

DERIVADAS

NOMBRE Y APELLIDOS: _____

1. Halla la función derivada de:

a) $f(x) = \ln \frac{\sin x^2}{\cos 2x}$

b) $f(x) = e^{(\sqrt{x}+1)^2}$

2. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + 9x + b & \text{si } x < 0 \\ \frac{cx}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a) Determina los valores de a, b y c sabiendo que la función es continua y derivable en $\mathbb{R}$, y que tiene un mínimo en $x = -1$.

b) Para $c = 9$, determina las ecuaciones tangente y normal de la función $f(x)$ en $x = 2$.

3. Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

- a) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y sus máximos y mínimos.
- b) Determina los intervalos de concavidad y convexidad.
- c) Halla las asíntotas verticales y oblicuas.
- d) Haz un esbozo de la gráfica.

4. Los costes de producción de un producto (en €) de una empresa vienen dados por $C = 40000 + 20q + q^2$, donde q es el número de unidades producidas. El precio de venta de cada unidad es de 520€.

- a) Expresa en función de q el beneficio de la empresa cuando se venden todas las unidades.
- b) ¿Cuántas unidades hay que producir para que el beneficio sea máximo?

5. Expresa con una o varias fórmulas qué se tiene que cumplir en los siguientes casos:

- a) La recta tangente a f en el punto $(1, -1)$ es paralela a la recta $y = 2x$
- b) La función f tiene un punto de inflexión en $x = 2$.
- c) La recta normal de la función f en $x = -1$ es $y = 2x - 1$.