POTENCIAS Y RAÍCES

CONCEPTO DE POTENCIA

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{5\ \text{VECES}} = \underset{\text{BASE}}{a}^{\overset{\text{EXPONENTE}}{5}}$$

Se lee *a* elevada a la quinta.

1. Calcula.

$3^2 = \boxed{}$ $\quad$ $2^5 = \boxed{}$ $\quad$ $4^3 = \boxed{}$ $\quad$ $7^2 = \boxed{}$

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

Potencia de un producto

$$\boxed{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$$

Potencia de un cociente

$$\boxed{(a : b)^n = a^n : b^n}$$

2. Calcula.

$2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = \boxed{}$

$18^4 : 9^4 = (18 : 9)^4 = \boxed{}$

$5^3 \cdot 2^3 = \boxed{}$

$24^3 : 8^3 = \boxed{}$

Producto de potencias de la misma base

$$\boxed{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$$

Cociente de potencias de la misma base

$$\boxed{a^n : a^m = a^{n-m}}$$

3. Completa.

$a^3 \cdot a^2 = a^{\boxed{}}$ $\quad$ $x^3 \cdot x^5 = x^{\boxed{}}$ $\quad$ $a^8 : a^3 = a^{\boxed{}}$

$x^2 \cdot x^5 = x^{\boxed{}}$ $\quad$ $a^{10} : a^8 = a^{\boxed{}}$ $\quad$ $x^7 : x^6 = x^{\boxed{}}$

Potencia de una potencia

$$\boxed{(a^n)^m = a^{n \cdot m}}$$

Potencia de exponente cero

$$\boxed{a^0 = 1 \ \text{ para } \ a \neq 0}$$

4. Completa.

$(a^2)^3 = a^{\boxed{}}$ $\quad$ $(x^3)^3 = x^{\boxed{}}$ $\quad$ $(5^3)^0 = 125^{\boxed{}} = \boxed{}$ $\quad$ $(10^0)^4 = 1^{\boxed{}} = \boxed{}$

CONCEPTO DE RAÍZ CUADRADA

$$\sqrt{a} = b \leftrightarrow b^2 = a$$

Ejemplos

$\sqrt{49} = 7 \rightarrow$ Raíz exacta

$\sqrt{50} = 7 \rightarrow$ Raíz entera

5. Calcula la raíz exacta o entera.

$\sqrt{36} = \boxed{}$ $\quad$ $\sqrt{70} = \boxed{}$ $\quad$ $\sqrt{900} = \boxed{}$ $\quad$ $\sqrt{1600} = \boxed{}$

Ficha de trabajo A

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... Fecha: ....

TRENES Y PASAJEROS

En la estación de tren de una localidad hay mucho movimiento.

1. De la vía 1 saldrá un tren compuesto por 4 vagones. Cada vagón tiene 4 secciones, cada sección tiene 4 compartimentos y en cada compartimento hay 4 asientos.

Expresa en forma de potencia y calcula:

a) El número de viajeros que pueden ir en un vagón.

b) El número total de personas que pueden viajar en el tren.

2. De la vía 2 saldrá un tren con 6 vagones, y se sabe que en él viajarán $2^4 \cdot 3^3$ pasajeros, repartidos por igual en los vagones. Calcula:

a) El número total de personas que viajan en el tren.

b) El número de ocupantes de cada vagón.

3. De la vía 3 partió un convoy hace unas horas. Se detuvo en cuatro estaciones antes de llegar a su destino, y el movimiento de pasajeros que hubo fue el siguiente:

SALIDA: Salió con $2^6 \cdot 3$ personas.

ESTACIÓN A: Subieron 4^2 personas y bajaron 2^3.

ESTACIÓN B: Se apearon $2^2 \cdot 4^2$ personas.

ESTACIÓN C: Subieron 2^5 personas y bajaron 2^7.

ESTACIÓN D: Subieron 3^4 personas y bajaron 5^2.

DESTINO: Bajaron $2^3 \cdot 2^2 \cdot 3$ personas.

a) Completa esta tabla:

ESTACIONES	SUBEN	BAJAN	N.° DE PERSONAS QUE QUEDAN EN EL TREN
SALIDA (S)	$2^6 \cdot 3$	0	192
A	4^2	2^3	$192 + 4^2 - 2^3 = 192 + 16 - 8 =$
B	0	$2^2 \cdot 4^2$	
C	2^5	2^7	
D	3^4	5^2	
DESTINO (F)	0	$2^3 \cdot 2^2 \cdot 3$	

b) ¿Quedó algún pasajero en el tren?

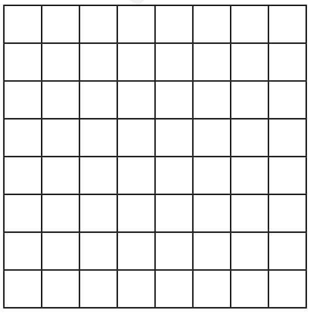
4. Los precios de los billetes varían, dependiendo de la longitud del recorrido que haga un pasajero. En esta tabla, unos precios se dan en forma de número natural, en euros, y otros, en forma de potencia. Complétala:

RECORRIDO (KILÓMETROS)	PRECIO (N.° NATURAL)	PRECIO (POTENCIA)	MÍNIMO NÚMERO DE BILLETES Y MONEDAS NECESARIOS PARA EFECTUAR EL PAGO
HASTA 5		3^2	BILLETES: 1 DE 5 € MONEDAS:
DE 5 A 10		2^4	BILLETES: MONEDAS:
DE 10 A 15	25		BILLETES: MONEDAS:
DE 15 A 20		3^3	BILLETES: MONEDAS:
DE 20 A 25		2^5	BILLETES: MONEDAS:
DE 25 A 30	36		BILLETES: MONEDAS:
DE 30 A 50		7^2	BILLETES: MONEDAS:

5. Marcelo sube al tren en la estación inicial, S, se apea en B, viaja en coche con un amigo hasta D y ahí vuelve a tomar el tren hasta el final, F. ¿Cuánto ha pagado por los billetes de tren?

6. La rueda de uno de estos trenes da unas 30 vueltas cada 100 metros. ¿Cuántas vueltas dará tras recorrer 10^3 metros?

7. La superficie de este cuadrado es igual a la superficie de varios billetes todos iguales. Cada uno de ellos tiene que ocupar más de 4 cuadraditos y menos de 9 y no ha de sobrar nada de papel. ¿Cuántos cuadraditos ocupa cada billete?



Para hacerlo, divide 64, que es el número de cuadraditos que hay, entre los posibles cuadraditos que debe tener el billete. La división tiene que ser exacta.

Comprueba, después, tu respuesta señalando los billetes sobre la cuadrícula.

Ficha de trabajo B

Nombre y apellidos: ....

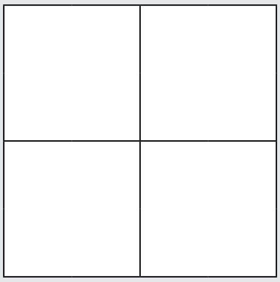
Curso: .... Fecha: ....

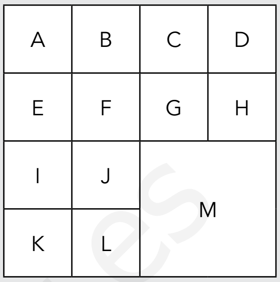
PARCELAS

Paula tiene una finca cuadrada con una superficie de 6 400 m^2. La dividió, para destinarla a distintos cultivos, de esta manera:

A partir de la original, formó cuatro parcelas cuadradas iguales; todas ellas de lado la mitad que la original.

Tres de estas últimas las volvió a dividir en cuatro parcelas iguales, de lado la mitad que su original.





1. ¿Cuál es la longitud del lado de la finca completa?

2. Calcula la longitud del lado de una parcela pequeña (A, B, C...) y su superficie (recuerda que si el lado de un cuadrado es l, su superficie es l^2).

3. a) La superficie de una de las parcelas pequeñas, 400 m^2, podemos expresarla, utilizando potencias, de varias formas. Por ejemplo, así:

$$400 = 2 \cdot 200 = 2 \cdot 2 \cdot 100 = 2^2 \cdot 2 \cdot 50 = 2^3 \cdot 2 \cdot 25 = 2^4 \cdot 5 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5^2$$

Expresa, de forma análoga, la superficie de la finca completa.

b) Expresa el resultado anterior de otras dos formas equivalentes.

4. Como puedes observar, la superficie de la parcela M es la cuarta parte de la superficie de la finca original. Expresa su superficie como:

a) El cuadrado de un número.

b) El producto de una potencia de 2 por una potencia de 5.

c) Un cociente de dos potencias.

5. En las parcelas A, B, E y F, Paula tiene manzanos. En cada una de ellas hay 10 filas iguales con 10 manzanos cada una. Las expectativas que tenía, al plantar los árboles, era que cada uno le diese al año, cuando estuviese en plena producción, 40 kilogramos de manzanas.

a) Calcula el número de manzanos que hay en las cuatro parcelas. Escribe el resultado utilizando potencias.

b) ¿Cuántos kilogramos de manzanas piensa recoger Paula en un año? Expresa el resultado con potencias.

c) Calcula los kilogramos de manzanas que espera recoger, en total, en cinco años. Expresa el resultado con potencias.

6. El año pasado, la producción de manzanas que tuvo Paula fue, exactamente, la que esperaba, y las vendió a 40 céntimos de euro cada kilo. Calcula el importe de la venta, primero, en céntimos y, luego, en euros, utilizando potencias ($40 = 2^2 \cdot 10 = 2^3 \cdot 5$).

Algunos días después de vender sus manzanas, estas se ofrecían en un supermercado a 90 céntimos el kilo.

a) Calcula, en euros, la diferencia de precio de un kilogramo de manzanas, desde su origen hasta que las compró un consumidor.

b) Si una persona compró en el supermercado 3 kg de manzanas y pagó con un billete de 20 euros, ¿qué cambio le dieron? Utiliza, para describirlo, el menor número posible de monedas y billetes.

7. Este último año, Paula sembró con hortalizas la parcela K completa, la mitad de la parcela I y las tres cuartas partes de la parcela L. ¿Cuántos metros cuadrados sembró de hortalizas? Exprésalo en forma de potencias.

8. Teniendo en cuenta las superficies de las parcelas, ¿a cuáles pueden corresponder estas descomposiciones polinómicas? (NOTA: pueden corresponder a varias parcelas).

a) $2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2$

b) $4 \cdot 10^3 + 2^3 \cdot 10^2$

c) $3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2$

EJERCICIOS DE REFUERZO

9. Reduce, utilizando las propiedades de las potencias.

a) $(x^5 \cdot x^3) : x^7$

b) $(a^9 : a^7) \cdot a^3$

c) $(x^{10} : x^6) : x^4$

d) $\dfrac{a^7 \cdot a^4}{a^5}$

e) $\dfrac{(a^3)^2}{a^3 \cdot a^2}$

f) $\dfrac{a^{10} : a^3}{(a^3)^3}$

10. Calcula.

a) $\dfrac{2^5 \cdot 5^5}{10^3}$

b) $\dfrac{24^5 : 6^5}{2^7}$

c) $\dfrac{(12^6 : 6^6) \cdot 5^6}{10^5}$

Ficha de trabajo A

1. a) $4^3 = 64$ b) $4^4 = 256$

2. a) 432 b) 72

3. a)

ESTACIONES	SUBEN	BAJAN	N.° DE PERSONAS QUE QUEDAN EN EL TREN
SALIDA (S)	$2^6 \cdot 3$	0	192
A	4^2	2^3	200
B	0	$2^2 \cdot 4^2$	136
C	2^5	2^7	40
D	3^4	5^2	96
DESTINO (F)	0	$2^3 \cdot 2^2 \cdot 3$	0

b) En el tren no queda ningún pasajero.

4.

9	3^2	BILLETES: 1 DE 5 € MONEDAS: 2 DE 2 €
16	2^4	BILLETES: 1 DE 10 € y 1 DE 5 € MONEDAS: 1 DE 1 €
25	5^2	BILLETES: 1 DE 20 € y 1 DE 5 € MONEDAS: —
27	3^3	BILLETES: 1 DE 20 € y 1 DE 5 € MONEDAS: 1 DE 2 €
32	2^5	BILLETES: 1 DE 20 € y 1 DE 10 € MONEDAS: 1 DE 2 €
36	6^2	BILLETES: 1 DE 20 €, 1 DE 10 € y 1 DE 5 € MONEDAS: 1 DE 1 €
49	7^2	BILLETES: 2 DE 20 € y 1 DE 5 € MONEDAS: 2 DE 2 €

5. 32 €

6. 300 vueltas.

7. Los billetes ocupan 8 cuadraditos.

Ficha de trabajo B

1. 80 m

2. El lado tiene 20 m de longitud. El área es 400 m^2.

3. a) y b) $6400 = 2^6 \cdot 10^2 = 2^8 \cdot 5^2 = (2^4 \cdot 5)^2 =$
$= 2^4 \cdot 2^4 \cdot 5^2 = (2^2 \cdot 2^2 \cdot 5)^2 = \ldots$

4. a) $40^2 = 1\,600$

b) $2^6 \cdot 5^2 = 64 \cdot 25 = 1\,600$

c) Por ejemplo, $\frac{10^6}{5^4} = \frac{2^6 \cdot 5^6}{5^4} = 2^6 \cdot 5^4 = 1\,600$.

5. a) $2^2 \cdot 10^2 = 400$ manzanos

b) 16 000 kg; $16\,000 = 2^7 \cdot 5^3 = 2^4 \cdot 10^3 = \ldots$

c) 80 000 kg; $80\,000 = 2^7 \cdot 5^4 = 2^3 \cdot 10^4 = \ldots$

6. 640 000 cts.; $640\,000 = 2^{10} \cdot 5^4 = 2^6 \cdot 10^4 = \ldots$

6 400 €; $6\,400 = 2^8 \cdot 5^2 = 2^6 \cdot 10^2 = \ldots$

7. 900 m^2; $900 = 3^2 \cdot 10^2 = 3^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2 = \ldots$

8. a) 6 parcelas pequeñas, o M más 2 pequeñas.

b) 12 parcelas pequeñas, o M más 8 pequeñas.

c) 8 parcelas pequeñas, o M más 4 pequeñas.

9. a) x b) a^5 c) 1

d) a^6 e) a f) $\frac{1}{a^2}$

10. a) 100 b) 8 c) 10