4}{x-2} = \dfrac{4}{-1} = -4$

$\|$

$\lim_{x\to1^+} \dfrac{x^2+1}{ax} = \dfrac{2}{a}$

$\dfrac{2}{a}=-4 \to \boxed{a=-\dfrac{1}{2}}$

Si $a=-1/2$ y $b=2$ la función es continua.

(3) a) $f(x)=\dfrac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9}$ Dom f: $\mathbb{R}-\{-3,3\}$

AV $\lim_{x\to-3} \dfrac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9} = \pm\infty \to \boxed{x=-3}$

$\lim_{x\to3} \dfrac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9} = \pm\infty \to \boxed{x=3}$

AH $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$ No tiene

AO $m=\lim_{x\to\pm\infty} \dfrac{4x^3-7x^2+4x}{x^3-9x} = 4$

$n=\lim_{x\to\pm\infty} \left[\dfrac{4x^3-7x^2+4x}{x^2-9} - 4x\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \dfrac{-7x^2+40x}{x^2-9} = -7$

b) $f(x)=\dfrac{6x-2}{4x^2-1}$ Dom f: $\mathbb{R}-\{-1/2,\ 1/2\}$

AV $\lim\limits_{x\to -1/2} f(x)=\pm\infty \to \boxed{x=-1/2}$

$\lim\limits_{x\to 1/2} f(x)=\pm\infty \to \boxed{x=1/2}$

AH $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=0 \to \boxed{y=0}$

AO no tiene porque hay AH

(4) a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{2-x}-1}{x-1}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2-x-1}{(x-1)\left[\sqrt{2-x}+1\right]}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x}{(x-1)\left[\sqrt{2-x}+1\right]}=$

$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{-\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}\left[\sqrt{2-x}+1\right]}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{-1}{\sqrt{2-x}+1}=\dfrac{-1}{2}$

b) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+5}{x-3}=\dfrac{14}{0}\to$ $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\dfrac{+}{-}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\dfrac{+}{+}=+\infty$ $\nexists$ lim

c) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x^2-3x}{5x^2+4x-7}\right)^{x^2+7}=\left[1^{\infty}\right]=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\left[\frac{5x^2-3x}{5x^2+4x-7}-1\right](x^2+7)}=$

$=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-7x+7}{5x^2+4x-7}\cdot(x^2+7)}=e^{-\infty}=0$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2-7}{x+3}-\dfrac{3x^2+5x}{2x-8}\right)=[\infty-\infty]=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-8x^2-14x+56-3x^3-9x^2-5x^2-15x}{2x^2-8x+6x-24}=$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-x^3-22x^2-29x+56}{2x^2-2x-24}=-\infty$

e) $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x}\right]=(\infty-\infty)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+x-x^2+x}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-x}}=$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-x}}=\dfrac{2}{2}=1$

(5) $A(t)=\dfrac{16t+12}{2t+3}$

a) $A(0)=\dfrac{12}{3}=4$ 4000 águilas

$A(8)=\dfrac{16\cdot 8+12}{2\cdot 8+3}=\dfrac{140}{19}$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{16t+12}{2t+3}=8$ Habrá una estabilización en 8000 águilas