BLOQUE OBLIGATORIO

Ejercicio 1A

Pregunta 1. Opción A Un turista recorre el Principado de Asturias pasando 'x' días en la zona del oriente, 'y' días en la zona centro y 'z' días en la zona de occidente. Sus gastos en estas vacaciones se reparten como sigue: cada día que pasa en la zona oriental gasta 30 € en hospedaje y 25 € en alimentación, en la zona centro gasta 40 € en hospedaje y 20 € en alimentación. En cuanto a la zona del occidente sus gastos diarios son 30 € en hospedaje y 40 € en alimentación. Además, cada día de vacaciones gasta en otros conceptos 25 € en cada zona.

(a) **(0.75 puntos)** Si decide repartir el presupuesto en 290 € para hospedaje, 290 € para alimentación y 225 € para gastos varios, plantea un sistema de ecuaciones lineales que modelice el problema y escríbelo matricialmente.

(b) **(1 punto)** En la situación del apartado (a) decide cuántos días puede estar en cada zona.

(c) **(0.75 puntos)** Manteniendo el presupuesto para cada concepto decide cuántos días pasará en cada zona si decide no visitar la zona del oriente, o demuestra que no se puede mantener esa distribución del presupuesto.

Solución:

Pregunta 1. Opción A Un turista recorre el Principado de Asturias pasando 'x' días en la zona del oriente, 'y' días en la zona centro y 'z' días en la zona de occidente. Sus gastos en estas vacaciones se reparten como sigue: cada día que pasa en la zona oriental gasta 30 € en hospedaje y 25 en alimentación, en la zona centro gasta 40 € en hospedaje y 20 en alimentación. En cuanto a la zona del occidente sus gastos diarios son 30 € en hospedaje y 40 en alimentación. Además, cada día de vacaciones gasta en otros conceptos 25 € en cada zona.

(a) **(0.75 puntos)** Si decide repartir el presupuesto en 290 € para hospedaje, 290 para alimentación y 225 para gastos varios, plantea un sistema de ecuaciones lineales que modelice el problema y escríbelo matricialmente.

(b) **(1 punto)** En la situación del apartado (a) decide cuántos días puede estar en cada zona.

(c) **(0.75 puntos)** Manteniendo el presupuesto para cada concepto decide cuántos días pasará en cada zona si decide no visitar la zona del oriente, o demuestra que no se puede mantener esa distribución del presupuesto.

Solución:

(a) **(0.75 puntos)** El turista, en hospedaje en la zona oriente gasta 30x, en la zona centro 40y, y en la zona de occidente 30z, de forma que se obtiene la ecuación:

$$30x + 40y + 30z = 290$$

Realizando un razonamiento similar con los gastos en alimentación se obtiene:

$$25x + 20y + 40z = 290$$

y con respecto al resto de conceptos se tendría:

$$25x + 25y + 25z = 225$$

El sistema, por lo tanto, sería:

$$\left.\begin{array}{rcl} 30x+40y+30z & = & 290 \\ 25x+20y+40z & = & 290 \\ 25x+25y+25z & = & 225 \end{array}\right\} \Longrightarrow \begin{pmatrix} 30 & 40 & 30 \\ 25 & 20 & 40 \\ 25 & 25 & 25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 290 \\ 290 \\ 225 \end{pmatrix}$$

(b) **(1 punto)** Resolvamos el problema. Para ello tomemos la matriz ampliada asociada al sistema:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 30 & 40 & 30 & 290 \\ 25 & 20 & 40 & 290 \\ 25 & 25 & 25 & 225 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 \to F_3/25} \left(\begin{array}{ccc|c} 30 & 40 & 30 & 290 \\ 25 & 20 & 40 & 290 \\ 1 & 1 & 1 & 9 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 \leftrightarrow F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 25 & 20 & 40 & 290 \\ 30 & 40 & 30 & 290 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[F_3 \to F_3 - 30F_1]{F_2 \to F_2 - 25F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & -5 & 15 & 65 \\ 0 & 10 & 0 & 20 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 \to F_3 + 2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & -5 & 15 & 65 \\ 0 & 0 & 30 & 150 \end{array}\right) \Rightarrow \left.\begin{array}{rcl} x & = & 2 \\ y & = & 2 \\ z & = & 5 \end{array}\right\}$$

y el turista ha pasado 2 días en la zona oriente, 2 días en la zona centro y 5 días en la zona occidente.

(c) **(0.75 puntos)** Si el turista decide no visitar la zona oriente, el sistema sería:

$$\left.\begin{array}{rcl} 40y + 30z & = & 290 \\ 20y + 40z & = & 290 \\ 25y + 25z & = & 225 \end{array}\right\}$$

y la matriz ampliada sería:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 40 & 30 & 290 \\ 20 & 40 & 290 \\ 25 & 25 & 225 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 \to F_3/25} \left(\begin{array}{cc|c} 40 & 30 & 290 \\ 20 & 40 & 290 \\ 1 & 1 & 9 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 \leftrightarrow F_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 9 \\ 20 & 40 & 290 \\ 40 & 30 & 290 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3 \to F_3 - 40F_1]{F_2 \to F_2 - 20F_1}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 9 \\ 0 & 20 & 110 \\ 0 & -10 & -70 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 \to F_3 + F_2/2} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 9 \\ 0 & 20 & 110 \\ 0 & 0 & -15 \end{array}\right)$$

El sistema es incompatible, por lo tanto no se pueden dar las condiciones pedidas.

Ejercicio 1B

Pregunta 1. Opción B Sea $x \in \mathbb{R}$ y las matrices $A = \begin{pmatrix} x & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & x \end{pmatrix}$. Se pide:

(a) **(1 punto)** Calcular los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuáles B tiene inversa.

(b) **(1 punto)** Para $x = 0$, calcular, en caso de que sea posible, B^{-1}.

(c) **(0.5 puntos)** Calcular los valores de x para los cuales $\det(AB) = \det(A)$.

Solución:

(a) **(1 punto)** Para que tenga inversa debe verificar que $\det(B) \neq 0$:

$$\det\begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & x \end{pmatrix} \underbrace{=}_{\substack{F_2+F_1 \\ F_3+2F_1}} \det\begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & x-4 \end{pmatrix} = 1$$

Luego existe B^{-1} para todo valor de $x \in \mathbb{R}$.

(b) **(1 punto)**

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3+2F_1]{F_2+F_1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 \leftrightarrow F_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & -1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_2-4F_3]{F_1-2F_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & -1 & 0 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_1-F_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Cambiando de signo a la matriz obtenemos la inversa:

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

(c) **(0.5 puntos)** Como $\det(AB) = \det(A)\det(B) = \det(A)$ la condición se cumple para cualquier valor de x.

Ejercicio 2A

Pregunta 2. Opción A Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{2}, & \text{si} \quad 0 \le x < 4, \\ 3 - (x-5)^2, & \text{si} \quad 4 \le x. \end{cases}$$

(a) **(1 punto)** Estudia si la función es continua en su dominio.

(b) **(1 punto)** Estudia los intervalos de crecimiento de la función. Estudia si la función tiene extremos relativos. Haz un esbozo de la gráfica de la función.

(c) **(0.5 puntos)** Suponiendo que la función representa el número de millones de bacterias de un tipo que existen en una determinada muestra, en cada instante x, ¿se llegaría a alcanzar en algún instante el valor 5 millones?

Solución:

(a) **(1 punto)** La función es polinómica, por lo tanto es continua, salvo, a lo sumo en $x = 4$. Para que sea continua debe verificarse que: $\lim_{x\to 4^+} f(x) = \lim_{x\to 4^-} f(x) = f(4)$

$$\lim_{x\to 4^+} f(x) = \lim_{x\to 4^+} 3 - (x-5)^2 = 2$$

$$\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^-} \frac{x}{2} = 2$$

Como $f(4) = 3 - (4-5)^2 = 2$. la función es continua en su dominio.

(b) **(1 punto)** Para ver si tiene extremos se calcula la derivada y se iguala a cero. Si $0 \le x < 4$:

$$f'(x) = \frac{1}{2} \neq 0$$

Por lo tanto no existen extremos en el intervalo $(0, 4)$. Además, como la primera derivada es positiva en todo el intervalo, la función es creciente.

Si $x > 4$:

$$f'(x) = -2(x-5) = 0 \leftrightarrow x = 5$$

Por lo tanto la función tiene un extremo en $x = 5$. Como la derivada es positiva en valores de $x < 5$ y negativa si $x > 5$, el punto es un máximo.

Además dado el signo de la derivada, la función crece en $(4, 5)$ y decrece en $(5, +\infty)$

(c) **(0.5 puntos)** Como el máximo se alcanza en $x = 5$ y $f(5) = 3 < 5$, no se llegaría a alcanzar nunca dicho valor.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2

Ejercicio 2B

Pregunta 2. Opción B De dos funciones continuas se sabe que $f(1) = 1$ y $f'(1) = 2$, y $g(1) = -1$ y $g'(1) = 2$. Se construye la función

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

Se pide:

(a) **(1.25 puntos)** Calcular $h(1)$ y $h'(1)$.

(b) **(1.25 puntos)** Sabiendo que f tiene un máximo en $x = 3$ y que $k(x) = (x-2)^2 f(x)$ tiene un mínimo en ese mismo punto, calcular $f(3)$.

Solución:

(a) $h(1) = \frac{f(1)}{g(1)} = \frac{1}{-1} = -1.$

$$h'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \to h'(1) = \frac{f'(1)g(1) - f(1)g'(1)}{(g(1))^2} = \frac{2(-1) - 1 \cdot 2}{(-1)^2} = -4$$

(b) Si f y k tienen extremos en $x = 3$ entonces $f'(3) = 0$ y $k'(3) = 0$, entonces

$$k'(x) = 2(x-2)f(x) + (x-2)^2 f'(x) \to k'(3) = 2f(3) = 0 \to f(3) = 0$$

Ejercicio 3A

Pregunta 3. Opción A Se sabe que la función F(x) es una primitiva de la función

$$f(x) = x\cos(4x^2 - 1).$$

Se pide:

(a) **(1.5 puntos)** Calcular F sabiendo que $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$.

(b) **(1 punto)** Estudiar si F tiene un extremo en $x = \frac{1}{2}$.

Solución:

(a)

$$\int x\cos(4x^2 - 1)dx = \frac{1}{8}\int 8x\cos(4x^2 - 1)dx = \frac{1}{8}\operatorname{sen}(4x^2 - 1) + k$$

Por lo tanto $F(x) = \operatorname{sen}(4x^2 - 1) + k$,

$$1 = F\left(\frac{1}{2}\right) = \operatorname{sen}\left(4\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1\right) + k \to k = 1$$

y la función buscada es $F(x) = \operatorname{sen}(4x^2 - 1) + 1$

(b) Para ver si F tiene un extremo en dicho punto recordemos que $F'(x) = f(x)$, por lo tanto es suficiente con sustituir:

$$F'\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\cos\left(4\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1\right) = \frac{1}{2} \neq 0$$

luego la respuesta es no.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 3

Ejercicio 3B

Pregunta 3. Opción B

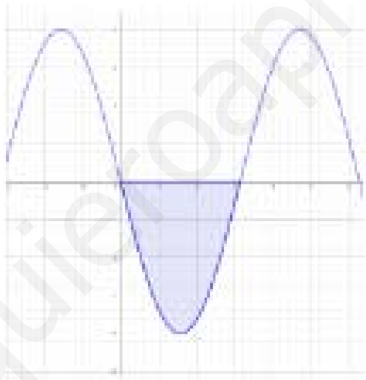
(a) **(1.5 puntos)** Se considera la función $f(x) = 4\,\text{sen}(x - \pi)$. Calcula el área acotada encerrada por f y las rectas $y = 0$, $x = 0$ y $x = \pi$.

(b) **(1 punto)** Se considera una función g(x) continua. Sabiendo que una primitiva de g es $f(x) = \text{sen}(x)\cos(x)$, calcula una expresión de g.

Solución:

(a) La función corta a los ejes en $\text{sen}(x - \pi) = 0$, es decir, cuando $x - \pi = k\pi$. En el área pedida sólo se anularía en $x = 0$ y en $x = \pi$. Como la función es continua, si en un punto intermedio es negativa los será en todo el intervalo $f(\pi/2) = 4\,\text{sen}(-pi/2) = -4 < 0$.

El área pedida es:



Y el área:

$$A = -\int_0^\pi 4\,\text{sen}(x - \pi)dx = 4cos(x - \pi)|_0^\pi = 4\cos(0) - 4\cos(-\pi) = 4 - 4(-1) = 8$$

(b) Si f es su primitiva, la función $g(x) = f'(x)$:

$$g(x) = \cos^2(x) - \text{sen}^2(x) = cos(2x)$$

Ejercicio 4A

Pregunta 4. Opción A Se están construyendo dos puentes rectos en un tramo de autovía para los dos carriles. Los puentes siguen las ecuaciones siguientes:

$$r_1(t) = (2 + t, -1 - 2t, 3 + 2t); \qquad r_2(s) = (1 + 2s, 4 - s, 4 - 2s).$$

Se pide:

(a) **(1.25 puntos)** Estudia si los puentes son paralelos, se cortan o se cruzan

(b) **(1.25 puntos)** La empresa quiere construir un puente de servicio que los una, y quiere que sea lo más corto posible, ¿qué longitud tendrá la vía de servicio? Indica los puntos inicio y final del pasadizo.

Solución:

(a) Un vector director de la recta t es el $\vec{u} = (1, -2, 2)$ y un vector director de la recta s es $\vec{v} = (2, -1, -2)$. Los puentes serían paralelos si sus vectores directores fuesen paralelos, es decir, si existiese un α tal que $(1, -2, 2) = \alpha(2, -1, -2)$. Es decir, debería cumplirse que $1 = \alpha 2$ y $-2 = -\alpha$, lo cual es imposible, por lo tanto los puentes no son paralelos.

Para ver si se cortan, buscamos un punto común, que sería solución del sistema:

$$\left.\begin{array}{rcl} 2 + t & = & 1 + 2s \\ -1 - 2t & = & 4 - s \\ 3 + 2t & = & 4 - 2s \end{array}\right\}$$

La matriz ampliada del sistema es:

$$Ab = \left(\begin{array}{rr|r} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 5 \\ 2 & 2 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3 \to F_3 + 2F_1]{F_2 \to F_2 + 2F_1} \left(\begin{array}{rr|r} 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & 6 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 + 2F_2} \left(\begin{array}{rr|r} 1 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 9 \end{array}\right)$$

y el sistema es incompatible, por lo tanto los puentes se cruzan, no se cortan.

(b) La distancia mínima entre las dos rectas que se cruzan es:

$$d = \frac{|(r_1(t) - r_2(t)) \cdot (\vec{u} \times \vec{v})|}{\|\vec{u} \times \vec{v}\|}.$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \end{vmatrix}$$
$$= (6, 6, 3).$$

$$\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \sqrt{6^2 + 6^2 + 3^2} = \sqrt{81} = 9.$$

El vector entre los puntos de referencia es:

$$(2, -1, 3) - (1, 4, 4) = (1, -5, -1).$$

El producto escalar:

$$(1, -5, -1) \cdot (6, 6, 3) = 6 - 30 - 3 = -27.$$

La distancia mínima es:

$$d = \frac{|-27|}{9} = 3.$$

Los puntos más cercanos entre las rectas son aquellos tales que el vector PQ es perpendicular a r_1 y r_2, por tanto, cogemos todos los vectores que unen un punto de r_1 y uno de r_2

$$r_2(s) - r_1(t) = (1 + 2s, 4 - s, 4 - 2s) - (2 + t, -1 - 2t, 3 + 2t) =$$
$$\begin{pmatrix} -t + 2s - 1 & 2t - s + 5 & -2t - 2s + 1 \end{pmatrix}$$

Imponemos la condición de que ese vector tienen que ser perpendicular a ambas rectas y se obtienen las siguiente ecuaciones,

$$\begin{pmatrix} -t + 2s - 1 & 2t - s + 5 & -2t - 2s + 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} = -9t - 9 = 0 \Rightarrow t = -1$$
$$\begin{pmatrix} -t + 2s - 1 & 2t - s + 5 & -2t - 2s + 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \end{pmatrix} = 9s - 9 = 0 \Rightarrow s = 1$$

Con lo que se obtienen los puntos $P = r_1(-1) = (1, 1, 1)$ y $Q = r_2(1) = (3, 3, 2)$. Por lo tanto, el pasadizo más corto mide 3 decámetros (30 metros) y debe construirse entre los puntos $(1, 1, 1)$ y $(3, 3, 2)$.

Ejercicio 4B

Pregunta 4. Opción B Se consideran los puntos siguientes: $A(1,2,3)$, $B(-2,1,4)$, $C(3,0,5)$ y $D(0,-1,2)$. Se pide:

(a) **(1 punto)** Estudiar si los puntos pertenecen a un mismo plano.

(b) **(0.75 puntos)** Calcular el area del triángulo de vértices A, B y C.

(c) **(0.75 puntos)** Calcular el volumen del tetraedro formado por los 4 puntos.

Solución:

Pregunta 4. Opción B Se consideran los puntos siguientes: $A(1,2,3)$, $B(-2,1,4)$, $C(3,0,5)$ y $D(0,-1,2)$. Se pide

(a) **(1 punto)** Estudia si los puntos pertenecen a un mismo plano.

(b) **(0.75 puntos)** Calcula el area del triángulo de vértices A, B y C.

(c) **(0.75 puntos)** Calcula el volumen del tetraedro formado por los 4 puntos.

Solución:

(a) Para ver si los puntos son coplanarios construimos los vectores $\overrightarrow{AB} = (-3,-1,1)$, $\overrightarrow{AC} = (2,-2,2)$ y $\overrightarrow{AD} = (-1,-3,-1)$ y veremos si son linealmente dependientes:

$$\det\begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & -3 & -1 \end{pmatrix} = -32 \neq 0$$

Por lo tanto los puntos no son coplanarios.

(b) El área del triángulo de vértices A, B y C es $\dfrac{|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|}{2}$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \det\begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix} = 8\vec{j} + 8\vec{k}$$

Por lo que el área del triángulo sería

$$\frac{\sqrt{8^2+8^2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

(c) El volumen de un tetraedro es el valor absoluto de un sexto del producto mixto de $\overrightarrow{AB} = (-3,-1,1)$, $\overrightarrow{AC} = (2,-2,2)$ y $\overrightarrow{AD} = (-1,-3,-1)$. Como en el apartado primero ya hicimos este producto, la solución sería $\left|\dfrac{-32}{6}\right| \approx 5.3333$

Ejercicio 5A

Pregunta 5. Opción A En una fábrica de componentes electrónicos se sabe que el 6 % de las piezas que se fabrican son defectuosas. En el proceso de control de calidad se toma una pieza al azar y se introduce en un sistema de prueba/fallo. Se sabe que la probabilidad de que el sistema dé fallo si la pieza es defectuosa es del 95 % mientras que la probabilidad de que lo haga si la pieza no es defectuosa es del 4 %.

(a) **(1.25 puntos)** Si se seleccionan 10 piezas al azar ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas sea defectuosa?

(b) **(1.25 puntos)** Determina la probabilidad de que si se selecciona una pieza al azar, la prueba no indique fallo.

Solución:

Solución: Llamamos D al suceso la pieza extraída es defectuosa. Nos dicen que $P(D) = 0.06$. Llamamos F al suceso el sistema da fallo. Con los datos dados $P(F/D) = 0.95$ y $P(F/\overline{D}) = 0.04$.

(a) Llamando X al número de piezas que no son defectuosas entre las 10 seleccionadas, se trata de una $B(10, 0.94)$. Vamos a calcular la probabilidad de que ninguna sea defectuosa que sería el suceso complementario.

$$P(X = 0) = \binom{10}{0} 0.94^{10} 0.06^{0} = 0.5386$$

Por lo tanto, la probabilidad de que al menos una sea defectuosa es $P(X \geq 1) = 1 - 0.5386 = 0.4614$

(b) Se pide $P(\overline{F})$ utilizando el teorema de la probabilidad total podemos escribir:

$$P(\overline{F}) = 1 - P(F) = 1 - (P(F \cap D) + P(F \cap \overline{D})) = 1 - P(F/D)P(D) - P(F/\overline{D})P(\overline{D}) =$$

$$= 1 - 0.95 \cdot 0.06 - 0.04 \cdot 0.94 = 1 - 0.0946 = 0.9054$$

Ejercicio 5B

Pregunta 5. Opción B En una empresa de telecomunicaciones, el tiempo que tarda un cliente en resolver un problema llamando a Atención al Cliente sigue una distribución normal con media $\mu = 30$ minutos y desviación típica $\sigma = 5$ minutos.

(a) **(0.75 puntos)** ¿Cual es la probabilidad de que un cliente tarde entre 25 y 30 minutos en resolver su problema?

(b) **(0.75 puntos)** Un cliente decide que si tarda más de 20 minutos en su resolución, cambiará de empresa ¿cuál es la probabilidad de que cambie?

(c) **(1 punto)** La empresa hace cambios en la gestión de atención al cliente obteniendo que la probabilidad de que se tarde menos de 20 minutos es 0.7. Si se mantiene la desviación típica ¿se ha mejorado el tiempo de resolucion medio o por el contrario el cambio no ha sido positivo?

Solución:

Solución: Llamaremos X al tiempo que tarda en resolver el problema.

(a)

$$P(25 \leq X \leq 30) = P(X \leq 30) - P(X \leq 25) = P\left(\frac{X-30}{5} \leq \frac{30-30}{5}\right) - P(\frac{X-30}{5} \leq \frac{25-30}{5}) =$$

$$= P(Z \leq 0) - P(Z \leq -1) = P(Z \leq 0) - (1 - P(Z \leq 1)) = 0.5 - 1 + 0.8413 = 0.3413$$

(b)

$$P(X \geq 20) = P\left(\frac{X-30}{5} \geq \frac{20-30}{5}\right) = P(Z \geq -2) = P(Z \leq 2) = 0.9772$$

(c) $P(X \leq 20) = 0.7$ lo que corresponde a la normal tipificada $Z = 0.525$, de esta forma

$$0.515 = \frac{20-\mu}{5} \to \mu = 20 - 5 * 0.525 = 17.3750$$