1. Resuelve las siguientes ecuaciones

   a. $tg\, x \cdot \cos 2x + sen\, 2x = 0$
   b. $tg^2 x + 3 = 2sec^2 x$

2. Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{sen\, x}{sen\, x+\cos x}+\frac{sen\, x}{sen\, x-\cos x}=\frac{1}{1-\frac{1}{2\, sen^2 x}}$$

3. Sabiendo que $cos\, x = 2/5$ y que es un ángulo del 1º cuadrante, calcula sin averiguar el valor del ángulo:

   b) cosec x b) tg (-x) c) cos (180º -x) d) sec (180º+x)

4. Utilizando los valores de los ángulos 30º, 45º , 60º, 90º . Calcula:

   c. cotg 150º b) sen 15º c) cosec 120º d) cos 135º

5. Calcula el área de un polígono regular de 16 lados cuya circunferencia circunscrita tiene de radio 20 cm.

PROBLEMAS DE TRGONOMETRÍA

1. Un avión vuela entre dos ciudades A y B que distan entre sí, 75 km. Las visuales desde A y B hasta el avión forman con la horizontal ángulos de 36º y 12º de amplitud, respectivamente. Calcula la altura a la que vuela el avión y las distancias a las que se encuentra de A y de B, suponiendo que el avión y las ciudades están sobre el mismo plano vertical.
2. Sergio está mirando una torre que sabe que mide 5 m de alto y que está encima de un acantilado. Ve el punto más alto de la torre con un ángulo de 40º con la horizontal y su punto más bajo con un ángulo de 30º. Sabiendo que la altura de Sergio es de 1,70 cm, calcula la altura de la colina y a qué distancia está Sergio de la base del acantilado.

TEMA 1º A

① a) $tg\, x \cdot \cos 2x + \operatorname{sen} 2x = 0$

(2)

$$\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \cdot (\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x) + 2 \operatorname{sen} x \cos x = 0 \Rightarrow \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}(1 - 2\operatorname{sen}^2 x) + 2 \operatorname{sen} x \cos x = 0$$

$$\operatorname{sen} x \left[\frac{1 - 2\operatorname{sen}^2 x}{\cos x} + 2\cos x \right] = 0 \rightarrow \operatorname{sen} x = 0 \rightarrow x_1 = 0^\circ + 2k\pi \checkmark,\quad x_2 = 180^\circ + 2k\pi \checkmark$$

$$\rightarrow \frac{1 - 2\operatorname{sen}^2 x}{\cos x} + 2\cos x = 0$$

$$\frac{1 - 2\operatorname{sen}^2 x + 2\cos^2 x}{\cos x} = 0 \rightarrow \frac{1 + 2(\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x)}{\cos x} = 0 \rightarrow \frac{1 + 2\cos 2x}{\cos x} = 0$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} \rightarrow 2x = 120^\circ + 2k\pi \rightarrow x_3 = 60^\circ + 2k\pi$$

$$\rightarrow 2x = 240^\circ + 2k\pi \rightarrow x_4 = 120^\circ + 2k\pi$$

b) $tg^2 x + 3 = 2 \sec^2 x$

$$\frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos^2 x} + 3 = 2\frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow \frac{\operatorname{sen}^2 x + 3\cos^2 x}{\cancel{\cos^2 x}} = \frac{2}{\cancel{\cos^2 x}} \rightarrow 1 - \cos^2 x + 3\cos^2 x = 2 \Rightarrow$$

$$2\cos^2 x + 1 = 2 \rightarrow 2\cos^2 x = 1 \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$+\frac{\sqrt{2}}{2} \begin{cases} x_1 = 45^\circ + 2k\pi \\ x_2 = 315^\circ + 2k\pi \end{cases} \qquad -\frac{\sqrt{2}}{2} \begin{cases} x_3 = 135^\circ + 2k\pi \\ x_4 = 225^\circ + 2k\pi \end{cases}$$

② (1)

$$\frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x + \cos x} + \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x - \cos x} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2\operatorname{sen}^2 x}}$$

$$\frac{\operatorname{sen} x(\operatorname{sen} x - \cos x) + \operatorname{sen} x(\operatorname{sen} x + \cos x)}{\operatorname{sen}^2 - \cos^2 x} = \frac{1}{\frac{2\operatorname{sen}^2 x - 1}{2\operatorname{sen}^2 x}}$$

$$\frac{\operatorname{sen}^2 x - \cancel{\operatorname{sen} x \cos x} + \operatorname{sen}^2 x + \cancel{\operatorname{sen} x \cos x}}{\operatorname{sen}^2 x - (1 - \operatorname{sen}^2 x)} = \frac{2\operatorname{sen}^2 x}{2\operatorname{sen}^2 x - 1}$$

$$\frac{2\operatorname{sen}^2 x}{2\operatorname{sen}^2 x - 1} = \frac{2\operatorname{sen}^2 x}{2\operatorname{sen}^2 x - 1}$$

③ (2) $\cos x = 2/5 \longrightarrow \operatorname{sen} x = \sqrt{1 - \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$

a) $\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\operatorname{sen} x} = \frac{1}{\frac{\sqrt{21}}{5}} = \frac{5}{\sqrt{21}}$

b) $tg(-x) = \frac{\operatorname{sen}(-x)}{\cos(-x)} = \frac{-\operatorname{sen} x}{\cos x} = -tg\, x = -\frac{\sqrt{21}/5}{2/5} = -\frac{\sqrt{21}}{2}$

c) $\cos(180^\circ - x) = -\cos x = -2/5$

d) $\sec(180^\circ + x) = \frac{1}{\cos(180^\circ + x)} = \frac{1}{-\cos x} = -\frac{1}{\cos x} = -\frac{1}{2/5} = -5/2$

(4)
(2)

a) $\cot g\, 150° = \dfrac{\cos 150°}{\operatorname{sen} 150°} = \dfrac{\cos(90°+60°)}{\operatorname{sen}(90°+60°)} = \dfrac{\cos 90 \cdot \cos 60° - \operatorname{sen} 90° \operatorname{sen} 60°}{\operatorname{sen} 90 \cos 60 + \cos 90 \cdot \operatorname{sen} 60°} =$

$= \dfrac{0 \cdot \frac{1}{2} - 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 \cdot \frac{1}{2} + 0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1/2} = -\sqrt{3} = -1,7321$

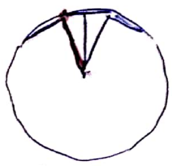
b) $\operatorname{sen} 15° = \operatorname{sen} \dfrac{30}{2} = \sqrt{\dfrac{1-\cos 30}{2}} = \sqrt{\dfrac{1-\sqrt{3}/2}{2}} = \sqrt{\dfrac{2-\sqrt{3}}{4}} = \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} = 0,2589$

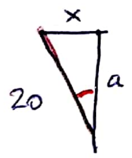
c) $\operatorname{cosec} 120° = \dfrac{1}{\operatorname{sen} 120°} = \dfrac{1}{\operatorname{sen}(90°+30°)} = \dfrac{1}{\operatorname{sen} 90 \cos 30 + \cos 90 \operatorname{sen} 30} =$

$= \dfrac{1}{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 \cdot \frac{1}{2}} = \dfrac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3} = 1,1547$

d) $\cos 135° = \cos(90+45) = \cos 90 \cos 45 - \operatorname{sen} 90 \operatorname{sen} 45 = 0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2} = -0,7071$

(5)
(1)





$360° : 32 = 11,25°$

$\cos 11,25° = \dfrac{a}{20} \rightarrow a = 19,62$

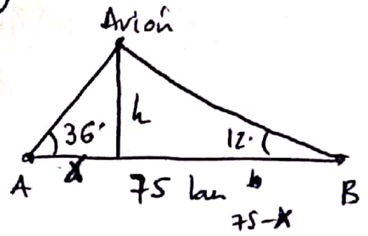
$\operatorname{sen} 11,25° = \dfrac{x}{20} \rightarrow x = 3,9$

$l = 2x = 2 \cdot 3,9 = 7,8$

$A = \dfrac{7,8 \cdot 16 \cdot 19,62}{2} = 1224,29\, cm^2$

Problemas

(1)



$tg\ 36° = \frac{h}{x}$ $\quad h = 0,73\,x$

$tg\ 12° = \frac{h}{75-x}$ $\quad 0,2126 = \frac{h}{75-x} \rightarrow h = 15,94 - 0,2126x$

$0,73x = 15,94 - 0,2126x$

$0,9426x = 15,94$

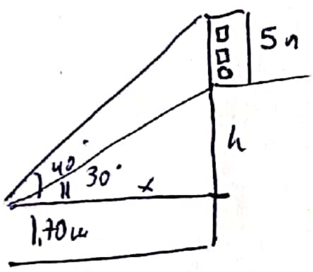
$x = \frac{15,94}{0,9426} = 16,91$

$75 - x = 75 - 16,91 = 58,09$

$h = 0,73 \cdot 16,91 = 12,34$ km.

La altura del avión es 12,34 km
Y la distancia a A es 16,91 km y a B es de 58,09

(2)



$tg\ 40° = \frac{5+h}{x} \rightarrow 0,8391 = \frac{5+h}{x} \rightarrow h = 0,8391x - 5$

$tg\ 30° = \frac{h}{x} \rightarrow 0,5774 = \frac{h}{x} \rightarrow h = 0,5774x$

$0,8391x - 5 = 0,5774x$

$0,2617x = 5$

$x = \frac{5}{0,2617} = 19,11$ m

$h = 0,8391 \cdot 19,11 - 5 = 11,03$ m

Altura $= 11,03 + 1,70 = 12,73$ m

La altura del acantilado es 12,73 m
La distancia al acantilado es 19,11 m