Problemas propuestos

Tipo I. Sucesos. Probabilidad de Laplace

1> En una ciudad hay tres periódicos *A*, *B* y *C*. Describe, mediante las operaciones con sucesos, las siguientes situaciones:
a) Ser lector de algún periódico.
b) Leer *A* y *C* y no leer *B*.
c) Leer sólo uno de ellos.
d) Leer al menos dos diarios.
e) Leer, como máximo, dos diarios.

R: a) $A\cup B\cup C$; b) $A\cap C\cap B^c$;
c) $(A\cap B^c\cap C^c)\cup(A^c\cap B\cap C^c)\cup(A^c\cap B^c\cap C)$
d) $(A\cap B)\cup(A\cap C)\cup(B\cap C)$ e) $A\cup B\cup C - (A\cap B\cap C)$

2> Escribe el espacio muestral derivado del experimento: "repartir al azar tres cartas en tres buzones". Construye el suceso $A=$ {sólo una carta llega a su destinatario} y su contrario.

R: $A=\{132, 321, 213\}$; $A^c=\{123, 231, 312\}$

3> Una urna contiene dos bolas blancas y dos negras. Se hacen cuatro extracciones con reemplazamiento. Encuentra:
a) Los sucesos *A*: "sólo ha salido una bola negra";
B: "la segunda extracción es bola negra".
b) $P(A)$, $P(B)$, $P(A\cap B)$, $P(A\cup B)$, $P(A-B)$.

R: b) 1/4, 1/2, 1/16, 11/16, 3/16

4> Un dado numerado de 1 a 6 se ha lastrado de modo que la probabilidad de obtener un número es proporcional a dicho número. Si se lanza una vez, halla la probabilidad de que salga una puntuación impar.

R: 3/7

5> PAU Se sabe de los sucesos *A* y *B* que $P(A)=2/5$, $P(B)=1/3$ y $P(A^c\cap B^c)=1/3$. Halla $P(A\cup B)$ y $P(A\cap B)$

R: 2/3; 1/15

6> PAU Sean *A* y *B* dos sucesos tales que:
$P(A\cup B)=3/4$, $P(B^c)=2/3$, $P(A\cap B)=1/4$.
Halla: $P(A)$, $P(B)$ y $P(A^c\cap B)$.

R: 2/3, 1/3, 1/12

7> ¿Son compatibles dos sucesos *A* y *B* si se sabe que $P(A^c\cup B^c)\neq 1$?

R: Sí

8> PAU De una baraja española de 40 cartas se eligen al azar, simultáneamente, cuatro cartas. Halla la probabilidad:
a) De que se hayan elegido al menos dos reyes.
b) De que tres de las cuatro cartas sean del mismo palo.

R: a) 785/18278; b) 4320/27417

9> A un Congreso asisten 130 personas, de las que 85 hablan castellano; otro conjunto, inglés y 35, ambos idiomas. Si se escogen 2 personas al azar, ¿qué probabilidad hay de que se entiendan sin traductor?

R: 409/559

10> Diez personas se sientan en una fila de 10 butacas. Calcula la probabilidad de que las dos mayores estén juntas.

R: 1/5

11> PAU Un cartero reparte tres cartas al azar entre tres destinatarios. Calcula la probabilidad de que, al menos, una de las tres cartas llegue a su destino correcto.

R: 4/6

12> PAU Se distribuyen tres bolas indistinguibles en dos urnas *A* y *B*.
a) Escribe todas las configuraciones posibles, esto es: describe el espacio muestral asociado a este experimento.
b) Calcula la probabilidad de que la urna *A* contenga exactamente 0, 1, 2 ó 3 bolas.

R: b) 1/8, 3/8, 3/8 y 1/8

13> De una baraja de 40 naipes, se extraen dos cartas simultáneamente. Calcula las siguentes probabilidades.
a) Sean del mismo palo.
b) Una de oros y otra de copas.

R: a) 3/13 b) 5/39

14> PAU Se lanzan cuatro monedas simétricas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos dos caras?

R: 11/16

Tipo II. Probabilidad condicionada

15> PAU Calcula la probabilidad $P(A\cup B)$ sabiendo que $P(A)=0{,}3$, $P(B)=0{,}5$ y $P(A/B)=0{,}2$.

R: 0,7

16> PAU Sean A y B dos sucesos con $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,3$ y $P(A \cap B) = 0,1$. Calcular las probabilidades $P(A/B)$; $P(A/A \cap B)$; $P(A \cap B/A \cup B)$; $P(A/A \cup B)$.

R: 1/3, 1, 1/7, 5/7

17> PAU Sean A y B dos sucesos de un espacio de probabilidad de manera que $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,3$, y $P(A \cap B) = 0,1$. Calcula razonadamente:

a) $P(A \cup B)$;

b) $P(A^c \cup B^c)$;

c) $P(A/B)$; d) $P(A^c \cap B^c)$

R: a) 0,6; b) 0,9; c) 1/3; d) 0,4

18> PAU Se lanzan dos dados. Halla:

a) La probabilidad de que una de las puntuaciones sea par y la otra impar.

b) La probabilidad (condicional) de que una de las puntuaciones sea par, sabiendo que la suma de las dos es 7.

R: a) 1/2; b) 1

19> Un banco sortea un viaje entre los 100 clientes que han abierto una cuenta bancaria en el último mes. De ellos, 56 son mujeres, 82 están casados y 43 son mujeres casadas. Se pide:

a) Probabilidad de que toque el viaje a un hombre soltero.

b) Si el afortunado es casado, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

R: a) 1/20; b) 43/82

20> Una entidad bancaria tiene tres sistemas de alarma independientes, cada uno con una probabilidad de 0,9 de dispararse en caso de robo. Si se produce un robo, calcula la probabilidad de que:

a) Ninguna alarma suene.

b) Suene una sola alarma.

c) Alguna alarma suene.

R: a) 0,001; b) 0,027; c) 0,999

21> Un archivador tiene 9 cajones. Una carta tiene una probabilidad de 1/9 de estar en el archivador y si está, tiene igual probabilidad de estar en cualquier cajón de los nueve.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que esté en el cajón noveno?

b) Abrimos ocho cajones y no está la carta ¿qué probabilidad hay de que esté en el noveno cajón?

R: a) 1/81; b) 1/9

22> Se tira un dado dos veces y se consideran los sucesos $A = \{\text{sacar suma } 7\}$ y $B = \{\text{al menos una puntuación es múltiplo de } 3\}$. ¿Son A y B sucesos independientes?

R: No

23> Una prueba consta de dos ejercicios. Por años anteriores, se sabe que aprueban el primer ejercicio el 60% de los alumnos, en tanto que sólo lo hacen el 25% en un segundo ejercicio. Además, la probabilidad de aprobar el segundo ejercicio habiendo superado el primero es 0,4.

a) ¿Qué porcentaje de alumnos aprueban los dos ejercicios?

b) De los alumnos que aprueban el segundo ejercicio, ¿qué porcentaje aprueba el primero?

R: a) 24% b) 96%

24> PAU Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0,40$, $P(B/A) = 0,25$ y $P(B) = b$. Halla:

a) El menor valor posible de b.

b) El mayor valor posible de b.

R: a) 0,1; b) 0,7

Tipo III. Probabilidad total

25> Para regular la conducción de agua desde el punto A al B, se dispone de tres válvulas de funcionamiento independiente. (Fig. 9.18). La probabilidad de que esté abierta cada válvula es 0,9. Halla la probabilidad de que, en un momento dado, no circule agua de A a B.

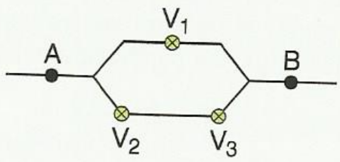

Fig. 19.19.

R: 0,019

26> Un determinado día, cierto individuo tiene una probabilidad 0,1 de ir al cine de su barrio y un 0,85 de que se proyecte una película bélica en él. Si no va al cine y ve la televisión, la probabilidad de que emitan una película de ese género en la TV es 0,05.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no vaya al cine y vea una película bélica?

b) ¿Y de que no vea una película bélica ese día?

R: a) 0,045;
b) 0,87

27> En cierta comunidad, un 20 % de sus integrantes está en paro teniendo, de entre ellos, un 10 % estudios superiores. De los empleados, el 25 % alcanzan ese nivel de estudios. Elegido un individuo al azar, halla la probabilidad de:

a) Que esté en paro y no tenga estudios superiores.
b) Que tenga estudios superiores.
c) Que teniendo estudios superiores esté en paro.

R: a) 0,18;
b) 0,22;
c) 1/11

28> Una caja contiene tres monedas. Una moneda es corriente, otra tiene dos caras y la otra está cargada de modo que la probabilidad de obtener cara es 1/3. Se selecciona una moneda al azar y se lanza al aire. Halla la probabilidad de que salga cara.

R: 11/18

29> Tres cajas tienen las siguientes composiciones: $A = \{5$ bolas blancas y 2 negras $\}$, $B = \{7$ bolas blancas y 1 negra$\}$ y $C = \{2$ bolas blancas y 8 negras$\}$. Se escoge al azar una caja y se extraen dos bolas sin reemplazamiento. Calcula la probabilidad de que las bolas sean del mismo color.

R: 0,639

30> PAU En cierta floristería recibieron cantidades iguales de rosas y gladiolos, cuyo color es blanco o amarillo. El 60 % de los gladiolos es de color amarillo, mientras que el 70 % de las rosas es de color blanco.

a) Si elegimos una rosa, ¿qué probabilidad tenemos de que sea de color amarillo?
b) Si cogemos dos gladiolos, ¿cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?
c) ¿Qué proporción de flores son de color blanco?

R: a) 0,3; b) 0,48; c) 55 %

Tipo IV. Probabilidad Bayes

31> Un joyero compra los relojes a dos casas proveedoras. La primera le sirve el 60 % de los relojes, de los cuales el 0,4 % son defectuosos; la segunda, le proporciona el resto, siendo defectuosos el 1,5 %. Un día, el joyero, al vender un reloj, observa que éste no funciona. Halla la probabilidad de que el reloj proceda de la primera casa proveedora.

R: 0,286

32> Imagina que hay una epidemia de cólera. Un síntoma muy importante de la enfermedad es la diarrea pero este síntoma también se presenta en personas con intoxicación e, incluso, en personas que no tienen nada serio. La probabilidad de tener diarrea teniendo cólera, intoxicación y no teniendo nada serio es 0,99, 0,5 y 0,004 respectivamente. Por otra parte, se sabe que el 2 % de la población tiene cólera, el 0,5 %, intoxicación y el resto, 97,5 %, nada serio. Se desea saber:

a) Elegido al azar un individuo de la población, ¿qué probabilidad hay de que tenga diarrea?
b) Se sabe que determinado individuo tiene diarrea, ¿cuál es la probabilidad de que tenga cólera?

R: a) 0,0262; b) 0,7557

33> Dos urnas tienen las siguientes composiciones: la primera, 7 bolas blancas, 5 negras y 3 verdes y la segunda, 10 blancas, 4 negras y 6 verdes. Se traspasa una bola, escogida al azar, de la 1ª urna a la 2ª y a continuación se extrae, una bola de esta urna que resulta ser verde. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola traspasada fuera blanca?

R: 14/31

34> Un bien es producido en tres fábricas diferentes F_1, F_2 y F_3, a razón de 100, 140 y 160 unidades diarias. Además, se sabe que un 30 %, 45 % y 20 %, respectivamente, de las cantidades producidas son para exportar. Si se elige una unidad del bien al azar, ¿qué probabilidad hay de que sea para exportar? Sabiendo que es para la exportación, ¿qué probabilidad hay de que se haya fabricado en F_1?

R: 0,3125, 0,24

35> Los hombres y mujeres que se presentan a cierta oposición están en la relación 3/4. Si un 25 % de los hombres y un 20 % de las mujeres ha suspendido, ¿qué probabilidad hay de que, si se elige al azar una persona suspensa, sea hombre?

R: 0,48

36> Una caja contiene 4 bolas blancas y 6 negras. Se extrae una bola y se reemplaza por tres de ese color. A continuación se saca otra bola y resulta ser blanca. Halla la probabilidad de que la bola extraída en la primera ocasión fuera blanca también.

R: 0,5