



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - b) Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
  - c) Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 4 bloques de 2 ejercicios cada uno.
  - d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
  - e) Se realizará únicamente un ejercicio de cada bloque. En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
  - f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
  - g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**BLOQUE A.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 1. (2,5 puntos)**

De entre todos los rectángulos de área  $25 \text{ cm}^2$ , determina las dimensiones de aquel en el que el producto de las longitudes de sus dos diagonales sea el menor posible.

**EJERCICIO 2. (2,5 puntos)**

Considera la función definida por  $f(x) = \frac{ax^3 + x - 1}{x^2 + bx - 3}$ , para  $x^2 + bx - 3 \neq 0$ .

- a) [1,5 puntos] Calcula  $a$  y  $b$  para que  $y = x - 2$  sea una asíntota oblicua de la gráfica de  $f$ .
- b) [1 punto] Estudia y halla las asíntotas verticales de la gráfica de  $f$  cuando  $a = 0$  y  $b = 2$ .

**BLOQUE B.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 3. (2,5 puntos)**

Considera la función

$$f(x) = \begin{cases} 1 - e^x & \text{si } x \leq 0 \\ x \cos(x) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Calcula  $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ .

**EJERCICIO 4. (2,5 puntos)**

Calcula una primitiva de la función  $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = (x - 1)^2 \ln \frac{\sqrt{x-1}}{2}$  cuya gráfica pase por el punto  $(5, -7/2)$ , donde  $\ln$  denota la función logaritmo neperiano. (Sugerencia: efectúa el cambio de variable  $x - 1 = t^2$ ).



**BLOQUE C.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 5. (2,5 puntos)**

Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = (1 \ y \ z)$  y  $C = (3 \ 0 \ 0)$ .

a) **[1 punto]** Sabiendo que el determinante de  $A$  es 5, calcula  $\begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z-1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ , indicando las propiedades que utilizas.

b) **[1,5 puntos]** Calcula los valores  $(x, y, z)$  tales que  $B \cdot A = C$ .

**EJERCICIO 6. (2,5 puntos)**

Considera el sistema

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & -3 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) **[1,75 puntos]** Determina los valores de  $m$  para los que el sistema es compatible indeterminado.

b) **[0,75 puntos]** Para  $m = 2$  resuelve el sistema, si es posible.

**BLOQUE D.** Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

**EJERCICIO 7. (2,5 puntos)**

Considera las rectas  $r \equiv x = y + a = \frac{z+1}{2}$  y  $s \equiv \begin{cases} x - 2y = 3a \\ x + z = 2 \end{cases}$

a) **[1,25 puntos]** Calcula  $a$  para que las rectas se corten.

b) **[1,25 puntos]** Para  $a = -1$ , halla la recta que corta perpendicularmente a  $r$  y  $s$ .

**EJERCICIO 8. (2,5 puntos)**

Considera los vectores  $\vec{u} = (1, a, 2)$  y  $\vec{v} = (-2, 1, a)$ .

a) **[1 punto]** Calcula  $a$  para que ambos vectores formen un ángulo de  $\pi/3$  radianes.

b) **[1,5 puntos]** Calcula  $a$  para que el vector  $(\vec{u} \times \vec{v}) - \vec{v}$  sea ortogonal a  $\vec{u}$ .