1. **Función cuadrática:** En 8 años, el capital invertido por una compañía de fondos de inversión, en millones de euros, viene dado por la función $c(t) = t^2 - 7t + 14$, siendo $0 \leq t \leq 8$ el tiempo en años. Justificando la respuesta:

   a) Representa la parábola correspondiente.

   b) ¿En qué momento se alcanza el mínimo de capital invertido?

   c) ¿En qué momento ha sido máximo el capital invertido?, ¿Cuál es el capital máximo invertido?

   d) ¿Cuándo el capital invertido fue igual a 4 millones?

2. **Función racional:** Una empresa de transporte estima que sus ganancias (en cientos de euros) durante los próximos años seguirán la fórmula $g(t) = \dfrac{64000 + 5000t}{5t + 5}$ en donde la variable $t = 1, 2, 3, \ldots$ representa el tiempo en años medido a partir del presente.

   a) Representa la función.

   b) Halla las ganancias correspondientes a los años primero y quinto.

   c) ¿Se estabilizarán las ganancias cuando t crece indefinidamente? Razona la respuesta.

3. **Función a trozos:** En un periodo de 10 años, la audiencia de una determinada serie de una televisión autonómica, expresada en decenas de miles de personas, siguió la función:

$$A(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & 0 \leq x < 2 \\ \\ \frac{-3x+30}{4} & 2 \leq x \leq 10 \end{cases}$$

   donde x representa el número de años transcurridos desde la primera emisión. Justificando las respuestas:

   a) Representa dicha función

   b) ¿Es continua la función $A(x)$ en el punto $x = 2$?

   c) ¿Cuándo obtuvo la serie su máxima audiencia y cuántos espectadores tuvo en ese momento?

   d) ¿Cuál fue la audiencia al principio de la emisión de la serie? Si se decide dejar de emitir cuando la audiencia sea de 15000 personas, ¿en qué momento se dejaría de emitir?

1: 3.5 puntos	**2: 3 puntos**	**1: 3.5 puntos**
a) 1	a) 1.5	a) 1.5
b) 0.5	b) 0.5	b) 0.75
c) 0.75	c) 1	c) 0.25
d) 1.25		d) 1

Cuadro 1: Puntuación de las preguntas

Solución

1. **Función cuadrática:** En 8 años, el capital invertido por una compañía de fondos de inversión, en millones de euros, viene dado por la función $c(t) = t^2 - 7t + 14$, siendo $0 \leq t \leq 8$ el tiempo en años. Justificando la respuesta:

   a) Representa la parábola correspondiente.
   b) ¿En qué momento se alcanza el mínimo de capital invertido?
   c) ¿En qué momento ha sido máximo el capital invertido?, ¿Cuál es el capital máximo invertido?
   d) ¿Cuándo el capital invertido fue igual a 4 millones?

   Solución: Al analizar la función nos damos cuenta que se trata de una parábola porque la mayor potencia de la variable es t^2.

   a) Para poder representar dicha función, debemos calcular el vértice, puntos de corte con el eje X y algún punto más si se considera necesario, en este caso en el intervalo $0 \leq t \leq 8$

   - El vértice: $t_v = \dfrac{-b}{2 \cdot a} = \dfrac{-(-7)}{2{\cdot}1} = 3{,}5$
   - Puntos de corte con el eje X: $t = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4{\cdot}1{\cdot}14}}{2{\cdot}1} = \dfrac{7 \pm \sqrt{-27}}{2}$, como no tiene solución real, la parábola no corta al eje X.
   - Calculamos ahora, con la tabla de valores para la parábola.

t	$c(t) = t^2 - 7t + 14$		Puntos
0	$c(0) = 0^2 - 7 \cdot 0 + 14 = 14$	$\rightarrow$	$(0, 14)$
3.5	$c(3{,}5) = 3{,}5^2 - 7 \cdot 3{,}5 + 14 = 1{,}75$	$\rightarrow$	$(3{,}5, 1{,}75)$
8	$c(8) = 3{,}8^2 - 7 \cdot 8 + 14 = 22$	$\rightarrow$	$(8, 22$

   b) El mínimo de capital invertido se alcanza en el año 3.5 con un capital de 1.75 millones de euros (1 750 000€)

   c) En el año 8 con un capital invertido máximo de 22 millones de euros (22 000 000€)

   d) El capital invertido será de 4 millones de euros cuando $c(t) = 4$ y sustituyendo obtenemos:
   - $4 = t^2 - 7t + 14$ e igualando a cero: $t^2 - 7t + 10 = 0$ que resolviendo obtenemos dos soluciones:
   - $t_1 = 2$ años y $t_2 = 5$ años que es cuando el capital invertido será de 4 millones de euros.

2. **Función racional:** Una empresa de transporte estima que sus ganancias (en cientos de euros) durante los próximos años seguirán la fórmula $g(t) = \dfrac{64000 + 5000t}{5t + 5}$ en donde la variable $t = 1, 2, 3, \ldots$ representa el tiempo en años medido a partir del presente.

   a) Representa la función.

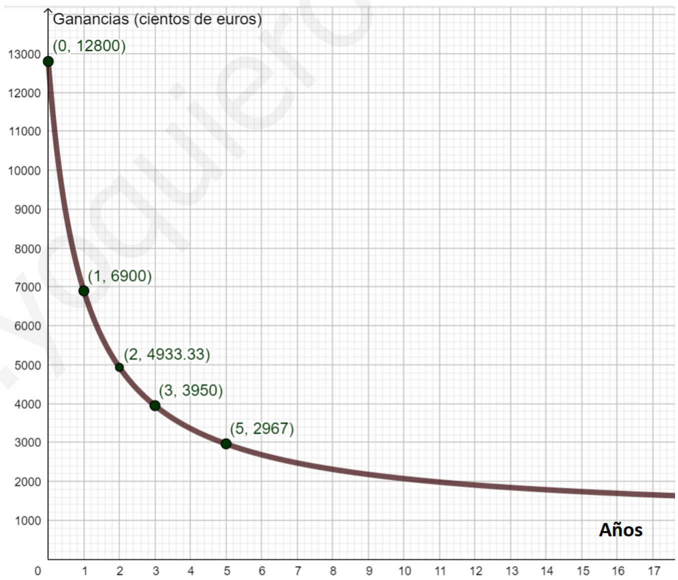
   b) Halla las ganancias correspondientes a los años primero y quinto.

   c) ¿Se estabilizarán las ganancias cuando t crece indefinidamente? Razona la respuesta.

Solución: Al analizar la función nos damos cuenta que se trata de una función racional.

a) Para representar una función racional, debemos realizar una tabla centrada en el valor donde se anula el denominador. En nuestro caso, es en $t = -1$, pero dicho valor se sale del tiempo en años. Por tanto, realizamos una tabla de valores a partir de $t = 0$

t	$g(t) = \dfrac{64000 + 5000t}{5t + 5}$		Puntos
0	$g(0) = 12800$	$\rightarrow$	$(0, 12800)$
1	$g(1) = 6900$	$\rightarrow$	$(1, 6900)$
2	$g(2) = 4933{,}3$	$\rightarrow$	$(2, 4933{,}3)$
3	$g(3) = 3950$	$\rightarrow$	$(3, 3950)$
5	$g(5) = 2967$	$\rightarrow$	$(5, 2967)$



b) Si observamos los valores de la tabla, podemos responder:

- En el año $t = 1$, $g(1) = 6900$ ciento de euros, 690 000€
- En el año $t = 5$, $g(5) = 2967$ ciento de euros, 296 700€

c) Calculamos el límite de la función cuando t tiende a infinito:

$\lim\limits_{t\to\infty} \dfrac{64000 + 5000t}{5t + 5} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim\limits_{t\to\infty} \dfrac{5000t}{5t} = \dfrac{5000}{5} = 1000$ cientos de euros, es decir, 100 000€ es el valor al que se estabilizan las ganancias.

3. **Función a trozos:** En un periodo de 10 años, la audiencia de una determinada serie de una televisión autonómica, expresada en decenas de miles de personas, siguió la función:

$$A(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & 0 \leq x < 2 \\ \\ \frac{-3x+30}{4} & 2 \leq x \leq 10 \end{cases}$$

donde x representa el número de años transcurridos desde la primera emisión. Justificando las respuestas:

a) Representa dicha función

b) ¿Es continua la función $A(x)$ en el punto $x = 2$?

c) ¿Cuándo obtuvo la serie su máxima audiencia y cuántos espectadores tuvo en ese momento?

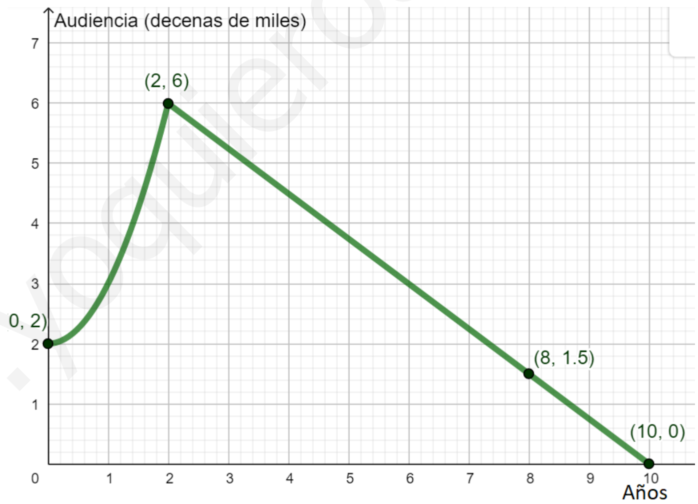
d) ¿Cuál fue la audiencia al principio de la emisión de la serie? Si se decide dejar de emitir cuando la audiencia sea de 15000 personas, ¿en qué momento se dejaría de emitir?

Solución: Al analizar la función nos damos cuenta que el primer trozo se trata de una parábola y el segundo trozo de una recta.

a) Para poder representar dicha función, realizaremos una tabla de valores, con mínimo tres valores para la parábola y mínimo dos valores para la recta.

x	$A(x) = x^2 + 2$		Puntos
0	$A(0) = 2$	$\rightarrow$	$(0,2)$
1	$A(1) = 3$	$\rightarrow$	$(1,3)$
2	$A(2) = 6$	$\rightarrow$	$(2,6)$

x	$A(x) = \dfrac{-3x+30}{4}$		Puntos
2	$A(2) = 6$	$\rightarrow$	$(2,6)$
10	$A(10) = 0$	$\rightarrow$	$(10,0)$



b) Estudiamos la continuidad en el punto $x = 2$

- $A\,(2) = \dfrac{-3 \cdot 2 + 30}{4} = 6$
- $\lim\limits_{x \to 2^-} A(x) = 6$
- $\lim\limits_{x \to 2^+} A(x) = 6$

como los tres valores son iguales, podemos afirmar que $A(x)$ es continua en $x = 2$

c) En el año 2, la audiencia fue de 6 decenas de miles (60 000 espectadores)

d) Al principio ($x = 0$), hubo 2 decenas de miles de espectadores (20 000 espectadores)

- Si sustituimos en la expresión de la recta (como se puede ver en la gráfica, la parábola no alcanza los 15 000 espectadores)
- $1{,}5 = \dfrac{-3 \cdot x + 30}{4}$ y despejando obtenemos $6 = -3x + 30 \longrightarrow x = 8$, es decir, a los 8 años se alcanzaron los 15000 espectadores.