3. Una partícula de 0,5 kg que describe un movimiento armónico simple de frecuencia 5/π Hz tiene, inicialmente, una energía cinética de 0,2 J y una energía potencial de 0,8 J.
a) Calcula la posición y la velocidad iniciales, así como la amplitud de la oscilación y la velocidad máxima.
b) Haz un análisis de las transformaciones de energía que tienen lugar en un ciclo completo. ¿Cuál será el desplazamiento en el instante en que las energías cinética y potencial son iguales?

La ecuación de la posición de una partícula con un movimiento armónico simple es:
$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi) = A \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi)$
Por tanto la velocidad es: $\dfrac{dx}{dt} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot A \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi)$
Si sustituimos los valores en las dos expresiones tenemos que:
$x = A \cdot \text{sen}\,(10 \cdot t + \varphi)$
$v = A \cdot 10 \cdot \cos\,(10 \cdot t + \varphi)$
La energía potencial se representa como: $E_p = \dfrac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$
La energía cinética se representa como: $E_C = \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
En un movimiento oscilatorio armónico simple la energía potencial máxima es igual a la energía cinética máxima, de manera que: $\dfrac{1}{2} \cdot k \cdot x_{max}^2 = \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_{max}^2$
Es decir, $k \cdot A^2 = m \cdot \omega^2 \cdot A^2$
Por tanto; $k = m \cdot \omega^2 = 0{,}5 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot \pi^{-1})^2 = 50\ N \cdot m^{-1}$

Para t = 0, tenemos:
$E_p = \dfrac{1}{2} \cdot 50 \cdot x_0^2 = 0{,}8\ J\ ;\ x_0 = 0{,}18\ m$
$E_c = \dfrac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot v_0^2 = 0{,}2\ J;\ v_0 = 0{,}89\ m \cdot s^{-1}$

La velocidad máxima vendrá definida por la energía cinética máxima, que tiene lugar cuando la potencial es cero y su valor es el de la suma de la energía potencial y cinética del instante inicial:
$E_{total} = E_{Cmax} = \dfrac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot v_{max}^2 = 0{,}8 + 0{,}2 = 1\ J\ ;\ v_{max} = 2\ m \cdot s^{-1}$
La distancia máxima vendrá definida por la energía potencial máxima, que tiene lugar cuando la cinética es cero:

$E_{total} = E_{Pmax} = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot x_{max}^2 = 1\ J$; $x_{max} = 0,2\ m$

b) En un ciclo la velocidad y la energía cinética máximas tienen lugar cuando la energía potencial es nula, es decir x = 0. De igual manera la energía potencial máxima tiene lugar cuando el desplazamiento es máximo y la velocidad es nula.
Si ambas energía son iguales, la energía potencial será la mitad de la máxima:

$E_p = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 1\ J$

Por tanto: x = 0,14 m

OPCIÓN B

CUESTIÓN B3

Un punto realiza un movimiento vibratorio armónico simple de periodo T y amplitud A, siendo nula su elongación en el instante inicial. Calcule el cociente entre sus energías cinética y potencial:

a) en los instantes de tiempo *t = T/12*, *t = T/8* y *t = T/6 (1 punto)*.
b) cuando su elongación es *x = A/4* , *x = A/2* y *x = A (1 punto)*.

RESPUESTA:

Las ecuaciones de la posición y la velocidad de un movimiento vibratorio armónico simple son:

$$x = A\cdot\text{sen}\omega t$$
$$v = A\omega\cdot\cos\omega t$$

Y la relación entre sus energías:

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}m\omega^2x^2} = \frac{v^2}{\omega^2x^2}$$

a) Para $t = \frac{T}{12}$:

$$\left.\begin{aligned} x &= A\text{sen}\frac{2\pi}{T}\frac{T}{12} = A\text{sen}\frac{\pi}{6} = \frac{A}{2} \\ v &= A\omega\cos\frac{\pi}{6} = \frac{A\omega\sqrt{3}}{2} \end{aligned}\right\} \quad \frac{E_c}{E_p} = \frac{A^2\omega^2\cdot 3\cdot 4}{4\cdot\omega^2\cdot A^2} = 3$$

Para $t = \frac{T}{8}$

$$\left.\begin{aligned} x &= A\text{sen}\frac{2\pi}{T}\frac{T}{8} = A\text{sen}\frac{\pi}{4} = \frac{A\sqrt{2}}{2} \\ v &= A\omega\cos\frac{\pi}{4} = \frac{A\omega\sqrt{2}}{2} \end{aligned}\right\} \quad \frac{E_c}{E_p} = \frac{A^2\omega^2\cdot 2\cdot 4}{4\cdot\omega^2\cdot A^2\cdot 2} = 1$$

Para $t = \frac{T}{6}$

$$\left.\begin{array}{l} x = A\mathrm{sen}\dfrac{2\pi}{T}\dfrac{T}{6} = A\mathrm{sen}\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{A\sqrt{3}}{2} \\ v = A\omega\cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{A\omega}{2} \end{array}\right\} \quad \frac{E_c}{E_p} = \frac{A^2\omega^2\cdot 4}{4\cdot\omega^2\cdot A^2\cdot 3} = \frac{1}{3}$$

b) Sumando los valores delas dos energías se tiene que la energía total es:

$$E_T = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

De modo que podemos expresar la energía cinética en función de la potencial como:

$$E_c = E_T + E_p = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 - \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2\left(A^2 - x^2\right)$$

Luego su relación es:

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{\cancel{1/2}\, m\omega^2\left(A^2 - x^2\right)}{\cancel{1/2}\, m\omega^2x^2} = \frac{A^2 - x^2}{x^2}$$

Para $x = \dfrac{A}{4}$

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{A^2 - \dfrac{A^2}{16}}{\dfrac{A^2}{16}} = \frac{\dfrac{15A^2}{16}}{\dfrac{A^2}{16}} = 15$$

Para $x = \dfrac{A}{2}$

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{A^2 - \dfrac{A^2}{4}}{\dfrac{A^2}{4}} = \frac{\dfrac{3A^2}{4}}{\dfrac{A^2}{4}} = 3$$

Para $x = A$

$\dfrac{E_c}{E_p} = \dfrac{A^2 - A^2}{A^2} = 0$ la energía cinética vale cero.

OPCIÓN A

PROBLEMA A1.

Una masa de 1 kg oscila unida a un resorte de constante *k* = 5 N/m, con un movimiento armónico simple de amplitud 10^{-2} m.

a) Cuando la elongación es la mitad de la amplitud, calcule qué fracción de la energía mecánica es cinética y qué fracción es potencial.*(1,5 puntos).*

b) ¿Cuánto vale la elongación en el punto en el cual la mitad de la energía mecánica es cinética y la otra mitad potencial? *(1,5 puntos).*

RESPUESTA:

a) Las expresiones de la energía en función de la elongación son:

$$\left.\begin{array}{l} x = A\cdot\text{sen}\omega t \\ v = A\omega\cdot\cos\omega t \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\text{sen}^2\omega t \\ E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\omega t \end{array}\right\} \quad E_T = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

Cuando $x = \frac{A}{2}$**, la energía potencial vale:**

$$E_p = \frac{1}{2}m\omega^2\frac{A^2}{4} = \frac{1}{8}m\omega^2A^2$$

comparándola con la energía total:

$$\frac{E_p}{E_T} = \frac{\frac{1}{8}m\omega^2A^2}{\frac{1}{2}m\omega^2A^2} = \frac{1}{4}; \qquad E_p = \frac{1}{4}E_T$$

La energía potencial es una cuarta parte de la energía mecánica total y la energía cinética será tres cuartas partes de la energía mecánica total.

$$E_c = \frac{3}{4}E_T$$

b) Lo calculamos a partir de la relación de la energía mecánica total con la potencial.

$$E_p = \frac{1}{2}E_T; \quad \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}m\omega^2A^2; \quad x^2 = \frac{1}{2}\frac{m\omega^2A^2}{m\omega^2} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

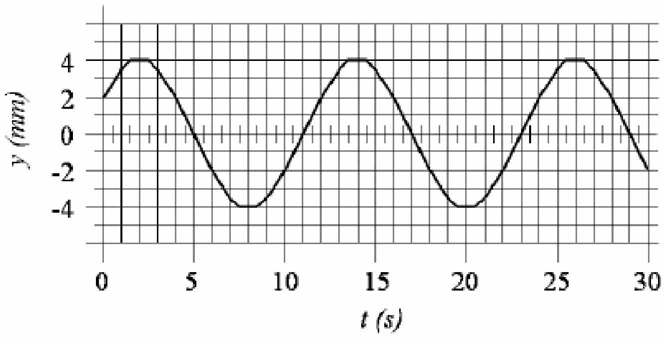
BLOQUE II - PROBLEMAS

Opción A

Se tiene un cuerpo de masa *m = 10 kg* que realiza un movimiento armónico simple. La figura adjunta es la representación de su elongación *y* en función del tiempo *t*. Se pide:

1. La ecuación matemática del movimiento armónico *y(t)* con los valores numéricos correspondientes, que se tienen que deducir de la gráfica. (1,2 puntos)

2. La velocidad de dicha partícula en función del tiempo y su valor concreto en *t =5* s. (0,8 puntos)



RESPUESTA:

1. La ecuación de un movimiento vibratorio armónico simple es:

$$y = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

A es la amplitud o máxima elongación que sufre la partícula que vibra. En la grafica se ve que su valor es A = 4 mm.

ω **es la frecuencia angular;** $\omega = \frac{2\pi}{T}$. **Calculamos su valor a partir del valor del periodo T.**

$$T = 12\,s \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}\,rad/s$$

Calculamos φ_0 **a partir del valor inicial del movimiento:**

$$y(0) = 2\,mm; \qquad 0{,}002 = 0{,}004 \cdot \cos\varphi_0; \qquad \cos\varphi_0 = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; \varphi_0 = \frac{\pi}{3}$$

La ecuación queda:

$$y = 0{,}004\cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right)$$

2. Derivamos la ecuación de la posición y sustituimos:

$$v = \frac{dy}{dt} = -0{,}004 \cdot \frac{\pi}{6} \cdot sen\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$v(5) = -0{,}004 \cdot \frac{\pi}{6} \cdot sen\left(\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{0{,}002\pi}{6}\,m/s$$

BLOQUE II – CUESTIONES

Opción A

Un cuerpo oscila con movimiento armónico simple cuya amplitud y período son, respectivamente, *10 cm* y *4 s*. En el instante inicial, *t =0 s*, la elongación vale *10 cm*. Determina la elongación en el instante *t =1 s*.

RESPUESTA:

Escribimos la ecuación del movimiento vibratorio armónico simple:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

Calculamos las magnitudes que intervienen en la expresión dada:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{rad/s}$$

$$x(0) = 0{,}1\cos\varphi_0 \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi_0 = 0$$

Conocidos los valores escribimos la ecuación y sustituimos:

$$x(t) = 0{,}1\cos\frac{\pi}{2}t$$

$$x(1) = 0{,}1\cos\frac{\pi}{2} = 0\,\mathrm{m}$$

OPCIÓN A
CUESTIÓN PRÁCTICA

La constante elástica de un resorte medida por el método estático: a) ¿depende del tipo de material?, b) ¿varia con el periodo de oscilación?, c) ¿depende de la masa y la longitud del resorte?

RESPUESTA:

Cuando se mide la constante elástica por el método estático se obtienen la ley de Hooke en la que las elongaciones del muelle son proporcionales a las fuerzas realizadas sobre el mismo.

$$F = k\Delta L; \qquad \frac{F}{\Delta L} = k$$

De este modo el valor de la constante del muelle depende del tipo de material y de las características de su fabricación.

Al estar utilizando el método estático no podemos decir nada acerca de la influencia del periodo d las oscilaciones ya que al muelle no se le somete a oscilaciones.

La masa del resorte no influye en el valor de su constante. Tampoco el valor de su longitud, aunque si la diferencia entre su longitud natural L_0 y las diferentes longitudes que tome el mismo al verse sometido a distintas fuerzas.

CUESTIONES

1.-Una partícula de masa *m* empieza su movimiento a partir del reposo en *x* =25 cm y oscila alrededor de su posición en equilibrio en *x = 0* con un período de 1,5 s. Escribir las ecuaciones que nos proporcionan: *x* en función de *t*, la velocidad en función de *t* y la aceleración en función de *t*.

RESPUESTA:

La ecuación de un movimiento vibratorio armónico es:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

La frecuencia angular ω, la obtenemos a partir del valor del periodo.

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{4\pi}{3}$$

El valor de la amplitud lo da el enunciado, A = 0,25 m.

En el instante inicial la partícula se encuentra en el extremo de su trayectoria.

$$0{,}25 = 0{,}25\cdot\cos\varphi_0; \qquad \cos\varphi_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi_0 = 0^{\circ}$$

La ecuación de la posición queda:

$$x = 0{,}25\cos\frac{4\pi}{3}t$$

La de la velocidad:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\frac{\pi}{3}\operatorname{sen}\frac{4\pi}{3}t$$

La de la aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{4\pi^2}{9}\cos\frac{4\pi}{3}t$$

EJERCICIO 1

1) Una partícula de masa 0,1 kg realiza un movimiento armónico simple de las siguientes características: Amplitud A = 1,7 cm; Periodo T = 0,2 s; en el instante t = 0 se encuentra en la posición x = -1 cm.

a) Escribir la ecuación del movimiento. Representarla gráficamente.
b) Calcular su velocidad en el instante en que la partícula pasa por el origen x = 0
c) Calcular su aceleración en ese mismo instante
d) Calcular su energía mecánica (2,5 puntos)

RESPUESTA:

a) Calculamos las magnitudes que intervienen en la ecuación

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi \, \text{rad/s}$$

$$x(0) = -0,01\text{m} \quad \Rightarrow \quad -0,01 = 0,017\cos(\varphi_0); \qquad \varphi_0 = \arccos\left(\frac{-0,01}{0,017}\right) = 126^\circ = 0,7\pi \, \text{rad}$$

La ecuación queda:

$$x(t) = 0,017 \cdot \cos(10\pi t + 0,7\pi)$$

b) Escribimos la ecuación de la velocidad

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 10\pi \cdot 0,017 \cdot \text{sen}(10\pi t + 0,7\pi)$$

Como el movimiento se inicia en $\varphi_0 = 0,7\pi$, la primera vez que pasa por el origen es cuando la fase vale $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ Para ese valor de la fase la velocidad es:

$$v(x=0) = 10\pi \cdot 0,017 \cdot \text{sen}\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0,17\pi \, \text{m/s}$$

c) En un movimiento vibratorio armónico simple la aceleración es proporcional a la posición.

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

Como x = 0 m, entonces a = 0 m/s^2.

d) Al estar la partícula situada en x = 0 no tiene energía potencial, solo tiene energía cinética.

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot (0{,}17\pi)^2 = 0{,}014\,J$$

PREGUNTAS TEORICAS

BLOQUE A

A.1 Energía del movimiento armónico simple. (1 punto)

La energía mecánica de una partícula cualquiera es la suma de sus energías cinética y potencial. En el caso de una partícula sometida a un movimiento armónico simple y tomando como ecuación de la posición:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

la velocidad sería:

$$v = -A\omega \mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

por tanto las energías serán:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \mathrm{sen}^2(\omega t + \varphi_0)$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)$$

Sumando ambas: $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$, valor que se mantiene siempre constante.

OPCIÓN B

PROBLEMAS

2.- Una onda armónica transversal se propaga hacia la derecha con una velocidad de propagación de 600m/s, una longitud de onda de 6 m y una amplitud de 2 m. En el instante inicial (t=0 s) y en el origen la elongación de la onda es nula.

a) Escribe la ecuación de la onda
b) Calcula la velocidad máxima de vibración
c) Calcula el tiempo necesario para que un punto a 12 m del origen alcance por primera vez la velocidad máxima de vibración.

RESPUESTA:

a) Calculamos las magnitudes que intervienen en la ecuación de la onda a partir de los datos del enunciado.

$$y(x,t) = A\,\text{sen}(\omega t - kx)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{3}\,\text{rad/m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = 0{,}01\,\text{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 200\pi\,\text{rad/s}$$

A partir de las condiciones iniciales calculamos el valor del desfase.

$$y(0,0) = 2\cdot\text{sen}\varphi_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi_0 = 0$$

$$y(x,t) = 2\,\text{sen}\left(200\pi t - \frac{\pi}{3}x\right)$$

b) Calculamos la expresión de la velocidad de vibración

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 2\cdot 200\pi\cos\left(200\pi t - \frac{\pi}{3}x\right)$$

La velocidad máxima se da cuando el coseno vale la unidad. $v_{max} = 400\pi$

c) La velocidad máxima la alcanza un punto del medio por primera vez cuando, una vez iniciado el movimiento de vibración, pasa por la posición de equilibrio por primera vez. Esto quiere decir que una vez que la vibración alcanza al punto debe transcurrir medio periodo.

Entonces el tiempo total que tiene que transcurrir es el que tarda la vibración en llegar al punto más la mitad del periodo.

$$t_{v,max} = t_{x=12} + \frac{T}{2} = \frac{x}{v} + \frac{T}{2} = \frac{12}{600} + \frac{0,01}{2} = \frac{15}{600} = 0,025\,s$$

OPCIÓN B

1) a) Escribe la ecuación de una onda armónica y comenta el significado físico de las magnitudes que aparecen en dicha ecuación. (1,5 p.)

Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje OX con velocidad v = 50 m/s. La amplitud de la onda es *A* = 0,15 m y su frecuencia es *f* = 100 Hz. La elongación del punto situado en *x* = 0 es nula en el instante *t* = 0.

b) Calcula la longitud de onda. (0,5 p.)

c) Calcula la elongación y la velocidad transversal del punto situado en *x* = 5 m, en el instante *t* = 0,1 s. (1 p.)

RESPUESTA

a) La ecuación general de una onda armónica es:
b)

$$y(x,t) = A\mathrm{sen}(\omega t \pm Kx)$$

Donde:

- A es la amplitud del movimiento ondulatorio y se mide en metros.
- ω es la frecuencia angular; $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ se mide en rad/s
- t es el tiempo que transcurre desde que se inició el movimiento ondulatorio y se mide en segundos
- $\pm$ Indican el sentido en el que se desplaza la onda. El signo negativo indica que se desplazan en el sentido de avance del eje X y el positivo lo contrario.
- K se denomina número de ondas, es el número completo de longitudes de onda que caben en 2π metros; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ se mide en rad/m
- x es la distancia en metros al punto donde se genera la onda.

b) $v = \lambda f \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{50}{100} = 0{,}5\,\mathrm{m}$

c) Escribimos la ecuación de la onda:

$$y(x,t) = 0{,}15\mathrm{sen}(200\pi t - 4\pi x)$$

La ecuación de la velocidad de vibración es:

$$v(x,t) = 200\pi 0{,}15 \operatorname{sen}(200\pi t - 4\pi x)$$

Sustituimos para los valores dados

$$y(5;0{,}1) = 0{,}15 \operatorname{sen}(20\pi - 20\pi) = 0\,\mathrm{m}$$

$$v(5;0{,}1) = 200\pi 0{,}15 \operatorname{sen}(20\pi - 20\pi) = 30\pi\,\mathrm{m/s}$$

4. Una onda plana viene dada por la ecuación: $y(x, t) = 2 \cdot \cos (100 \cdot t - 5 \cdot x)$ (S.I.) donde x e y son coordenadas cartesianas.
a) Haga el análisis razonado del movimiento ondulatorio representado por la ecuación anterior y explique si es longitudinal o transversal y cuál es su sentido de propagación.
b) Calcule la frecuencia, el período, la longitud de onda y el número de onda, así como el módulo, dirección y sentido de la velocidad de propagación de la onda.

a) La onda del enunciado se propaga en el eje de las x puesto que la fase de la onda depende del tiempo y de la posición x. Se propaga en el sentido de las x positivas, ya que el término del espacio y el del tiempo tienen signos cambiados. Esto se puede ver ya que para que la fase se mantenga constante cuando aumenta el tiempo, el punto x debe también aumentar.
Finalmente, puesto que la onda se representa en un eje perpendicular a la trayectoria se trata de una onda transversal.
b) La ecuación general de una onda es: $y(x, t) = A \cdot \cos (\omega \cdot t - k \cdot x)$, donde ω es la frecuencia angular y k es el número de onda. Por tanto tenemos los siguientes datos:
$\omega = 100$ rad $\cdot$ s^{-1} ; $k = 5$ m^{-1}

Puesto que: $\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu$ tenemos que la frecuencia vale: $\nu = \dfrac{\omega}{2 \cdot \pi} = \dfrac{100}{2 \cdot \pi} = 15{,}9$ Hz

Por tanto el periodo de la onda es: $T = \dfrac{1}{\nu} = \dfrac{1}{15{,}9} = 0{,}063$ s

La longitud de onda se determina a partir del número de onda: $\lambda = \dfrac{2 \cdot \pi}{k} = \dfrac{2 \cdot \pi}{5} = 1{,}26$ m

Por último la velocidad de propagación es: $v = \dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{1{,}26}{0{,}063} = 20$ m $\cdot$ s^{-1}

Por tanto la velocidad, como vector es: $\vec{v} = 20\ \vec{i}$ m $\cdot$ s^{-1}

REPERTORIO B

Problema 1.- Dada la expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda tensa de gran longitud:
y = 0,03 sen(2πt – πx) **donde x e y están expresados en metros y t en segundos.**

> **a) ¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda?**
> **b) ¿Cuál es la expresión de la velocidad de oscilación de las partículas de la cuerda? ¿cuál es la velocidad máxima de oscilación?**
> **c) Para t = 0, ¿cuál es el valor del desplazamiento de los puntos de la cuerda cuando x = 0,5 m y x = 1 m?**
> **d) Para x = 1 m, ¿cuál es el desplazamiento cuando t = 0,5 s?**

RESPUESTA:

a) Comparamos la ecuación dad con la ecuación general de una onda:

$$y = A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx)$$

Como:

$$v_p = \frac{\lambda}{T} \quad \left\{\begin{array}{l} \omega = \dfrac{2\pi}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \dfrac{2\pi}{\omega} \\ k = \dfrac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \dfrac{2\pi}{k} \end{array}\right\} \quad v_p = \frac{2\pi/k}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\,\mathrm{m/s}$$

b) Derivamos la expresión de la posición para obtener la expresión de la velocidad.

$$v(x,t) = \frac{dx(x,t)}{dt} = 2\pi \cdot 0{,}03 \cdot \cos(2\pi t - \pi x)$$

La máxima velocidad se obtiene cuando el coseno vale la unidad:

$$v_{max} = 2\pi \cdot 0{,}03 = 0{,}188\,\mathrm{m/s}$$

c) Sustituimos para los valores dados:

$$t = 0\,\text{s}, \quad x = 0{,}5\,\text{m}$$
$$y(0;0{,}5) = 0{,}03 \cdot \text{sen}(-0{,}5\pi) = -0{,}03\,\text{m}$$
$$t = 0\,\text{s}, \quad x = 1\,\text{m}$$
$$y(0{,}1) = 0{,}03 \cdot \text{sen}(-\pi) = 0\,\text{m}$$

d) Sustituimos para los valores dados:

$$t = 0{,}5\,\text{s}, \quad x = 1\,\text{m}$$
$$y(0{,}5;1) = 0{,}03 \cdot \text{sen}(\pi - \pi) = 0\,\text{m}$$

OPCIÓN B

C-2. La posición de una partícula puntual de masa 500 g que describe un movimiento vibratorio armónico viene dada en unidades del SI por x = 0,30 sen (20πt). Calcula:

a) **La energía cinética máxima de la partícula**
b) **La fuerza máxima que actúa sobre ella.**

RESPUESTA:

a) Calculamos las expresiones de la velocidad y de la aceleración del movimiento.

$$v = \frac{dx}{dt} = 6\pi\cos(20\pi t); \qquad a = \frac{dv}{dt} = -120\pi^2 \mathrm{sen}(20\pi t)$$

La energía cinética máxima se da para la velocidad máxima, es decir cuando el coseno vale la unidad:

$$E_{c,max} = \frac{1}{2} m v_{max}^2; \qquad E_{c,max} = \frac{1}{2}(0,5)(6\pi) = 88,8\,J$$

b) La fuerza máxima se produce cuando la aceleración de la partícula es máxima:

$$F_{max} = m \cdot a_{max}; \qquad F_{max} = (0,5)(120\pi^2) = 592,2\,N$$

PARTE 2

CUESTIÓN 1

1. Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda tensa de gran longitud, y por ello, una partícula de la misma realiza un movimiento armónico simple en la dirección perpendicular a la cuerda. El periodo de dicho movimiento es de 3 s y la distancia que recorre la partícula entre posiciones extremas es de 20 cm.

a) ¿Cuáles son los valores de la velocidad máxima y de la aceleración máxima de oscilación de la partícula?

b) Si la distancia mínima que separa dos partículas de la cuerda que oscilan en fase es de 60 cm, ¿Cuál será la velocidad de propagación de la onda? ¿cuál es el número de onda?

RESPUESTA:

a) Consideramos solamente el movimiento vibratorio armónico simple que realiza la partícula:

$$y = A\,\mathrm{sen}\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

$$\left.\begin{array}{r} \omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{3}\,\mathrm{rad/s} \\ A = \dfrac{20}{2} = 10\,\mathrm{cm} \end{array}\right\} \quad y = 0{,}1\,\mathrm{sen}\,\frac{2\pi}{3}t$$

Derivando la expresión de la posición

$$v = 0{,}1\cdot\frac{2\pi}{3}\cos\frac{2\pi}{3}t; \qquad v_{max} = \frac{0{,}2\pi}{3}\,\mathrm{m/s}$$

Derivando la velocidad

$$a = -\frac{0{,}2\pi}{3}\cdot\frac{2\pi}{3}\,\mathrm{sen}\,\frac{2\pi}{3}t; \qquad a_{max} = \frac{0{,}4\pi^2}{9}\,\mathrm{m/s^2}$$

b) Como la distancia mínima de dos partículas que oscilan en fase es la longitud de onda, entonces λ = 0,6 m.

La velocidad de propagaciones:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,6}{3} = 0,2\,m/s$$

El número de ondas es:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,6} = \frac{\pi}{0,3}\,rad/m$$

OPCIÓN A
CUESTIÓN 2

2. En una onda estacionaria generada por interferencia de dos ondas, se cumple: a) La amplitud es constante, b) la onda transporta energía, c) La frecuencia es la misma que las de las dos ondas que interfieren.

RESPUESTA:

El apartado a) no es correcto porque la amplitud depende del punto de la onda en que nos encontremos.

El apartado b) tampoco es correcto porque las ondas estacionarias se caracterizan porque no transportan energía.

El apartado c) si es correcto porque para que se produzca una onda estacionaria tienen que interferir dos ondas de igual amplitud y frecuencia con un desfase determinado.

OPCIÓN A:
PROBLEMA 1

1. Una onda periódica viene dada por la ecuación y (t,x) = 10 sen 2π (50t – 0,20x) en unidades del S.I. Calcula: a) la frecuencia, la velocidad de fase y la longitud de onda; b) la velocidad máxima de una partícula del medio, y los valores del tiempo t para los que esa velocidad es máxima (en un punto que dista 50 cm del origen)

RESPUESTA:

a) Comparamos la ecuación dada con la ecuación general de un movimiento ondulatorio:

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t - kx) = A\,\mathrm{sen}\,2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\upsilon = \frac{1}{T} = 50\,\mathrm{Hz}$$

$$\frac{1}{\lambda} = 0{,}2 \qquad \Rightarrow \qquad \lambda = \frac{1}{0{,}2} = 5\,\mathrm{m}$$

$$v_f = \frac{\lambda}{T} = \lambda\upsilon = 250\,\mathrm{m/s}$$

b) Derivamos la ecuación de la posición:

$$v(x,t) = \frac{d\,y(x,t)}{d\,t} = 2\pi\cdot 50\cdot 10\cos 2\pi(50t - 0{,}2x)$$

El valor máximo de la velocidad se produce cuando el coseno vale la unidad.

$$v_{max} = 2\pi\cdot 50\cdot 10 = 1000\pi\,\mathrm{m/s}$$

Para un punto que dista 50 cm del origen esto se produce cuando el tiempo vale:

$$2\pi(50t - 0{,}2\cdot 0{,}5) = 2n\pi; \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$$

$$50t - 0{,}1 = 1 \qquad (n = 1)$$

$$t = \frac{1{,}1}{50} = 0{,}022\,\mathrm{s}$$

OPCIÓN B

P-1. En un medio elástico se establece un movimiento ondulatorio descrito por la ecuación y (x,t) = 0,02 sen (10πx + 30πt) en unidades del sistema internacional. Determina:

a) **La longitud y la frecuencia de esta onda**
b) **La velocidad de propagación y el sentido en que lo hace.**
c) **La velocidad máxima con la que oscila un punto del medio por el que se propaga la onda.**

RESPUESTA:

a) Comparando la ecuación dad con la ecuación general de un movimiento ondulatorio:

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}\left(\omega t - kx\right)$$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5} = 0{,}2\,\mathrm{m}$$

La frecuencia es el inverso del periodo:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{30\pi} = \frac{2}{30}$$

$$\nu = \frac{30}{2} = 15\,\mathrm{Hz}$$

b) La velocidad de la onda la calculamos conociendo el tiempo que tarda en avanzar una longitud de onda:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1/5}{1/15} = 3\,\mathrm{m/s}$$

La onda se desplaza de derecha a izquierda porque el signo de la fase es negativo.

c) Derivamos para obtener la velocidad de vibración:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 30\pi \cdot 0{,}02 \cdot \cos(10\pi x + 30\pi t)$$

La velocidad se hace máxima cuando el coseno vale la unidad, de modo que:

v_{max} = 0,6 π m/s

Opción 3

1.- Una onda transversal en una cuerda está descrita por la función y = 0,12 sen(πx/8 + 4πt) (expresada en unidades del SI). Determinar la aceleración y la velocidad transversales en t = 0,2 s para un punto de la cuerda situado en x = 1,6 m. (1,2 puntos).

2.- Una visión simplificada de los efectos de un terremoto en la superficie terrestre, consiste en suponer que son ondas transversales análogas a las que se producen cuando forzamos oscilaciones verticales en una cuerda. En este supuesto y en el caso en que su frecuencia fuese de 0,5 Hz, calcular la amplitud que deberían tener las ondas del terremoto para que los objetos sobre la superficie terrestre empiecen a perder el contacto con el suelo (1,3 puntos).

RESPUESTA:

1. Calculamos las expresiones de la velocidad y de la aceleración derivando sucesivamente la posición.

$$v = \frac{dy}{dt} = 4\pi \cdot 0{,}12 \cos\left(\frac{\pi}{8}x + 4\pi t\right)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -(4\pi)^2 \cdot 0{,}12 \,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{8}x + 4\pi t\right)$$

Sustituimos los valores dados:

$$v(1{,}6;0{,}2) = 4\pi \cdot 0{,}12 \cos\left(\frac{1{,}6\pi}{8} + 0{,}8\pi\right) = 4\pi \cdot 0{,}12 \cos\pi = -0{,}48\pi \text{ m/s}$$

$$a(1{,}6;0{,}2) = -(4\pi)^2 \cdot 0{,}12 \,\mathrm{sen}\,\pi = 0 \text{ m/s}^2$$

2. Para que los objetos de la superficie terrestre pierdan contacto con el suelo se deben ver sometidos a una fuerza hacia arriba que debe ser igual a su peso o superior, por lo tanto la aceleración del movimiento ondulatorio debe ser mayor que g.

A partir de la ecuación del movimiento ondulatorio obtenemos la de la aceleración

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t - Kx)$$
$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = A\omega\cos(\omega t - Kx)$$
$$a(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = -A\omega^2\mathrm{sen}(\omega t - Kx)$$

Igualamos el valor de la aceleración máxima al de la gravedad.

$$A\omega^2 = g \qquad \Rightarrow \qquad A = \frac{g}{\omega^2} = \frac{9{,}8}{(0{,}5)^2} = 39{,}2\,\mathrm{m}$$

OPCIÓN A

2. Considere la siguiente ecuación de una onda :

y (x , t) = A sen (b t - c x) ;

a) ¿qué representan los coeficientes A, b, c ? ; ¿cuáles son sus unidades? ;
b) ¿qué interpretación tendría que la función fuera "coseno" en lugar de "seno" ?; ¿y que el signo dentro del paréntesis fuera + en lugar de - ?

a) Comparando la expresión dada con la ecuación general de una onda encontramos que:

$$y(x,t) = A \cdot sen(\omega t - kx)$$

- A es la amplitud de la onda que indica el valor máximo de la elongación que sufren los puntos del medio por los que pasa la onda. Sus unidades en el S.I. son los metros.
- b es la pulsación o frecuencia angular, $\left(\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f\right)$, sus unidades en el sistema angular son rad/s.
- c es el número de ondas $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, indica el número de longitudes de onda que hay en la distancia 2π. Sus unidades son rad/m.

b) Tanto la función seno como la función coseno son útiles para definir el movimiento periódico de una partícula en el espacio o en el tiempo ya que ambas varían de igual modo y toman sus valores entre –1 y +1. La única diferencia entre ambas es que se encuentran desfasadas 90º.

El signo del interior del paréntesis indica el sentido de desplazamiento de la onda. Cuando el signo es positivo la onda se desplaza en el sentido negativo del eje de abscisas y cuando el signo es negativo, la onda se desplaza en el sentido positivo.

Un extremo de una cuerda tensa horizontal de 4 m de longitud tiene un movimiento oscilatorio armónico de dirección vertical; en el instante t = 0,3 s la elongación de ese extremo es 2 cm. Se mide que la perturbación tarda en llegar de un extremo al otro de la cuerda 0,9 s y que la distancia entre dos mínimos consecutivos es 1 m. Calcular:

a) La amplitud del movimiento ondulatorio

b) La velocidad del punto medio de la cuerda en el instante t = 1s.

c) el desfase entre dos puntos separados 1,5 m, en un instante dado.

a) La amplitud del movimiento es la misma que la del extremo, y por tanto es de 2 cm.

b) Para determinar la velocidad de un punto de la cuerda es necesario determinar la ecuación de la oscilación.

La longitud de onda de la misma es de 1 m.

Para determinar el periodo hay que hacer uso de la velocidad de propagación que es: $v = \frac{\lambda}{T}$

Por tanto: $T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1}{4/0,9} = 0,225\ \text{s}$

La ecuación de onda es: $y = A \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right) = 0,02 \cdot \text{sen}\left(2 \cdot \pi \cdot x - \frac{2 \cdot \pi}{0,225} \cdot t\right)$

Por tanto, la velocidad transversal, derivada de la elongación con respecto al tiempo será:

$$v = \frac{dy}{dt} = -0,02 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{0,225} \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot x - \frac{2 \cdot \pi}{0,225} \cdot t\right) = -0,56 \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot x - \frac{2 \cdot \pi}{0,225} \cdot t\right)$$

Para la posición x = 2 m y t = 1 s, la velocidad tiene un valor: v = 0,53 m/s.

c) El desfase entre dos puntos, para una longitud de onda de 1 m es:

desfase = $\text{fase}_1 - \text{fase}_2 = 2 \cdot \pi \cdot \Delta x = 3\,\pi = \pi$

Una onda sinusoidal transversal que se propaga de izquierda a derecha tiene una longitud de onda de 20 m, una amplitud de 4 m y una velocidad de propagación de 200 m/s. Calcula:

a) La ecuación de onda (supóngase la fase inicial cero).

b) La velocidad transversal máxima de un punto afectado por la vibración.

c) La diferencia de fase, en un instante dado, entre dos puntos separados una distancia de 5m.

a) Para determinar la ecuación de una onda se necesita conocer la frecuencia (ν) del movimiento. La velocidad de propagación es: $v = \lambda \cdot \nu$. Por tanto la frecuencia es: $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{200}{20} = 10 \text{ Hz}$

La ecuación de onda general es: $y = A \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t\right)$

Sustituyendo: $y = 4 \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{20} \cdot x - 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot t\right) = 4 \cdot \text{sen}(0{,}1 \cdot \pi \cdot x - 20 \cdot \pi \cdot t)$

b) La velocidad transversal, es la derivada de la elongación con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = -20 \cdot \pi \cdot 4 \cdot \cos(0{,}1 \cdot \pi \cdot x - 20 \cdot \pi \cdot t) = -80 \cdot \pi \cdot \cos(0{,}1 \cdot \pi \cdot x - 20 \cdot \pi \cdot t)$$

La velocidad será máxima cuando el coseno valga -1. Por tanto la velocidad será: 251,3 m/s.

c) El desfase entre dos puntos, para una longitud de onda de 1 m es:

$$\text{desfase} = \text{fase}_1 - \text{fase}_2 = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \Delta x = \frac{2 \cdot \pi}{20} \cdot 5 = \frac{\pi}{2}$$

Una onda se propaga en el sentido negativo del eje *X*, siendo 20 cm su longitud de onda. El foco emisor vibra con una frecuencia de 25 Hz, una amplitud de 3 cm y fase inicial nula.

Determina:

a) La velocidad con que se propaga la onda.

b) La ecuación de la onda.

c) El instante en que un punto que se encuentra a 2,5 cm del origen alcanza, por primera vez, una velocidad nula.

a) La velocidad de propagación está relacionada con la longitud de onda y la frecuencia a través de la ecuación: $v = \lambda\ \nu$

$$v = 0{,}2 \cdot 25 = 5 \text{ m/s}$$

b) La ecuación de la onda será:

$$y = A\cos(kx - \omega t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - 2\pi\nu t\right) = 0{,}03\cos(10\pi x - 50\pi t)$$

c) La velocidad es la derivada con respecto al tiempo del desplazamiento. Por tanto será:

$$v = -50\pi \cdot 0{,}03\,\text{sen}(10\pi x - 50\pi t) = 4{,}71\,\text{sen}(10\pi \cdot 0{,}025 - 50\pi t) = 0$$

$$10\pi \cdot 0{,}025 - 50\pi t = 0 \Rightarrow t = \frac{0{,}25\pi}{50\pi} = 5 \cdot 10^{-3}\text{ s}$$

OPCIÓN B

Problema 1

Sometemos el extremo de una cuerda tensa a un vibrador que provoca la propagación de una onda armónica de ecuación Y(x,t) = 0,1· sen(0,8p t-160p x) expresada en el sistema internacional de unidades.

a) Determina amplitud, velocidad de propagación y longitud de onda.

b) Determina la velocidad de vibración de un punto de la cuerda que se encuentra a 10 cm del vibrador en el instante t = 0,5 s. ¿Qué tipo de movimiento describe dicho punto?

a) La ecuación general de una onda viene dada por la siguiente expresión:

$$Y(x,t) = A\cdot \mathrm{sen}\, 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Identificando los términos con la ecuación del enunciado:

$$Y(x,t) = 0{,}1\cdot \mathrm{sen}(0{,}8\pi t - 160\,\pi x)$$

$$\mathbf{A = 0{,}1}$$

$$\frac{2\pi}{T} = 0{,}8\pi \Rightarrow T = 2{,}5\ \mathrm{s}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = 160\,\pi \Rightarrow \mathbf{ë} = \mathbf{0{,}0125\,m}$$

$$\mathbf{v} = \frac{\lambda}{T} = \frac{0{,}0125}{2{,}5} = \mathbf{0{,}005\,m/s}$$

b) Derivando la posición, se obtiene la ecuación de la velocidad:

$$V(x,t) = 0{,}1\cdot 0{,}8\pi\cdot \cos(0{,}8\pi t - 160\,\pi x)$$

$$V(0{,}1\,,\,0{,}5) = 0{,}1\cdot 0{,}8\pi\cdot \cos(0{,}8\pi\cdot 0{,}5 - 160\,\pi\cdot 0{,}1) = \mathbf{0{,}16\ m/s}$$

Realiza un movimiento armónico simple

OPCIÓN B

1) a) ¿Qué es una onda estacionaria? Explica qué condiciones deben cumplirse para que se forme una onda estacionaria en una cuerda tensa y fija por sus dos extremos. (1,5 p.)

b) Una cuerda de guitarra de longitud *L* = 65 cm vibra estacionariamente en su modo fundamental a una frecuencia *f* = 440 Hz. Representa gráficamente el perfil de esta onda, indicando la posición de nodos y vientres, y calcula la velocidad de propagación de ondas transversales en esta cuerda. (1 p.)

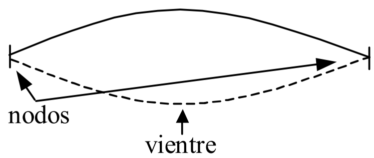
RESPUESTA

a) Una onda estacionaria es el resultado de la interferencia de dos ondas de iguales características, que se propagan en la misma dirección pero en sentidos contrarios. Se denominan estacionarias porque producen un patrón de vibración estacionario.

Para que se produzca una onda estacionaria, uno de los extremos de la onda no debe vibrar (nodo) y el otro puede estar fijo o libre (nodo o vientre). En el caso de la cuerda definida, los dos extremos están fijos y por tanto son nodos.

b) $\lambda = 2L = 130$ **cm**

$$v_p = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = 1{,}3 \cdot 440 = 572 \, m/s$$



OPCIÓN A

1. Considere la onda de ecuación :

$y\ (x\ ,\ t\ ) = A \cos\ (\ b\ x\ )\ \text{sen}\ (\ c\ t\ )$;

a) ¿Qué representan los coeficientes A, b, c ? ; ¿cuáles son sus unidades? ; ¿cuál es el significado del factor A cos (b x) ?

b) ¿Qué son los vientres y los nodos? ; ¿qué distancia hay entre vientres y nodos consecutivos?

a) La ecuación dada es la que corresponde a la ecuación del movimiento para una onda estacionaria. Se obtiene superponiendo dos ondas que se propagan con la misma frecuencia, amplitud y dirección pero en distinto sentido.

$$y_1 = A'\text{sen}(\omega t + kx)\ ; \qquad y_2 = A'\text{sen}(\omega t - kx)$$

$$y = y_1 + y_2 = A'\text{sen}(\omega t + kx) + A'\text{sen}(\omega t - kx)$$

La suma de dos senos se puede expresar como:

$$\text{sen}\, a\ +\ \text{sen}\, b\ =\ 2\text{os}\frac{a-b}{2}\cdot\text{sen}\frac{a+b}{2}$$

sustituyendo $a = \omega t + kx$ y $b = \omega t - kx$, tenemos

$$y = 2A'\cos\frac{\omega t + kx - \omega t + kx}{2}\cdot\text{sen}\frac{\omega t + kx + \omega t - kx}{2} = 2A'\cos kx\cdot\text{sen}\omega t$$

Comparando este resultado con las ecuaciones de las ondas que interfirieron inicialmente podemos concluir que:

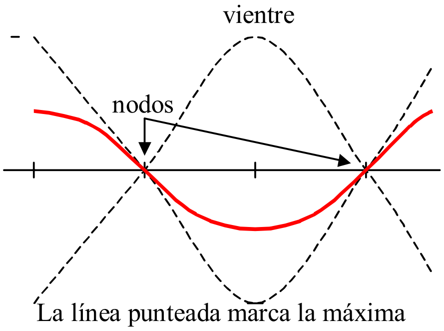
- A = 2A' Es el doble de la amplitud de las ondas incidentes. Se mide en metros
- B = k Es el número de onda que india el número de longitudes de onda que hay en la distancia 2π. Se mide en m^{-1}.
- C = ω Es la pulsación o frecuencia angular de las ondas incidentes. Se mide en Hercios Hz = s^{-1}..
-

El factor A·cos(bx) indica la amplitud con la que vibran cada uno de los puntos de la onda estacionaria que como se puede comprobar depende de la posición..

b) Los vientres son los puntos de la onda en los que se vibra con la máxima amplitud. La distancia entre dos vientres consecutivos es media longitud de onda.

Los nodos son los puntos donde no se produce vibración. La distancia entre dos nodos consecutivos también es media longitud de onda.

La distancia entre un vientre y un nodo es un cuarto de longitud de onda.



La línea punteada marca la máxima vibración de cada punto de la onda
La línea roja muestra un momento cualquiera de la vibración

OPCIÓN PROBLEMAS 2

A) Un onda estacionaria sobre una cuerda tiene por ecuación *y* = 0,02cos(π/2)x cos40πt donde *x* e *y* se miden en metros y t en segundos. 1) Escribir funciones de onda para dos trenes de ondas que al superponerse producirán la onda estacionaria anterior. 2) Calcular la distancia que existe entre dos nodos consecutivos. 3) Determinar la velocidad de un segmento de cuerda situado en el punto x = 1 en cualquier instante.

RESPUESTA:

Superponemos dos ondas con las mismas características que viajan en sentidos contrarios:

$$y = y_1 + y_2 = A\cos(kx - \omega t) + A\cos(kx + \omega t)$$

Desarrollamos los cosenos de una suma y una diferencia:

$$y = A[\cos kx \cos \omega t - \operatorname{sen} kx \operatorname{sen} \omega t + \cos kx \cos \omega t + \operatorname{sen} kx \operatorname{sen} \omega t]$$

$$y = 2A \cos kx \cos \omega t$$

Comparando con la ecuación de ondas dada obtenemos los valores de las magnitudes fundamentales que definen el movimiento ondulatorio.

$$2A = 0{,}02 \quad \Rightarrow \quad A = 0{,}01$$

$$k = \frac{\pi}{2}; \qquad \omega = 40\pi t$$

1) Las funciones de onda que se superponen son:

$$y_1 = 0{,}01\cos\left(\frac{\pi}{2}x - 40\pi t\right); \qquad y_2 = 0{,}01\cos\left(\frac{\pi}{2}x + 40\pi t\right)$$

2) La distancia entre dos nodos consecutivos es la mitad de la longitud de la onda.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{2}; \qquad \lambda = 4\,\text{m}$$

La distancia entre dos nodos consecutivos es 2 m.

3) En el punto x = 1 se produce un movimiento vibratorio armónico simple de ecuación:

$$y = 2 \cdot 0{,}01 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 1\right) \cos 40\pi t = 0$$

Se trata de un nodo por lo tanto su velocidad es siempre nula.

EJERCICIO 1

2) Dos altavoces separados una distancia de 3,00 m están emitiendo sendas ondas acústicas idénticas y en fase. Consideremos una recta paralela a la que une los altavoces y que está a 8 m de la misma. Un oyente recorre dicha recta encontrando puntos en los que la intensidad del sonido es máxima y otros en los que es mínima. En concreto en O encuentra un máximo y en P, situado a 0,350 m de O, encuentra el primer mínimo. Calcular la frecuencia de las ondas emitidas.

Dato: velocidad del sonido en el aire v = 340 m/s (2,5 puntos)

RESPUESTA:

Si hacemos interferir dos movimientos ondulatorios iguales:

$$y_1 = A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx_1) \qquad y_2 = A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx_2)$$
$$y = y_1 + y_2 = y_1 = A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx_1) + A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx_2)$$

Teniendo en cuenta la relación trigonométrica:

$$\mathrm{sen}A + \mathrm{Sen}B = 2\,\mathrm{sen}\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

La ecuación de onda queda:

$$y = 2A\cos k\frac{x_1 - x_2}{2}\,\mathrm{sen}\left(\omega t - k\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$$

El factor $2A\cos k\frac{x_1 - x_2}{2}$ **es la amplitud de la interferencia en cualquier punto del espacio.**

La fase presenta un máximo cuando:

$$k\frac{x_1 - x_2}{2} = n\pi \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi}{\lambda}\frac{x_1 - x_2}{2} = n\pi; \qquad x_1 - x_2 = n\lambda$$

La fase presenta un mínimo cuando:

$$k\frac{x_1 - x_2}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi}{\lambda}\frac{x_1 - x_2}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}; \quad x_1 - x_2 = (2n+1)\lambda$$

Como en nuestro caso nos encontramos en el primer mínimo:

$$x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2}$$
$$x_1 = \sqrt{8^2 + (1{,}5 - 0{,}35)^2} = 8{,}08\,\text{m}$$
$$x_2 = \sqrt{8^2 + (1{,}5 + 0{,}35)^2} = 8{,}21\,\text{m}$$
$$8{,}21 - 8{,}08 = \frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \quad \lambda = 0{,}26\,\text{m}$$

Como conocemos la velocidad del sonido podemos calcular el periodo.

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0{,}26}{340} = 7{,}65 \cdot 10^{-4}\,\text{s}$$
$$\Rightarrow \quad f = \frac{1}{T} = 1308\,\text{Hz}$$

Opción 2

1.- Explica el fenómeno de resonancia (1,2 puntos).

2.- Sea un movimiento armónico simple, dado por x = Asen(ωt +φ), con frecuencia angular ω = 0,4 s-1, en donde, para t = 0 la posición y velocidad de la partícula son 0,2 cm y 2 cm/s respectivamente. Calcular la amplitud de las oscilaciones y la fase inicial. (1,3 puntos)

RESPUESTA:

1. Las oscilaciones de los cuerpos son normalmente amortiguadas porque se disipa energía. Para que un cuerpo o sistema amortiguado oscile indefinidamente hay que ir suministrándole energía. En este caso decimos que el oscilador es forzado.

Cuando comunicamos al sistema más energía de la que se pierde aumenta su amplitud. De este modo podemos aumentar la energía comunicada hasta llegar a la magnitud deseada y mantener la energía en ese punto de modo que se pierde la misma que se gana y la amplitud se mantiene constante.

Cada sistema tiene una frecuencia natural de oscilación, por ejemplo en el caso del muelle es conocida y fácil de calcular, vale:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Cuando la frecuencia a la que comunicamos energía a un sistema coincide con la frecuencia natural del sistema, la amplitud de la oscilación se hace mucho más grande que la amplitud de la fuerza que comunica la energía. Este es el fenómeno de la resonancia. La energía que absorbe el oscilador se hace máxima. La frecuencia natural a la que ocurre este fenómeno se denomina también frecuencia de resonancia.

2. Escribimos los datos en unidades del Sistema Internacional y sustituimos en las ecuaciones formando un sistema:

$$x = A\mathrm{sen}(\omega t + \varphi); \qquad v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}002 = A\mathrm{sen}\varphi \\ 0{,}02 = A\cdot 0{,}4\cos\varphi \end{array}\right\}$$

Dividiendo ambas ecuaciones

$$\frac{0{,}002}{0{,}02} = \frac{A\mathrm{sen}\varphi}{A\cdot 0{,}4\cos\varphi}; \qquad \mathrm{tg}\varphi = 0{,}04; \qquad \varphi = \mathrm{arctg}(0{,}04) = 2{,}29^{\circ}$$

Sustituyendo en cualquiera de las ecuaciones

$$0{,}002 = A\cdot\mathrm{sen}\,2{,}29; \qquad A = 0{,}05\,\mathrm{m}$$

OPCIÓN A

CUESTIÓN 4

En un partido de fútbol un espectador canta un gol con una sonoridad de 40 dB. ¿Cuál será la sonoridad si gritaran a la vez y con la misma intensidad sonora los 1000 espectadores que se encuentran viendo el partido?

$I_0 = 10^{-12}$ W· m^{-2}

Cuando grita una persona:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{Io} = 40 \text{ db}$$

Si gritan 1000 personas a la vez:

$$\beta_2 = 10 \cdot \log \frac{1000 \cdot I}{Io} = 10 \cdot \log 1000 + 10 \cdot \log \frac{I}{Io} = 30 + \beta = \mathbf{70\ dB}$$

Cierta onda está descrita por la ecuación: Y(x, t) = 0,02 · sen(t - x/4), todo expresado en unidades del SI. Determine:
a) La frecuencia de la onda y su velocidad de propagación.
b) La distancia existente entre dos puntos consecutivos que vibran con una diferencia de fase de 120º.

a) La ecuación general de una onda es: $\psi = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x)$.
Por tanto la frecuencia angular es $\omega = 1\ s^{-1}$ y la frecuencia será: $\nu = 1/2\pi = 0{,}16\ s^{-1}$.
La velocidad de propagación es: $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{0{,}25} = 4\ m \cdot s^{-1}$

b) Dos puntos que vibran con una diferencia de fase de 120º se diferencian $2\pi/3$ radianes.
Por tanto: $2\pi/3 = k \cdot \Delta x = \Delta x/4$. Por tanto: $\Delta x = 8{,}38$ m

OPCIÓN B

Problema 2

Un extremo de una cuerda tensa horizontal de 3 m de longitud está sometido a un movimiento oscilatorio armónico. En el instante t = 4 s la elongación de ese punto es de 2 cm. Se comprueba que la onda tarda 0,9 s en llegar de un extremo a otro de la cuerda y que la longitud de onda es de 1 m. Calcule:
a) La amplitud del movimiento ondulatorio *(1,5 puntos)*.
b) La velocidad de vibración en el punto medio de la cuerda para t = 1 s *(1,5 puntos)*.

a) La expresión de la ecuación general de la posición de la onda es y(x,t) = A· sen(ft + Kx)
De los datos del enunciado la longitud de onda λ, es 1 m, por lo que K = 1.

El enunciado dice que una onda tarda 0,9 s en llegar de un extremo a otro de la cuerda, o lo que es lo mismo, en recorrer 3 m. Por la tanto la velocidad será 3,33 m/s.

Como v = λ· f , f = 3,33 Hz

El enunciado dice que en t = 4 s, la elongación del extremo es 2:

$$y(3,4) = A\cdot \text{sen}(3{,}33\cdot 4+3)=0{,}9\cdot A = 0{,}02$$

$$\mathbf{A = 2{,}22\ cm}$$

b) Derivando la anterior ecuación se obtiene la de la velocidad:

$$V = A\cdot 2\pi f\cdot \cos 2\pi(ft + Kx)$$

Sustituyendo los valores anteriores:

$$V(1{,}5\ ,\ 1) = 0{,}0222\cdot 2\pi\cdot 3{,}33\cdot \cos 2\pi(3{,}33\cdot 1 + 1\cdot 1{,}5) = \mathbf{0{,}22\ m/s}$$

OPCIÓN B

Problema 2

Una onda transversal se propaga según la ecuación:

y = 4· sen2p [(t/4)+(x/1,8)] (en unidades S.I.)

Determine:

a) La velocidad de propagación de la onda y la velocidad de vibración máxima de un punto alcanzado por la onda *(2 puntos)*.
b) La diferencia de fase, en un instante dado, de dos puntos separados 1 m en la dirección de avance de la onda *(1 punto)*.

a) La ecuación general de una onda es:

$$y = A \cdot \operatorname{sen} 2\pi \left[ft + \frac{x}{\lambda} \right]$$

Identificando términos con la ecuación dada en el enunciado se obtiene:
$A = 4$; $f = 0{,}25$ Hz; $\lambda = 1{,}8$ m

Para calcular la velocidad de propagación:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = 1{,}8 \cdot 0{,}25 = \mathbf{0{,}45\,m/s}$$

La velocidad de vibración máxima se obtiene derivando la ecuación de la posición:

$$V = 2\pi \cdot f \cdot A \cdot \cos 2\pi(ft + Kx)$$

$$V_{max} = 2\pi \cdot f \cdot A = \mathbf{2p\ \ m/s}$$

b)

$$\left.\begin{array}{l} y_1 = 4 \cdot \operatorname{sen} 2\pi \left(\dfrac{t}{4} + \dfrac{x_1}{1{,}8} \right) \\ y_2 = 4 \cdot \operatorname{sen} 2\pi \left(\dfrac{t}{4} + \dfrac{x_2}{1{,}8} \right) \end{array}\right. \Rightarrow \delta = 2\pi \left(\frac{t}{4} + \frac{x_1}{1{,}8} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{4} + \frac{x_2}{1{,}8} \right) = \frac{2\pi}{1{,}8}(x_1 - x_2) = \mathbf{3{,}49\,m}$$

CUESTIÓN A3

Explique con claridad los siguientes conceptos: periodo de una onda, número de onda, intensidad de una onda y enuncie el principio de Huygens. (2 puntos)

SOLUCIÓN

Periodo de una onda (T) es el intervalo de tiempo que transcurre entre dos estados idénticos y sucesivos en la perturbación de un punto. Este valor coincide con el periodo del movimiento vibratorio armónico simple del foco de la perturbación.

El número de onda (K) es una magnitud que surge como resultado de una simplificación en la ecuación de ondas. Se define como el número de longitudes de onda que hay en la longitud 2π. Si dividimos 2π por el valor del número de onda se obtiene la longitud de onda del movimiento.

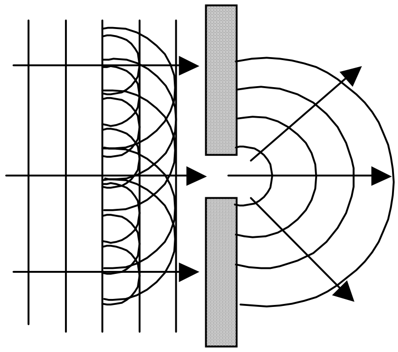
La intensidad de una onda (I) en un punto es la energía que pasa en cada unidad de tiempo por la unidad de superficie situada perpendicularmente a la dirección de propagación. LA intensidad es por tanto una potencia por unidad de superficie.

$$I = \frac{E}{t \cdot S} = \frac{P}{S}$$

El principio de Huygens dice que cada punto del frente de ondas se comporta como un foco emisor de ondas secundarias cuya envolvente constituye el nuevo frente de ondas. Este principio solo es aplicable a ondas mecánicas en las que existen partículas reales que vibran.

Una consecuencia del principio de Huygens es el fenómeno conocido como difracción.

La difracción se produce cuando una onda llega a un obstáculo cuyo tamaño es del mismo orden de magnitud que su longitud de onda. Al actuar los puntos cercanos al obstáculo como emisores secundarios el frente de ondas se modifica tomando una forma semejante a la del obstáculo. El efecto que se percibe es que la onda bordea el obstáculo.



PRIMERA PARTE

Q1. Una partícula de masa 500 g describe un movimiento vibratorio armónico de manera que su posición (en unidades del sistema internacional) esta dada por x = 0,20 sen (10π t), donde t es el tiempo. Calcula la energía cinética máxima de la partícula y la fuerza máxima que actúa sobre ella. Indica en que puntos de la oscilación se adquieren estos valores máximos.

Para calcular la energía cinética y la fuerza hay que conocer previamente las expresiones de la velocidad y de la aceleración del movimiento vibratorio, por tanto derivamos en la ecuación del movimiento para obtenerlas:

$$v = \frac{dx}{dt} = 2\pi\cos(10\pi t); \qquad a = \frac{d^2x}{dt^2} = -20\pi^2\,\mathrm{sen}(10\pi t)$$

Sustituyendo en la fórmula de a energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}5\cdot 4\pi^2\cos^2(10\pi t)$$

El valor máximo se da cuando la velocidad alcanza su valor máximo en el punto medio de la oscilación.

$$E_{c,\,max} = \frac{1}{2}mv^2_{max} = \frac{1}{2}\cdot 0{,}5\cdot 4\pi^2 = 9{,}87\,\mathrm{J}$$

De igual modo el valor de la fuerza es:

$$F = m\,a = -0{,}5\cdot 20\pi^2\,\mathrm{sen}(10\pi t)$$

Su valor máximo se obtiene para el valor máximo de su aceleración en los extremos de la trayectoria:

$$F_{max} = m\,a_{max} = -0{,}5\cdot 20\pi^2 = 98{,}7\,\mathrm{N}$$

1. Si se duplica la energía mecánica de un oscilador armónico, explica qué efecto tiene:
a) En la amplitud y la frecuencia de las oscilaciones.
b) En la velocidad y el periodo de oscilación.

1. La energía total de un oscilador depende de la constante de recuperación del muelle k y de la amplitud máxima de oscilación A, según la ecuación: $E_T = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$

a) Si la energía se dobla, entonces $E_T' = 2 \cdot E_T$
Por tanto: $A'^2 = 2 \cdot A^2$; $A' = 1{,}414 \cdot A$.
La amplitud aumenta, mientras que la frecuencia de oscilación no lo hace puesto que es independiente de la amplitud.
b) La velocidad de un oscilador, obtenida derivando la posición, es:

$$v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi).$$

Si la amplitud aumenta la velocidad en cada instante de tiempo aumentará en igual medida:

$$v'(t) = 1{,}414 \cdot v(t)$$

El periodo no variará al igual que no lo hace la frecuencia.

Una onda armónica que se propaga por un medio unidimensional tiene una frecuencia 500 Hz y una velocidad de propagación de 350 m/s.
a) ¿Qué distancia mínima hay, en un cierto instante, entre dos puntos del medio que oscilan con una diferencia de fase de 60°?
b) ¿Cuál es la diferencia de fase de oscilación, en un cierto punto, para un intervalo de tiempo de 10^{-3} s?

a) Una diferencia de fase de 60º es $\pi/3$ radianes, que es $\lambda/6$.

La longitud de la onda es: $\lambda = \dfrac{v}{\nu} = \dfrac{350}{500} = 0{,}7$ m

Finalmente, la diferencia de fase es: $\Delta\phi = \dfrac{\lambda}{6} = \dfrac{0{,}7}{6} = 0{,}12$ m

b) La frecuencia es de 500 Hz, por tanto el periodo es: $T = \nu^{-1} = 500^{-1} = 2 \cdot 10^{-3}$ s. Entre dos puntos que distan 10^{-3} s hay media oscilación, por tanto la fase será de 180º, π radianes.

Una masa m oscila en el extremo de un resorte vertical con una frecuencia de 1 Hz y una amplitud de 5 cm. Cuando se añade otra masa de 300 g, la frecuencia de oscilación es de 0,5 Hz. Determine:
a) El valor de la masa m y de la constante recuperadora del resorte.
b) El valor de la amplitud de oscilación en el segundo caso si la energía mecánica del sistema es la misma en ambos casos.

a) La frecuencia de un movimiento oscilatorio con una masa es: $\nu_1 = \frac{1}{2\cdot\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

Cuando se añade la segunda masa tenemos: $\nu_2 = \frac{1}{2\cdot\pi}\sqrt{\frac{k}{M+m}}$

El cociente entre ambas es: $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{M+m}{m}}$

Por tanto: $m = M \cdot \left[\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^2 - 1\right]^{-1} = 0,3 \cdot \left[\left(\frac{1}{0,5}\right)^2 - 1\right]^{-1} = 0,1\,\text{kg}$

La constante recuperadora es tal que: $k = (2\cdot\pi\cdot\nu_1)^2 \cdot m = (2\cdot\pi\cdot 1)^2 \cdot 0,1 = 3,95\ \text{N/m}$

b) La energía total de un oscilador es: $E = \frac{1}{2}\cdot k\cdot x_{max}^2$

Por tanto, como la energía total no depende de la masa en movimiento, la amplitud de la oscilación será la misma: 5 cm.

BLOQUE II – CUESTIONES

Opción A

Un cuerpo oscila con movimiento armónico simple cuya amplitud y período son, respectivamente, *10 cm* y *4 s*. En el instante inicial, *t =0 s*, la elongación vale *10 cm*. Determina la elongación en el instante *t =1 s*.

RESPUESTA:

Escribimos la ecuación del movimiento vibratorio armónico simple:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

Calculamos las magnitudes que intervienen en la expresión dada:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\,\text{rad/s}$$

$$x(0) = 0{,}1\cos\varphi_0 \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi_0 = 0$$

Conocidos los valores escribimos la ecuación y sustituimos:

$$x(t) = 0{,}1\cos\frac{\pi}{2}t$$

$$x(1) = 0{,}1\cos\frac{\pi}{2} = 0\,\text{m}$$

PROBLEMA 1

1. Un resorte de masa despreciable se estira 0,1 m cuando se la aplica una fuerza de 2,45 N. Se fija en su extremo libre una masa de 0,085 kg y se estira 0,15 m a lo largo de una mesa horizontal desde su posición de equilibrio y se suelta dejándolo oscilar libremente sin rozamiento. Calcula: a) la constante elástica del resorte y su periodo de oscilación; b) la energía total asociada a la oscilación y las energías potencial y cinética cuando x = 0,075 m

a) A partir del estiramiento que produce la fuerza de 2,45 N calculamos el valor de la constante K aplicando la ley de Hooke.

$$F = -K \cdot x \qquad \Rightarrow \qquad K = \frac{-F}{x} = \frac{2{,}45}{0{,}1} = 24{,}5\ \mathrm{N/m}$$

Para calcular el periodo de oscilación, hallamos en primer lugar el valor de la frecuencia y despejamos a partir de el. Aplicando el principio fundamental de la dinámica al las ecuaciones del movimiento vibratorio se tiene:

$$F = m \cdot a = -m \cdot \omega^2 \cdot x$$

Igualando esta expresión a la de la ley de Hooke:

$$-K \cdot x = -m \cdot \omega^2 \cdot x \qquad \Rightarrow \qquad K = m\omega^2$$

Despejamos la frecuencia angular:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}; \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}085}{24{,}5}} = 0{,}37\ \mathrm{s}$$

b) Expresamos la energía total como suma de la cinética y la potencial elástica.

$$E_T = E_C + E_P = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

$$\left.\begin{aligned} x &= A \cdot \cos\omega t \\ v &= -A\omega \cdot \mathrm{sen}\,\omega t \end{aligned}\right\} \quad E_T = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \mathrm{sen}^2(\omega t) + \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2(\omega t) = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$$

Sustituyendo los valores que tenemos:

$$E_T = \frac{1}{2} \cdot 0{,}085 \cdot \frac{24{,}5}{0{,}085} \cdot 0{,}15 = 1{,}8375\ \mathrm{J}$$

Para la posición x = 0,075 m, la energía potencial vale:

$$E_P = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 24{,}5 \cdot (0{,}075)^2 = 0{,}0689\ \mathrm{J}$$

El valor de la energía cinética lo calculamos restando este valor al total de la energía.

$$E_C = E_T - E_P = 1{,}8375 - 0{,}0689 = 1{,}7686 \text{ J}$$

Dada la ecuación de ondas tridimensional:

$$y = 0{,}04 \cdot \mathrm{sen}(2{,}0 \cdot x - 3{,}14 \cdot t + 2{,}0)$$

con y, x medidas en metros y t en segundos, calcula:

a) La longitud de onda y la frecuencia de esta onda.

b) La velocidad máxima, en módulo, de oscilación de las partículas del medio por el cual se propaga la onda.

c) Si la onda fuese transversal y dijésemos que está polarizada, ¿que querríamos decir? Razona la respuesta.

a) La ecuación general de una onda es: $y = A \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t - \varphi_0\right)$

Identificando términos se tiene que: $\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = 2$, por tanto: $\lambda = 3{,}14$ m.

Por otra parte, $2 \cdot \pi \cdot \nu = 3{,}14$, por tanto $\nu = 0{,}2\ s^{-1}$.

b) La velocidad de la ondas es la derivada de la amplitud:

$$v_y = -0{,}04 \cdot 3{,}14 \cdot \cos(2{,}0 \cdot x - 3{,}14 \cdot t + 2{,}0)$$

Por tanto la velocidad máxima será: $v_{y\ max} = 0{,}1256\ m \cdot s^{-1}$

c) En las ondas transversales el movimiento de las partículas en el medio es perpendicular a la dirección de propagación de la onda. La polarización indica que el movimiento transversal de las partículas se realiza en un único plano.

A) Dos ondas que se mueven por una cuerda en la misma dirección y sentido, tienen la misma frecuencia de 100 Hz, una longitud de onda de 2 cm y un amplitud de 0,02 m. a) ¿Cuál será la amplitud de la onda resultante si las dos ondas difieren en fase en p /3? b) ¿Y si difieren en p /6? c) ¿Cuál es la diferencia de fase entre las dos ondas si la amplitud de la onda resultante es 0,02 que es la misma que la que poseen ambas componentes?

La ecuaciones de las ondas que se propagan por la cuerda son:

$$y_1 = A \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t\right)$$

$$y_2 = A \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t + \phi\right)$$

El resultado de la suma de estas ondas es una tercera onda que se propaga con la misma longitud de onda y frecuencia que cada una de las iniciales.

$y_1 = A \cdot \operatorname{sen}\left(\Theta - \frac{\phi}{2}\right)$ y $y_2 = A \cdot \operatorname{sen}\left(\Theta + \frac{\phi}{2}\right)$ si tenemos que $\Theta = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t + \frac{\phi}{2}$

La suma del seno de una suma mas una diferencia es:

$$y = 2A \cdot \cos \ y = 2A \cdot \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot \operatorname{sen}(\Theta)$$

o lo que es lo mismo:

$$y = 2A \cdot \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t + \frac{\phi}{2}\right)$$

Por tanto la amplitud es: $2A \cdot \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)$

a) El desfase es $\pi/3$, por tanto: amplitud $= 2A \cdot \cos\left(\frac{\pi/3}{2}\right) = 2 \cdot 0{,}02 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0{,}0346 \text{ m}$

b) El desfase es $\pi/6$: amplitud $= 2A \cdot \cos\left(\frac{\pi/6}{2}\right) = 2 \cdot 0{,}02 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = 0{,}0386 \text{ m}$

c) Si la amplitud es la misma que la de cada una de las componentes se tiene que cumplir que:

$$\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) = \frac{1}{2}, \text{ es decir: } \frac{\phi}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \phi = \frac{2 \cdot \pi}{3}$$

Dos ondas que tienen la misma frecuencia, longitud de onda y amplitud, se están moviendo en la misma dirección y sentido. Si su diferencia de fase es p /2 y cada una de ellas tiene una amplitud de 0,05 m, hallar la amplitud de la onda resultante.

La suma de las dos ondas es: $y = y_1 + y_2 = 0{,}05 \text{ sen } (kx - \omega t) + 0{,}05 \text{ sen } (kx - \omega t + \pi/2)$

El valor de la suma es: $\text{sen } A + \text{sen } B = 2 \text{ sen } \dfrac{A+B}{2} \cos \dfrac{A-B}{2}$

$y = 0{,}05 \cdot 2 \cdot \text{sen } (kx - \omega t + \pi/4) \cos \pi/4 = 0{,}05 \cdot 2 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} \text{ sen } (kx - \omega t + \pi/4)$

$y = 0{,}071 \text{ sen } (kx - \omega t + \pi/4)$

OPCIÓN A

Cuestión 3

a) Explicar el fenómeno de la difracción.
b) Explicar porqué dos personas situadas una a cada lado de una esquina de forma que no pueden verse, sin embargo sí pueden oírse

a) La difracción de ondas se produce cuando la onda se encuentra con un obstáculo cuyo tamaño es del mismo orden de magnitud que su longitud de onda.

b) Por ejemplo, nos llega luz de un foco luminoso aunque no lo podamos ver directamente, o cuando oímos los sonidos de un altavoz aunque esté detrás de un obstáculo; se puede decir que las ondas doblan esquinas y bordean obstáculos, esto es debido al fenómeno de difracción y es una consecuencia del principio de Huygens.
Por esta razón dos personas que no se ven pueden oírse, ya que se produce refracción de las ondas, y cambia la dirección de propagación, por lo que pueden bordear la esquina.

OPCIÓN A

Pregunta 1

Dos corchos que flotan en la superficie del agua de un estanque son alcanzados por una onda que se produce en dicha superficie, tal que los sucesivos frentes de onda son rectas paralelas entre sí que avanzan perpendicularmente a la recta que une ambos corchos. Se observa que los corchos realizan 8 oscilaciones en 10 segundos, y que oscilan en oposición de fase. Sabiendo que la distancia entre los corchos es 80 cm y que ésta es la menor distancia entre puntos que oscilan en oposición de fase, calcular la velocidad de propagación de la onda en el agua.

En el enunciado dice que los corchos oscilan en oposición de fase, por lo que se puede decir que están separados un número impar de medias longitudes de onda. Como esta distancia es la menor posible para estar en oposición de fase, se llega a la conclusión que los corchos están separados $\lambda/2$:

$$\frac{\lambda}{2} = 80 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 160 \text{ cm}$$

La frecuencia de oscilación es conocida, 8 oscilaciones en 10 segundos $\Rightarrow$ $f = 0{,}8 \text{ s}^{-1}$

Se tienen todos los datos necesarios para calcular la velocidad de propagación:

$$v = \lambda \cdot f = 160 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}8 = \mathbf{1{,}28 \text{ m/s}}$$

EJERCICIO 1

1) Una partícula de masa 0,1 kg realiza un movimiento armónico simple de las siguientes características: Amplitud A = 1,7 cm; Periodo T = 0,2 s; en el instante t = 0 se encuentra en la posición x = -1 cm.

a) Escribir la ecuación del movimiento. Representarla gráficamente.
b) Calcular su velocidad en el instante en que la partícula pasa por el origen x = 0
c) Calcular su aceleración en ese mismo instante
d) Calcular su energía mecánica (2,5 puntos)

RESPUESTA:

a) Calculamos las magnitudes que intervienen en la ecuación

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi \, rad/s$$

$$x(0) = -0,01 m \quad \Rightarrow \quad -0,01 = 0,017 \cos(\varphi_0); \qquad \varphi_0 = \arccos\left(\frac{-0,01}{0,017}\right) = 126° = 0,7\pi \, rad$$

La ecuación queda:

$$x(t) = 0,017 \cdot \cos(10\pi t + 0,7\pi)$$

b) Escribimos la ecuación de la velocidad

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 10\pi \cdot 0,017 \cdot sen(10\pi t + 0,7\pi)$$

Como el movimiento se inicia en $\varphi_0 = 0,7\pi$, la primera vez que pasa por el origen es cuando la fase vale $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ Para ese valor de la fase la velocidad es:

$$v(x=0) = 10\pi \cdot 0,017 \cdot sen\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0,17\pi \, m/s$$

c) En un movimiento vibratorio armónico simple la aceleración es proporcional a la posición.

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

Como x = 0 m, entonces a = 0 m/s^2.

d) Al estar la partícula situada en x = 0 no tiene energía potencial, solo tiene energía cinética.

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot (0{,}17\pi)^2 = 0{,}014\,J$$

1. Describe el fenómeno de polarización de las ondas. ¿Qué tipo de ondas pueden ser polarizadas? ¿Puede polarizarse el sonido? ¿Y la luz? Razona la respuesta.

Una onda puede polarizarse cuando se trata de una onda transversal. El fenómeno de polarización implica que la oscilación transversal puede suceder sólo en un plano, no oscilando en la dirección perpendicular. Debido a esto la luz puede polarizarse porque es una onda electromagnética transversal, pero no puede polarizarse el sonido, ya que es una onda longitudinal.

En el centro de una piscina circular de 6 m de radio se produce una perturbación que origina un movimiento ondulatorio en la superficie del agua. La longitud de onda es de 0,50 m y tarda 12 s en llegar a la orilla. Calcular:
a) La frecuencia del movimiento ondulatorio.
b) La amplitud del mismo si al cabo de 0,25 s la elongación en el origen es de 4 cm.
c) La elongación en el instante t = 12 s en un punto situado a 6 m del foco emisor.

a) La velocidad del movimiento ondulatorio es: $v = \frac{d}{t} = \frac{6}{12} = 0,5 \text{ m} \cdot s^{-1}$

Finalmente, la frecuencia es: $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{0,5}{0,5} = 1 \text{ Hz}$

b) La oscilación del centro será de la forma A(t) = $A_0 \cdot$ sen ($\nu \cdot$ t), por tanto la amplitud máxima será: $A_0 = \frac{A(t)}{\text{sen}(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t)} = \frac{4}{\text{sen}(2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 0,25)} = 4 \text{ cm}$

c) Puesto que tarda 12 s en llegar la perturbación al extremo de la piscina la oscilación será como en el instante inicial en el centro, es decir, la amplitud será 0.

Un terremoto produce ondas longitudinales y ondas transversales. a) ¿En qué se diferencian ambos tipos de ondas? b) En la corteza terrestre, las primeras se propagan con una velocidad de 8,0 km/s mientras que las segundas lo hacen a 5,0 km/s; si en un observatorio sísmico los dos tipos de ondas se reciben con 200 s de diferencia temporal, determínese la distancia del observatorio al hipocentro del terremoto. c) Si el período de ambas ondas es de 0,55 s, determínese sus frecuencias y longitudes de onda.

a) En las ondas longitudinales la vibración se realiza en la dirección de la propagación, mientras que las vibraciones transversales tienen lugar perpendicularmente a ella.

b) La onda longitudinal tarda: $t_L = \dfrac{d}{v_L}$, la transversal: $t_T = \dfrac{d}{v_T}$.

La diferencia de tiempos es: $\Delta t = t_T - t_L = \dfrac{d}{v_T} - \dfrac{d}{v_L}$

Despejando y sustituyendo se obtiene la distancia al hipocentro del terremoto:

$$d = \Delta t \cdot \left(\frac{1}{v_T} - \frac{1}{v_L} \right)^{-1} = 200 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8} \right)^{-1} = 2\,667 \ \text{km}$$

c) La longitud de onda se relaciona con la velocidad según: $\lambda = v \cdot T$, mientras que la frecuencia es la inversa del periodo. Por tanto:

$\lambda_T = v_T \cdot T = 5 \cdot 0{,}55 = 2{,}75$ km

$\nu_T = T^{-1} = 0{,}55^{-1} = 1{,}82$ Hz

Para la longitudinal se tiene:

$\lambda_L = v_L \cdot T = 8 \cdot 0{,}55 = 4{,}4$ km

$\nu_L = T^{-1} = 0{,}55^{-1} = 1{,}82$ Hz

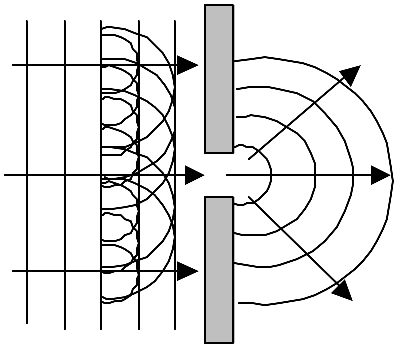
Opción 3

1.- ¿Qué se entiende por difracción y en qué condiciones se produce? (1,2 puntos)

2.- ¿ Cuál debería ser la distancia entre dos puntos de un medio por el que se propaga una onda armónica, con velocidad de fase de 100 m/s y 200 Hz de frecuencia, para que se encuentren en el mismo estado de vibración? (1,3 puntos)

1. La difracción es el cambio en la dirección de propagación que sufre una onda sin cambiar de medio. Este hecho se produce cuando el movimiento ondulatorio se encuentra un obstáculo en su camino cuyas dimensiones son del mismo orden o menores que la longitud de onda.

El principio de Huygens en el que cada punto del frente de ondas actúa como emisor de ondas elementales, permite explicar gráficamente este fenómeno.



En todo momento los puntos del frente de ondas emiten ondas que al interferir con las emitidas por los puntos de los alrededores forman el frente de ondas plano que se observa. Al llegar a la abertura los puntos del frente de ondas que pasan ella actúan como emisores de ondas. Estas ondas al no interferir con otras generadas por otros puntos, cambian la forma de su frente de ondas, pasando este de ser plano a ser circular.

2. Para que dos puntos se encuentren en el mismo estado de vibración debe haber entre ellos un número entero de longitudes de onda. Calculamos entonces el valor de la longitud de onda.

$$v_e = \frac{\lambda}{T} = 100\ \text{m/s} \qquad \Rightarrow \qquad \lambda = 100\,T\ \text{m}$$

Como $f = \frac{1}{T} = 200\ \text{Hz} \qquad \Rightarrow \qquad T = 5\cdot 10^{-3}\ \text{s}$

Luego $\lambda = 100 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 0{,}5\ \text{m}$

Los puntos deben estar a 0,5 m, o a distancias cuyo valor sea un múltiplo entero de 0,5.

4. Un sonido de 2 m de longitud de onda en el aire penetra en el agua en donde se mueve con una velocidad de 1 500 m · s^{-1}. ¿Cual es su longitud de onda en el agua?

La velocidad de propagación de una onda es: $v = \dfrac{\lambda}{T}$

Puesto que al cambiar de medio el periodo de la onda, al igua que su frecuencia, no varía se tiene la siguiente relación: $\dfrac{\lambda'}{v'} = \dfrac{\lambda}{v}$

Por tanto: $\lambda' = \lambda' \cdot \dfrac{v'}{v} = 2 \cdot \dfrac{1500}{340} = 8{,}8\ \text{m}$

PROBLEMA 2

P.2 Una antena de telefonía móvil emite radiación de 900 MHz con una potencia de 1500 W. Calcule:
a) La longitud de onda de la radiación emitida. (1 punto)
b) La intensidad de la radiación a una distancia de 50 m de la antena. (1 punto)
c) El número de fotones emitidos por la antena durante un segundo. (1 punto)
(Dato: h = 6.63·10^{-34} J·s.)

a) Como se trata de una radiación electromagnética:

$$\lambda \cdot f = c \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{900 \cdot 10^6} = \frac{1}{3} \text{m}$$

b) La intensidad se puede calcular como la potencia por unidad de superficie:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{1500}{4\pi (50)^2} = 0{,}048 \text{ W/m}^2$$

c) La energía de una onda electromagnética se puede escribir como:

$$E = h \cdot f$$

Calculamos la energía de los fotones a partir de dicha expresión

$$E = h \cdot f = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 900 \cdot 10^6 = 5{,}967 \cdot 10^{-25} \text{ J}$$

Como la potencia es la energía por unidad de tiempo, cada segundo la energía emitida será:

$$P = \frac{E}{t}; \quad E = P \cdot t = 1500 \text{ J}$$

Dividiendo este valor entre la energía que porta cada fotón se obtienen el número de fotones:

$$\text{n}^{\circ} \text{ fotones} = \frac{E}{E_{fot}} = \frac{1500}{5{,}967 \cdot 10^{-25}} = 2{,}51 \cdot 10^{27} \text{ fotones}$$

1. La bolita de un péndulo simple realiza una oscilación aproximadamente horizontal y armónica, en presencia del campo gravitatorio terrestre, con un periodo T = 2 s y una amplitud A = 2 cm.
a) Obtén la ecuación de la velocidad de la bolita en función del tiempo, y represéntala gráficamente. Toma origen de tiempo (t = 0) en el centro de la oscilación. (1 p.)
b) ¿Cuál sería el periodo de oscilación de este péndulo en la superficie de la Luna, donde la intensidad del campo gravitatorio es la sexta parte del terrestre? (1 p.)

a) La frecuencia angular es: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

La oscilación será: $x = 0{,}02\ \text{sen}(\pi\ t)$ (m)

b) El periodo de oscilación de un péndulo es: $T = 2\ \pi\ \sqrt{\frac{L}{g}}$

Si se varía la gravedad se tendría: $T' = 2\ \pi\ \sqrt{\frac{L}{g/6}} = \sqrt{6}\ T = \sqrt{6} \cdot 2 = 4{,}9\ s$

1. Un péndulo simple está construido con una bolita suspendida de un hilo de longitud L = 2 m. Para pequeñas oscilaciones, su periodo de oscilación en un cierto lugar resulta ser T = 2,84 s.

a) Determina la intensidad del campo gravitatorio en el lugar donde se ha medido el periodo. (1 punto.)

b) Considera que el movimiento de la bolita es prácticamente paralelo al suelo, a lo largo de un eje OX con origen, O, en el centro de la oscilación. Sabiendo que la velocidad de la bolita cuando pasa por O es de 0,4 m/s, calcula la amplitud de su oscilación y representa gráficamente su posición en función del tiempo, x(t). Toma origen para el tiempo, t = 0, en un extremo de la oscilación. (1,5 puntos.)

a) El periodo de un péndulo simple viene dado por la siguiente ecuación:

$$T = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Despejando la aceleración de la gravedad y sustituyendo los valores se obtiene su valor:

$$g = \frac{4\cdot\pi^2\cdot l}{T^2} = \frac{4\cdot\pi^2\cdot 2}{2,84^2}2,842 = 9,79\ \ m\cdot s^{-2}$$

b) La forma funcional de la oscilación es: $x = A\cdot sen(\omega\cdot t + \varphi)$

En este caso la velocidad, obtenida derivando la posición, será: $v = A\cdot\omega\cdot cos(\omega\cdot t + \varphi)$

En el punto de menor amplitud tenemos que: $sen(\omega\cdot t + \varphi) = 0$; $\omega\cdot t + \varphi = 0$

Por tanto la velocidad en ese instante es: $v = A\cdot\omega$

Despejando y sustituyendo los valores se obtiene la amplitud de la oscilación:

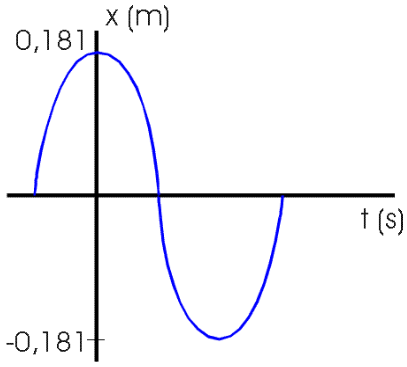
$$A = \frac{v}{\omega} = \frac{v}{\frac{2\cdot\pi}{T}} = \frac{v\cdot T}{2\cdot\pi} = \frac{0,4\cdot 2,84}{2\cdot\pi} = 0,18\ \ rad\cdot s - 1$$

La ecuación del movimiento en grados es:

$$x = 0,18\cdot sen\left(\frac{2\cdot\pi}{T}\cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 0,18\cdot sen\left(2,21\cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Donde se ha introducido el desfase $\frac{\pi}{2}$ de para que a tiempo cero la posición sea un extremo de la oscilación.

La gráfica del movimiento es:


x (m)
0,181
t (s)
-0,181

Una partícula de masa m = 10 g oscila armónicamente en torno al origen de un eje OX, con una frecuencia de 5 Hz y una amplitud de 5 cm.
a) Calcula la velocidad de la partícula cuando pasa por el origen.
b) Determina y representa gráficamente la energía cinética de m en función del tiempo. Toma origen de tiempo, t = 0, cuando m pasa por x = 0.

a) El movimiento de la partícula es: $A = A_0 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$
Por tanto la velocidad será: $v = A_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$
Sustituyendo se tiene una velocidad en el origen de:

$$v = A_0 \cdot \omega = A_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu = 0{,}05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5 = 1{,}57 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

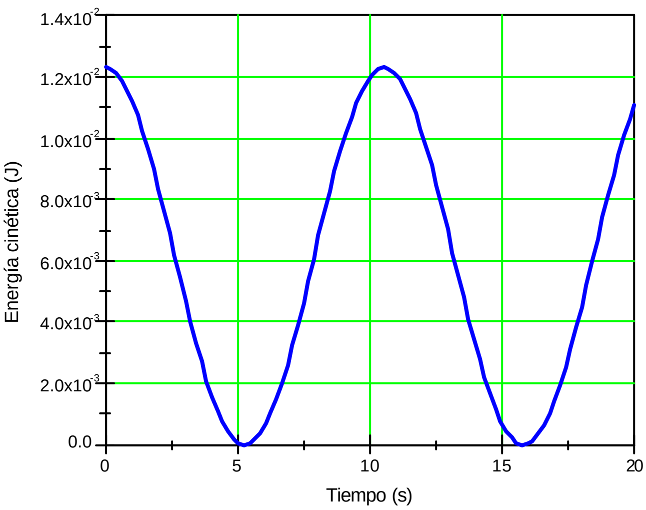
b) La energía cinética en función del tiempo es:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (A_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t))^2$$

Sustituyendo:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}05^2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 5)^2 \cdot \cos^2(2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot t) = 1{,}23 \cdot 10^{-2} \cdot \cos^2(31{,}4 \cdot t) \text{ J}$$

La gráfica es:



OPCIÓN A

1) Una partícula de masa *m* = 5 g oscila armónicamente a lo largo del eje OX en la forma $x = A\cos\omega t$, con $A = 0{,}1$ m y $\omega = 20\pi\ s^{-1}$.

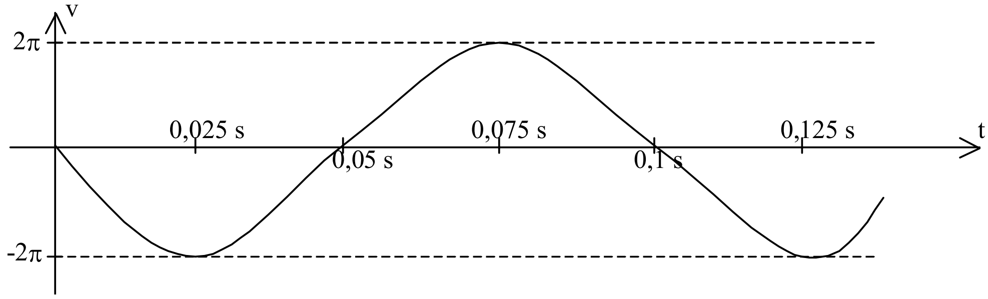
a) Determina y representa gráficamente la velocidad de la partícula en función del tiempo. (1 p.)

b) Calcula la energía mecánica de la partícula. (0,5 p.)

c) Determina y representa gráficamente la energía potencial de *m* en función del tiempo. (1 p.)

a) La ecuación que representa la velocidad en función del tiempo se obtiene derivando la ecuación de la posición.

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega\,\mathrm{sen}\,\omega t; \qquad v = -2\pi\,\mathrm{sen}(20\pi t)$$



b) La energía mecánica será la suma de la energía cinética y de la potencial:

$$E_M = E_C + E_P = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_M = \frac{1}{2}m(-A\omega)^2\mathrm{sen}^2(20\pi t) + \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(20\pi t) = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\left(\mathrm{sen}^2(20\pi t) + \cos^2(20\pi t)\right)$$

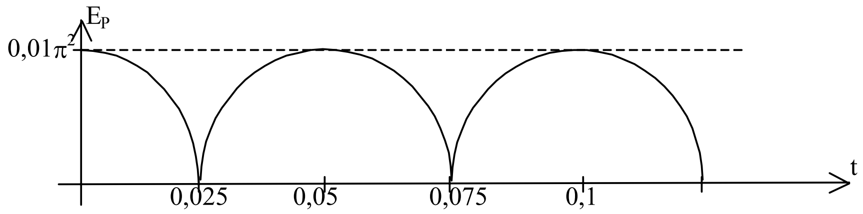
$$E_M = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}0{,}05\cdot 4\pi^2 = 0{,}01\pi^2\ \mathrm{J}$$

c) La energía potencial es: $E_P = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t) = 0{,}01\pi^2\cos^2(20\pi t)$

Como se trata de un coseno al cuadrado, todos sus valores serán positivos y la forma de la función será igual que la del coseno pero con los tramos negativos simétricos respecto al eje OX

Esta función toma sus valores máximos en intervalos de tiempo de 0,05 s y se anula en los valores de tiempo intermedios.

Máximos:	t = 0;	t = 0,05;	t = 0,1;	t = 0,15;…
Mínimos:	t = 0,025;	t = 0,075;	t = 0,125;…	



E_P
0,01π²
t
0,025
0,05
0,075
0,1

OPCIÓN B

1) a) ¿Qué es una onda estacionaria? Explica qué condiciones deben cumplirse para que se forme una onda estacionaria en una cuerda tensa y fija por sus dos extremos. (1,5 p.)

b) Una cuerda de guitarra de longitud *L* = 65 cm vibra estacionariamente en su modo fundamental a una frecuencia *f* = 440 Hz. Representa gráficamente el perfil de esta onda, indicando la posición de nodos y vientres, y calcula la velocidad de propagación de ondas transversales en esta cuerda. (1 p.)

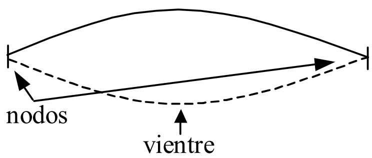
RESPUESTA

a) Una onda estacionaria es el resultado de la interferencia de dos ondas de iguales características, que se propagan en la misma dirección pero en sentidos contrarios. Se denominan estacionarias porque producen un patrón de vibración estacionario.

Para que se produzca una onda estacionaria, uno de los extremos de la onda no debe vibrar (nodo) y el otro puede estar fijo o libre (nodo o vientre). En el caso de la cuerda definida, los dos extremos están fijos y por tanto son nodos.

b) $\lambda = 2L = 130$ **cm**

$$v_p = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = 1{,}3 \cdot 440 = 572\,\mathrm{m/s}$$



Considera dos tubos de la misma longitud, L = 0,68 m, el primero con sus dos extremos abiertos a la atmósfera y el segundo con uno abierto y otro cerrado.
a) Calcula, para cada tubo, la menor frecuencia de excitación sonora para la que se formarán ondas estacionarias en su interior. Calcula la longitud de onda correspondiente en cada caso.
b) Representa la onda estacionaria que se forma dentro de cada tubo, indicando la posición de nodos y vientres.

La velocidad de propagación del sonido en el aire es v = 340 m/s.

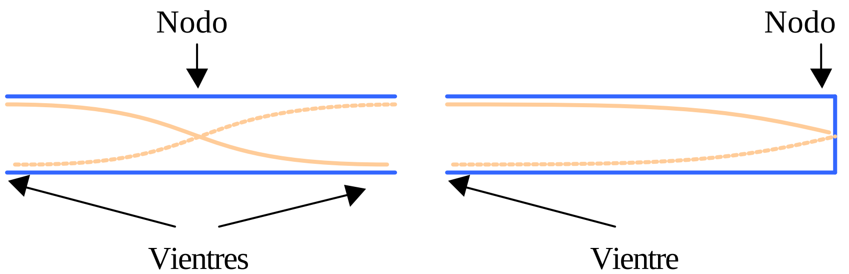
a) Las ondas sonoras estacionarias tienen mínimos en las zonas cerradas de las cavidades y máximos en sus extremos abiertos. Un tubo con los dos extremos abiertos tiene por tanto un máximo en cada extremo, pudiendo tener tan sólo media onda estacionaria. Por tanto la longitud de onda será: $l = 2\ L = 2 \cdot 0{,}68 = 1{,}36$ m.

Su frecuencia será: $f = \dfrac{v}{l} = \dfrac{340}{1{,}36} = 250\ \text{Hz}$

Si el tubo tiene un extremo cerrado y otro abierto puede tener tan sólo un cuarto de onda, por tanto: $l = 4\ L = 4 \cdot 0{,}68 = 2{,}72$ m.

Su frecuencia será: $f = \dfrac{v}{l} = \dfrac{340}{2{,}72} = 125\ \text{Hz}$

b) La representación gráfica es la siguiente:



OPCIÓN A

Cuestión 1

Una pequeña fuente sonora emite en el espacio con una potencia de 10 W, uniformemente distribuida en todas las direcciones (onda esférica).
a) Calcula la intensidad del sonido a 10 m de dicha fuente, en unidades del S.I. ***(1 p.)***
b) La intensidad de un sonido también puede medirse en decibelios (dB). Explica en qué consiste la escala decibélica de medida de intensidad acústica. ***(1 p.)***
c) ¿Cuál es la intensidad acústica, en dB, producida por nuestra fuente a 10 m de distancia? ***(0,5 p.)***
La intensidad umbral del oído humano es $I_o = 10^{-12}$ W/m2.

a) La intensidad sonora viene dada por la fórmula: $I = \dfrac{P}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$

Sustituyendo los datos del enunciado: $I = \dfrac{10}{4 \cdot \pi \cdot 10^2} = \mathbf{7{,}95 \cdot 10^{-3}\ W \cdot m^{-2}}$

b) El oído humano es capaz de percibir sonidos desde intensidades muy bajas (10^{-12} W· m^{-2}) hasta intensidades de 1 W· m^{-2}. Dado que el rango de intensidades audibles es muy amplio, se ha introducido una escala logarítmica, la **escala decibélica**, para medir intensidades sonoras, que además corresponde mejor con la sensibilidad del oído.

c) Para expresar la intensidad sonora en decibelios se utiliza la siguiente fórmula:

$\beta_{dB} = 10 \cdot \log \dfrac{I}{I_0}$ siendo I_0 la intensidad umbral del oído humano, $I_0 = 10^{-12}$ W· m^{-2}

Por lo tanto, para nuestro caso:

$$\beta_{dB} = 10 \cdot \log \frac{7{,}95 \cdot 10^{-3}}{10^{-12}} = 99 \ \ \text{dB}$$

OPCIÓN B

1) a) Escribe la ecuación de una onda armónica y comenta el significado físico de las magnitudes que aparecen en dicha ecuación. (1,5 p.)

Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje OX con velocidad v = 50 m/s. La amplitud de la onda es *A* = 0,15 m y su frecuencia es *f* = 100 Hz. La elongación del punto situado en *x* = 0 es nula en el instante *t* = 0.

b) Calcula la longitud de onda. (0,5 p.)

c) Calcula la elongación y la velocidad transversal del punto situado en *x* = 5 m, en el instante *t* = 0,1 s. (1 p.)

RESPUESTA

a) **La ecuación general de una onda armónica es:**
b)

$$y(x,t) = A\mathrm{sen}(\omega t \pm Kx)$$

Donde:

- **A es la amplitud del movimiento ondulatorio y se mide en metros.**
- **ω es la frecuencia angular;** $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ **se mide en rad/s**
- **t es el tiempo que transcurre desde que se inició el movimiento ondulatorio y se mide en segundos**
- $\pm$ **Indican el sentido en el que se desplaza la onda. El signo negativo indica que se desplazan en el sentido de avance del eje X y el positivo lo contrario.**
- **K se denomina número de ondas, es el número completo de longitudes de onda que caben en** 2π **metros;** $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ **se mide en rad/m**
- **x es la distancia en metros al punto donde se genera la onda.**

b) $v = \lambda f \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{50}{100} = 0{,}5\,\mathrm{m}$

c) Escribimos la ecuación de la onda:

$$y(x,t) = 0{,}15\mathrm{sen}(200\pi t - 4\pi x)$$

La ecuación de la velocidad de vibración es:

$$v(x,t) = 200\pi 0{,}15 \mathrm{sen}(200\pi t - 4\pi x)$$

Sustituimos para los valores dados

$$y(5;0{,}1) = 0{,}15 \mathrm{sen}(20\pi - 20\pi) = 0\,\mathrm{m}$$

$$v(5;0{,}1) = 200\pi 0{,}15 \mathrm{sen}(20\pi - 20\pi) = 30\pi\,\mathrm{m/s}$$

1. Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje OX y tienen las siguientes características: amplitud 3 cm; longitud de onda, 2 cm; velocidad de propagación, 2 m/s; la elongación del punto x = 0 en el instante t = 0 es de 3 cm.
a) Calcula el número de ondas y la frecuencia angular de esta onda, y escribe su ecuación (1,5 puntos.)
b) Dibuja el perfil de la onda en t = 0,01 s. Indica un punto en el que sea máxima la velocida de movimiento y otro en el que sea máxima la aceleración. (1 punto)

a) El número de ondas es: $k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot \pi}{0{,}02} = 314 \ m^{-1}$

La frecuencia angular se relciona con la velocidad de propagación y la longitud de onda:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = 2 \cdot \pi \cdot \frac{v}{\lambda} = k \cdot v = 314 \cdot 2 = 628 \ rad \cdot s^{-1}$$

Introduciendo esto en la ecuación tenemos: $y(x, t) = 0{,}03 \cdot sen\ (314 \cdot x - 628 \cdot t + \varphi)$

$y(0, 0) = 0{,}03 \cdot sen\ \varphi = 0{,}03; \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$

Finalmente la ecuación queda: $y(x, t) = 0{,}03 \cdot sen\ (314 \cdot x - 628 \cdot t + \frac{\pi}{2})$

b) Dibujo

1. a) Enuncia el Principio de Huygens y, a partir de él, demuestra las leyes de reflexión y refracción para una onda que incide sobre la superficie plana de separación entro des medios, en los que la onda se propaga con velocidades diferentes v_1 y v_2. (1 p)
b) Una onda de frecuencia n = 4 Hz se propaga por un medio con velocidad v_1 = 2 m/s e incide sobre la frontera con otro medio diferente con ángulo de incidencia e = 30º. En el segundo medio la velocidad de propagación de la onda es v_2 = 2,5 m/s. Calcula el ángulo de refracción y la longitud de onda en este segundo medio. (1 p.)

a) El principio de Huygens se basa en que la propagación de una onda se puede describir como la superposición de una serie de ondas secundarias que se forman el frente de ondas de una onda principal.
Esta sencilla descripción permite explicar fenómenos como los de reflexión o refracción de una onda. En la reflexión la velocidad de la onda incidente y de la reflejada son iguales, por tanto sus ángulos también lo serán. En la refracción la onda transmitida viaja a distinta velocidad, lo que hace que el frente de onda se reconstruya con una dirección de propagación diferente a la que tenía inicialmente.
b) La ley de refracción es: $v_t \text{ sen } \alpha_t = v_i \text{ sen } \alpha_i$

Despejando tenemos que: $\text{sen } \alpha_t = \frac{v_i}{v_t} \text{sen } \alpha_i \Rightarrow \text{sen } \alpha_t = \frac{2}{2{,}5} \text{sen } 30º = 0{,}4 \Rightarrow \alpha_t = 23{,}6º$

Cuando una onda pasa de un medio a otro en el que se mueve con diferente velocidad la frecuencia de la onda se mantiene, mientras que la longitud de onda varía.
Para las ondas, la longitud de onda se define como: $\lambda = v\, T = v\, \nu^{-1} = 2{,}5 \cdot 4^{-1} = 0{,}625$ m

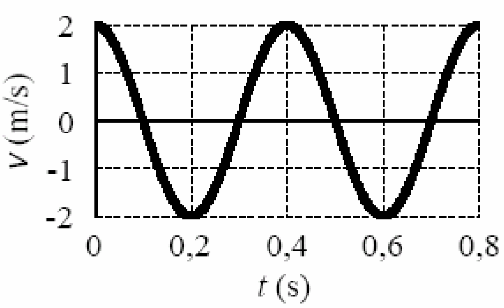
ARAGÓN / SEPTIEMBRE 04. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN B / CUESTIÓN 1

CUESTIÓN 1

1) Un cuerpo de masa *m* = 0,1 kg oscila armónicamente a lo largo del eje OX. En la figura se representa su velocidad en función del tiempo.

a) Determina y representa gráficamente la posición (elongación) de la partícula en función del tiempo. (1,5 puntos)

b) Calcula las energías cinética y potencial de la partícula en el instante *t* = 0,05 s. (1 punto)



a) Para poder representar la elongación en función del tiempo, hay que conocer previamente los valores de la amplitud A y la frecuencia angular ω.

Del valor máximo de la velocidad obtenemos el producto de ambas magnitudes: A· ω = 2

La frecuencia angular esta relacionada con el periodo mediante la expresión:

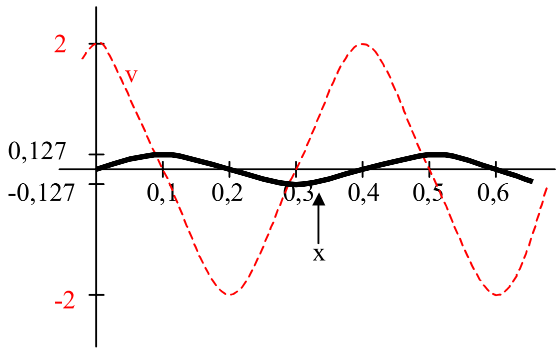
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Calculamos el periodo a partir de la gráfica contando el tiempo que pasa entre dos momentos consecutivos de la onda dibujada que estén en fase. T = 0,4 s.

$$\omega = \frac{2\pi}{0{,}4} = 5\pi \,\text{rad/s}$$

$$A = \frac{2}{5\pi} = 0{,}127\,\text{m}$$

Ya podemos representar la elongación teniendo en cuenta que cuando la velocidad es máxima la elongación es nula y cuando la elongación es máxima la velocidad es nula. Como el movimiento comienza con la velocidad en su estado máximo y decreciendo, la partícula se encuentra en el punto de equilibrio y se desplaza hacia su máxima elongación



b) A partir de los datos que tenemos construimos las ecuaciones de la elongación y la velocidad.

$$x = \frac{2}{5\pi}\operatorname{sen}5\pi t; \quad x(0{,}05) = \frac{2}{5\pi}\operatorname{sen}\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{5\pi}\ \text{m}$$

$$v = 2\cos 5\pi t; \quad v(0{,}05) = 2\cos\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}\ \text{m/s}$$

ARAGÓN / SEPTIEMBRE 04. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN B / CUESTIÓN 1

Necesitamos también conocer el valor de la constante de recuperación. Lo obtenemos a partir del producto de la masa por la frecuencia angular.

$$k = m\omega^2 = 0{,}1 \cdot (5\pi)^2 = 2{,}5\pi^2 \text{ N/m}$$

Sustituimos en las expresiones de las energías:

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^2 = 0{,}1 \text{ J}$$

$$E_P = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5\pi^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{5\pi}\right)^2 = 0{,}1 \text{ J}$$

En el instante dado coinciden los valores de las energías cinética y potencial.

CANARIAS / JUNIO 03. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN B / CUESTIÓN 2

Cuestiones

2.- ¿Qué diferencia existe entre movimiento armónico simple y un movimiento vibratorio?. Cita un ejemplo de cada uno de ellos.

Un movimiento es armónico simple cuando el sistema o cuerpo que lo realiza está sometido a la ley de Hooke.

$$\vec{F} = -k \cdot \vec{x} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{a} = -\omega^2 \vec{x}$$

Para que el sistema pueda oscilar (vibrar) a uno y otro lado de la posición de equilibrio, es necesario que además pueda almacenar algún tipo de energía potencial y poseer una masa que le permita alcanzar energía cinética.

Es un ejemplo de movimiento armónico simple el que puede realizar un cuerpo suspendido de un muelle.

Un movimiento vibratorio es un movimiento cualquiera de vaivén como puede ser el que realiza la punta de la rama de un árbol cuando es empujada por la fuerza del viento

CANARIAS / JUNIO 03. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN B / PROBLEMA 1

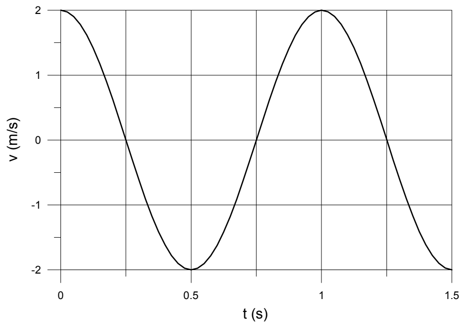
PROBLEMAS

1.- Una partícula de 10g de masa oscila armónicamente según la expresión x = A·sen (ω·t). En la figura se representa la velocidad de esta partícula en función del tiempo. Calcula:

a) La frecuencia angular, "ω", y la amplitud, "A", de la oscilación

b) La energía cinética de la partícula en el instante t_1 = 0.5s, y la energía potencial en t_2 = 0.75s

c) ¿Qué valor tiene la energía en los dos instantes anteriores?



a) La ecuación de la velocidad que se representa en la gráfica se corresponde con la función:

$$v = A\omega \cdot \cos \omega t$$

Como el movimiento se repite cada segundo, el periodo T = 1 s y la frecuencia que es el valor inverso del periodo es f = 1 Hz, de modo que la frecuencia angular vale:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \, rad/s$$

Conocido el valor de la amplitud de la velocidad, despejamos el de la amplitud de la posición:

$$A\omega = 2 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{2}{\omega} = \frac{2}{2\pi} = \frac{1}{\pi} m$$

b) Las expresiones de las energías cinética y potencial son:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 0{,}01 \cdot 2^2 \cdot \cos^2 2\pi t = 0{,}02 \cdot \cos^2 2\pi t$$

$$E_p = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2} 0{,}01 \cdot 4\pi^2 \cdot \frac{1}{\pi^2} \text{sen}^2 2\pi t = 0{,}02 \cdot \text{sen}^2 2\pi t$$

Sustituyendo para los valores del tiempo dados:

$$E_c = 0{,}02 \cdot \cos^2 2\pi \cdot 0{,}5 = 0{,}02 \cdot \cos^2 \pi = 0{,}02 \, J$$

$$E_p = 0{,}02 \cdot \text{sen}^2 2\pi \cdot 0{,}75 = 0{,}02 \cdot \text{sen}^2 1{,}5\pi = 0{,}02 \, J$$

c) La energía total tiene un valor constante que es:

$$E_T = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} 0{,}01 \cdot 4\pi^2 \cdot \frac{1}{\pi^2} = 0{,}02 \, J$$

Como el valor coincide con los obtenidos en cada uno de los instantes del apartado quiere esto decir que en t = 0,5 s no hay elongación y por tanto toda la energía es cinética y en el

instante
t = 0,75 s no hay velocidad y toda la energía es potencial

CANTABRIA / JUNIO98. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A/ Nº 5

---

2. Una masa m = 10^{-3} kg que describe un movimiento armónico simple (m.a.s.), tarda 1 s en desplazarse desde un extremo de la trayectoria a1 otro extremo. La distancia entre ambos extremos es de 5 cm. Determina:

a) El periodo del movimiento. (0,5 puntos.)
b) La energía cinética de la partícula en t = 2,75 s, sabiendo que en t = 0 su elongación era nula. (0,75 puntos.)
c) El primer instante en que las energías cinética y potencial del sistema coinciden. (0,75 puntos.)

a) El periodo es el tiempo que tarda una oscilación entera y es: 2 s.

b) El movimiento es: $x(t) = A \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} + \varphi\right) = 0,025 \cdot \text{sen}\,(\pi \cdot t)$

donde se ha tenido en cuenta que $\varphi = 0$ para que $x(0) = 0$.

La velocidad será: $v(t) = dx/dt = 0,025 \cdot \pi \cdot \cos(\pi \cdot t)$

$v(2,75) = 0,25 \cdot \pi \cdot \cos(\pi \cdot 2,75) = -5,6 \cdot 10^{-2}\ m \cdot s^{-1}$

La energía cinética es: $E_C = \_\ m \cdot v^2 = \_ \cdot 10^{-3} \cdot (-0,56)^2 = 1,55 \cdot 10^{-6}$ J

c) La energía total del sistema es la equivalente a la energía cinética máxima. La energía cinética máxima es: $E_{Cmax} = \_\ m \cdot v_{max}^2 = \_ \cdot 10^{-3} \cdot (0,025 \cdot \pi)^2 = 3,08 \cdot 10^{-6}$ J

La energía potencial tendrá el mismo valor que la cinética cuando el valor de la cinética sea la mitad de la máxima: $\_ \cdot m \cdot (0,025 \cdot \pi \cdot \cos(\pi \cdot t))^2 = \_\ 3,08 \cdot 10^{-6}$

Por tanto, $\cos^2(\pi \cdot t) = 0,5$; por tanto, t = 0,25 s

CUESTIÓN B

Una onda transversal se propaga por una cuerda, siendo su ecuación (en unidades del SI) y = 0,05 sen(4p t - 2p x). Se pide:

a) ¿Cuánto vale la velocidad de propagación de la onda?

b) ¿Cuál será la velocidad de un punto que se encuentra a 2 m del origen en el instante t = 5 s?

a) La velocidad se define como $v = \nu\ \lambda = 2 \cdot 1 = 2\ m\ s^{-1}$

b) La velocidad del punto será la velocidad transversal de la onda, que es la derivada de la posición de cada punto: $v_y = \dfrac{dy}{dt} = 0{,}05 \cdot 4\ \pi\ \cos(4\pi\ t - 2\pi\ x)$

$v_y = 0{,}05 \cdot 4\ \pi\ \cos(4\ \pi\ 5 - 2\ \pi\ 2) = 0{,}2\ \pi\ \cos(16\ \pi) = 0{,}628\ m\ s^{-1}$

CANTABRIA / SEPTIEMBRE 03. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS

PRIMERA PARTE

CUESTIÓN A

A. Para una masa m realizando oscilaciones armónicas de amplitud A y pulsación ω, alrededor del punto x = 0,

a) 1 PUNTO **Calcular la relación entre la energía cinética y la potencial en x = A/3.**

b) 1 PUNTO **¿En qué puntos de la trayectoria es máxima la energía potencial?**

a) Las expresiones de ambas energías son:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\omega t$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\mathrm{sen}^2\omega t$$

Calculamos el valor del seno:

$$x = \frac{A}{3}; \quad \frac{A}{3} = A\cos\omega t \quad \Rightarrow \quad \cos\omega t = \frac{1}{3}$$

$$\mathrm{sen}^2\omega t + \cos^2\omega t = 1 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{sen}^2\omega t = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

Sustituyendo:

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{\frac{1}{2}m\omega^2A^2\frac{8}{9}}{\frac{1}{2}m\omega^2A^2\frac{1}{9}} = 8 \quad \Rightarrow \quad E_c = 8E_p$$

b) El valor de la x se hace máxima en los extremos de la trayectoria que coincide con la amplitud x = A, luego la energía potencial será:

$$E_{p,max} = \frac{1}{2}kA^2$$

CANTABRIA / JUNIO98. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A/ Nº 2

B a) Escribe la ecuación de una onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X, sabiendo que su frecuencia es $5 \cdot 10^{10}$ Hz; su velocidad de propagación, 15 m/s, y su amplitud, 0,5 m. (1,25 puntos.)
b) ¿Cómo sería la ecuación si la misma onda se propagara en el sentido negativo del eje X? (0,75 puntos.)

a) La ecuación general de una onda que se propaga en el sentido de las x positivas es:

$$y = A \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t\right)$$

La velocidad de propagación es: $v = \lambda \cdot \nu$;

Por tanto la longitud de onda es: $\lambda = \frac{v}{n} = \frac{15}{5 \cdot 10^{10}} = 3 \cdot 10^{-10}$ m

Finalmente la ecuación queda: $y = 0{,}5 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{3 \cdot 10^{10}} - 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^{10} \cdot t\right)$

$$y = 0{,}5 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{3 \cdot 10^{10}} - 10 \cdot \pi \cdot 10^{10} \cdot t\right)$$

b) Para que se propague con sentido contrario hay que cambiar x por -x, o t por -t:

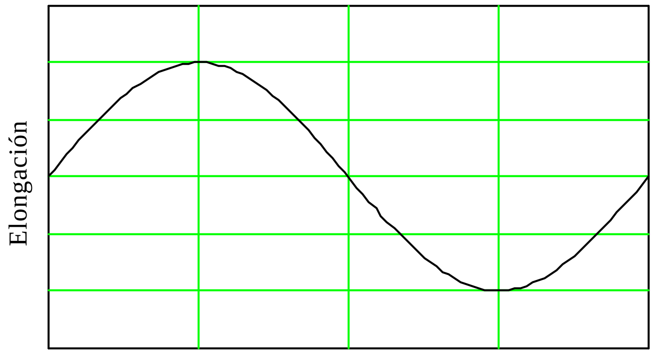
$$y = 0{,}5 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{3 \cdot 10^{10}} + 10 \cdot \pi \cdot 10^{10} \cdot t\right)$$

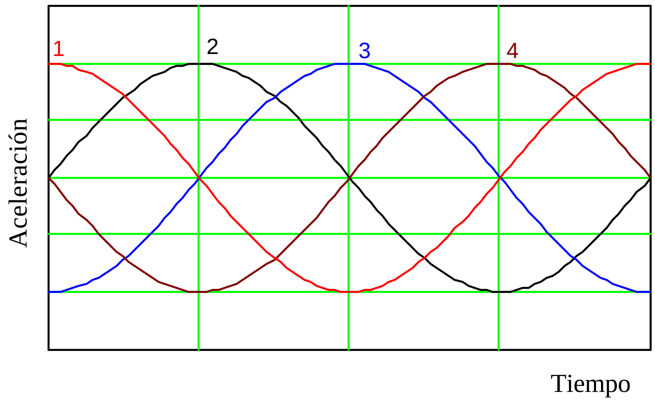
En la primera de las dos gráficas que se muestran en la página siguiente se representa la variación con el tiempo del desplazamiento (elongación que experimenta una partícula que se mueve con un movimiento armónico simple (m.a.s.).

a) ¿Cuál de las curvas numeradas, en la segunda gráfica, puede representar la variación de la aceleración con el tiempo del citado m.a.s.?

b) Representa gráficamente las energías cinética, potencial y total del anterior m.a.s. en función del tiempo utilizando los mismos ejes para las tres curvas.

Nota: las respuestas deben ser razonadas.



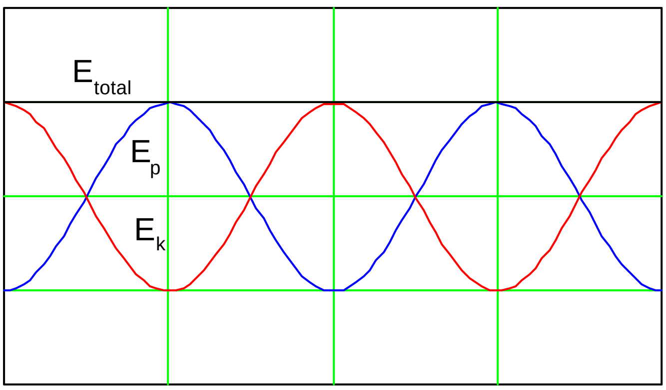


a) La aceleración de un movimiento armónico es: $a = \frac{F}{m} = \frac{-k \cdot x}{m} = -\frac{k}{m} \cdot x$

Por tanto la curva correcta es igual a la posición pero con el signo cambiado. Es la 4.

b) La energía potencial es $E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$, mientras que la cinética es: $E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Sus representaciones gráficas, para los mismos intervalos de tiempo que en el apartado anterior son:



OPCIÓN DE PROBLEMAS Nº 2

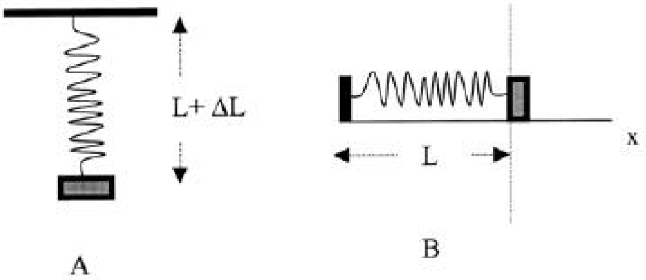
2.1

Cierto muelle, que se deforma 20 cm cuando se le cuelga una masa de 1,0 Kg (Figura A), se coloca sin deformación unido a la misma masa sobre una superficie sin rozamiento, como se indica en la figura B. En esta posición se tira de la masa 2,0 cm y se suelta. Despreciando la masa del muelle, calcular:

a) La ecuación de la posición para el m.a.s. resultante.

b) Las energías cinética, potencial elástica y mecánica total cuando ha transcurrido un tiempo t = (3/4)T, donde T es el período del m.a.s.

Datos: g = 9,8 m/s



a) De la ecuación general de un resorte elástico y con los datos aportados por el enunciado se puede obtener la constante elástica.

$$F = k\cdot\Delta x \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{9{,}8\cdot 1}{0{,}2} = 49 \text{ N/m}$$

El período de oscilación se calcula según la fórmula:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{49}} = 0{,}89 \text{ s}$$

Escribimos ecuación general del m.a.s. y se sustituyen los valores obtenidos:

$$x = A\cdot \text{sen}(wt) = A\cdot \text{sen}(\frac{2\pi}{T}t) = 0{,}02\cdot \text{sen}7t$$

b)

$$\mathbf{Ec} = \frac{1}{2}k\cdot(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}\cdot 49\cdot\left[0{,}02^2 - \left(0{,}02\,\text{sen}(7\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2\pi}{7})\right)^2\right] = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{Ep} = \frac{1}{2}k\cdot x^2 = \frac{1}{2}\cdot 49\cdot\left(0{,}02\,\text{sen}\left(7\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2\pi}{7}\right)\right)^2 = \mathbf{0{,}0098\ J}$$

$$\mathbf{Em = Ec + Ep = 0{,}0098\ J}$$

CANTABRIA / SEPTIEMBRE 02. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS

OPCIÓN DE PROBLEMAS Nº 2

1-2 Una onda transversal se propaga en un medio material según la ecuación:
y(x,t) = 0,2· sen(2p (50t-x/0,10)), en unidades del SI.
a) Determinar la amplitud, período y longitud de onda.
b) Calcular la velocidad de propagación de la onda.¿En qué sentido se propaga?
c) ¿Cuál es la máxima velocidad de vibración de las partículas en el medio?
d) Calcular la diferencia de fase, en un cierto instante t, entre dos puntos que distan entre sí 2,5 cm.

a) La ecuación general de una onda es la siguiente:

$$y(x,t) = A\cdot \text{sen}\, 2\pi(ft \pm kx)$$

Identificando los parámetros de la ecuación del enunciado:

Amplitud: **A = 0,2**

Período: $\mathbf{T} = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = \mathbf{0{,}02s}$

Longitud de onda: $\mathbf{ë} = \frac{1}{k} = \frac{1}{0{,}1} = \mathbf{10m}$

b) La velocidad de propagación se calcula según la fórmula:

$$\mathbf{v} = \frac{\lambda}{T} = \lambda\cdot f = 10 \cdot 50 = \mathbf{500m/s}$$

La onda se propaga en el sentido negativo del eje x debido al signo negativo de la ecuación.

c) Para calcular la velocidad de vibración se deriva la ecuación de la onda:

$$V = \frac{\partial y}{\partial t} = 0{,}2\cdot(2\pi\cdot 50)\cdot\cos 2\pi(50t - x/0{,}1) \Rightarrow V_{max} = 0{,}2\cdot 2\pi\cdot 50 = \mathbf{62{,}83m/s}$$

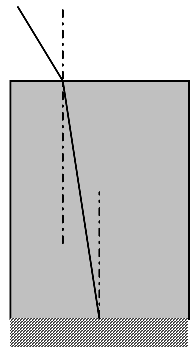
d)

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= 0{,}2\cdot\text{sen}\,2\pi(50t - \frac{x_1}{0{,}1}) \\ y_2 &= 0{,}2\cdot\text{sen}\,2\pi(50t - \frac{x_2}{0{,}1}) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \delta = 2\pi(50t - \frac{x_1}{0{,}1}) - 2\pi(50t - \frac{x_2}{0{,}1}) = \frac{2\pi}{0{,}1}(x_1 - x_2) = \frac{\mathbf{ð}}{\mathbf{2}}\mathbf{m}$$

PRIMERA PARTE

CUESTIÓN C

C. Se considera un vaso cilíndrico lleno de agua hasta el borde. En el fondo hay un espejo plano. Un rayo de luz monocromática incide con un ángulo de 30º sobre la superficie. El rayo llega al espejo del fondo, se refleja y vuelve a salir a la superficie.

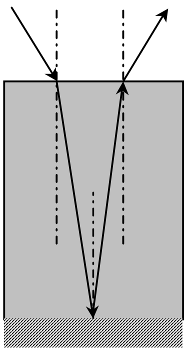


a) 0,25 PUNTOS **Completa el esquema adjunto de la marcha del rayo.**

b) 0,75 PUNTOS **Calcular el ángulo que se ha desviado en total el rayo incidente.**

c) 1 PUNTO **¿Para algún ángulo de incidencia, puede ocurrir una reflexión total del rayo al pasar del agua al aire? Justificarlo**

a)



El rayo incidente se refracta en el agua sufre una reflexión especular y después se vuelve a refractar al pasar del agua al aire.

Como el ángulo de incidencia del segundo cambio de medio (agua-aire) es igual que el de refracción del primer cambio (aire-agua) por lo tanto el ángulo de refracción que se observa cuando el rayo pasa al aire es igual que el ángulo con que incidió pero medido hacia el otro lado de la normal.

El resultado final es el mismo que si hubiera sufrido una reflexión especular.

b) Analíticamente se puede ver sin necesidad de resolver la ec. de Snell.

Aire – agua $\rightarrow$ n_a sen 30 = n_{aq} sen r

Reflexión: $\rightarrow$ r = r'

Agua – aire $\rightarrow$ n_{aq} sen r' = n_a sen α

Como r = r' $\Rightarrow$ n_{aq} sen r' = n_a sen 30 $\Rightarrow$ $\alpha = 30$

c) La reflexión especular se produce para todos los ángulos de incidencia superiores al ángulo límite, que es el ángulo para el que el ángulo de refracción es 90º.

$$n_{aq} \text{ sen } i = n_a \text{ sen } 90; \qquad \text{sen } i = \frac{n_a}{n_{aq}}$$

Como $n_a < n_{aq}$ habrá un ángulo i cuyo seno tome ese valor.

Solamente se puede observar el fenómeno de la reflexión total cuando pasamos de un medi a otro con menor índice de refracción.

CANTABRIA / JUNIO 03. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / CUESTIÓN C

Si lo que queremos es que el rayo incida desde el aire al agua, se refleje en el fondo del vaso y a la salida se produzca la reflexión total, el proceso no se puede producir ya que como hemos visto en el apartado b) el proceso de entrada y salida del rayo es geométricamente simétrico. De este modo, para que no salga al aire, no debería haber entrado desde el aire.

CANTABRIA / SEPTIEMBRE 2000. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / CUESTIÓN B

CUESTIÓN B

Dos partículas describen sendos movimientos armónicos simples (m.a.s.) de frecuencias n_1 = 1 kHz y n_2 = 2 kHz y de la misma amplitud A = 1 cm.
a) ¿En qué instante de tiempo la partícula 2 tendrá la misma velocidad que la que tiene la partícula 1 en t = 1 s?
b) ¿Cuál de los dos m.a.s. tendrá una mayor energía mecánica sabiendo que la masa de ambas partículas es la misma, $m_1 = m_2 = 10^{-3}$ kg?

a) Los movimientos serán: $y_1 = A\cos(2\pi\nu_1 t)$; $y_2 = A\cos(2\pi\nu_1 t)$
Las velocidades son las derivadas y serán: $v_1 = -2\pi A\nu_1 \operatorname{sen}(2\pi\nu_1 t)$; $v_2 = -2\pi A\nu_2 \operatorname{sen}(2\pi\nu_2 t)$
La velocidad de la partícula 1 en t = 1 s será: $v_1 = -2\pi A\nu_1 \operatorname{sen}(2\pi \cdot 10^3 \cdot 1) = 0$
Un instante de tiempo en el que la primera partícula tendrá la misma velocidad que la segunda será también para t = 1 s.

b) La energía de un m.a.s. es: $E = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} m\,\omega^2 A^2 = 2\pi^2 m\,\nu^2 A^2$

La partícula que tenga mayor frecuencia será la de mayor energía, la partícula 2.

CANTABRIA / SEPTIEMBRE98. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A/ Nº 2

B. La elongación de una partícula de masa m = 1 kg que describe un movimiento armónico simple viene determinada por la ecuación siguiente: y = 0,3 · sen(12 · π · t) m.

a) ¿En qué primer instante de tiempo la energía cinética y potencial de la partícula son iguales? (1 punto)

b) ¿Qué vale la energía mecánica total de este oscilador? (1 punto)

a) La energía potencial del oscilador es proporcional al cuadrado del desplazamiento:

$$E_{Pmax} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$$

Por tanto para que la energía potencial sea igual que la cinética implica que la energía potencial del oscilador es la mitad de la energía total del sistema, por tanto:

$$E_P = \frac{E_{Pmax}}{2} = \frac{1}{4} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \cdot sen^2(12 \cdot \pi \cdot t)$$

Por tanto: $sen^2(12 \cdot \pi \cdot t) = 0{,}5$

Despejando se obtiene que: $t = \frac{1}{12 \cdot \pi} \cdot arcsen(\sqrt{0{,}5}) = 0{,}021 \quad s$

b) La velocidad de este oscilador es la derivada de la posición con el tiempo, es decir:

$v = 12 \cdot 0{,}3 \cdot \cos(12 \cdot \pi \cdot t) = 3{,}6 \cdot \cos(12 \cdot \pi \cdot t) \;\; m \cdot s^{-1}$

Por tanto la energía cinética máxima es: $E_{Cmax} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2{}_{max} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3{,}6^2 = 6{,}48 \quad J$

OPCIÓN B

1) a) ¿Qué es una onda estacionaria? Explica qué condiciones deben cumplirse para que se forme una onda estacionaria en una cuerda tensa y fija por sus dos extremos. (1,5 p.)

b) Una cuerda de guitarra de longitud *L* = 65 cm vibra estacionariamente en su modo fundamental a una frecuencia *f* = 440 Hz. Representa gráficamente el perfil de esta onda, indicando la posición de nodos y vientres, y calcula la velocidad de propagación de ondas transversales en esta cuerda. (1 p.)

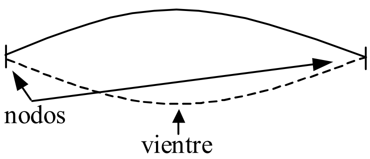
RESPUESTA

a) Una onda estacionaria es el resultado de la interferencia de dos ondas de iguales características, que se propagan en la misma dirección pero en sentidos contrarios. Se denominan estacionarias porque producen un patrón de vibración estacionario.

Para que se produzca una onda estacionaria, uno de los extremos de la onda no debe vibrar (nodo) y el otro puede estar fijo o libre (nodo o vientre). En el caso de la cuerda definida, los dos extremos están fijos y por tanto son nodos.

b) $\lambda = 2L = 130$ **cm**

$$v_p = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = 1{,}3 \cdot 440 = 572\,\mathrm{m/s}$$



ANDALUCÍA / SEPTIEMBRE 04. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS

OPCIÓN A

1. Considere la onda de ecuación :

$$y\,(x\,,t\,) = A\cos(\,b\,x\,)\,\mathrm{sen}\,(\,c\,t\,)\,;$$

a) ¿Qué representan los coeficientes A, b, c ? ; ¿cuáles son sus unidades? ; ¿cuál es el significado del factor A cos (b x) ?
b) ¿Qué son los vientres y los nodos? ; ¿qué distancia hay entre vientres y nodos consecutivos?

a) La ecuación dada es la que corresponde a la ecuación del movimiento para una onda estacionaria. Se obtiene superponiendo dos ondas que se propagan con la misma frecuencia, amplitud y dirección pero en distinto sentido.

$$y_1 = A'\mathrm{sen}(\omega t + kx)\,; \qquad y_2 = A'\mathrm{sen}(\omega t - kx)$$

$$y = y_1 + y_2 = A'\mathrm{sen}(\omega t + kx) + A'\mathrm{sen}(\omega t - kx)$$

La suma de dos senos se puede expresar como:

$$\mathrm{sen}\,a + \mathrm{sen}\,b = 2\mathrm{os}\frac{a-b}{2}\cdot\mathrm{sen}\frac{a+b}{2}$$

sustituyendo $a = \omega t + kx$ y $b = \omega t - kx$, tenemos

$$y = 2A'\cos\frac{\omega t + kx - \omega t + kx}{2}\cdot\mathrm{sen}\frac{\omega t + kx + \omega t - kx}{2} = 2A'\cos kx\cdot\mathrm{sen}\omega t$$

Comparando este resultado con las ecuaciones de las ondas que interfirieron inicialmente podemos concluir que:

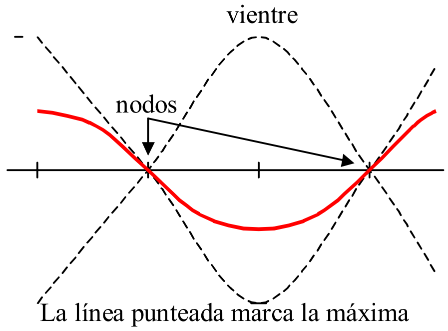
- $A = 2A'$ Es el doble de la amplitud de las ondas incidentes. Se mide en metros
- $B = k$ Es el número de onda que india el número de longitudes de onda que hay en la distancia 2π. Se mide en m^{-1}.
- $C = \omega$ Es la pulsación o frecuencia angular de las ondas incidentes. Se mide en Hercios $Hz = s^{-1}$..
-

El factor A·cos(bx) indica la amplitud con la que vibran cada uno de los puntos de la onda estacionaria que como se puede comprobar depende de la posición..

b) Los vientres son los puntos de la onda en los que se vibra con la máxima amplitud. La distancia entre dos vientres consecutivos es media longitud de onda.

Los nodos son los puntos donde no se produce vibración. La distancia entre dos nodos consecutivos también es media longitud de onda.

La distancia entre un vientre y un nodo es un cuarto de longitud de onda.



La línea punteada marca la máxima vibración de cada punto de la onda
La línea roja muestra un momento cualquiera de la vibración

ANDALUCÍA / JUNIO98. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A/ Nº 3

3. Una partícula de 0,5 kg que describe un movimiento armónico simple de frecuencia 5/π Hz tiene, inicialmente, una energía cinética de 0,2 J y una energía potencial de 0,8 J.
a) Calcula la posición y la velocidad iniciales, así como la amplitud de la oscilación y la velocidad máxima.
b) Haz un análisis de las transformaciones de energía que tienen lugar en un ciclo completo. ¿Cuál será el desplazamiento en el instante en que las energías cinética y potencial son iguales?

La ecuación de la posición de una partícula con un movimiento armónico simple es:
$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi) = A \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi)$
Por tanto la velocidad es: $\frac{dx}{dt} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot A \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi)$
Si sustituimos los valores en las dos expresiones tenemos que:
$x = A \cdot \text{sen}\,(10 \cdot t + \varphi)$
$v = A \cdot 10 \cdot \cos\,(10 \cdot t + \varphi)$
La energía potencial se representa como: $E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$
La energía cinética se representa como: $E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
En un movimiento oscilatorio armónico simple la energía potencial máxima es igual a la energía cinética máxima, de manera que: $\frac{1}{2} \cdot k \cdot x_{max}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{max}^2$
Es decir, $k \cdot A^2 = m \cdot \omega^2 \cdot A^2$
Por tanto; $k = m \cdot \omega^2 = 0{,}5 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot \pi^{-1})^2 = 50\ N \cdot m^{-1}$

Para t = 0, tenemos:
$E_p = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot x_0^2 = 0{,}8\ J$; $x_0 = 0{,}18\ m$
$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot v_0^2 = 0{,}2\ J$; $v_0 = 0{,}89\ m \cdot s^{-1}$

La velocidad máxima vendrá definida por la energía cinética máxima, que tiene lugar cuando la potencial es cero y su valor es el de la suma de la energía potencial y cinética del instante inicial:
$E_{total} = E_{Cmax} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot v_{max}^2 = 0{,}8 + 0{,}2 = 1\ J$; $v_{max} = 2\ m \cdot s^{-1}$
La distancia máxima vendrá definida por la energía potencial máxima, que tiene lugar cuando la cinética es cero:

$E_{total} = E_{Pmax} = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot x_{max}^2 = 1$ J ; $x_{max} = 0,2$ m

b) En un ciclo la velocidad y la energía cinética máximas tienen lugar cuando la energía potencial es nula, es decir x = 0. De igual manera la energía potencial máxima tiene lugar cuando el desplazamiento es máximo y la velocidad es nula.
Si ambas energía son iguales, la energía potencial será la mitad de la máxima:
$E_p = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 1$ J
Por tanto: x = 0,14 m

BLOQUE II – CUESTIONES

Opción A

Un cuerpo oscila con movimiento armónico simple cuya amplitud y período son, respectivamente, *10 cm* y *4 s*. En el instante inicial, *t =0 s*, la elongación vale *10 cm*. Determina la elongación en el instante *t =1 s*.

RESPUESTA:

Escribimos la ecuación del movimiento vibratorio armónico simple:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

Calculamos las magnitudes que intervienen en la expresión dada:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{rad/s}$$

$$x(0) = 0{,}1\cos\varphi_0 \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi_0 = 0$$

Conocidos los valores escribimos la ecuación y sustituimos:

$$x(t) = 0{,}1\cos\frac{\pi}{2}t$$

$$x(1) = 0{,}1\cos\frac{\pi}{2} = 0\,\mathrm{m}$$

OPCIÓN A
CUESTIÓN 2

2. En una onda estacionaria generada por interferencia de dos ondas, se cumple: a) La amplitud es constante, b) la onda transporta energía, c) La frecuencia es la misma que las de las dos ondas que interfieren.

RESPUESTA:

El apartado a) no es correcto porque la amplitud depende del punto de la onda en que nos encontremos.

El apartado b) tampoco es correcto porque las ondas estacionarias se caracterizan porque no transportan energía.

El apartado c) si es correcto porque para que se produzca una onda estacionaria tienen que interferir dos ondas de igual amplitud y frecuencia con un desfase determinado.

OPCIÓN A:
PROBLEMA 1

1. Una onda periódica viene dada por la ecuación y (t,x) = 10 sen 2π (50t – 0,20x) en unidades del S.I. Calcula: a) la frecuencia, la velocidad de fase y la longitud de onda; b) la velocidad máxima de una partícula del medio, y los valores del tiempo t para los que esa velocidad es máxima (en un punto que dista 50 cm del origen)

RESPUESTA:

a) Comparamos la ecuación dada con la ecuación general de un movimiento ondulatorio:

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t - kx) = A\,\mathrm{sen}\,2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\upsilon = \frac{1}{T} = 50\,\mathrm{Hz}$$

$$\frac{1}{\lambda} = 0{,}2 \qquad \Rightarrow \qquad \lambda = \frac{1}{0{,}2} = 5\,\mathrm{m}$$

$$v_f = \frac{\lambda}{T} = \lambda\upsilon = 250\,\mathrm{m/s}$$

b) Derivamos la ecuación de la posición:

$$v(x,t) = \frac{d\,y(x,t)}{d\,t} = 2\pi\cdot 50\cdot 10\cos 2\pi(50t - 0{,}2x)$$

El valor máximo de la velocidad se produce cuando el coseno vale la unidad.

$$v_{max} = 2\pi\cdot 50\cdot 10 = 1000\pi\,\mathrm{m/s}$$

Para un punto que dista 50 cm del origen esto se produce cuando el tiempo vale:

$$2\pi(50t - 0{,}2\cdot 0{,}5) = 2n\pi; \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$$

$$50t - 0{,}1 = 1 \qquad (n = 1)$$

$$t = \frac{1{,}1}{50} = 0{,}022\,\mathrm{s}$$

OPCIÓN A
CUESTIÓN PRÁCTICA

La constante elástica de un resorte medida por el método estático: a) ¿depende del tipo de material?, b) ¿varia con el periodo de oscilación?, c) ¿depende de la masa y la longitud del resorte?

RESPUESTA:

Cuando se mide la constante elástica por el método estático se obtienen la ley de Hooke en la que las elongaciones del muelle son proporcionales a las fuerzas realizadas sobre el mismo.

$$F = k\Delta L; \qquad \frac{F}{\Delta L} = k$$

De este modo el valor de la constante del muelle depende del tipo de material y de las características de su fabricación.

Al estar utilizando el método estático no podemos decir nada acerca de la influencia del periodo d las oscilaciones ya que al muelle no se le somete a oscilaciones.

La masa del resorte no influye en el valor de su constante. Tampoco el valor de su longitud, aunque si la diferencia entre su longitud natural L_0 y las diferentes longitudes que tome el mismo al verse sometido a distintas fuerzas.

OPCIÓN B

P-1. En un medio elástico se establece un movimiento ondulatorio descrito por la ecuación y (x,t) = 0,02 sen (10πx + 30πt) en unidades del sistema internacional. Determina:

a) La longitud y la frecuencia de esta onda
b) La velocidad de propagación y el sentido en que lo hace.
c) La velocidad máxima con la que oscila un punto del medio por el que se propaga la onda.

RESPUESTA:

a) Comparando la ecuación dad con la ecuación general de un movimiento ondulatorio:

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}\left(\omega t - kx\right)$$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5} = 0{,}2\,\mathrm{m}$$

La frecuencia es el inverso del periodo:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{30\pi} = \frac{2}{30}$$

$$\nu = \frac{30}{2} = 15\,\mathrm{Hz}$$

b) La velocidad de la onda la calculamos conociendo el tiempo que tarda en avanzar una longitud de onda:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1/5}{1/15} = 3\,\mathrm{m/s}$$

La onda se desplaza de derecha a izquierda porque el signo de la fase es negativo.

c) Derivamos para obtener la velocidad de vibración:

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 30\pi\cdot 0{,}02\cdot\cos(10\pi x + 30\pi t)$$

La velocidad se hace máxima cuando el coseno vale la unidad, de modo que:

v_{max} = 0,6 π m/s

CUESTIONES

1.-Una partícula de masa *m* empieza su movimiento a partir del reposo en *x* =25 cm y oscila alrededor de su posición en equilibrio en *x = 0* con un período de 1,5 s. Escribir las ecuaciones que nos proporcionan: *x* en función de *t*, la velocidad en función de *t* y la aceleración en función de *t*.

RESPUESTA:

La ecuación de un movimiento vibratorio armónico es:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

La frecuencia angular ω, la obtenemos a partir del valor del periodo.

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{4\pi}{3}$$

El valor de la amplitud lo da el enunciado, A = 0,25 m.

En el instante inicial la partícula se encuentra en el extremo de su trayectoria.

$$0{,}25 = 0{,}25\cdot\cos\varphi_0; \qquad \cos\varphi_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi_0 = 0^\circ$$

La ecuación de la posición queda:

$$x = 0{,}25\cos\frac{4\pi}{3}t$$

La de la velocidad:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\frac{\pi}{3}\operatorname{sen}\frac{4\pi}{3}t$$

La de la aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{4\pi^2}{9}\cos\frac{4\pi}{3}t$$

LA RIOJA / SEPTIEMBRE 05. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN 2 / PROBLEMA A

OPCIÓN PROBLEMAS 2

A) Un onda estacionaria sobre una cuerda tiene por ecuación *y* = 0,02cos(π/2)x cos40πt donde *x* e *y* se miden en metros y t en segundos. 1) Escribir funciones de onda para dos trenes de ondas que al superponerse producirán la onda estacionaria anterior. 2) Calcular la distancia que existe entre dos nodos consecutivos. 3) Determinar la velocidad de un segmento de cuerda situado en el punto x = 1 en cualquier instante.

RESPUESTA:

Superponemos dos ondas con las mismas características que viajan en sentidos contrarios:

$$y = y_1 + y_2 = A\cos(kx - \omega t) + A\cos(kx + \omega t)$$

Desarrollamos los cosenos de una suma y una diferencia:

$$y = A[\cos kx \cos\omega t - \text{sen}kx\,\text{sen}\omega t + \cos kx \cos\omega t + \text{sen}kx\,\text{sen}\omega t]$$

$$y = 2A\cos kx \cos\omega t$$

Comparando con la ecuación de ondas dada obtenemos los valores de las magnitudes fundamentales que definen el movimiento ondulatorio.

$$2A = 0{,}02 \quad \Rightarrow \quad A = 0{,}01$$

$$k = \frac{\pi}{2}; \qquad \omega = 40\pi t$$

1) Las funciones de onda que se superponen son:

$$y_1 = 0{,}01\cos\left(\frac{\pi}{2}x - 40\pi t\right); \qquad y_2 = 0{,}01\cos\left(\frac{\pi}{2}x + 40\pi t\right)$$

2) La distancia entre dos nodos consecutivos es la mitad de la longitud de la onda.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{2}; \quad \lambda = 4\,\text{m}$$

La distancia entre dos nodos consecutivos es 2 m.

3) En el punto x = 1 se produce un movimiento vibratorio armónico simple de ecuación:

$$y = 2 \cdot 0{,}01 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 1\right)\cos 40\pi t = 0$$

Se trata de un nodo por lo tanto su velocidad es siempre nula.

EJERCICIO 1

1) Una partícula de masa 0,1 kg realiza un movimiento armónico simple de las siguientes características: Amplitud A = 1,7 cm; Periodo T = 0,2 s; en el instante t = 0 se encuentra en la posición x = -1 cm.

a) Escribir la ecuación del movimiento. Representarla gráficamente.
b) Calcular su velocidad en el instante en que la partícula pasa por el origen x = 0
c) Calcular su aceleración en ese mismo instante
d) Calcular su energía mecánica (2,5 puntos)

RESPUESTA:

a) Calculamos las magnitudes que intervienen en la ecuación

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi \text{ rad/s}$$

$$x(0) = -0,01\text{m} \quad \Rightarrow \quad -0,01 = 0,017\cos(\varphi_0); \qquad \varphi_0 = \arccos\left(\frac{-0,01}{0,017}\right) = 126^\circ = 0,7\pi \text{ rad}$$

La ecuación queda:

$$x(t) = 0,017\cdot\cos(10\pi t + 0,7\pi)$$

b) Escribimos la ecuación de la velocidad

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 10\pi\cdot 0,017\cdot \text{sen}(10\pi t + 0,7\pi)$$

Como el movimiento se inicia en $\varphi_0 = 0,7\pi$, la primera vez que pasa por el origen es cuando la fase vale $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ Para ese valor de la fase la velocidad es:

$$v(x=0) = 10\pi\cdot 0,017\cdot \text{sen}\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0,17\pi \text{ m/s}$$

NAVARRA / JUNIO 05. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A / PROBLEMA 1

c) En un movimiento vibratorio armónico simple la aceleración es proporcional a la posición.

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

Como x = 0 m, entonces a = 0 m/s^2.

d) Al estar la partícula situada en x = 0 no tiene energía potencial, solo tiene energía cinética.

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot (0{,}17\pi)^2 = 0{,}014\,\text{J}$$

NAVARRA / SEPTIEMBRE 05. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A / PROBLEMA 2

EJERCICIO 1

2) Dos altavoces separados una distancia de 3,00 m están emitiendo sendas ondas acústicas idénticas y en fase. Consideremos una recta paralela a la que une los altavoces y que está a 8 m de la misma. Un oyente recorre dicha recta encontrando puntos en los que la intensidad del sonido es máxima y otros en los que es mínima. En concreto en O encuentra un máximo y en P, situado a 0,350 m de O, encuentra el primer mínimo. Calcular la frecuencia de las ondas emitidas.

Dato: velocidad del sonido en el aire v = 340 m/s (2,5 puntos)

RESPUESTA:

Si hacemos interferir dos movimientos ondulatorios iguales:

$$y_1 = A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx_1) \qquad\qquad y_2 = A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx_2)$$
$$y = y_1 + y_2 = y_1 = A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx_1) + A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx_2)$$

Teniendo en cuenta la relación trigonométrica:

$$\mathrm{sen}A + \mathrm{Sen}B = 2\,\mathrm{sen}\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

La ecuación de onda queda:

$$y = 2A\cos k\frac{x_1 - x_2}{2}\,\mathrm{sen}\left(\omega t - k\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$$

El factor $2A\cos k\frac{x_1 - x_2}{2}$ **es la amplitud de la interferencia en cualquier punto del espacio.**

La fase presenta un máximo cuando:

$$k\frac{x_1 - x_2}{2} = n\pi \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi}{\lambda}\frac{x_1 - x_2}{2} = n\pi; \qquad x_1 - x_2 = n\lambda$$

La fase presenta un mínimo cuando:

NAVARRA / SEPTIEMBRE 05. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A / PROBLEMA 2

$$k\frac{x_1 - x_2}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi}{\lambda}\frac{x_1 - x_2}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}; \quad x_1 - x_2 = (2n+1)\lambda$$

Como en nuestro caso nos encontramos en el primer mínimo:

$$x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2}$$
$$x_1 = \sqrt{8^2 + (1{,}5 - 0{,}35)^2} = 8{,}08\,\text{m}$$
$$x_2 = \sqrt{8^2 + (1{,}5 + 0{,}35)^2} = 8{,}21\,\text{m}$$
$$8{,}21 - 8{,}08 = \frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \quad \lambda = 0{,}26\,\text{m}$$

Como conocemos la velocidad del sonido podemos calcular el periodo.

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0{,}26}{340} = 7{,}65 \cdot 10^{-4}\ \text{s}$$
$$\Rightarrow \quad f = \frac{1}{T} = 1308\,\text{Hz}$$

PRINCIPADO DE ASTURIAS / SEPTIEMBRE 05. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN 3

Opción 3

1.- Una onda transversal en una cuerda está descrita por la función y = 0,12 sen(πx/8 + 4πt) (expresada en unidades del SI). Determinar la aceleración y la velocidad transversales en t = 0,2 s para un punto de la cuerda situado en x = 1,6 m. (1,2 puntos).

2.- Una visión simplificada de los efectos de un terremoto en la superficie terrestre, consiste en suponer que son ondas transversales análogas a las que se producen cuando forzamos oscilaciones verticales en una cuerda. En este supuesto y en el caso en que su frecuencia fuese de 0,5 Hz, calcular la amplitud que deberían tener las ondas del terremoto para que los objetos sobre la superficie terrestre empiecen a perder el contacto con el suelo (1,3 puntos).

RESPUESTA:

1. Calculamos las expresiones de la velocidad y de la aceleración derivando sucesivamente la posición.

$$v = \frac{dy}{dt} = 4\pi \cdot 0{,}12\cos\left(\frac{\pi}{8}x + 4\pi t\right)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -(4\pi)^2 \cdot 0{,}12\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{8}x + 4\pi t\right)$$

Sustituimos los valores dados:

$$v(1{,}6;0{,}2) = 4\pi \cdot 0{,}12\cos\left(\frac{1{,}6\pi}{8} + 0{,}8\pi\right) = 4\pi \cdot 0{,}12\cos\pi = -0{,}48\pi\ \mathrm{m/s}$$

$$a(1{,}6;0{,}2) = -(4\pi)^2 \cdot 0{,}12\,\mathrm{sen}\,\pi = 0\ \mathrm{m/s^2}$$

PRINCIPADO DE ASTURIAS / SEPTIEMBRE 05. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN 3

2. Para que los objetos de la superficie terrestre pierdan contacto con el suelo se deben ver sometidos a una fuerza hacia arriba que debe ser igual a su peso o superior, por lo tanto la aceleración del movimiento ondulatorio debe ser mayor que g.

A partir de la ecuación del movimiento ondulatorio obtenemos la de la aceleración

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t - Kx)$$
$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = A\omega\cos(\omega t - Kx)$$
$$a(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = -A\omega^2\mathrm{sen}(\omega t - Kx)$$

Igualamos el valor de la aceleración máxima al de la gravedad.

$$A\omega^2 = g \qquad \Rightarrow \qquad A = \frac{g}{\omega^2} = \frac{9{,}8}{(0{,}5)^2} = 39{,}2\,\mathrm{m}$$

OPCIÓN B

1) a) Escribe la ecuación de una onda armónica y comenta el significado físico de las magnitudes que aparecen en dicha ecuación. (1,5 p.)

Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje OX con velocidad v = 50 m/s. La amplitud de la onda es *A* = 0,15 m y su frecuencia es *f* = 100 Hz. La elongación del punto situado en *x* = 0 es nula en el instante *t* = 0.

b) Calcula la longitud de onda. (0,5 p.)

c) Calcula la elongación y la velocidad transversal del punto situado en *x* = 5 m, en el instante *t* = 0,1 s. (1 p.)

RESPUESTA

a) La ecuación general de una onda armónica es:
b)

$$y(x,t) = A\text{sen}(\omega t \pm Kx)$$

Donde:

- **A es la amplitud del movimiento ondulatorio y se mide en metros.**
- **ω es la frecuencia angular;** $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ **se mide en rad/s**
- **t es el tiempo que transcurre desde que se inició el movimiento ondulatorio y se mide en segundos**
- **± Indican el sentido en el que se desplaza la onda. El signo negativo indica que se desplazan en el sentido de avance del eje X y el positivo lo contrario.**
- **K se denomina número de ondas, es el número completo de longitudes de onda que caben en** 2π **metros;** $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ **se mide en rad/m**
- **x es la distancia en metros al punto donde se genera la onda.**

b) $v = \lambda f \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{50}{100} = 0{,}5\,\text{m}$

c) Escribimos la ecuación de la onda:

$$y(x,t) = 0{,}15\text{sen}(200\pi t - 4\pi x)$$

La ecuación de la velocidad de vibración es:

$$v(x,t) = 200\pi 0{,}15\,\mathrm{sen}\left(200\pi t - 4\pi x\right)$$

Sustituimos para los valores dados

$$y(5;0{,}1) = 0{,}15\,\mathrm{sen}\left(20\pi - 20\pi\right) = 0\,\mathrm{m}$$

$$v(5;0{,}1) = 200\pi 0{,}15\,\mathrm{sen}\left(20\pi - 20\pi\right) = 30\pi\,\mathrm{m/s}$$

ANDALUCÍA / SEPTIEMBRE98. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A/ Nº 4

4. Una onda plana viene dada por la ecuación: y(x, t) = 2 · cos (100 · t - 5 · x) (S.I.) donde x e y son coordenadas cartesianas.
a) Haga el análisis razonado del movimiento ondulatorio representado por la ecuación anterior y explique si es longitudinal o transversal y cuál es su sentido de propagación.
b) Calcule la frecuencia, el período, la longitud de onda y el número de onda, así como el módulo, dirección y sentido de la velocidad de propagación de la onda.

a) La onda del enunciado se propaga en el eje de las x puesto que la fase de la onda depende del tiempo y de la posición x. Se propaga en el sentido de las x positivas, ya que el término del espacio y el del tiempo tienen signos cambiados. Esto se puede ver ya que para que la fase se mantenga constante cuando aumenta el tiempo, el punto x debe también aumentar.
Finalmente, puesto que la onda se representa en un eje perpendicular a la trayectoria se trata de una onda transversal.
b) La ecuación general de una onda es: $y(x, t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$, donde ω es la frecuencia angular y k es el número de onda. Por tanto tenemos los siguientes datos:
$\omega = 100\ \text{rad} \cdot s^{-1}$; $k = 5\ m^{-1}$

Puesto que: $\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu$ tenemos que la frecuencia vale: $\nu = \dfrac{\omega}{2 \cdot \pi} = \dfrac{100}{2 \cdot \pi} = 15{,}9\ \text{Hz}$

Por tanto el periodo de la onda es: $T = \dfrac{1}{\nu} = \dfrac{1}{15{,}9} = 0{,}063\ s$

La longitud de onda se determina a partir del número de onda: $\lambda = \dfrac{2 \cdot \pi}{k} = \dfrac{2 \cdot \pi}{5} = 1{,}26\ m$

Por último la velocidad de propagación es: $v = \dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{1{,}26}{0{,}063} = 20\ m \cdot s^{-1}$

Por tanto la velocidad, como vector es: $\vec{v} = 20\ \vec{i}\ m \cdot s^{-1}$

Opción 2

1.- Explica el fenómeno de resonancia (1,2 puntos).

2.- Sea un movimiento armónico simple, dado por x = Asen(ωt +φ), con frecuencia angular ω = 0,4 s-1, en donde, para t = 0 la posición y velocidad de la partícula son 0,2 cm y 2 cm/s respectivamente. Calcular la amplitud de las oscilaciones y la fase inicial. (1,3 puntos)

RESPUESTA:

1. Las oscilaciones de los cuerpos son normalmente amortiguadas porque se disipa energía. Para que un cuerpo o sistema amortiguado oscile indefinidamente hay que ir suministrándole energía. En este caso decimos que el oscilador es forzado.

Cuando comunicamos al sistema más energía de la que se pierde aumenta su amplitud. De este modo podemos aumentar la energía comunicada hasta llegar a la magnitud deseada y mantener la energía en ese punto de modo que se pierde la misma que se gana y la amplitud se mantiene constante.

Cada sistema tiene una frecuencia natural de oscilación, por ejemplo en el caso del muelle es conocida y fácil de calcular, vale:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Cuando la frecuencia a la que comunicamos energía a un sistema coincide con la frecuencia natural del sistema, la amplitud de la oscilación se hace mucho más grande que la amplitud de la fuerza que comunica la energía. Este es el fenómeno de la resonancia. La energía que absorbe el oscilador se hace máxima. La frecuencia natural a la que ocurre este fenómeno se denomina también frecuencia de resonancia.

2. Escribimos los datos en unidades del Sistema Internacional y sustituimos en las ecuaciones formando un sistema:

$$x = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi); \qquad v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}002 = A\,\mathrm{sen}\varphi \\ 0{,}02 = A\cdot 0{,}4\cos\varphi \end{array}\right\}$$

Dividiendo ambas ecuaciones

$$\frac{0{,}002}{0{,}02} = \frac{A\,\mathrm{sen}\varphi}{A\cdot 0{,}4\cos\varphi}; \qquad \mathrm{tg}\varphi = 0{,}04; \qquad \varphi = \mathrm{arctg}(0{,}04) = 2{,}29^{\circ}$$

Sustituyendo en cualquiera de las ecuaciones

$$0{,}002 = A\cdot\mathrm{sen}\,2{,}29; \qquad A = 0{,}05\,\mathrm{m}$$

PREGUNTAS TEORICAS

BLOQUE A

A.1 Energía del movimiento armónico simple. (1 punto)

La energía mecánica de una partícula cualquiera es la suma de sus energías cinética y potencial. En el caso de una partícula sometida a un movimiento armónico simple y tomando como ecuación de la posición:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

la velocidad sería:

$$v = -A\omega \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

por tanto las energías serán:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \operatorname{sen}^2(\omega t + \varphi_0)$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)$$

Sumando ambas: $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$, valor que se mantiene siempre constante.

OPCIÓN A

2. Considere la siguiente ecuación de una onda :

y (x , t) = A sen (b t - c x) ;

a) ¿qué representan los coeficientes A, b, c ? ; ¿cuáles son sus unidades? ;
b) ¿qué interpretación tendría que la función fuera "coseno" en lugar de "seno" ?; ¿y que el signo dentro del paréntesis fuera + en lugar de - ?

a) Comparando la expresión dada con la ecuación general de una onda encontramos que:

$$y(x,t) = A \cdot sen(\omega t - kx)$$

- A es la amplitud de la onda que indica el valor máximo de la elongación que sufren los puntos del medio por los que pasa la onda. Sus unidades en el S.I. son los metros.
- b es la pulsación o frecuencia angular, $\left(\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f\right)$, sus unidades en el sistema angular son rad/s.
- c es el número de ondas $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, indica el número de longitudes de onda que hay en la distancia 2π. Sus unidades son rad/m.

b) Tanto la función seno como la función coseno son útiles para definir el movimiento periódico de una partícula en el espacio o en el tiempo ya que ambas varían de igual modo y toman sus valores entre –1 y +1. La única diferencia entre ambas es que se encuentran desfasadas 90º.

El signo del interior del paréntesis indica el sentido de desplazamiento de la onda. Cuando el signo es positivo la onda se desplaza en el sentido negativo del eje de abscisas y cuando el signo es negativo, la onda se desplaza en el sentido positivo.

CASTILLA LA MANCHA / JUNIO99. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS/OPCIÓN A/PR. 1

Un extremo de una cuerda tensa horizontal de 4 m de longitud tiene un movimiento oscilatorio armónico de dirección vertical; en el instante t = 0,3 s la elongación de ese extremo es 2 cm. Se mide que la perturbación tarda en llegar de un extremo al otro de la cuerda 0,9 s y que la distancia entre dos mínimos consecutivos es 1 m. Calcular:

a) La amplitud del movimiento ondulatorio

b) La velocidad del punto medio de la cuerda en el instante t = 1s.

c) el desfase entre dos puntos separados 1,5 m, en un instante dado.

a) La amplitud del movimiento es la misma que la del extremo, y por tanto es de 2 cm.

b) Para determinar la velocidad de un punto de la cuerda es necesario determinar la ecuación de la oscilación.

La longitud de onda de la misma es de 1 m.

Para determinar el periodo hay que hacer uso de la velocidad de propagación que es: $v = \frac{\lambda}{T}$

Por tanto: $T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1}{4/0,9} = 0,225\ \text{s}$

La ecuación de onda es: $y = A \cdot \text{sen}\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot x - \frac{2\cdot\pi}{T}\cdot t\right) = 0,02 \cdot \text{sen}\left(2\cdot\pi\cdot x - \frac{2\cdot\pi}{0,225}\cdot t\right)$

Por tanto, la velocidad transversal, derivada de la elongación con respecto al tiempo será:

$$v = \frac{dy}{dt} = -0,02\cdot\frac{2\cdot\pi}{0,225}\cdot\cos\left(2\cdot\pi\cdot x - \frac{2\cdot\pi}{0,225}\cdot t\right) = -0,56\cdot\cos\left(2\cdot\pi\cdot x - \frac{2\cdot\pi}{0,225}\cdot t\right)$$

Para la posición x = 2 m y t = 1 s, la velocidad tiene un valor: v = 0,53 m/s.

c) El desfase entre dos puntos, para una longitud de onda de 1 m es:

desfase = $\text{fase}_1 - \text{fase}_2 = 2\cdot\pi\cdot\Delta x = 3\,\pi = \pi$

Una onda sinusoidal transversal que se propaga de izquierda a derecha tiene una longitud de onda de 20 m, una amplitud de 4 m y una velocidad de propagación de 200 m/s. Calcula:

a) La ecuación de onda (supóngase la fase inicial cero).

b) La velocidad transversal máxima de un punto afectado por la vibración.

c) La diferencia de fase, en un instante dado, entre dos puntos separados una distancia de 5m.

a) Para determinar la ecuación de una onda se necesita conocer la frecuencia (ν) del movimiento. La velocidad de propagación es: $v = \lambda \cdot \nu$. Por tanto la frecuencia es: $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{200}{20} = 10\ \text{Hz}$

La ecuación de onda general es: $y = A \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t\right)$

Sustituyendo: $y = 4 \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{20} \cdot x - 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot t\right) = 4 \cdot \text{sen}(0{,}1 \cdot \pi \cdot x - 20 \cdot \pi \cdot t)$

b) La velocidad transversal, es la derivada de la elongación con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = -20 \cdot \pi \cdot 4 \cdot \cos(0{,}1 \cdot \pi \cdot x - 20 \cdot \pi \cdot t) = -80 \cdot \pi \cdot \cos(0{,}1 \cdot \pi \cdot x - 20 \cdot \pi \cdot t)$$

La velocidad será máxima cuando el coseno valga -1. Por tanto la velocidad será: 251,3 m/s.

c) El desfase entre dos puntos, para una longitud de onda de 1 m es:

$$\text{desfase} = \text{fase}_1 - \text{fase}_2 = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \Delta x = \frac{2 \cdot \pi}{20} \cdot 5 = \frac{\pi}{2}$$

CASTILLA LA MANCHA / JUNIO 01. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS

Una onda se propaga en el sentido negativo del eje *X*, siendo 20 cm su longitud de onda. El foco emisor vibra con una frecuencia de 25 Hz, una amplitud de 3 cm y fase inicial nula.

Determina:

a) La velocidad con que se propaga la onda.

b) La ecuación de la onda.

c) El instante en que un punto que se encuentra a 2,5 cm del origen alcanza, por primera vez, una velocidad nula.

a) La velocidad de propagación está relacionada con la longitud de onda y la frecuencia a través de la ecuación: $v = l\ n$

$$v = 0{,}2 \cdot 25 = 5 \text{ m/s}$$

b) La ecuación de la onda será:

$$y = A\cos(kx - wt) = A\cos\left(\frac{2p}{l}x - 2p\,nt\right) = 0{,}03\cos(10px - 50pt)$$

c) La velocidad es la derivada con respecto al tiempo del desplazamiento. Por tanto será:

$$v = -50p \cdot 0{,}03\,\text{sen}(10px - 50pt) = 4{,}71\,\text{sen}(10p \cdot 0{,}025 - 50pt) = 0$$

$$10p \cdot 0{,}025 - 50pt = 0 \Rightarrow t = \frac{0{,}25p}{50p} = 5 \cdot 10^{-3}\text{ s}$$

OPCIÓN A

CUESTIÓN 4

En un partido de fútbol un espectador canta un gol con una sonoridad de 40 dB. ¿Cuál será la sonoridad si gritaran a la vez y con la misma intensidad sonora los 1000 espectadores que se encuentran viendo el partido?
$I_0 = 10^{-12}$ W· m^{-2}

Cuando grita una persona:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{Io} = 40 \text{ db}$$

Si gritan 1000 personas a la vez:

$$\beta_2 = 10 \cdot \log \frac{1000 \cdot I}{Io} = 10 \cdot \log 1000 + 10 \cdot \log \frac{I}{Io} = 30 + \beta = \mathbf{70\ dB}$$

OPCIÓN B

Problema 1

Sometemos el extremo de una cuerda tensa a un vibrador que provoca la propagación de una onda armónica de ecuación Y(x,t) = 0,1· sen(0,8p t-160p x) expresada en el sistema internacional de unidades.

a) Determina amplitud, velocidad de propagación y longitud de onda.

b) Determina la velocidad de vibración de un punto de la cuerda que se encuentra a 10 cm del vibrador en el instante t = 0,5 s. ¿Qué tipo de movimiento describe dicho punto?

a) La ecuación general de una onda viene dada por la siguiente expresión:

$$Y(x,t) = A\cdot sen 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Identificando los términos con la ecuación del enunciado:

$$Y(x,t) = 0{,}1\cdot sen(0{,}8\pi t - 160\,\pi x)$$

$$\mathbf{A = 0{,}1}$$

$$\frac{2\pi}{T} = 0{,}8\pi \Rightarrow T = 2{,}5\,s$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = 160\,\pi \Rightarrow \mathbf{ë} = \mathbf{0{,}0125\,m}$$

$$\mathbf{v} = \frac{\lambda}{T} = \frac{0{,}0125}{2{,}5} = \mathbf{0{,}005\,m/s}$$

b) Derivando la posición, se obtiene la ecuación de la velocidad:

$$V(x,t) = 0{,}1\cdot 0{,}8\pi\cdot cos(0{,}8\pi t - 160\,\pi x)$$

$$V(0{,}1\,,\,0{,}5) = 0{,}1\cdot 0{,}8\pi\cdot cos(0{,}8\pi\cdot 0{,}5 - 160\,\pi\cdot 0{,}1) = \mathbf{0{,}16\,m/s}$$

Realiza un movimiento armónico simple

Cierta onda está descrita por la ecuación: $Y(x, t) = 0{,}02 \cdot \text{sen}(t - x/4)$, todo expresado en unidades del SI. Determine:
a) La frecuencia de la onda y su velocidad de propagación.
b) La distancia existente entre dos puntos consecutivos que vibran con una diferencia de fase de 120º.

a) La ecuación general de una onda es: $\psi = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x)$.
Por tanto la frecuencia angular es $\omega = 1\ s^{-1}$ y la frecuencia será: $\nu = 1/2\pi = 0{,}16\ s^{-1}$.
La velocidad de propagación es: $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{0{,}25} = 4\ \ m \cdot s^{-1}$

b) Dos puntos que vibran con una diferencia de fase de 120º se diferencian $2\pi/3$ radianes.
Por tanto: $2\ \pi/3 = k \cdot \Delta x = \Delta x/4$. Por tanto: $\Delta x = 8{,}38$ m

OPCIÓN B

CUESTIÓN B3

Un punto realiza un movimiento vibratorio armónico simple de periodo T y amplitud A, siendo nula su elongación en el instante inicial. Calcule el cociente entre sus energías cinética y potencial:

a) en los instantes de tiempo *t = T/12*, *t = T/8* y *t = T/6* *(1 punto)*.
b) cuando su elongación es *x = A/4* , *x = A/2* y *x = A* *(1 punto)*.

RESPUESTA:

Las ecuaciones de la posición y la velocidad de un movimiento vibratorio armónico simple son:

$$x = A\cdot \text{sen}\omega t$$

$$v = A\omega\cdot\cos\omega t$$

Y la relación entre sus energías:

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{{}^1\!/_2 mv^2}{{}^1\!/_2 m\omega^2 x^2} = \frac{v^2}{\omega^2 x^2}$$

a) Para $t = \frac{T}{12}$:

$$\left.\begin{aligned} x &= A\,\text{sen}\frac{2\pi}{T}\frac{T}{12} = A\,\text{sen}\frac{\pi}{6} = \frac{A}{2} \\ v &= A\omega\cos\frac{\pi}{6} = \frac{A\omega\sqrt{3}}{2} \end{aligned}\right\} \quad \frac{E_c}{E_p} = \frac{A^2\omega^2\cdot 3\cdot 4}{4\cdot\omega^2\cdot A^2} = 3$$

Para $t = \frac{T}{8}$

$$\left.\begin{aligned} x &= A\,\text{sen}\frac{2\pi}{T}\frac{T}{8} = A\,\text{sen}\frac{\pi}{4} = \frac{A\sqrt{2}}{2} \\ v &= A\omega\cos\frac{\pi}{4} = \frac{A\omega\sqrt{2}}{2} \end{aligned}\right\} \quad \frac{E_c}{E_p} = \frac{A^2\omega^2\cdot 2\cdot 4}{4\cdot\omega^2\cdot A^2\cdot 2} = 1$$

Para $t = \frac{T}{6}$

$$\left.\begin{array}{l} x = A\,\text{sen}\,\frac{2\pi}{T}\frac{T}{6} = A\,\text{sen}\,\frac{\pi}{3} = \frac{A\sqrt{3}}{2} \\ v = A\omega\cos\frac{\pi}{3} = \frac{A\omega}{2} \end{array}\right\} \quad \frac{E_c}{E_p} = \frac{A^2\omega^2\cdot 4}{4\cdot\omega^2\cdot A^2\cdot 3} = \frac{1}{3}$$

b) Sumando los valores delas dos energías se tiene que la energía total es:

$$E_T = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

De modo que podemos expresar la energía cinética en función de la potencial como:

$$E_c = E_T + E_p = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 - \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2\left(A^2 - x^2\right)$$

Luego su relación es:

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{\cancel{1/2}\, m\omega^2\left(A^2 - x^2\right)}{\cancel{1/2}\, m\omega^2x^2} = \frac{A^2 - x^2}{x^2}$$

Para $x = \frac{A}{4}$

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{A^2 - \frac{A^2}{16}}{\frac{A^2}{16}} = \frac{\frac{15A^2}{16}}{\frac{A^2}{16}} = 15$$

Para $x = \frac{A}{2}$

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{A^2 - \frac{A^2}{4}}{\frac{A^2}{4}} = \frac{\frac{3A^2}{4}}{\frac{A^2}{4}} = 3$$

Para $x = A$

$\frac{E_c}{E_p} = \frac{A^2 - A^2}{A^2} = 0$ la energía cinética vale cero.

CASTILLA LEÓN / JUNIO 02. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS

OPCIÓN B

Problema 2

Un extremo de una cuerda tensa horizontal de 3 m de longitud está sometido a un movimiento oscilatorio armónico. En el instante t = 4 s la elongación de ese punto es de 2 cm. Se comprueba que la onda tarda 0,9 s en llegar de un extremo a otro de la cuerda y que la longitud de onda es de 1 m. Calcule:
a) La amplitud del movimiento ondulatorio *(1,5 puntos)*.
b) La velocidad de vibración en el punto medio de la cuerda para t = 1 s *(1,5 puntos)*.

a) La expresión de la ecuación general de la posición de la onda es $y(x,t) = A\cdot\ \mathrm{sen}(ft + Kx)$
De los datos del enunciado la longitud de onda λ, es 1 m, por lo que K = 1.

El enunciado dice que una onda tarda 0,9 s en llegar de un extremo a otro de la cuerda, o lo que es lo mismo, en recorrer 3 m. Por la tanto la velocidad será 3,33 m/s.

Como $v = \lambda\cdot\ f$, f = 3,33 Hz

El enunciado dice que en t = 4 s, la elongación del extremo es 2:

$$y(3,4) = A\cdot\ \mathrm{sen}(3,33\cdot\ 4+3)=0,9\cdot\ A = 0,02$$

$$\mathbf{A = 2,22\ cm}$$

b) Derivando la anterior ecuación se obtiene la de la velocidad:

$$V = A\cdot\ 2\pi f\cdot\ \cos 2\pi(ft + Kx)$$

Sustituyendo los valores anteriores:

$$V(1,5\ ,\ 1) = 0,0222\cdot\ 2\pi\cdot\ 3,33\cdot\ \cos 2\pi(3,33\cdot\ 1 + 1\cdot\ 1,5) = \mathbf{0,22\ m/s}$$

OPCIÓN B

Problema 2

Una onda transversal se propaga según la ecuación:

y = 4· sen2p [(t/4)+(x/1,8)] (en unidades S.I.)

Determine:

a) La velocidad de propagación de la onda y la velocidad de vibración máxima de un punto alcanzado por la onda *(2 puntos)*.
b) La diferencia de fase, en un instante dado, de dos puntos separados 1 m en la dirección de avance de la onda *(1 punto)*.

a) La ecuación general de una onda es:

$$y = A \cdot \mathrm{sen} 2\pi \left[ft + \frac{x}{\lambda} \right]$$

Identificando términos con la ecuación dada en el enunciado se obtiene:
$A = 4$; $f = 0{,}25$ Hz; $\lambda = 1{,}8$ m

Para calcular la velocidad de propagación:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = 1{,}8 \cdot 0{,}25 = \mathbf{0{,}45\,m/s}$$

La velocidad de vibración máxima se obtiene derivando la ecuación de la posición:

$$V = 2\pi \cdot f \cdot A \cdot \cos 2\pi (ft + Kx)$$

$$V_{max} = 2\pi \cdot f \cdot A = \mathbf{2p\ \ m/s}$$

b)

$$\left.\begin{array}{l} y_1 = 4 \cdot \mathrm{sen} 2\pi \left(\frac{t}{4} + \frac{x_1}{1{,}8} \right) \\ y_2 = 4 \cdot \mathrm{sen} 2\pi \left(\frac{t}{4} + \frac{x_2}{1{,}8} \right) \end{array}\right. \Rightarrow \delta = 2\pi \left(\frac{t}{4} + \frac{x_1}{1{,}8} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{4} + \frac{x_2}{1{,}8} \right) = \frac{2\pi}{1{,}8}(x_1 - x_2) = \mathbf{3{,}49\,m}$$

CUESTIÓN A3

Explique con claridad los siguientes conceptos: periodo de una onda, número de onda, intensidad de una onda y enuncie el principio de Huygens. (2 puntos)

SOLUCIÓN

Periodo de una onda (T) es el intervalo de tiempo que transcurre entre dos estados idénticos y sucesivos en la perturbación de un punto. Este valor coincide con el periodo del movimiento vibratorio armónico simple del foco de la perturbación.

El número de onda (K) es una magnitud que surge como resultado de una simplificación en la ecuación de ondas. Se define como el número de longitudes de onda que hay en la longitud 2π. Si dividimos 2π por el valor del número de onda se obtiene la longitud de onda del movimiento.

La intensidad de una onda (I) en un punto es la energía que pasa en cada unidad de tiempo por la unidad de superficie situada perpendicularmente a la dirección de propagación. LA intensidad es por tanto una potencia por unidad de superficie.

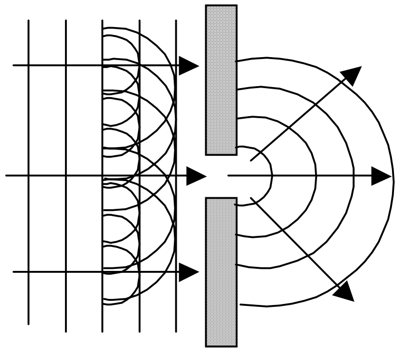
$$I = \frac{E}{t \cdot S} = \frac{P}{S}$$

El principio de Huygens dice que cada punto del frente de ondas se comporta como un foco emisor de ondas secundarias cuya envolvente constituye el nuevo frente de ondas. Este principio solo es aplicable a ondas mecánicas en las que existen partículas reales que vibran.

Una consecuencia del principio de Huygens es el fenómeno conocido como difracción.

La difracción se produce cuando una onda llega a un obstáculo cuyo tamaño es del mismo orden de magnitud que su longitud de onda. Al actuar los puntos cercanos al obstáculo como emisores secundarios el frente de ondas se modifica tomando una forma semejante a la del obstáculo. El efecto que se percibe es que la onda bordea el obstáculo.

CASTILLA-LEÓN / JUNIO 04. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A / CUESTIÓN A3



CATALUÑA / SEPTIEMBRE 03. LOGSE-SERIE 3/ FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / PRIMERA PARTE / CUESTIÓN 1

PRIMERA PARTE

Q1. Una partícula de masa 500 g describe un movimiento vibratorio armónico de manera que su posición (en unidades del sistema internacional) esta dada por x = 0,20 sen (10π t), donde t es el tiempo. Calcula la energía cinética máxima de la partícula y la fuerza máxima que actúa sobre ella. Indica en que puntos de la oscilación se adquieren estos valores máximos.

Para calcular la energía cinética y la fuerza hay que conocer previamente las expresiones de la velocidad y de la aceleración del movimiento vibratorio, por tanto derivamos en la ecuación del movimiento para obtenerlas:

$$v = \frac{dx}{dt} = 2\pi\cos(10\pi t); \qquad a = \frac{d^2x}{dt^2} = -20\pi^2\,\mathrm{sen}(10\pi t)$$

Sustituyendo en la fórmula de a energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}5\cdot 4\pi^2\cos^2(10\pi t)$$

El valor máximo se da cuando la velocidad alcanza su valor máximo en el punto medio de la oscilación.

$$E_{c,max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}5\cdot 4\pi^2 = 9{,}87\,\mathrm{J}$$

De igual modo el valor de la fuerza es:

$$F = m\,a = -0{,}5\cdot 20\pi^2\,\mathrm{sen}(10\pi t)$$

Su valor máximo se obtiene para el valor máximo de su aceleración en los extremos de la trayectoria:

$$F_{max} = m\,a_{max} = -0{,}5\cdot 20\pi^2 = 98{,}7\,\mathrm{N}$$

MADRID / JUNIO98. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIOENS Y ONDAS / OPCIÓN A/ Nº 1

1. Si se duplica la energía mecánica de un oscilador armónico, explica qué efecto tiene:
a) En la amplitud y la frecuencia de las oscilaciones.
b) En la velocidad y el periodo de oscilación.

1. La energía total de un oscilador depende de la constante de recuperación del muelle k y de la amplitud máxima de oscilación A, según la ecuación: $E_T = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$

a) Si la energía se dobla, entonces $E_T' = 2 \cdot E_T$
Por tanto: $A'^2 = 2 \cdot A^2$; $A' = 1{,}414 \cdot A$.
La amplitud aumenta, mientras que la frecuencia de oscilación no lo hace puesto que es independiente de la amplitud.
b) La velocidad de un oscilador, obtenida derivando la posición, es:

$$v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi).$$

Si la amplitud aumenta la velocidad en cada instante de tiempo aumentará en igual medida:

$$v'(t) = 1{,}414 \cdot v(t)$$

El periodo no variará al igual que no lo hace la frecuencia.

MADRID A/ JUNIO99. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS/ OPCIÓN A/CUESTIÓN 3

Una onda armónica que se propaga por un medio unidimensional tiene una frecuencia 500 Hz y una velocidad de propagación de 350 m/s.
a) ¿Qué distancia mínima hay, en un cierto instante, entre dos puntos del medio que oscilan con una diferencia de fase de 60°?
b) ¿Cuál es la diferencia de fase de oscilación, en un cierto punto, para un intervalo de tiempo de 10^{-3} s?

a) Una diferencia de fase de 60º es $\pi/3$ radianes, que es $\lambda/6$.

La longitud de la onda es: $\lambda = \dfrac{v}{\nu} = \dfrac{350}{500} = 0{,}7$ m

Finalmente, la diferencia de fase es: $\Delta\phi = \dfrac{\lambda}{6} = \dfrac{0{,}7}{6} = 0{,}12$ m

b) La frecuencia es de 500 Hz, por tanto el periodo es: $T = \nu^{-1} = 500^{-1} = 2 \cdot 10^{-3}$ s. Entre dos puntos que distan 10^{-3} s hay media oscilación, por tanto la fase será de 180º, π radianes.

MADRID / SEPTIEMBRE99. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS/ OPCIÓN A/CUESTIÓN 2

Una masa m oscila en el extremo de un resorte vertical con una frecuencia de 1 Hz y una amplitud de 5 cm. Cuando se añade otra masa de 300 g, la frecuencia de oscilación es de 0,5 Hz. Determine:
a) El valor de la masa m y de la constante recuperadora del resorte.
b) El valor de la amplitud de oscilación en el segundo caso si la energía mecánica del sistema es la misma en ambos casos.

a) La frecuencia de un movimiento oscilatorio con una masa es: $\nu_1 = \frac{1}{2\cdot\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

Cuando se añade la segunda masa tenemos: $\nu_2 = \frac{1}{2\cdot\pi}\sqrt{\frac{k}{M+m}}$

El cociente entre ambas es: $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{M+m}{m}}$

Por tanto: $m = M\cdot\left[\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^2 - 1\right]^{-1} = 0{,}3\cdot\left[\left(\frac{1}{0{,}5}\right)^2 - 1\right]^{-1} = 0{,}1\,\text{kg}$

La constante recuperadora es tal que: $k = (2\cdot\pi\cdot\nu_1)^2\cdot m = (2\cdot\pi\cdot 1)^2\cdot 0{,}1 = 3{,}95$ N/m

b) La energía total de un oscilador es: $E = \frac{1}{2}\cdot k\cdot x_{max}^2$

Por tanto, como la energía total no depende de la masa en movimiento, la amplitud de la oscilación será la misma: 5 cm.

BLOQUE II – CUESTIONES

Opción A

Un cuerpo oscila con movimiento armónico simple cuya amplitud y período son, respectivamente, *10 cm* y *4 s*. En el instante inicial, *t =0 s*, la elongación vale *10 cm*. Determina la elongación en el instante *t =1 s*.

RESPUESTA:

Escribimos la ecuación del movimiento vibratorio armónico simple:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

Calculamos las magnitudes que intervienen en la expresión dada:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\,\text{rad/s}$$

$$x(0) = 0{,}1\cos\varphi_0 \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi_0 = 0$$

Conocidos los valores escribimos la ecuación y sustituimos:

$$x(t) = 0{,}1\cos\frac{\pi}{2}t$$

$$x(1) = 0{,}1\cos\frac{\pi}{2} = 0\,\text{m}$$

OPCIÓN A

PROBLEMA A1.
Una masa de 1 kg oscila unida a un resorte de constante *k* = 5 N/m, con un movimiento armónico simple de amplitud 10^{-2} m.

a) **Cuando la elongación es la mitad de la amplitud, calcule qué fracción de la energía mecánica es cinética y qué fracción es potencial.*(1,5 puntos).***

b) **¿Cuánto vale la elongación en el punto en el cual la mitad de la energía mecánica es cinética y la otra mitad potencial? *(1,5 puntos).***

RESPUESTA:

a) Las expresiones de la energía en función de la elongación son:

$$\left.\begin{array}{l} x = A\cdot \text{sen}\omega t \\ v = A\omega\cdot\cos\omega t \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\text{sen}^2\omega t \\ E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\omega t \end{array}\right\} \quad E_T = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

Cuando $x = \frac{A}{2}$**, la energía potencial vale:**

$$E_p = \frac{1}{2}m\omega^2\frac{A^2}{4} = \frac{1}{8}m\omega^2A^2$$

comparándola con la energía total:

$$\frac{E_p}{E_T} = \frac{\frac{1}{8}m\omega^2A^2}{\frac{1}{2}m\omega^2A^2} = \frac{1}{4}; \qquad E_p = \frac{1}{4}E_T$$

La energía potencial es una cuarta parte de la energía mecánica total y la energía cinética será tres cuartas partes de la energía mecánica total.

$$E_c = \frac{3}{4}E_T$$

b) Lo calculamos a partir de la relación de la energía mecánica total con la potencial.

$$E_p = \frac{1}{2}E_T; \quad \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}m\omega^2A^2; \quad x^2 = \frac{1}{2}\frac{m\omega^2A^2}{m\omega^2} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

PROBLEMA 1

1. Un resorte de masa despreciable se estira 0,1 m cuando se la aplica una fuerza de 2,45 N. Se fija en su extremo libre una masa de 0,085 kg y se estira 0,15 m a lo largo de una mesa horizontal desde su posición de equilibrio y se suelta dejándolo oscilar libremente sin rozamiento. Calcula: a) la constante elástica del resorte y su periodo de oscilación; b) la energía total asociada a la oscilación y las energías potencial y cinética cuando x = 0,075 m

a) A partir del estiramiento que produce la fuerza de 2,45 N calculamos el valor de la constante K aplicando la ley de Hooke.

$$F = -K\cdot x \qquad \Rightarrow \qquad K = \frac{-F}{x} = \frac{2,45}{0,1} = 24,5\,N/m$$

Para calcular el periodo de oscilación, hallamos en primer lugar el valor de la frecuencia y despejamos a partir de el. Aplicando el principio fundamental de la dinámica al las ecuaciones del movimiento vibratorio se tiene:

$$F = m\cdot a = -m\cdot\omega^2\cdot x$$

Igualando esta expresión a la de la ley de Hooke:

$$-K\cdot x = -m\cdot\omega^2\cdot x \qquad \Rightarrow \qquad K = m\omega^2$$

Despejamos la frecuencia angular:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}; \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,085}{24,5}} = 0,37\,s$$

b) Expresamos la energía total como suma de la cinética y la potencial elástica.

$$E_T = E_C + E_P = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

$$\left.\begin{array}{r} x = A\cdot\cos\omega t \\ v = -A\omega\cdot sen\omega t \end{array}\right\} \quad E_T = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 sen^2(\omega t) + \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2(\omega t) = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$$

Sustituyendo los valores que tenemos:

$$E_T = \frac{1}{2}\cdot 0,085\cdot\frac{24,5}{0,085}\cdot 0,15 = 1,8375\,J$$

Para la posición x = 0,075 m, la energía potencial vale:

$$E_P = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}\cdot 24,5\cdot(0,075)^2 = 0,0689\,J$$

El valor de la energía cinética lo calculamos restando este valor al total de la energía.

$$E_C = E_T - E_P = 1{,}8375 - 0{,}0689 = 1{,}7686 \text{ J}$$

Dada la ecuación de ondas tridimensional:

$$y = 0,04 \cdot \text{sen}(2,0 \cdot x - 3,14 \cdot t + 2,0)$$

con y, x medidas en metros y t en segundos, calcula:

a) La longitud de onda y la frecuencia de esta onda.

b) La velocidad máxima, en módulo, de oscilación de las partículas del medio por el cual se propaga la onda.

c) Si la onda fuese transversal y dijésemos que está polarizada, ¿que querríamos decir? Razona la respuesta.

a) La ecuación general de una onda es: $y = A \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t - \varphi_0\right)$

Identificando términos se tiene que: $\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = 2$, por tanto: $\lambda = 3,14$ m.

Por otra parte, $2 \cdot \pi \cdot \nu = 3,14$, por tanto $\nu = 0,2\ s^{-1}$.

b) La velocidad de la ondas es la derivada de la amplitud:

$$v_y = -0,04 \cdot 3,14 \cdot \cos(2,0 \cdot x - 3,14 \cdot t + 2,0)$$

Por tanto la velocidad máxima será: $v_{y\ max} = 0,1256\ m \cdot s^{-1}$

c) En las ondas transversales el movimiento de las partículas en el medio es perpendicular a la dirección de propagación de la onda. La polarización indica que el movimiento transversal de las partículas se realiza en un único plano.

A) Dos ondas que se mueven por una cuerda en la misma dirección y sentido, tienen la misma frecuencia de 100 Hz, una longitud de onda de 2 cm y un amplitud de 0,02 m. a) ¿Cuál será la amplitud de la onda resultante si las dos ondas difieren en fase en p /3? b) ¿Y si difieren en p /6? c) ¿Cuál es la diferencia de fase entre las dos ondas si la amplitud de la onda resultante es 0,02 que es la misma que la que poseen ambas componentes?

La ecuaciones de las ondas que se propagan por la cuerda son:

$$y_1 = A \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot x - 2\cdot\pi\cdot\nu\cdot t\right)$$

$$y_2 = A \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot x - 2\cdot\pi\cdot\nu\cdot t + \phi\right)$$

El resultado de la suma de estas ondas es una tercera onda que se propaga con la misma longitud de onda y frecuencia que cada una de las iniciales.

$y_1 = A \cdot \operatorname{sen}\left(\Theta - \frac{\phi}{2}\right)$ y $y_2 = A \cdot \operatorname{sen}\left(\Theta + \frac{\phi}{2}\right)$ si tenemos que $\Theta = \frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot x - 2\cdot\pi\cdot\nu\cdot t + \frac{\phi}{2}$

La suma del seno de una suma mas una diferencia es:

$$y = 2A \cdot \cos \quad y = 2A \cdot \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\cdot \operatorname{sen}(\Theta)$$

o lo que es lo mismo:

$$y = 2A \cdot \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot x - 2\cdot\pi\cdot\nu\cdot t + \frac{\phi}{2}\right)$$

Por tanto la amplitud es: $2A \cdot \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)$

a) El desfase es $\pi/3$, por tanto: amplitud $= 2A \cdot \cos\left(\frac{\pi/3}{2}\right) = 2 \cdot 0{,}02 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0{,}0346 \text{ m}$

b) El desfase es $\pi/6$: amplitud $= 2A \cdot \cos\left(\frac{\pi/6}{2}\right) = 2 \cdot 0{,}02 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = 0{,}0386 \text{ m}$

c) Si la amplitud es la misma que la de cada una de las componentes se tiene que cumplir que:

$$\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) = \frac{1}{2}, \text{ es decir: } \frac{\phi}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \phi = \frac{2\cdot\pi}{3}$$

LA RIOJA / SEPTIEMBRE 2000. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / CUESTIÓN 1

Dos ondas que tienen la misma frecuencia, longitud de onda y amplitud, se están moviendo en la misma dirección y sentido. Si su diferencia de fase es p /2 y cada una de ellas tiene una amplitud de 0,05 m, hallar la amplitud de la onda resultante.

La suma de las dos ondas es: $y = y_1 + y_2 = 0{,}05 \text{ sen } (kx - \omega t) + 0{,}05 \text{ sen } (kx - \omega t + \pi/2)$

El valor de la suma es: $\text{sen } A + \text{sen } B = 2 \text{ sen } \dfrac{A+B}{2} \cos \dfrac{A-B}{2}$

$y = 0{,}05 \cdot 2 \cdot \text{sen } (kx - \omega t + \pi/4) \cos \pi/4 = 0{,}05 \cdot 2 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} \text{ sen } (kx - \omega t + \pi/4)$

$y = 0{,}071 \text{ sen } (kx - \omega t + \pi/4)$

OPCIÓN A

Cuestión 3

a) Explicar el fenómeno de la difracción.
b) Explicar porqué dos personas situadas una a cada lado de una esquina de forma que no pueden verse, sin embargo sí pueden oírse

a) La difracción de ondas se produce cuando la onda se encuentra con un obstáculo cuyo tamaño es del mismo orden de magnitud que su longitud de onda.

b) Por ejemplo, nos llega luz de un foco luminoso aunque no lo podamos ver directamente, o cuando oímos los sonidos de un altavoz aunque esté detrás de un obstáculo; se puede decir que las ondas doblan esquinas y bordean obstáculos, esto es debido al fenómeno de difracción y es una consecuencia del principio de Huygens.
Por esta razón dos personas que no se ven pueden oírse, ya que se produce refracción de las ondas, y cambia la dirección de propagación, por lo que pueden bordear la esquina.

NAVARRA/ SEPTIEMBRE 02. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS

OPCIÓN A

Pregunta 1

Dos corchos que flotan en la superficie del agua de un estanque son alcanzados por una onda que se produce en dicha superficie, tal que los sucesivos frentes de onda son rectas paralelas entre sí que avanzan perpendicularmente a la recta que une ambos corchos. Se observa que los corchos realizan 8 oscilaciones en 10 segundos, y que oscilan en oposición de fase. Sabiendo que la distancia entre los corchos es 80 cm y que ésta es la menor distancia entre puntos que oscilan en oposición de fase, calcular la velocidad de propagación de la onda en el agua.

En el enunciado dice que los corchos oscilan en oposición de fase, por lo que se puede decir que están separados un número impar de medias longitudes de onda. Como esta distancia es la menor posible para estar en oposición de fase, se llega a la conclusión que los corchos están separados $\lambda/2$:

$$\frac{\lambda}{2} = 80 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 160 \text{ cm}$$

La frecuencia de oscilación es conocida, 8 oscilaciones en 10 segundos $\Rightarrow$ $f = 0{,}8\ s^{-1}$

Se tienen todos los datos necesarios para calcular la velocidad de propagación:

$$v = \lambda \cdot f = 160 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}8 = \mathbf{1{,}28\ m/s}$$

NAVARRA / JUNIO 05. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A / PROBLEMA 1

EJERCICIO 1

1) Una partícula de masa 0,1 kg realiza un movimiento armónico simple de las siguientes características: Amplitud A = 1,7 cm; Periodo T = 0,2 s; en el instante t = 0 se encuentra en la posición x = -1 cm.

a) Escribir la ecuación del movimiento. Representarla gráficamente.
b) Calcular su velocidad en el instante en que la partícula pasa por el origen x = 0
c) Calcular su aceleración en ese mismo instante
d) Calcular su energía mecánica (2,5 puntos)

RESPUESTA:

a) Calculamos las magnitudes que intervienen en la ecuación

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi \, rad/s$$

$$x(0) = -0,01 m \quad \Rightarrow \quad -0,01 = 0,017\cos(\varphi_0); \qquad \varphi_0 = ar\cos\left(\frac{-0,01}{0,017}\right) = 126^{o} = 0,7\pi \, rad$$

La ecuación queda:

$$x(t) = 0,017 \cdot \cos(10\pi t + 0,7\pi)$$

b) Escribimos la ecuación de la velocidad

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 10\pi \cdot 0,017 \cdot sen(10\pi t + 0,7\pi)$$

Como el movimiento se inicia en $\varphi_0 = 0,7\pi$, la primera vez que pasa por el origen es cuando la fase vale $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ Para ese valor de la fase la velocidad es:

$$v(x=0) = 10\pi \cdot 0,017 \cdot sen\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0,17\pi \, m/s$$

c) En un movimiento vibratorio armónico simple la aceleración es proporcional a la posición.

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

Como x = 0 m, entonces a = 0 m/s^2.

d) Al estar la partícula situada en x = 0 no tiene energía potencial, solo tiene energía cinética.

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot (0{,}17\pi)^2 = 0{,}014\,J$$

OPCIÓN B

PROBLEMAS

2.- Una onda armónica transversal se propaga hacia la derecha con una velocidad de propagación de 600m/s, una longitud de onda de 6 m y una amplitud de 2 m. En el instante inicial (t=0 s) y en el origen la elongación de la onda es nula.

- **a) Escribe la ecuación de la onda**
- **b) Calcula la velocidad máxima de vibración**
- **c) Calcula el tiempo necesario para que un punto a 12 m del origen alcance por primera vez la velocidad máxima de vibración.**

RESPUESTA:

a) Calculamos las magnitudes que intervienen en la ecuación de la onda a partir de los datos del enunciado.

$$y(x,t) = A\,\text{sen}(\omega t - kx)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{3}\,\text{rad/m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = 0{,}01\,\text{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 200\pi\,\text{rad/s}$$

A partir de las condiciones iniciales calculamos el valor del desfase.

$$y(0,0) = 2\cdot\text{sen}\varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = 0$$

$$y(x,t) = 2\,\text{sen}\left(200\pi t - \frac{\pi}{3}x\right)$$

b) Calculamos la expresión de la velocidad de vibración

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 2\cdot 200\pi\cos\left(200\pi t - \frac{\pi}{3}x\right)$$

La velocidad máxima se da cuando el coseno vale la unidad. $v_{max} = 400\pi$

CASTILLA LA MANCHA / SEPTIEMBRE 05. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN B / PROBLEMA 2

c) La velocidad máxima la alcanza un punto del medio por primera vez cuando, una vez iniciado el movimiento de vibración, pasa por la posición de equilibrio por primera vez. Esto quiere decir que una vez que la vibración alcanza al punto debe transcurrir medio periodo.

Entonces el tiempo total que tiene que transcurrir es el que tarda la vibración en llegar al punto más la mitad del periodo.

$$t_{v,max} = t_{x=12} + \frac{T}{2} = \frac{x}{v} + \frac{T}{2} = \frac{12}{600} + \frac{0,01}{2} = \frac{15}{600} = 0,025\,s$$

PAÍS VASCO / JUNIO98. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A/ Nº 3

1. Describe el fenómeno de polarización de las ondas. ¿Qué tipo de ondas pueden ser polarizadas? ¿Puede polarizarse el sonido? ¿Y la luz? Razona la respuesta.

Una onda puede polarizarse cuando se trata de una onda transversal. El fenómeno de polarización implica que la oscilación transversal puede suceder sólo en un plano, no oscilando en la dirección perpendicular. Debido a esto la luz puede polarizarse porque es una onda electromagnética transversal, pero no puede polarizarse el sonido, ya que es una onda longitudinal.

PAÍS VASCO / JUNIO99. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS/BLOQUE A/ PR. 1

En el centro de una piscina circular de 6 m de radio se produce una perturbación que origina un movimiento ondulatorio en la superficie del agua. La longitud de onda es de 0,50 m y tarda 12 s en llegar a la orilla. Calcular:

a) La frecuencia del movimiento ondulatorio.

b) La amplitud del mismo si al cabo de 0,25 s la elongación en el origen es de 4 cm.

c) La elongación en el instante t = 12 s en un punto situado a 6 m del foco emisor.

a) La velocidad del movimiento ondulatorio es: $v = \frac{d}{t} = \frac{6}{12} = 0,5\ m \cdot s^{-1}$

Finalmente, la frecuencia es: $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{0,5}{0,5} = 1\ Hz$

b) La oscilación del centro será de la forma $A(t) = A_0 \cdot sen\ (\nu \cdot t)$, por tanto la amplitud máxima será: $A_0 = \frac{A(t)}{sen(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t)} = \frac{4}{sen(2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 0,25)} = 4\ cm$

c) Puesto que tarda 12 s en llegar la perturbación al extremo de la piscina la oscilación será como en el instante inicial en el centro, es decir, la amplitud será 0.

Un terremoto produce ondas longitudinales y ondas transversales. a) ¿En qué se diferencian ambos tipos de ondas? b) En la corteza terrestre, las primeras se propagan con una velocidad de 8,0 km/s mientras que las segundas lo hacen a 5,0 km/s; si en un observatorio sísmico los dos tipos de ondas se reciben con 200 s de diferencia temporal, determínese la distancia del observatorio al hipocentro del terremoto. c) Si el período de ambas ondas es de 0,55 s, determínese sus frecuencias y longitudes de onda.

a) En las ondas longitudinales la vibración se realiza en la dirección de la propagación, mientras que las vibraciones transversales tienen lugar perpendicularmente a ella.

b) La onda longitudinal tarda: $t_L = \dfrac{d}{v_L}$, la transversal: $t_T = \dfrac{d}{v_T}$.

La diferencia de tiempos es: $\Delta t = t_T - t_L = \dfrac{d}{v_T} - \dfrac{d}{v_L}$

Despejando y sustituyendo se obtiene la distancia al hipocentro del terremoto:

$$d = \Delta t \cdot \left(\frac{1}{v_T} - \frac{1}{v_L}\right)^{-1} = 200 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8}\right)^{-1} = 2\,667 \text{ km}$$

c) La longitud de onda se relaciona con la velocidad según: $\lambda = v \cdot T$, mientras que la frecuencia es la inversa del periodo. Por tanto:

$\lambda_T = v_T \cdot T = 5 \cdot 0{,}55 = 2{,}75$ km

$\nu_T = T^{-1} = 0{,}55^{-1} = 1{,}82$ Hz

Para la longitudinal se tiene:

$\lambda_L = v_L \cdot T = 8 \cdot 0{,}55 = 4{,}4$ km

$\nu_L = T^{-1} = 0{,}55^{-1} = 1{,}82$ Hz

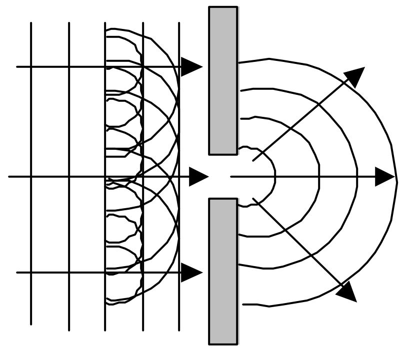
Opción 3

1.- ¿Qué se entiende por difracción y en qué condiciones se produce? (1,2 puntos)

2.- ¿ Cuál debería ser la distancia entre dos puntos de un medio por el que se propaga una onda armónica, con velocidad de fase de 100 m/s y 200 Hz de frecuencia, para que se encuentren en el mismo estado de vibración? (1,3 puntos)

1. La difracción es el cambio en la dirección de propagación que sufre una onda sin cambiar de medio. Este hecho se produce cuando el movimiento ondulatorio se encuentra un obstáculo en su camino cuyas dimensiones son del mismo orden o menores que la longitud de onda.

El principio de Huygens en el que cada punto del frente de ondas actúa como emisor de ondas elementales, permite explicar gráficamente este fenómeno.



En todo momento los puntos del frente de ondas emiten ondas que al interferir con las emitidas por los puntos de los alrededores forman el frente de ondas plano que se observa. Al llegar a la abertura los puntos del frente de ondas que pasan ella actúan como emisores de ondas. Estas ondas al no interferir con otras generadas por otros puntos, cambian la forma de su frente de ondas, pasando este de ser plano a ser circular.

2. Para que dos puntos se encuentren en el mismo estado de vibración debe haber entre ellos un número entero de longitudes de onda. Calculamos entonces el valor de la longitud de onda.

$$v_e = \frac{\lambda}{T} = 100\ \text{m/s} \qquad \Rightarrow \qquad \lambda = 100\,T\ \text{m}$$

Como $f = \frac{1}{T} = 200\ \text{Hz} \qquad \Rightarrow \qquad T = 5\cdot 10^{-3}\ \text{s}$

Luego $\lambda = 100 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 0{,}5\ \text{m}$

Los puntos deben estar a 0,5 m, o a distancias cuyo valor sea un múltiplo entero de 0,5.

4. Un sonido de 2 m de longitud de onda en el aire penetra en el agua en donde se mueve con una velocidad de 1 500 m · s^{-1}. ¿Cual es su longitud de onda en el agua?

La velocidad de propagación de una onda es: $v = \dfrac{\lambda}{T}$

Puesto que al cambiar de medio el periodo de la onda, al igua que su frecuencia, no varía se tiene la siguiente relación: $\dfrac{\lambda'}{v'} = \dfrac{\lambda}{v}$

Por tanto: $\lambda' = \lambda' \cdot \dfrac{v'}{v} = 2 \cdot \dfrac{1500}{340} = 8{,}8\ \text{m}$

PROBLEMA 2

P.2 Una antena de telefonía móvil emite radiación de 900 MHz con una potencia de 1500 W. Calcule:
a) La longitud de onda de la radiación emitida. (1 punto)
b) La intensidad de la radiación a una distancia de 50 m de la antena. (1 punto)
c) El número de fotones emitidos por la antena durante un segundo. (1 punto)
(Dato: h = $6.63\cdot10^{-34}$ J·s.)

a) Como se trata de una radiación electromagnética:

$$\lambda\cdot f = c \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot10^{8}}{900\cdot10^{6}} = \frac{1}{3}\,\mathrm{m}$$

b) La intensidad se puede calcular como la potencia por unidad de superficie:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{1500}{4\pi(50)^2} = 0{,}048\ \mathrm{W/m^2}$$

c) La energía de una onda electromagnética se puede escribir como:

$$E = h\cdot f$$

Calculamos la energía de los fotones a partir de dicha expresión

$$E = h\cdot f = 6{,}63\cdot10^{-34}\cdot900\cdot10^{6} = 5{,}967\cdot10^{-25}\ \mathrm{J}$$

Como la potencia es la energía por unidad de tiempo, cada segundo la energía emitida será:

$$P = \frac{E}{t}; \quad E = P\cdot t = 1500\ \mathrm{J}$$

Dividiendo este valor entre la energía que porta cada fotón se obtienen el número de fotones:

$$\mathrm{n^o\ fotones} = \frac{E}{E_{fot}} = \frac{1500}{5{,}967\cdot10^{-25}} = 2{,}51\cdot10^{27}\ \mathrm{fotones}$$

REPERTORIO B

Problema 1.- Dada la expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda tensa de gran longitud:
y = 0,03 sen(2πt – πx) **donde x e y están expresados en metros y t en segundos.**

a) ¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda?
b) ¿Cuál es la expresión de la velocidad de oscilación de las partículas de la cuerda? ¿cuál es la velocidad máxima de oscilación?
c) Para t = 0, ¿cuál es el valor del desplazamiento de los puntos de la cuerda cuando x = 0,5 m y x = 1 m?
d) Para x = 1 m, ¿cuál es el desplazamiento cuando t = 0,5 s?

RESPUESTA:

a) Comparamos la ecuación dad con la ecuación general de una onda:

$$y = A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx)$$

Como:

$$v_p = \frac{\lambda}{T} \quad \left\{ \begin{array}{lll} \omega = \dfrac{2\pi}{T} & \Rightarrow & T = \dfrac{2\pi}{\omega} \\ k = \dfrac{2\pi}{\lambda} & \Rightarrow & \lambda = \dfrac{2\pi}{k} \end{array} \right\} \quad v_p = \frac{2\pi/k}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\,\mathrm{m/s}$$

b) Derivamos la expresión de la posición para obtener la expresión de la velocidad.

$$v(x,t) = \frac{dx(x,t)}{dt} = 2\pi \cdot 0{,}03 \cdot \cos(2\pi t - \pi x)$$

La máxima velocidad se obtiene cuando el coseno vale la unidad:

$$v_{max} = 2\pi \cdot 0{,}03 = 0{,}188\,\mathrm{m/s}$$

c) Sustituimos para los valores dados:

$$t = 0\,s, \quad x = 0{,}5\,m$$
$$y(0;0{,}5) = 0{,}03 \cdot sen(-0{,}5\pi) = -0{,}03\,m$$
$$t = 0\,s, \quad x = 1\,m$$
$$y(0{,}1) = 0{,}03 \cdot sen(-\pi) = 0\,m$$

d) Sustituimos para los valores dados:

$$t = 0{,}5\,s, \quad x = 1\,m$$
$$y(0{,}5;1) = 0{,}03 \cdot sen(\pi - \pi) = 0\,m$$

CATALUÑA / SEPTIEMBRE 05. LOGSE-SERIE 3/ FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN B / ACTIVIDAD 2

OPCIÓN B

C-2. La posición de una partícula puntual de masa 500 g que describe un movimiento vibratorio armónico viene dada en unidades del SI por x = 0,30 sen (20πt). Calcula:

a) **La energía cinética máxima de la partícula**
b) **La fuerza máxima que actúa sobre ella.**

RESPUESTA:

a) Calculamos las expresiones de la velocidad y de la aceleración del movimiento.

$$v = \frac{dx}{dt} = 6\pi\cos(20\pi t); \qquad a = \frac{dv}{dt} = -120\pi^2 \mathrm{sen}(20\pi t)$$

La energía cinética máxima se da para la velocidad máxima, es decir cuando el coseno vale la unidad:

$$E_{c,max} = \frac{1}{2} m v^2_{max}; \qquad E_{c,max} = \frac{1}{2}(0{,}5)(6\pi) = 88{,}8\,\mathrm{J}$$

b) La fuerza máxima se produce cuando la aceleración de la partícula es máxima:

$$F_{max} = m \cdot a_{max}; \qquad F_{max} = (0{,}5)(120\pi^2) = 592{,}2\,\mathrm{N}$$

C. VALENCIANA / JUNIO 05. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / BLOQUE 2 / OPCIÓN A

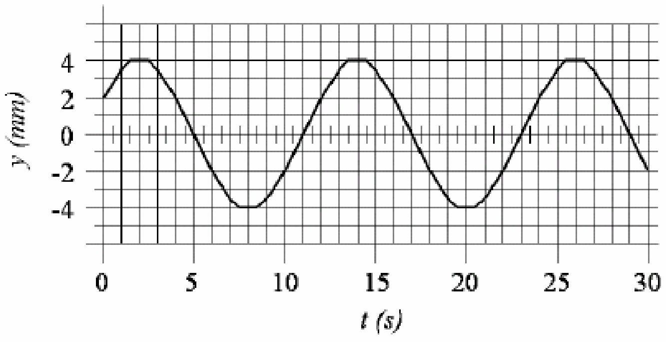
BLOQUE II - PROBLEMAS

Opción A

Se tiene un cuerpo de masa *m = 10 kg* que realiza un movimiento armónico simple. La figura adjunta es la representación de su elongación *y* en función del tiempo *t*. Se pide:

1. La ecuación matemática del movimiento armónico *y(t)* con los valores numéricos correspondientes, que se tienen que deducir de la gráfica. (1,2 puntos)

2. La velocidad de dicha partícula en función del tiempo y su valor concreto en *t =5* s. (0,8 puntos)



RESPUESTA:

1. La ecuación de un movimiento vibratorio armónico simple es:

$$y = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

A es la amplitud o máxima elongación que sufre la partícula que vibra. En la grafica se ve que su valor es A = 4 mm.

ω **es la frecuencia angular;** $\omega = \frac{2\pi}{T}$. **Calculamos su valor a partir del valor del periodo T.**

$$T = 12\,\text{s} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}\,\text{rad/s}$$

Calculamos φ_0 **a partir del valor inicial del movimiento:**

$$y(0) = 2\,\text{mm}; \qquad 0{,}002 = 0{,}004\cdot\cos\varphi_0; \qquad \cos\varphi_0 = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; \varphi_0 = \frac{\pi}{3}$$

La ecuación queda:

$$y = 0{,}004\cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right)$$

2. Derivamos la ecuación de la posición y sustituimos:

$$v = \frac{dy}{dt} = -0{,}004\cdot\frac{\pi}{6}\cdot\text{sen}\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$v(5) = -0{,}004\cdot\frac{\pi}{6}\cdot\text{sen}\left(\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{0{,}002\pi}{6}\,\text{m/s}$$

PARTE 2

CUESTIÓN 1

1. Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda tensa de gran longitud, y por ello, una partícula de la misma realiza un movimiento armónico simple en la dirección perpendicular a la cuerda. El periodo de dicho movimiento es de 3 s y la distancia que recorre la partícula entre posiciones extremas es de 20 cm.

a) ¿Cuáles son los valores de la velocidad máxima y de la aceleración máxima de oscilación de la partícula?

b) Si la distancia mínima que separa dos partículas de la cuerda que oscilan en fase es de 60 cm, ¿Cuál será la velocidad de propagación de la onda? ¿cuál es el número de onda?

RESPUESTA:

a) Consideramos solamente el movimiento vibratorio armónico simple que realiza la partícula:

$$y = A\,\mathrm{sen}\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} \omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{3}\,\mathrm{rad/s} \\ A = \dfrac{20}{2} = 10\,\mathrm{cm} \end{array}\right\} \quad y = 0{,}1\,\mathrm{sen}\,\frac{2\pi}{3}t$$

Derivando la expresión de la posición

$$v = 0{,}1\cdot\frac{2\pi}{3}\cos\frac{2\pi}{3}t; \qquad v_{max} = \frac{0{,}2\pi}{3}\,\mathrm{m/s}$$

Derivando la velocidad

$$a = -\frac{0{,}2\pi}{3}\cdot\frac{2\pi}{3}\,\mathrm{sen}\,\frac{2\pi}{3}t; \qquad a_{max} = \frac{0{,}4\pi^2}{9}\,\mathrm{m/s^2}$$

b) Como la distancia mínima de dos partículas que oscilan en fase es la longitud de onda, entonces λ = 0,6 m.

La velocidad de propagaciones:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,6}{3} = 0,2\,m/s$$

El número de ondas es:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,6} = \frac{\pi}{0,3}\,rad/m$$

ZARAGOZA / JUNIO 2000. LOGSE / FÍSICA / OPCIÓN A / CUESTIÓN 1 / VIBRACIONES Y ONDAS

1. La bolita de un péndulo simple realiza una oscilación aproximadamente horizontal y armónica, en presencia del campo gravitatorio terrestre, con un periodo T = 2 s y una amplitud A = 2 cm.
a) Obtén la ecuación de la velocidad de la bolita en función del tiempo, y represéntala gráficamente. Toma origen de tiempo (t = 0) en el centro de la oscilación. (1 p.)
b) ¿Cuál sería el periodo de oscilación de este péndulo en la superficie de la Luna, donde la intensidad del campo gravitatorio es la sexta parte del terrestre? (1 p.)

a) La frecuencia angular es: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

La oscilación será: $x = 0{,}02\ \mathrm{sen}(\pi\ t)$ (m)

b) El periodo de oscilación de un péndulo es: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

Si se varía la gravedad se tendría: $T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g/6}} = \sqrt{6}\ T = \sqrt{6} \cdot 2 = 4{,}9$ s

ZARAGOZA / JUNIO98. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A/ Nº 1

1. Un péndulo simple está construido con una bolita suspendida de un hilo de longitud L = 2 m. Para pequeñas oscilaciones, su periodo de oscilación en un cierto lugar resulta ser T = 2,84 s.

a) Determina la intensidad del campo gravitatorio en el lugar donde se ha medido el periodo. (1 punto.)

b) Considera que el movimiento de la bolita es prácticamente paralelo al suelo, a lo largo de un eje OX con origen, O, en el centro de la oscilación. Sabiendo que la velocidad de la bolita cuando pasa por O es de 0,4 m/s, calcula la amplitud de su oscilación y representa gráficamente su posición en función del tiempo, x(t). Toma origen para el tiempo, t = 0, en un extremo de la oscilación. (1,5 puntos.)

a) El periodo de un péndulo simple viene dado por la siguiente ecuación:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Despejando la aceleración de la gravedad y sustituyendo los valores se obtiene su valor:

$$g = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot l}{T^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 2}{2{,}84^2} 2{,}842 = 9{,}79 \ \ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$$

b) La forma funcional de la oscilación es: $x = A \cdot \mathrm{sen}(\omega \cdot t + \varphi)$

En este caso la velocidad, obtenida derivando la posición, será: $v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$

En el punto de menor amplitud tenemos que: $\mathrm{sen}(\omega \cdot t + \varphi) = 0$; $\omega \cdot t + \varphi = 0$

Por tanto la velocidad en ese instante es: $v = A \cdot \omega$

Despejando y sustituyendo los valores se obtiene la amplitud de la oscilación:

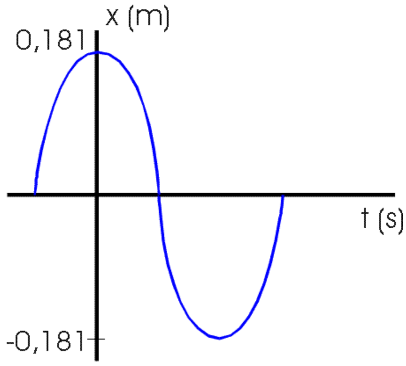
$$A = \frac{v}{\omega} = \frac{v}{\frac{2 \cdot \pi}{T}} = \frac{v \cdot T}{2 \cdot \pi} = \frac{0{,}4 \cdot 2{,}84}{2 \cdot \pi} = 0{,}18 \ \ \mathrm{rad} \cdot \mathrm{s} - 1$$

La ecuación del movimiento en grados es:

$$x = 0{,}18 \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}18 \cdot \mathrm{sen}\left(2{,}21 \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Donde se ha introducido el desfase $\frac{\pi}{2}$ de para que a tiempo cero la posición sea un extremo de la oscilación.

La gráfica del movimiento es:


x (m)
0,181
t (s)
-0,181

Una partícula de masa m = 10 g oscila armónicamente en torno al origen de un eje OX, con una frecuencia de 5 Hz y una amplitud de 5 cm.
a) Calcula la velocidad de la partícula cuando pasa por el origen.
b) Determina y representa gráficamente la energía cinética de m en función del tiempo. Toma origen de tiempo, t = 0, cuando m pasa por x = 0.

a) El movimiento de la partícula es: $A = A_0 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$
Por tanto la velocidad será: $v = A_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$
Sustituyendo se tiene una velocidad en el origen de:

$$v = A_0 \cdot \omega = A_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu = 0{,}05 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5 = 1{,}57 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

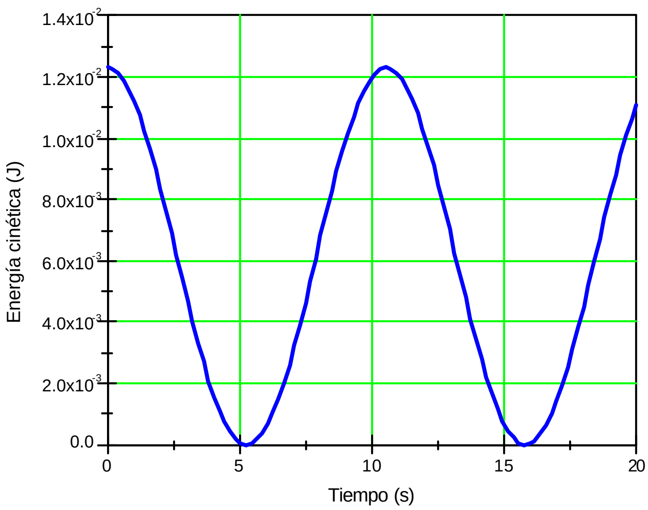
b) La energía cinética en función del tiempo es:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (A_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t))^2$$

Sustituyendo:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}05^2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 5)^2 \cdot \cos^2(2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot t) = 1{,}23 \cdot 10^{-2} \cdot \cos^2(31{,}4 \cdot t) \text{ J}$$

La gráfica es:



OPCIÓN A

1) Una partícula de masa *m* = 5 g oscila armónicamente a lo largo del eje OX en la forma $x = A\cos\omega t$, con A = 0,1 m y $\omega = 20\,\pi\ s^{-1}$.

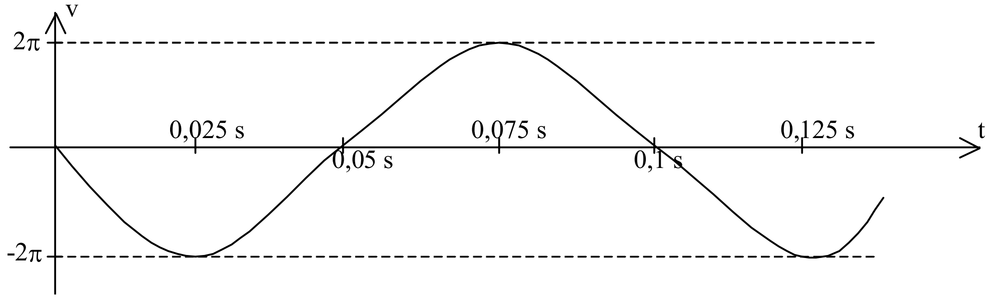
a) Determina y representa gráficamente la velocidad de la partícula en función del tiempo. (1 p.)

b) Calcula la energía mecánica de la partícula. (0,5 p.)

c) Determina y representa gráficamente la energía potencial de *m* en función del tiempo. (1 p.)

a) La ecuación que representa la velocidad en función del tiempo se obtiene derivando la ecuación de la posición.

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega\,\mathrm{sen}\,\omega t; \qquad v = -2\pi\,\mathrm{sen}(20\pi t)$$



b) La energía mecánica será la suma de la energía cinética y de la potencial:

$$E_M = E_C + E_P = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_M = \frac{1}{2}m(-A\omega)^2\mathrm{sen}^2(20\pi t) + \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(20\pi t) = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\left(\mathrm{sen}^2(20\pi t) + \cos^2(20\pi t)\right)$$

$$E_M = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}0{,}05\cdot 4\pi^2 = 0{,}01\pi^2\ \mathrm{J}$$

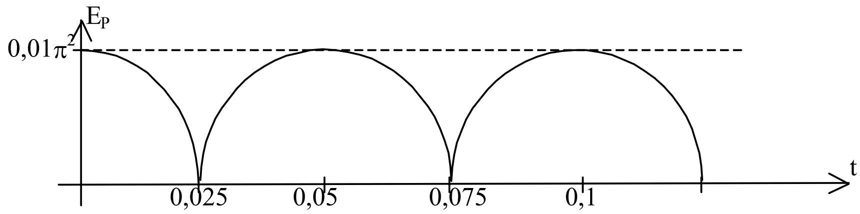
c) La energía potencial es: $E_P = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t) = 0{,}01\pi^2\cos^2(20\pi t)$

Como se trata de un coseno al cuadrado, todos sus valores serán positivos y la forma de la función será igual que la del coseno pero con los tramos negativos simétricos respecto al eje OX

Esta función toma sus valores máximos en intervalos de tiempo de 0,05 s y se anula en los valores de tiempo intermedios.

Máximos:	t = 0;	t = 0,05;	t = 0,1;	t = 0,15;…
Mínimos:	t = 0,025;	t = 0,075;	t = 0,125;…	

ARAGÓN / SEPTIEMBRE 03. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A / CUESTIÓN 1



ARAGÓN / JUNIO 05 LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN B / ACTIVIDAD 1

OPCIÓN B

1) a) ¿Qué es una onda estacionaria? Explica qué condiciones deben cumplirse para que se forme una onda estacionaria en una cuerda tensa y fija por sus dos extremos. (1,5 p.)

b) Una cuerda de guitarra de longitud *L* = 65 cm vibra estacionariamente en su modo fundamental a una frecuencia *f* = 440 Hz. Representa gráficamente el perfil de esta onda, indicando la posición de nodos y vientres, y calcula la velocidad de propagación de ondas transversales en esta cuerda. (1 p.)

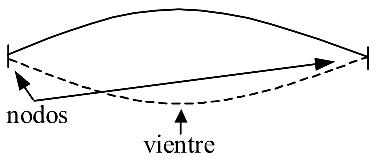
RESPUESTA

a) Una onda estacionaria es el resultado de la interferencia de dos ondas de iguales características, que se propagan en la misma dirección pero en sentidos contrarios. Se denominan estacionarias porque producen un patrón de vibración estacionario.

Para que se produzca una onda estacionaria, uno de los extremos de la onda no debe vibrar (nodo) y el otro puede estar fijo o libre (nodo o vientre). En el caso de la cuerda definida, los dos extremos están fijos y por tanto son nodos.

b) $\lambda = 2L = 130$ **cm**

$$v_p = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = 1{,}3 \cdot 440 = 572\,\mathrm{m/s}$$



ARAGÓN / JUNIO 01. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS

Considera dos tubos de la misma longitud, *L* = 0,68 m, el primero con sus dos extremos abiertos a la atmósfera y el segundo con uno abierto y otro cerrado.
a) Calcula, para cada tubo, la menor frecuencia de excitación sonora para la que se formarán ondas estacionarias en su interior. Calcula la longitud de onda correspondiente en cada caso.
b) Representa la onda estacionaria que se forma dentro de cada tubo, indicando la posición de nodos y vientres.

La velocidad de propagación del sonido en el aire es *v* = 340 m/s.

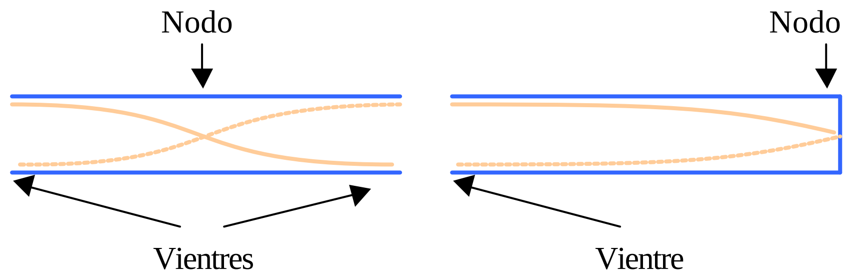
a) Las ondas sonoras estacionarias tienen mínimos en las zonas cerradas de las cavidades y máximos en sus extremos abiertos. Un tubo con los dos extremos abiertos tiene por tanto un máximo en cada extremo, pudiendo tener tan sólo media onda estacionaria. Por tanto la longitud de onda será: $l = 2\,L = 2 \cdot 0{,}68 = 1{,}36$ m.

Su frecuencia será: $f = \dfrac{v}{l} = \dfrac{340}{1{,}36} = 250\ \text{Hz}$

Si el tubo tiene un extremo cerrado y otro abierto puede tener tan sólo un cuarto de onda, por tanto: $l = 4\,L = 4 \cdot 0{,}68 = 2{,}72$ m.

Su frecuencia será: $f = \dfrac{v}{l} = \dfrac{340}{2{,}72} = 125\ \text{Hz}$

b) La representación gráfica es la siguiente:



ARAGÓN / SEPTIEMBRE 02. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS

OPCIÓN A

Cuestión 1

Una pequeña fuente sonora emite en el espacio con una potencia de 10 W, uniformemente distribuida en todas las direcciones (onda esférica).
a) Calcula la intensidad del sonido a 10 m de dicha fuente, en unidades del S.I. *(1 p.)*
b) La intensidad de un sonido también puede medirse en decibelios (dB). Explica en qué consiste la escala decibélica de medida de intensidad acústica. *(1 p.)*
c) ¿Cuál es la intensidad acústica, en dB, producida por nuestra fuente a 10 m de distancia? *(0,5 p.)*
La intensidad umbral del oído humano es *I*o = 10^{-12} W/m2.

a) La intensidad sonora viene dada por la fórmula: $I = \dfrac{P}{4\cdot\pi\cdot r^2}$

Sustituyendo los datos del enunciado: $I = \dfrac{10}{4\cdot\pi\cdot 10^2} = \mathbf{7{,}95\cdot 10^{-3}\ W\cdot m^{-2}}$

b) El oído humano es capaz de percibir sonidos desde intensidades muy bajas (10^{-12} W· m^{-2}) hasta intensidades de 1 W· m^{-2}. Dado que el rango de intensidades audibles es muy amplio, se ha introducido una escala logarítmica, la **escala decibélica**, para medir intensidades sonoras, que además corresponde mejor con la sensibilidad del oído.

c) Para expresar la intensidad sonora en decibelios se utiliza la siguiente fórmula:
$\beta_{dB} = 10\cdot\log\dfrac{I}{I_0}$ siendo I_0 la intensidad umbral del oído humano, $I_0 = 10^{-12}$ W· m^{-2}

Por lo tanto, para nuestro caso:

$$\beta_{dB} = 10\cdot\log\frac{7{,}95\cdot 10^{-3}}{10^{-12}} = 99\ \ \text{dB}$$

OPCIÓN B

1) a) Escribe la ecuación de una onda armónica y comenta el significado físico de las magnitudes que aparecen en dicha ecuación. (1,5 p.)

Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje OX con velocidad v = 50 m/s. La amplitud de la onda es *A* = 0,15 m y su frecuencia es *f* = 100 Hz. La elongación del punto situado en *x* = 0 es nula en el instante *t* = 0.

b) Calcula la longitud de onda. (0,5 p.)

c) Calcula la elongación y la velocidad transversal del punto situado en *x* = 5 m, en el instante *t* = 0,1 s. (1 p.)

RESPUESTA

a) La ecuación general de una onda armónica es:
b)

$$y(x,t) = A\text{sen}(\omega t \pm Kx)$$

Donde:

- **A es la amplitud del movimiento ondulatorio y se mide en metros.**
- **ω es la frecuencia angular; $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ se mide en rad/s**
- **t es el tiempo que transcurre desde que se inició el movimiento ondulatorio y se mide en segundos**
- **$\pm$ Indican el sentido en el que se desplaza la onda. El signo negativo indica que se desplazan en el sentido de avance del eje X y el positivo lo contrario.**
- **K se denomina número de ondas, es el número completo de longitudes de onda que caben en 2π metros; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ se mide en rad/m**
- **x es la distancia en metros al punto donde se genera la onda.**

b) $v = \lambda f \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{50}{100} = 0{,}5\,\text{m}$

c) Escribimos la ecuación de la onda:

$$y(x,t) = 0{,}15\text{sen}(200\pi t - 4\pi x)$$

La ecuación de la velocidad de vibración es:

$$v(x,t) = 200\pi 0{,}15 \operatorname{sen}(200\pi t - 4\pi x)$$

Sustituimos para los valores dados

$$y(5;0{,}1) = 0{,}15 \operatorname{sen}(20\pi - 20\pi) = 0\,\mathrm{m}$$

$$v(5;0{,}1) = 200\pi 0{,}15 \operatorname{sen}(20\pi - 20\pi) = 30\pi\,\mathrm{m/s}$$

ZARAGOZA / SEPTIEMBRE98. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A/ Nº 1

1. Una onda armónica transversal se propaga en el sentido positivo del eje OX y tienen las siguientes características: amplitud 3 cm; longitud de onda, 2 cm; velocidad de propagación, 2 m/s; la elongación del punto x = 0 en el instante t = 0 es de 3 cm.
a) Calcula el número de ondas y la frecuencia angular de esta onda, y escribe su ecuación (1,5 puntos.)
b) Dibuja el perfil de la onda en t = 0,01 s. Indica un punto en el que sea máxima la velocida de movimiento y otro en el que sea máxima la aceleración. (1 punto)

a) El número de ondas es: $k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot \pi}{0,02} = 314\ m^{-1}$

La frecuencia angular se relciona con la velocidad de propagación y la longitud de onda:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = 2 \cdot \pi \cdot \frac{v}{\lambda} = k \cdot v = 314 \cdot 2 = 628\ rad \cdot s^{-1}$$

Introduciendo esto en la ecuación tenemos: $y(x, t) = 0,03 \cdot sen\ (314 \cdot x - 628 \cdot t + \varphi)$

$y(0, 0) = 0,03 \cdot sen\ \varphi = 0,03;\quad \varphi = \frac{\pi}{2}$

Finalmente la ecuación queda: $y(x, t) = 0,03 \cdot sen\ (314 \cdot x - 628 \cdot t + \frac{\pi}{2})$

b) Dibujo

ZARAGOZA / SEPTIEMBRE 2000. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A / CUESTIÓN 1

1. a) Enuncia el Principio de Huygens y, a partir de él, demuestra las leyes de reflexión y refracción para una onda que incide sobre la superficie plana de separación entro des medios, en los que la onda se propaga con velocidades diferentes v_1 y v_2. (1 p)
b) Una onda de frecuencia n = 4 Hz se propaga por un medio con velocidad v_1 = 2 m/s e incide sobre la frontera con otro medio diferente con ángulo de incidencia e = 30º. En el segundo medio la velocidad de propagación de la onda es v_2 = 2,5 m/s. Calcula el ángulo de refracción y la longitud de onda en este segundo medio. (1 p.)

a) El principio de Huygens se basa en que la propagación de una onda se puede describir como la superposición de una serie de ondas secundarias que se forman el frente de ondas de una onda principal.
Esta sencilla descripción permite explicar fenómenos como los de reflexión o refracción de una onda. En la reflexión la velocidad de la onda incidente y de la reflejada son iguales, por tanto sus ángulos también lo serán. En la refracción la onda transmitida viaja a distinta velocidad, lo que hace que el frente de onda se reconstruya con una dirección de propagación diferente a la que tenía inicialmente.
b) La ley de refracción es: $v_t \text{ sen } \alpha_t = v_i \text{ sen } \alpha_i$

Despejando tenemos que: $\text{sen } \alpha_t = \frac{v_i}{v_t} \text{sen } \alpha_i \Rightarrow \text{sen } \alpha_t = \frac{2}{2{,}5} \text{sen } 30º = 0{,}4 \Rightarrow \alpha_t = 23{,}6º$

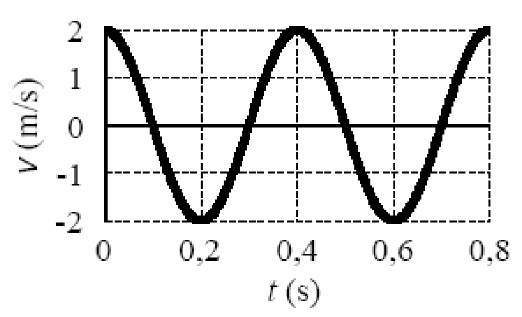
Cuando una onda pasa de un medio a otro en el que se mueve con diferente velocidad la frecuencia de la onda se mantiene, mientras que la longitud de onda varía.
Para las ondas, la longitud de onda se define como: $\lambda = v\,T = v\,\nu^{-1} = 2{,}5 \cdot 4^{-1} = 0{,}625$ m

CUESTIÓN 1

1) Un cuerpo de masa *m* = 0,1 kg oscila armónicamente a lo largo del eje OX. En la figura se representa su velocidad en función del tiempo.

a) Determina y representa gráficamente la posición (elongación) de la partícula en función del tiempo. (1,5 puntos)

b) Calcula las energías cinética y potencial de la partícula en el instante *t* = 0,05 s. (1 punto)



a) Para poder representar la elongación en función del tiempo, hay que conocer previamente los valores de la amplitud A y la frecuencia angular ω.
Del valor máximo de la velocidad obtenemos el producto de ambas magnitudes: A· ω = 2
La frecuencia angular esta relacionada con el periodo mediante la expresión:

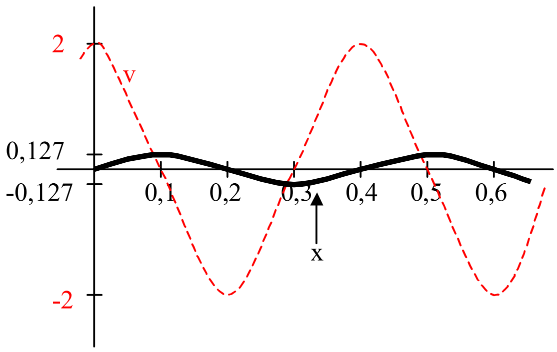
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Calculamos el periodo a partir de la gráfica contando el tiempo que pasa entre dos momentos consecutivos de la onda dibujada que estén en fase. T = 0,4 s.

$$\omega = \frac{2\pi}{0{,}4} = 5\pi \,\text{rad/s}$$

$$A = \frac{2}{5\pi} = 0{,}127\,\text{m}$$

Ya podemos representar la elongación teniendo en cuenta que cuando la velocidad es máxima la elongación es nula y cuando la elongación es máxima la velocidad es nula. Como el movimiento comienza con la velocidad en su estado máximo y decreciendo, la partícula se encuentra en el punto de equilibrio y se desplaza hacia su máxima elongación



b) A partir de los datos que tenemos construimos las ecuaciones de la elongación y la velocidad.

$$x = \frac{2}{5\pi}\,\text{sen}\,5\pi t; \quad x(0{,}05) = \frac{2}{5\pi}\,\text{sen}\,\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{5\pi}\ \text{m}$$

$$v = 2\cos 5\pi t; \quad v(0{,}05) = 2\cos\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}\ \text{m/s}$$

ARAGÓN / SEPTIEMBRE 04. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN B / CUESTIÓN 1

Necesitamos también conocer el valor de la constante de recuperación. Lo obtenemos a partir del producto de la masa por la frecuencia angular.

$$k = m\omega^2 = 0{,}1\cdot(5\pi)^2 = 2{,}5\pi^2 \text{ N/m}$$

Sustituimos en las expresiones de las energías:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}1\cdot\left(\sqrt{2}\right)^2 = 0{,}1 \text{ J}$$

$$E_P = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\cdot 2{,}5\pi^2\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{5\pi}\right)^2 = 0{,}1 \text{ J}$$

En el instante dado coinciden los valores de las energías cinética y potencial.

CANARIAS / JUNIO 03. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN B / CUESTIÓN 2

Cuestiones

2.- ¿Qué diferencia existe entre movimiento armónico simple y un movimiento vibratorio?. Cita un ejemplo de cada uno de ellos.

Un movimiento es armónico simple cuando el sistema o cuerpo que lo realiza está sometido a la ley de Hooke.

$$\vec{F} = -k \cdot \vec{x} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{a} = -\omega^2 \vec{x}$$

Para que el sistema pueda oscilar (vibrar) a uno y otro lado de la posición de equilibrio, es necesario que además pueda almacenar algún tipo de energía potencial y poseer una masa que le permita alcanzar energía cinética.

Es un ejemplo de movimiento armónico simple el que puede realizar un cuerpo suspendido de un muelle.

Un movimiento vibratorio es un movimiento cualquiera de vaivén como puede ser el que realiza la punta de la rama de un árbol cuando es empujada por la fuerza del viento

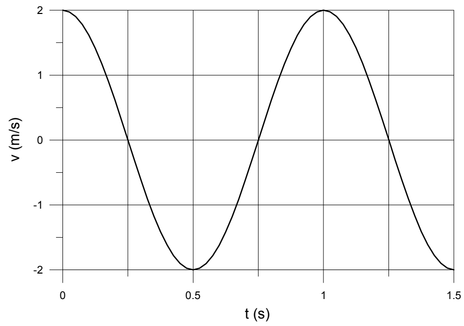
PROBLEMAS

1.- Una partícula de 10g de masa oscila armónicamente según la expresión x = A·sen (ω·t). En la figura se representa la velocidad de esta partícula en función del tiempo. Calcula:

a) La frecuencia angular, "ω", y la amplitud, "A", de la oscilación

b) La energía cinética de la partícula en el instante t_1 = 0.5s, y la energía potencial en t_2 = 0.75s

c) ¿Qué valor tiene la energía en los dos instantes anteriores?



a) La ecuación de la velocidad que se representa en la gráfica se corresponde con la función:

$$v = A\omega\cdot\cos\omega t$$

Como el movimiento se repite cada segundo, el periodo T = 1 s y la frecuencia que es el valor inverso del periodo es f = 1 Hz, de modo que la frecuencia angular vale:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \,\mathrm{rad/s}$$

Conocido el valor de la amplitud de la velocidad, despejamos el de la amplitud de la posición:

$$A\omega = 2 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{2}{\omega} = \frac{2}{2\pi} = \frac{1}{\pi}\,\mathrm{m}$$

b) Las expresiones de las energías cinética y potencial son:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0{,}01\cdot 2^2\cdot\cos^2 2\pi t = 0{,}02\cdot\cos^2 2\pi t$$

$$E_p = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2}0{,}01\cdot 4\pi^2\cdot\frac{1}{\pi^2}\mathrm{sen}^2 2\pi t = 0{,}02\cdot\mathrm{sen}^2 2\pi t$$

Sustituyendo para los valores del tiempo dados:

$$E_c = 0{,}02\cdot\cos^2 2\pi\cdot 0{,}5 = 0{,}02\cdot\cos^2\pi = 0{,}02\,\mathrm{J}$$

$$E_p = 0{,}02\cdot\mathrm{sen}^2 2\pi\cdot 0{,}75 = 0{,}02\cdot\mathrm{sen}^2 1{,}5\pi = 0{,}02\,\mathrm{J}$$

c) La energía total tiene un valor constante que es:

$$E_T = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}0{,}01\cdot 4\pi^2\cdot\frac{1}{\pi^2} = 0{,}02\,\mathrm{J}$$

Como el valor coincide con los obtenidos en cada uno de los instantes del apartado quiere esto decir que en t = 0,5 s no hay elongación y por tanto toda la energía es cinética y en el

instante
t = 0,75 s no hay velocidad y toda la energía es potencial

CANTABRIA / JUNIO98. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A/ Nº 5

---

2. Una masa m = 10^{-3} kg que describe un movimiento armónico simple (m.a.s.), tarda 1 s en desplazarse desde un extremo de la trayectoria a1 otro extremo. La distancia entre ambos extremos es de 5 cm. Determina:

a) El periodo del movimiento. (0,5 puntos.)
b) La energía cinética de la partícula en t = 2,75 s, sabiendo que en t = 0 su elongación era nula. (0,75 puntos.)
c) El primer instante en que las energías cinética y potencial del sistema coinciden. (0,75 puntos.)

a) El periodo es el tiempo que tarda una oscilación entera y es: 2 s.

b) El movimiento es: $x(t) = A \cdot \text{sen}(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} + \varphi) = 0{,}025 \cdot \text{sen}\,(\pi \cdot t)$

donde se ha tenido en cuenta que $\varphi = 0$ para que $x(0) = 0$.

La velocidad será: $v(t) = dx/dt = 0{,}025 \cdot \pi \cdot \cos(\pi \cdot t)$

$v(2{,}75) = 0{,}25 \cdot \pi \cdot \cos(\pi \cdot 2{,}75) = -5{,}6 \cdot 10^{-2}\ m \cdot s^{-1}$

La energía cinética es: $E_C = \_\ m \cdot v^2 = \_ \cdot 10^{-3} \cdot (-0{,}56)^2 = 1{,}55 \cdot 10^{-6}$ J

c) La energía total del sistema es la equivalente a la energía cinética máxima. La energía cinética máxima es: $E_{Cmax} = \_\ m \cdot v_{max}^2 = \_ \cdot 10^{-3} \cdot (0{,}025 \cdot \pi)^2 = 3{,}08 \cdot 10^{-6}$ J

La energía potencial tendrá el mismo valor que la cinética cuando el valor de la cinética sea la mitad de la máxima: $\_ \cdot m \cdot (0{,}025 \cdot \pi \cdot \cos(\pi \cdot t))^2 = \_\ 3{,}08 \cdot 10^{-6}$

Por tanto, $\cos^2(\pi \cdot t) = 0{,}5$; por tanto, t = 0,25 s

CUESTIÓN B

Una onda transversal se propaga por una cuerda, siendo su ecuación (en unidades del SI) y = 0,05 sen(4p t - 2p x). Se pide:

a) ¿Cuánto vale la velocidad de propagación de la onda?

b) ¿Cuál será la velocidad de un punto que se encuentra a 2 m del origen en el instante t = 5 s?

a) La velocidad se define como $v = \nu\ \lambda = 2 \cdot 1 = 2\ m\ s^{-1}$

b) La velocidad del punto será la velocidad transversal de la onda, que es la derivada de la posición de cada punto: $v_y = \dfrac{dy}{dt} = 0{,}05 \cdot 4\ \pi\ \cos(4\pi\ t - 2\pi\ x)$

$v_y = 0{,}05 \cdot 4\ \pi\ \cos(4\ \pi\ 5 - 2\ \pi\ 2) = 0{,}2\ \pi\ \cos(16\ \pi) = 0{,}628\ m\ s^{-1}$

CANTABRIA / SEPTIEMBRE 03. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS

PRIMERA PARTE

CUESTIÓN A

A. Para una masa m realizando oscilaciones armónicas de amplitud A y pulsación ω, alrededor del punto x = 0,

a) 1 PUNTO **Calcular la relación entre la energía cinética y la potencial en x = A/3.**

b) 1 PUNTO **¿En qué puntos de la trayectoria es máxima la energía potencial?**

a) Las expresiones de ambas energías son:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\omega t$$
$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\text{sen}^2\omega t$$

Calculamos el valor del seno:

$$x = \frac{A}{3}; \quad \frac{A}{3} = A\cos\omega t \quad \Rightarrow \quad \cos\omega t = \frac{1}{3}$$
$$\text{sen}^2\omega t + \cos^2\omega t = 1 \quad \Rightarrow \quad \text{sen}^2\omega t = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

Sustituyendo:

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{\frac{1}{2}m\omega^2A^2\frac{8}{9}}{\frac{1}{2}m\omega^2A^2\frac{1}{9}} = 8 \quad \Rightarrow \quad E_c = 8E_p$$

b) El valor de la x se hace máxima en los extremos de la trayectoria que coincide con la amplitud x = A, luego la energía potencial será:

$$E_{p,\max} = \frac{1}{2}kA^2$$

CANTABRIA / JUNIO98. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A/ Nº 2

B a) Escribe la ecuación de una onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X, sabiendo que su frecuencia es $5 \cdot 10^{10}$ Hz; su velocidad de propagación, 15 m/s, y su amplitud, 0,5 m. (1,25 puntos.)
b) ¿Cómo sería la ecuación si la misma onda se propagara en el sentido negativo del eje X? (0,75 puntos.)

a) La ecuación general de una onda que se propaga en el sentido de las x positivas es:

$$y = A \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x - 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t\right)$$

La velocidad de propagación es: $v = \lambda \cdot \nu$;

Por tanto la longitud de onda es: $\lambda = \frac{v}{n} = \frac{15}{5 \cdot 10^{10}} = 3 \cdot 10^{-10}$ m

Finalmente la ecuación queda: $y = 0{,}5 \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{3 \cdot 10^{10}} - 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^{10} \cdot t\right)$

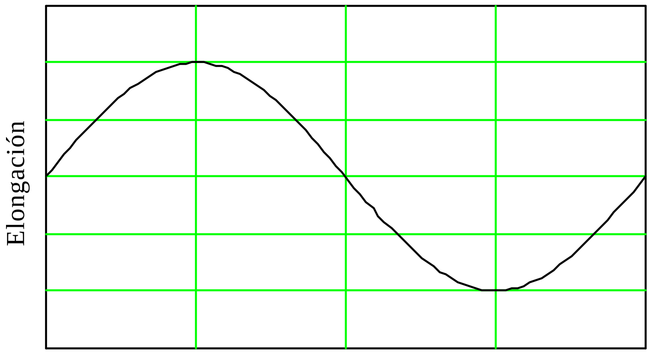
$$y = 0{,}5 \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{3 \cdot 10^{10}} - 10 \cdot \pi \cdot 10^{10} \cdot t\right)$$

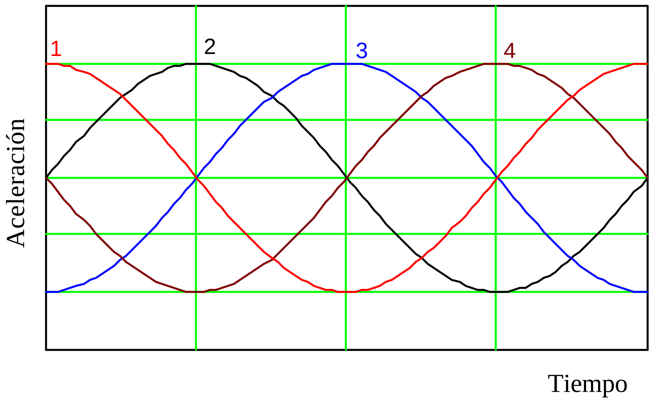
b) Para que se propague con sentido contrario hay que cambiar x por -x, o t por -t:

$$y = 0{,}5 \cdot \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{3 \cdot 10^{10}} + 10 \cdot \pi \cdot 10^{10} \cdot t\right)$$

En la primera de las dos gráficas que se muestran en la página siguiente se representa la variación con el tiempo del desplazamiento (elongación que experimenta una partícula que se mueve con un movimiento armónico simple (m.a.s.).

a) ¿Cuál de las curvas numeradas, en la segunda gráfica, puede representar la variación de la aceleración con el tiempo del citado m.a.s.?
b) Representa gráficamente las energías cinética, potencial y total del anterior m.a.s. en función del tiempo utilizando los mismos ejes para las tres curvas.
Nota: las respuestas deben ser razonadas.



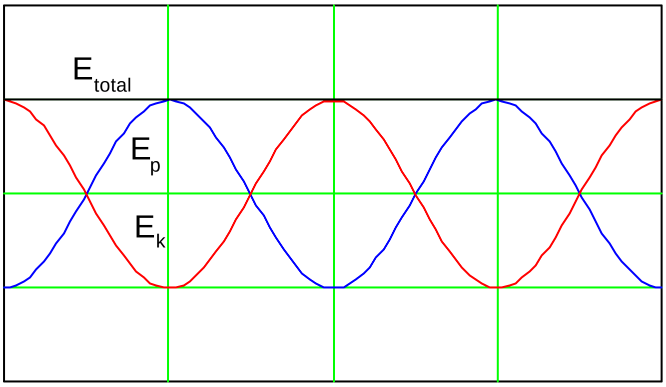


a) La aceleración de un movimiento armónico es: $a = \frac{F}{m} = \frac{-k \cdot x}{m} = -\frac{k}{m} \cdot x$

Por tanto la curva correcta es igual a la posición pero con el signo cambiado. Es la 4.

b) La energía potencial es $E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$, mientras que la cinética es: $E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Sus representaciones gráficas, para los mismos intervalos de tiempo que en el apartado anterior son:



OPCIÓN DE PROBLEMAS Nº 2

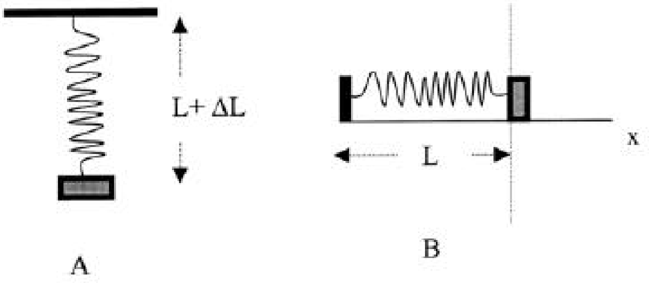
2.1

Cierto muelle, que se deforma 20 cm cuando se le cuelga una masa de 1,0 Kg (Figura A), se coloca sin deformación unido a la misma masa sobre una superficie sin rozamiento, como se indica en la figura B. En esta posición se tira de la masa 2,0 cm y se suelta. Despreciando la masa del muelle, calcular:

a) La ecuación de la posición para el m.a.s. resultante.

b) Las energías cinética, potencial elástica y mecánica total cuando ha transcurrido un tiempo t = (3/4)T, donde T es el período del m.a.s.

Datos: g = 9,8 m/s



a) De la ecuación general de un resorte elástico y con los datos aportados por el enunciado se puede obtener la constante elástica.

$$F = k\cdot\Delta x \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{9{,}8\cdot 1}{0{,}2} = 49\ \text{N/m}$$

El período de oscilación se calcula según la fórmula:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{49}} = 0{,}89\ \text{s}$$

Escribimos ecuación general del m.a.s. y se sustituyen los valores obtenidos:

$$x = A\cdot\text{sen}(wt) = A\cdot\text{sen}\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 0{,}02\cdot\text{sen}7t$$

b)

$$\mathbf{Ec} = \frac{1}{2}k\cdot(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}\cdot 49\cdot\left[0{,}02^2 - \left(0{,}02\,\text{sen}\left(7\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2\pi}{7}\right)\right)^2\right] = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{Ep} = \frac{1}{2}k\cdot x^2 = \frac{1}{2}\cdot 49\cdot\left(0{,}02\,\text{sen}\left(7\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2\pi}{7}\right)\right)^2 = \mathbf{0{,}0098\ J}$$

$$\mathbf{Em = Ec + Ep = 0{,}0098\ J}$$

OPCIÓN DE PROBLEMAS Nº 2

1-2 Una onda transversal se propaga en un medio material según la ecuación:
y(x,t) = 0,2· sen(2p (50t-x/0,10)), en unidades del SI.
a) Determinar la amplitud, período y longitud de onda.
b) Calcular la velocidad de propagación de la onda.¿En qué sentido se propaga?
c) ¿Cuál es la máxima velocidad de vibración de las partículas en el medio?
d) Calcular la diferencia de fase, en un cierto instante t, entre dos puntos que distan entre sí 2,5 cm.

a) La ecuación general de una onda es la siguiente:

$$y(x,t) = A\cdot sen\,2\pi(ft \pm kx)$$

Identificando los parámetros de la ecuación del enunciado:

Amplitud: **A = 0,2**

Período: $\mathbf{T} = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = \mathbf{0{,}02s}$

Longitud de onda: $\mathbf{ë} = \frac{1}{k} = \frac{1}{0{,}1} = \mathbf{10m}$

b) La velocidad de propagación se calcula según la fórmula:

$$\mathbf{v} = \frac{\lambda}{T} = \lambda\cdot f = 10 \cdot 50 = \mathbf{500m/s}$$

La onda se propaga en el sentido negativo del eje x debido al signo negativo de la ecuación.

c) Para calcular la velocidad de vibración se deriva la ecuación de la onda:

$$V = \frac{\partial y}{\partial t} = 0{,}2\cdot(2\pi\cdot 50)\cdot\cos 2\pi(50t - x/0{,}1) \Rightarrow V_{max} = 0{,}2\cdot 2\pi\cdot 50 = \mathbf{62{,}83m/s}$$

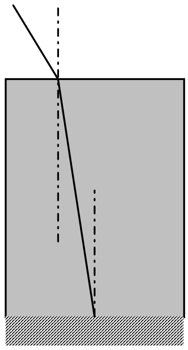
d)

$$\begin{matrix} y_1 = 0{,}2\cdot sen2\pi(50t - \frac{x_1}{0{,}1}) \\ y_2 = 0{,}2\cdot sen2\pi(50t - \frac{x_2}{0{,}1}) \end{matrix} \Rightarrow \delta = 2\pi(50t - \frac{x_1}{0{,}1}) - 2\pi(50t - \frac{x_2}{0{,}1}) = \frac{2\pi}{0{,}1}(x_1 - x_2) = \frac{\mathbf{ð}}{\mathbf{2}}\mathbf{m}$$

PRIMERA PARTE

CUESTIÓN C

C. Se considera un vaso cilíndrico lleno de agua hasta el borde. En el fondo hay un espejo plano. Un rayo de luz monocromática incide con un ángulo de 30º sobre la superficie. El rayo llega al espejo del fondo, se refleja y vuelve a salir a la superficie.

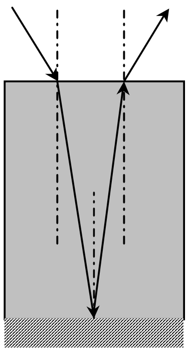


a) 0,25 PUNTOS **Completa el esquema adjunto de la marcha del rayo.**

b) 0,75 PUNTOS **Calcular el ángulo que se ha desviado en total el rayo incidente.**

c) 1 PUNTO **¿Para algún ángulo de incidencia, puede ocurrir una reflexión total del rayo al pasar del agua al aire? Justificarlo**

a)



El rayo incidente se refracta en el agua sufre una reflexión especular y después se vuelve a refractar al pasar del agua al aire.

Como el ángulo de incidencia del segundo cambio de medio (agua-aire) es igual que el de refracción del primer cambio (aire-agua) por lo tanto el ángulo de refracción que se observa cuando el rayo pasa al aire es igual que el ángulo con que incidió pero medido hacia el otro lado de la normal.

El resultado final es el mismo que si hubiera sufrido una reflexión especular.

b) Analíticamente se puede ver sin necesidad de resolver la ec. de Snell.

Aire – agua $\rightarrow$ $n_a \text{ sen } 30 = n_{aq} \text{ sen } r$

Reflexión: $\rightarrow$ $r = r'$

Agua – aire $\rightarrow$ $n_{aq} \text{ sen } r' = n_a \text{ sen } \alpha$

Como $r = r'$ $\Rightarrow$ $n_{aq} \text{ sen } r' = n_a \text{ sen } 30$ $\Rightarrow$ $\alpha = 30$

c) La reflexión especular se produce para todos los ángulos de incidencia superiores al ángulo límite, que es el ángulo para el que el ángulo de refracción es 90º.

$$n_{aq} \text{ sen } i = n_a \text{ sen } 90; \qquad \text{sen } i = \frac{n_a}{n_{aq}}$$

Como $n_a < n_{aq}$ habrá un ángulo i cuyo seno tome ese valor.

Solamente se puede observar el fenómeno de la reflexión total cuando pasamos de un medi a otro con menor índice de refracción.

CANTABRIA / JUNIO 03. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / CUESTIÓN C

Si lo que queremos es que el rayo incida desde el aire al agua, se refleje en el fondo del vaso y a la salida se produzca la reflexión total, el proceso no se puede producir ya que como hemos visto en el apartado b) el proceso de entrada y salida del rayo es geométricamente simétrico. De este modo, para que no salga al aire, no debería haber entrado desde el aire.

CUESTIÓN B

Dos partículas describen sendos movimientos armónicos simples (m.a.s.) de frecuencias n_1 = 1 kHz y n_2 = 2 kHz y de la misma amplitud A = 1 cm.

a) ¿En qué instante de tiempo la partícula 2 tendrá la misma velocidad que la que tiene la partícula 1 en t = 1 s?

b) ¿Cuál de los dos m.a.s. tendrá una mayor energía mecánica sabiendo que la masa de ambas partículas es la misma, $m_1 = m_2 = 10^{-3}$ kg?

a) Los movimientos serán: $y_1 = A\cos(2\pi\nu_1 t)$; $y_2 = A\cos(2\pi\nu_1 t)$

Las velocidades son las derivadas y serán: $v_1 = -2\pi A\nu_1 \text{sen}(2\pi\nu_1 t)$; $v_2 = -2\pi A\nu_2 \text{sen}(2\pi\nu_2 t)$

La velocidad de la partícula 1 en t = 1 s será: $v_1 = -2\pi A\nu_1 \text{sen}(2\pi \cdot 10^3 \cdot 1) = 0$

Un instante de tiempo en el que la primera partícula tendrá la misma velocidad que la segunda será también para t = 1 s.

b) La energía de un m.a.s. es: $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\,\omega^2 A^2 = 2\pi^2 m\,\nu^2 A^2$

La partícula que tenga mayor frecuencia será la de mayor energía, la partícula 2.

CANTABRIA / SEPTIEMBRE98. LOGSE / FÍSICA / VIBRACIONES Y ONDAS / OPCIÓN A/ Nº 2

B. La elongación de una partícula de masa m = 1 kg que describe un movimiento armónico simple viene determinada por la ecuación siguiente: $y = 0{,}3 \cdot \mathrm{sen}(12 \cdot \pi \cdot t)$ m.
a) ¿En qué primer instante de tiempo la energía cinética y potencial de la partícula son iguales? (1 punto)
b) ¿Qué vale la energía mecánica total de este oscilador? (1 punto)

a) La energía potencial del oscilador es proporcional al cuadrado del desplazamiento:

$$E_{Pmax} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$$

Por tanto para que la energía potencial sea igual que la cinética implica que la energía potencial del oscilador es la mitad de la energía total del sistema, por tanto:

$$E_P = \frac{E_{Pmax}}{2} = \frac{1}{4} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \cdot \mathrm{sen}^2(12 \cdot \pi \cdot t)$$

Por tanto: $\mathrm{sen}^2(12 \cdot \pi \cdot t) = 0{,}5$

Despejando se obtiene que: $t = \frac{1}{12 \cdot \pi} \cdot \mathrm{arcsen}(\sqrt{0{,}5}) = 0{,}021 \;\; s$

b) La velocidad de este oscilador es la derivada de la posición con el tiempo, es decir:
$v = 12 \cdot 0{,}3 \cdot \cos(12 \cdot \pi \cdot t) = 3{,}6 \cdot \cos(12 \cdot \pi \cdot t) \;\; m \cdot s^{-1}$

Por tanto la energía cinética máxima es: $E_{Cmax} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2_{max} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3{,}6^2 = 6{,}48 \;\; J$