

El trabajo de extracción para el cobre es de 4,7 eV.

- Calcula la frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico de este metal.
 - Determina el potencial de frenado de los electrones emitidos por el metal cuando se irradia una muestra de cobre con una radiación de 190 nm de longitud de onda.
- DATOS: $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Solución:

- Como el trabajo de extracción se define como la energía mínima para liberar a un electrón, la energía cinética máxima de los electrones liberados podría calcularse:

$(E_c)_{\text{Max}} = E - W_{\text{ext}} = h f - W_{\text{ext}}$ La frecuencia umbral, será aquella para la que $E_c = 0$. Por tanto:

$$0 = h f_0 - W_{\text{ext}}; f_0 = \frac{W_{\text{ext}}}{h} = \frac{4,7 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 1,13 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

- Si la frecuencia con la que se irradia es superior a la umbral habrá emisión electrónica. La frecuencia correspondiente a la radiación de 190 nm, será:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{190 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 1,58 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

Como la frecuencia está por encima de la umbral se emitirán electrones con una energía cinética máxima:

$$(E_c)_{\text{Max}} = E - W_{\text{ext}} = h f - W_{\text{ext}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 1,58 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} - 4,7 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 2,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Si se aplica un potencial contrario, se pueden detener todos los electrones (potencial de frenado) si se cumple:

$$E_p = q V_F = E_{c_{\text{max}}}; V_F = \frac{E_{c_{\text{max}}}}{q} = \frac{2,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1,85 \text{ V}$$

Un electrón relativista adquiere una energía cinética equivalente a la energía de un fotón con una longitud de onda en el vacío de $6 \cdot 10^{-12} \text{ m}$. Calcula:

- La energía cinética del electrón, en eV.
 - La velocidad del electrón.
- DATOS: $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Solución:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad E &= h f = h \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \cdot 10^{-12} \text{ m}} = 3,32 \cdot 10^{-14} \text{ J} \\ 3,32 \cdot 10^{-14} \text{ J} &\cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,07 \cdot 10^5 \text{ eV} \end{aligned}$$

b) La energía total de una partícula de masa m viene dada por: $E = \gamma m c^2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} m c^2$

y está relacionada con la energía cinética por la siguiente expresión: $E_{\text{cin}} = E - E_0$, donde E_0 es la energía de la partícula considerada en reposo. Combinando ambas obtenemos:

$$E_{\text{cin}} = \gamma m c^2 - m c^2 = m c^2 (\gamma - 1) \quad \gamma = \frac{E_{\text{cin}}}{m c^2} + 1$$

$$\gamma = \frac{E_{\text{cin}}}{m c^2} + 1 = \frac{3,32 \cdot 10^{-14} \text{ J}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} (3 \cdot 10^8)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} + 1 = 1,405$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\gamma}; v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sqrt{1 - \frac{1}{1,405^2}} = 2,11 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

NOTA: Siguiendo el razonamiento que se puede encontrar en los apuntes (Física 2º Bachillerato. Teoría de la Relatividad Especial, pag 11), no se hace uso del concepto “masa relativista” y “masa en reposo”, conceptos que el propio Einstein desaconsejaba usar. **La masa es un invariante.**

En un laboratorio de medicina nuclear hay una masa inicial de 20 mg del isótopo ^{131}In , cuyo período de semidesintegración es de 8,02 días y su masa atómica de 131 u. Determina:

- La vida media del isótopo.
- La relación entre la actividad inicial de la muestra y su actividad al cabo de 1 mes.
- El tiempo transcurrido para que el contenido de ^{131}I de la muestra se reduzca a 2 mg.

Solución:

a) $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}; \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{30,23 \text{ años}} = 0,023 \text{ años}^{-1}; 0,023 \frac{1}{\text{años}} \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días}} \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ h}} \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 7,29 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{8,02 \text{ días}}{\ln 2} = 11,57 \text{ días} = 10^5 \text{ s}$$

b) $\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{11,57 \text{ días}} = 0,0864 \text{ días}^{-1}$

$$A = A_0 e^{-\lambda t}; \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} = e^{-0,0864 \text{ días}^{-1} \cdot 30 \text{ días}} = 0,075; \boxed{A = 0,075 A_0}$$

c) $m = m_0 e^{-\lambda t}; t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{m}{m_0} = -\frac{1}{0,0864 \text{ días}^{-1}} \ln \frac{2}{20} = 26,65 \text{ días} = 2,25 \cdot 10^6 \text{ s}$

(Oviedo. 2023-2024/ Julio.10)

El trabajo de extracción del cromo (Cr) es de 4,5 eV. Si se ilumina la superficie de este metal con una radiación monocromática cuya longitud de onda es de $2,25 \times 10^{-7}$ m, calcula:

- La velocidad máxima de los electrones emitidos al iluminar la superficie con esa radiación.
- El potencial de frenado de los electrones emitidos.
- La longitud de onda umbral para el Cr.

DATOS: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s; $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg

Solución:

$$W_{\text{ext}} = 4,5 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 7,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{a) } E_{c_{\text{máx}}} = E_T - W_{\text{ext}} = h \nu - W_{\text{ext}} = h \frac{c}{\lambda} - W_{\text{ext}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,27 \cdot 10^{-7} \text{ m}} - 7,2 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,15 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_{c_{\text{máx}}} = \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2; v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2 E_{c_{\text{máx}}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,15 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 5,83 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{b) } V_F q = E_{c_{\text{máx}}}; V_F = \frac{E_{c_{\text{máx}}}}{q} = \frac{1,15 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 0,97 \text{ V} \approx 1,0 \text{ V}$$

$$\text{c) } W_{\text{ext}} = h \frac{c}{\lambda_0}; \lambda_0 = h \frac{c}{W_{\text{ext}}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{7,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,76 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 276 \cdot 10^{-9} = 276 \text{ nm}$$

El tenista australiano S. Groth ostenta el récord histórico, conseguido en 2012, al impulsar una pelota de tenis durante el saque con una velocidad de 263 km/h. Si la masa de la pelota es de 58 g, determine:

- La longitud de onda de De Broglie asociada a la pelota durante dicho saque.
- Uno de los primeros sincrotrones, que aceleraba protones, fue el Bevatrón construido en el Laboratorio Nacional Brookhaven (Nueva York), que comenzó a operar en 1952, alcanzando una energía relativista de 3 GeV. ¿Cuál es la velocidad máxima que alcanzan dichos protones acelerados en el Bevatrón?

DATO: $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1,6 \cdot 10^{-27}$ kg; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s.

Solución:

$$\text{a) } \lambda m v = h; \lambda = \frac{h}{m v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}}{5,8 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot 73,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1,56 \cdot 10^{-34} \text{ m}$$

$$\text{b) } 3 \cdot 10^9 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$\left. \begin{aligned} E &= \gamma m c^2 \\ E &= E_c + m c^2 \end{aligned} \right\} \gamma m c^2 = E_c + m c^2; \gamma = \frac{E_c}{m c^2} + 1$$

$$\gamma = \frac{E_c}{m c^2} + 1 = \frac{4,8 \cdot 10^{-10} \text{ J}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} + 1 = 4,2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\gamma}; v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sqrt{1 - \frac{1}{4,2^2}} = 2,9 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,97 c$$

(Ver nota ejercicio anterior)

La longitud de onda umbral para el efecto fotoeléctrico de un metal es 565 nm.

- a) Calcule el trabajo de extracción de los electrones del metal y la energía cinética máxima de los electrones emitidos cuando dicho metal se ilumina con radiación de 340 nm de longitud de onda.

Si se irradia otro metal distinto con la misma radiación del apartado anterior, se observa que el potencial de frenado de los electrones emitidos es de 1,36 V.

- b) Calcule el trabajo de extracción para este nuevo metal.

DATOS: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$;

Solución:

$$\begin{aligned} \text{a) } W_{\text{ext}} = h \nu_0 \quad \left\{ \begin{array}{l} W_{\text{ext}} = h \frac{c}{\lambda_0} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{565 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3,52 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ \nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} \end{array} \right. &= 3,52 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,2 \text{ eV} \\ E_c = E_T - W_{\text{ext}} = h(\nu - \nu_0) = h c \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) &= 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot \frac{1}{\text{s}} \left(\frac{1}{340 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - \frac{1}{565 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \right) \cdot \frac{1}{\text{m}} = 2,32 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ 2,32 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} &= 1,5 \text{ eV} \\ \text{b) } V_F q = h\nu - W_{\text{ext}} ; W_{\text{ext}} = h\nu - V_F q = h \frac{c}{\lambda} - V_F q &= 6,67 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 1,36 \frac{\text{J}}{\text{C}} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 3,71 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ 3,71 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} &= 2,3 \text{ eV} \end{aligned}$$

Se determina experimentalmente el trabajo de extracción de cierto material obteniendo un valor de 2,1 eV. Indica cuál de las siguientes radiaciones producirá efecto fotoeléctrico si se irradia una lámina de dicho material con:

- a) Luz infrarroja de longitud de onda 780 nm, o luz ultravioleta de 280 nm.
b) Calcule la energía cinética máxima de los electrones emitidos en el caso anterior.
c) Obtener el potencial de frenado requerido para detener los fotoelectrones emitidos

DATOS: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Solución:

- a) Para poder contestar a la pregunta planteada debemos de calcular la longitud de onda umbral:

$$W_{\text{ext}} = h \frac{c}{\lambda_0} ; \lambda_0 = h \frac{c}{W_{\text{ext}}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,1 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}} = 5,92 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 592 \text{ nm}$$

Considerando el resultado, cuando se ilumine el material con luz cuya **longitud de onda esté por debajo del valor umbral, habrá emisión de electrones**, y cuando la longitud de onda esté por encima de ese valor, no habrá emisión. Por tanto:

Para 780 nm, no habrá emisión. **Para 280 nm, se producirá emisión de fotoelectrones.**

$$\begin{aligned} \text{b) } (E_c)_{\text{Max}} = E_T - W_{\text{ext}} = h\nu - W_{\text{ext}} = h \frac{c}{\lambda} - W_{\text{ext}} &= 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,80 \cdot 10^{-7} \text{ m}} - 2,1 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 3,74 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ 3,74 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} &= 2,3 \text{ eV} \\ \text{c) El potencial de frenado será aquel que suministre una energía } (E_p = V_F q) &\text{ igual a la energía cinética máxima de los electrones:} \\ V_F q = (E_c)_{\text{Max}} ; V_F = \frac{(E_c)_{\text{Max}}}{q} &= \frac{3,74 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 2,3 \text{ V} \end{aligned}$$

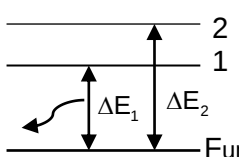
La energía de la luz emitida por un láser, correspondiente a la radiación de la transición electrónica entre los niveles del primer estado excitado y el nivel fundamental de una especie atómica, es de 2,17 eV. Sin embargo, el proceso de absorción en dicha sustancia se debe a la transición entre el nivel fundamental y el segundo estado excitado, cuya energía es de 2,85 eV. Calcule:

- La longitud de onda de la radiación emitida.
- La longitud de onda y la frecuencia del fotón necesario para la transición electrónica del proceso de absorción.

DATOS: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$;

Solución:

a)



$$\Delta E_1 = h \nu = h \frac{c}{\lambda}; \lambda = \frac{h c}{\Delta E_1} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,17 \text{ eV} \cdot \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}} = 5,73 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 573 \text{ nm}$$

b)

$$\Delta E_2 = h \nu; \nu = \frac{\Delta E_2}{h} = \frac{2,85 \text{ eV} \cdot \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}} = 6,88 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}; \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6,88 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 4,36 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 436 \text{ nm}$$

En un microscopio electrónico de barrido se aceleran haces colimados de electrones mediante un campo eléctrico para producir imágenes de alta resolución de la superficie de materiales. Determina:

- La longitud de onda asociada a un electrón que se acelera mediante una diferencia de potencial de 30 kV.
- Justifica la certeza o falsedad de la siguiente afirmación: “La longitud de onda asociada a un protón acelerado con la misma diferencia de potencial será mayor que en el caso de un electrón”

DATOS: $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $m_p = 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$.

Solución:

a)

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{cin}} &= \frac{1}{2} m v^2 \\ E_{\text{cin}} &= E_{\text{pot}} = qV \end{aligned} \right\} \frac{1}{2} m v^2 = qV; v = \sqrt{\frac{2 q V}{m}}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 e V}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3 \cdot 10^4 \text{ V}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1,03 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,8 \cdot 10^8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\lambda m v = h; \lambda_e = \frac{h}{m_e v_e} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,03 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 7,07 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

b)

$$\left. \begin{aligned} \lambda_e m_e v_e &= h \\ \lambda_p m_p v_p &= h \end{aligned} \right\} \lambda_e m_e v_e = \lambda_p m_p v_p; \frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{m_p v_p}{m_e v_e}$$

Como:

$$m_p \approx 1800 m_e$$

$$\left. \begin{aligned} v_e &= \sqrt{\frac{2 q V}{m_e}} \\ v_p &= \sqrt{\frac{2 q V}{m_p}} \end{aligned} \right\} \frac{v_e}{v_p} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}} \approx \sqrt{\frac{1800 m_e}{m_e}} \approx 42; v_e \approx 42 v_p$$

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{m_p v_p}{m_e v_e} \approx \frac{1800 m_e \cancel{v_p}}{m_e \cancel{42 v_p}} \approx 43; \boxed{\lambda_e \approx 43 \lambda_p} \quad \boxed{\lambda_e > \lambda_p}$$

Afirmación falsa, tal y como se ha demostrado, la longitud de onda del electrón es mayor que la del protón.

Un laboratorio de medicina nuclear tiene 20 mg de Cs, cuyo período de semidesintegración es de 30,23 años y masa atómica de 137 u. Calcula:

- La vida media del isótopo y el tiempo transcurrido para que la muestra se reduzca a 4 mg
- Las actividades radiactivas de la masa inicial y una vez reducida a 4 mg

Solución:

$$a) \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}; \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{30,23 \text{ años}} = 0,023 \text{ años}^{-1}; 0,023 \frac{1}{\text{años}} \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días}} \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ h}} \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 7,29 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,023 \text{ años}^{-1}} = 43,5 \text{ años} = 1,4 \cdot 10^9 \text{ s}$$

$$m = m_0 e^{-\lambda t}; t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{m}{m_0} = -\frac{1}{0,023 \text{ años}^{-1}} \ln \frac{4}{20} = 69,98 \text{ años} \approx 70 \text{ años}$$

- Actividad de 20 mg (inicial)

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N = 7,29 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} \cdot 20 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23} \text{ nuc}}{137 \text{ g}} = 6,4 \cdot 10^{10} \frac{\text{nuc}}{\text{s}} (\text{Bq})$$

Actividad de 4 mg

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N = 7,29 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23} \text{ nuc}}{137 \text{ g}} = 1,3 \cdot 10^{10} \frac{\text{nuc}}{\text{s}} (\text{Bq})$$

El ^{14}C es el isótopo radiactivo del carbono, comúnmente denominado carbono-14, muy empleado en métodos de datación absoluta de materia orgánica fósil y cuyo período de semidesintegración es de 5760 años. Se dispone de una muestra de dicho isótopo con una masa inicial de 10 mg.

- Calcula la vida media del isótopo ^{14}C y la masa que hay al cabo de 500 años.
- ¿Cuánto se reduce la actividad de dicha muestra tras transcurrir un tiempo igual a 2/3 de la vida media del isótopo?

Solución:

$$a) \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}; \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5760 \text{ años}} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1};$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1,2 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}} \approx 8333 \text{ años} = 2,6 \cdot 10^{11} \text{ s}$$

$$m = m_0 e^{-\lambda t} = 10 \text{ mg} e^{-(1,2 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1} \cdot 500 \text{ años})} = 9,4 \text{ mg}$$

-

$$A = \lambda m_0 e^{-\lambda t} = \lambda m$$

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \lambda m_1 \\ A_2 &= \lambda m_2 \end{aligned} \right\} \frac{A_1}{A_2} = \frac{m_1}{m_2}; A_2 = \frac{m_2}{m_1} A_1$$

Donde se nota con 1 las condiciones de partida ($m_1=10 \text{ mg}$) y con 2 las finales

Cálculo de la masa que hay al cabo de

$$t = \frac{2}{3} \tau = \frac{2}{3} 8333 \text{ años} = 5555,3 \text{ años}$$

$$m = m_0 e^{-\lambda t} = 10 \text{ mg} e^{-1,2 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1} \cdot 5555,3 \text{ años}} = 5,1 \text{ mg}$$

$$A_2 = \frac{m_2}{m_1} A_1 = \frac{5,1 \text{ mg}}{10 \text{ mg}} A_1 = 0,51 A_1 \quad \text{La actividad es un 51\% de la inicial, luego se reduce un 49\%}$$

El trabajo de extracción de la plata es de 4.73 eV.

- Calcula la frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico de este metal.
- Determina el potencial de frenado de los electrones arrancados cuando se irradia una muestra de Ag con una radiación de 200 nm de longitud de onda.

DATOS: $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)}$

Solución:

- $$W = h \nu_0; \nu_0 = \frac{W}{h} = \frac{4,75 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}} = 1,15 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$
- La frecuencia umbral será: $\lambda \nu = c$; $\nu = \frac{c}{\lambda}$; $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{200 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

Potencial de frenado: $qV_f = h \nu - h \nu_0 = h (\nu - \nu_0)$

$$V_f = \frac{h (\nu - \nu_0)}{q} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s} \cdot (1,50 \cdot 10^{15} - 1,15 \cdot 10^{15}) \text{ s}^{-1}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1,45 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1,45 \text{ V}$$

Las técnicas de dispersión de neutrones se utilizan para el estudio de la estructura y microestructura de los materiales. En un experimento de difracción un haz de neutrones con una longitud de onda de De Broglie de 0.2 nm (valor que es del orden de la distancia interatómica en materiales sólidos cristalinos) incide sobre el material objeto de nuestra investigación.

- Calcule la velocidad del neutrón.
- Justifique por qué ese estudio no puede llevarse a cabo empleando un haz de partículas que posean una masa promedio de 1 μg lanzadas a una velocidad de 10^3 m/s .

DATOS: $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$.

Solución:

$$\text{a) } (m_n \nu) \lambda = h; \nu = \frac{h}{m_n \lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}{1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 0,2 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 1,98 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

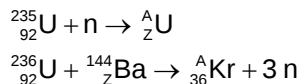
- La longitud de onda de DeBroglie correspondiente a las partículas sería:

$$(m_p \nu) \lambda = h; \lambda = \frac{h}{m_p \nu} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}{10^{-9} \text{ kg} \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 6,63 \cdot 10^{-28} \text{ m}$$

para que se produzca difracción la longitud de la radiación empleada debería de ser comparable a la distancia interatómica (nanómetros). Como es mucho más pequeña no se produciría difracción.

Una central nuclear produce una potencia de 3 GW. Su funcionamiento se basa en las reacciones de fisión nuclear del $^{235}_{92}\text{U}$ con neutrones. La fisión de cada átomo de $^{235}_{92}\text{U}$ libera 200 MeV.

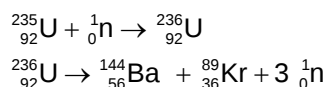
- a) Complete el siguiente proceso que tiene lugar en la central sustituyendo con el número atómico (Z) y el número másico (A) correspondiente en cada caso:



- b) Sabiendo que la vida media del $^{235}_{92}\text{U}$, es de $7,04 \cdot 10^8$ años, calcule su constante de desintegración radiactiva y su periodo de semidesintegración.

Solución:

a)



b)

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{7,04 \cdot 10^8 \text{ años}} = 1,42 \cdot 10^{-9} \frac{1}{\text{años}}; 1,42 \cdot 10^{-9} \frac{1}{\text{años}} \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días}} \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ h}} \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 4,50 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{1,42 \cdot 10^{-9} \frac{1}{\text{año}}} = 4,88 \cdot 10^8 \text{ años}$$

El periodo de semidesintegración de un átomo de uranio es de 4500 millones de años y el del isótopo ^{51}Cr de 27 días.

- a) Determine la vida media de un átomo de uranio.
b) Si tenemos un mol de átomos de ^{51}Cr , ¿cuántos átomos quedarán transcurridos 5 meses?

DATOS: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos mol}^{-1}$

Solución:

a)

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \left\{ \begin{aligned} T_{1/2} &= \tau \ln 2; \quad \tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{4,510^9 \text{ años}}{\ln 2} = 6,49 \cdot 10^9 \text{ años} \approx 6500 \text{ millones de años} \\ T_{1/2} &= \frac{\ln 2}{\lambda} \end{aligned} \right.$$

b) $1 \text{ mol} = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos}$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{27 \text{ días}} = 0,0256 \frac{1}{\text{días}} \frac{30 \text{ días}}{1 \text{ mes}} = 0,770 \text{ mes}^{-1}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos} \cdot e^{-0,770 \text{ mes}^{-1} \cdot 5 \text{ meses}} = 1,281 \cdot 10^{22} \text{ átomos}$$

Supongamos que se desintegra completamente 1 kg de materia. Calcule:

- La energía producida en el proceso de desintegración.
- El momento lineal del cuerpo cuando se mueve a la mitad de la velocidad de la luz.

DATOS: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Solución:

- $E = m c^2 = 1 \text{ kg } (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 9 \cdot 10^{16} \text{ J} = 90 \text{ 000 TJ}$
- Como se mueve a velocidad próxima a la de la luz deberemos de usar la expresión relativista del momento:

$$p = \gamma m v = \frac{2}{\sqrt{3}} m v = \frac{2}{\sqrt{3}} 1 \text{ kg } \frac{3 \cdot 10^8}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,75 \cdot 10^8 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{4c^2}}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Un electrón posee una energía cinética de 25 eV. Calcule:

- La longitud de onda asociada al electrón.
- La longitud de onda de un fotón con la misma energía de 25 eV.
- La longitud de onda de De Broglie asociada a una partícula de masa, $m = 0.005 \mu\text{g}$ con la misma velocidad que el electrón de los apartados anteriores.

DATOS: $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s.}$

Solución:

a)

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2; v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 2,96 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(m_e v) \lambda_e = h; \lambda_e = \frac{h}{m_e v} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2,96 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2,46 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,25 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 0,25 \text{ nm}$$

b)

$$E = h f = h \frac{c}{\lambda}; \lambda = \frac{h c}{E} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cancel{\text{J s}} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{25 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cancel{\text{J}}}{1 \text{ eV}}} = 4,97 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 49,7 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 50 \text{ nm}$$

c)

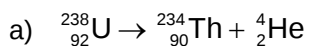
$$(m v) \lambda = h; \lambda = \frac{h}{m v} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}}{5 \cdot 10^{-12} \text{ kg} \cdot 2,96 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4,48 \cdot 10^{-29} \text{ m}$$

El isótopo más común del uranio ($Z = 92$) es el ^{238}U , tiene un periodo de semidesintegración de $4,47 \cdot 10^9$ años y decae a ^{234}Th mediante emisión de una partícula alfa.

- Escriba la reacción de decaimiento prevista para el ^{238}U señalando el número atómico del Torio.
- Calcule la constante de desintegración radiactiva.
- Determine el tiempo que debe transcurrir para que la actividad de una muestra de un mineral que contiene ^{238}U , se reduzca a la mitad.

DATO: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos.mol}^{-1}$

Solución:



b) $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{4,47 \cdot 10^9 \text{ años}} = 1,55 \cdot 10^{-10} \text{ años}^{-1}$

$$1,55 \cdot 10^{-10} \frac{1}{\text{años}} \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días}} \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ h}} \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 4,92 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$$

- c) Se pregunta por el periodo de semidesintegración que se da como dato en el enunciado. Luego:

$$T_{1/2} = 4,47 \cdot 10^9 \text{ años} \frac{365 \text{ días}}{1 \text{ año}} \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}} \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 1,41 \cdot 10^{17} \text{ s}$$