Una lente convergente con radios de curvatura de sus caras iguales, y que suponemos delgada, tiene una distancia focal de 50 cm. Proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto de tamaño: 5 cm.

a) Calcule la distancia de la pantalla a la lente para que la imagen sea de tamaño: 40 cm.
b) Si el índice de refracción de la lente es igual a 1,5, ¿qué valor tienen los radios de la lente y cuál es la potencia de la misma?

a) Datos:

LC

$|r_1| = |r_2|$

$f' = 50\ cm$

$y = 5\ cm$

Imagen real

¿s' si $y' = -40\ cm$?

Al ser una lente convergente y proyectar la imagen sobre una pantalla ⇒ **imagen real** ⇒ ¡ha de estar **invertida**! ⇒ y' < 0

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{-40}{5} = \frac{s'}{s} \to s' = -8s$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \to \frac{1}{-8s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{50} \to \frac{-1-8}{8s} = \frac{1}{50}$$

$$\to 50(-9) = 8s \to -450 = 8s \to s = -56,25\ cm$$

$$s' = -8s = 450\ cm$$

b) Datos:

$r_1 > 0; r_2 < 0$

$n = 1,5$

¿r_1?¿r_2?¿P?

Utilizamos la **ecuación del constructor de lentes**, teniendo en cuenta los signos de los radios de curvatura de la lente:

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right] \to \frac{1}{50} = (1,5-1)\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{-r}\right] \to \frac{1}{50} = 0,5\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r}\right]$$

$$0,02 = 0,5 \cdot \frac{2}{r} \to r = 50\ cm$$

$$r_1 = 50\ cm$$

$$r_2 = -50\ cm$$

Calculamos ahora la **potencia** de la lente:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,5\ m} = 2\ D$$

Una lente convergente forma, de un objeto real, una imagen también real, invertida y aumentada 4 veces. Al desplazar el objeto 3 cm hacia la lente, la imagen que se obtiene es virtual, derecha y con el mismo aumento en valor absoluto. Determine:

a) la distancia focal imagen y la potencia de la lente;
b) las distancias del objeto a la lente en los dos casos citados;
c) las respectivas distancias imagen;
d) las construcciones geométricas correspondientes.

Datos:

LC

Objeto real

Caso 1. Imagen real, invertida; $m = -4$

Caso 2. Imagen virtual, derecha; $m = 4$

Objeto desplazado 3 cm hacia la lente

En el **caso 1**, el objeto se encuentra a la izquierda del foco objeto F (imagen real e invertida), mientras que en el **caso 2** se encuentra entre el foco objeto F y el centro óptico C (imagen virtual y derecha).

Planteamos las ecuaciones de las lentes delgadas para ambos casos:

$$\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'} \qquad \frac{y_1'}{y_1} = \frac{s_1'}{s_1} = -4 \rightarrow s_1' = -4s_1$$

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f'} \qquad \frac{y_2'}{y_2} = \frac{s_2'}{s_2} = 4 \rightarrow s_2' = 4s_2$$

Resolvemos las ecuaciones teniendo en cuenta que: $s_2 = s_1 + 3$

$$\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} \rightarrow \frac{1}{-4s_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{4s_2} - \frac{1}{s_2} \rightarrow \frac{1}{-4s_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{4(s_1+3)} - \frac{1}{s_1+3}$$

$$\frac{-1-4}{4s_1} = \frac{1-4}{4(s_1+3)} \rightarrow \frac{-5}{4s_1} = \frac{-3}{4(s_1+3)} \rightarrow \frac{5}{s_1} = \frac{3}{(s_1+3)} \rightarrow 5(s_1+3) = 3s_1 \rightarrow 2s_1 = -15$$

b)
c)

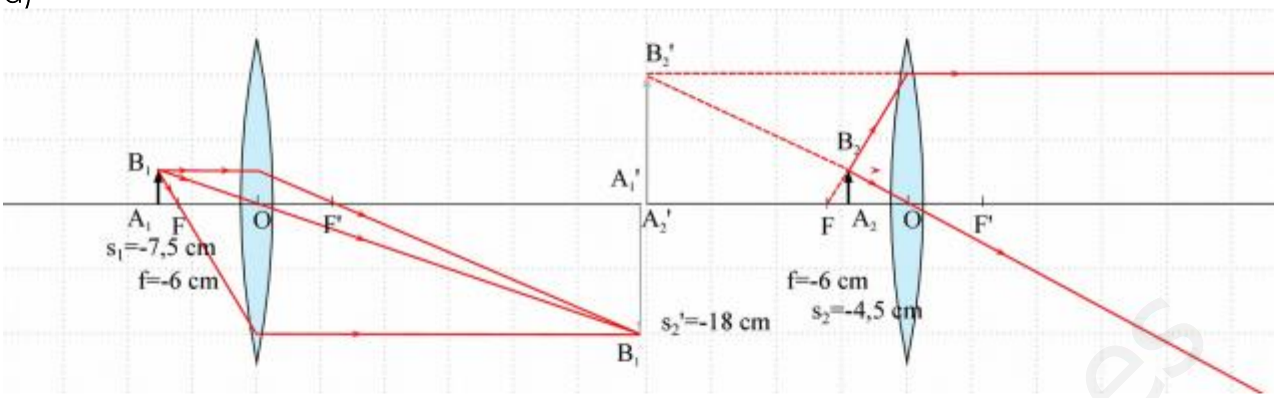
$$s_1 = -7,5\ cm;\ s_1' = 30\ cm$$
$$s_2 = -4,5\ cm;\ s_2' = -18\ cm$$

a) ¿f'?¿P?

$$\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{30} - \frac{1}{-7,5} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{30} + \frac{1}{7,5} = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = 6\ cm$$

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,06\ m} = 16,67\ D$$

d)



Un sistema óptico está formado por dos lentes convergentes, la primera de potencia: 5 dioptrías y la segunda de 4 dioptrías; ambas están separadas 85 cm y tienen el mismo eje óptico. Se sitúa un objeto de tamaño: 2 cm delante de la primera lente, perpendicular al eje óptico, de manera que la imagen formada por ella es real, invertida y de doble tamaño que el objeto.

a) Determine las distancias focales de cada una de las lentes.
b) Determine la distancia del objeto a la primera de las lentes.
c) ¿Dónde se formará la imagen final?
d) Efectúe un esquema gráfico, indicando el trazado de los rayos.

a) Datos:

$LC_1 : P = 5\ D$

$LC_2 : P = 4\ D$

$d\ =\ 85\ cm$

$y_1 = 2\ cm$

Imagen real , invertida; $m = -2$

¿f_1'?¿f_2'?

$$P = \frac{1}{f'}\begin{cases} f_1' = \dfrac{1}{P_1} = \dfrac{1}{5\ D} = 0{,}2\ m = 20\ cm \\ f_2' = \dfrac{1}{P_2} = \dfrac{1}{4\ D} = 0{,}25\ m = 25\ cm \end{cases}$$

b) ¿s_1?

Resolvemos las ecuaciones de las lentes delgadas para la primera lente:

$$\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f_1'} \qquad \frac{y_1'}{y_1} = \frac{s_1'}{s_1} = -2 \rightarrow s_1' = -2s_1$$

$$m = \frac{y_1'}{y_1} = \frac{s_1'}{s_1} \qquad \frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f_1'} \rightarrow \frac{1}{-2s_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f_1'} \rightarrow \frac{-1-2}{2s_1} = \frac{1}{f_1'} \rightarrow \frac{-3}{2s_1} = \frac{1}{20} \rightarrow -60 = 2s_1$$

$$s_1 = -30\ cm;\ s_1' = 60\ cm$$

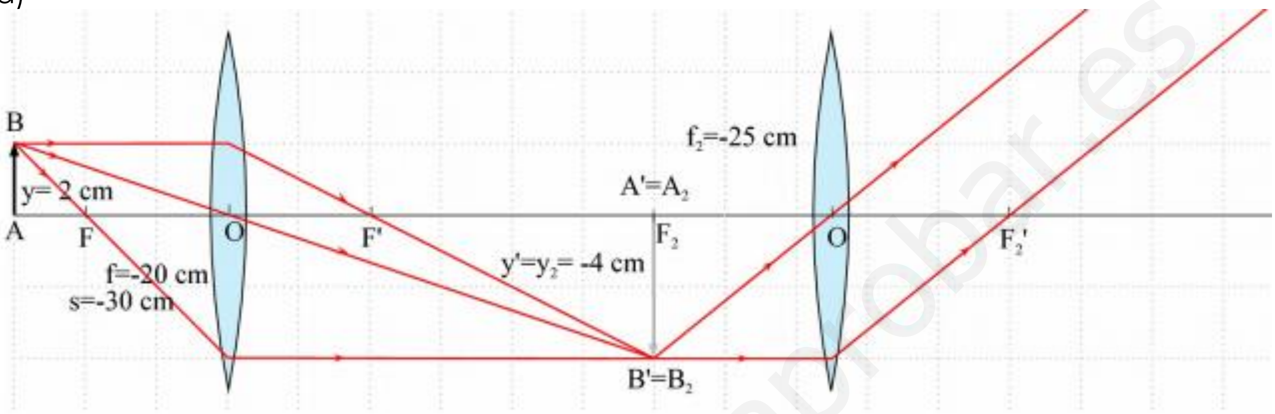
c) Calculamos ahora dónde se formará la imagen final, considerando como objeto para la segunda lente la imagen de la primera.

Como las lentes están separadas 85 cm: $s_2 = -25\ cm$

$$\frac{1}{s_2^{'}} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f_2^{'}} \rightarrow \frac{1}{s_2^{'}} - \frac{1}{-25} = \frac{1}{25} \rightarrow \frac{1}{s_2^{'}} + \frac{1}{25} = \frac{1}{25} \rightarrow \frac{1}{s_2^{'}} = 0 \rightarrow s_2^{'} = \infty$$

La imagen obtenida a partir de la primera lente cae justo sobre el foco objeto de la segunda, por lo que la imagen final se formará en el infinito.

d)

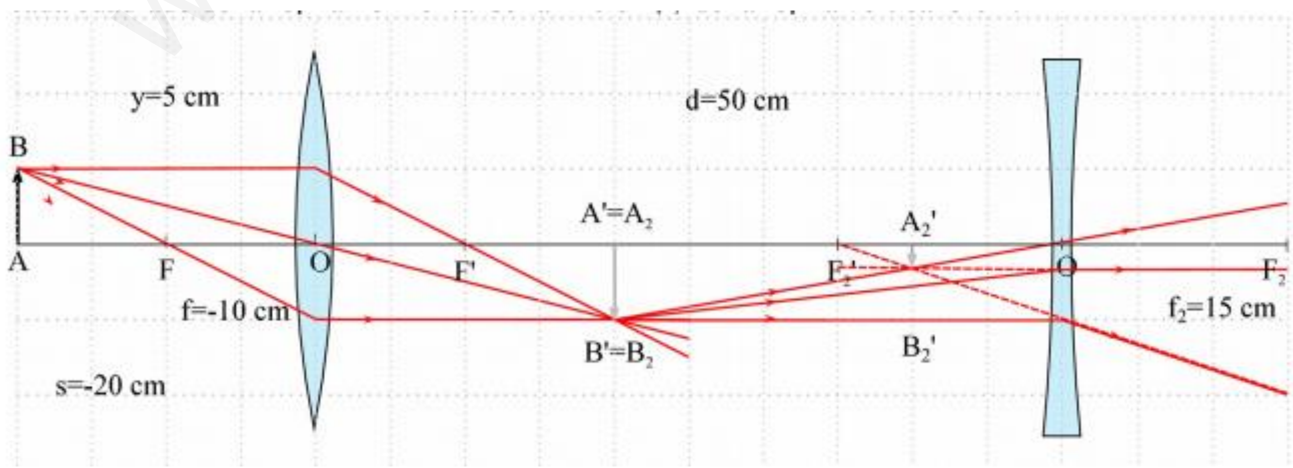


Un sistema óptico está formado por dos lentes: la primera es convergente y con distancia focal de 10 cm; la segunda, situada a 50 cm de distancia de la primera, es divergente y con 15 cm de distancia focal. Un objeto de tamaño 5 cm se coloca a una distancia de 20 cm delante de la lente convergente.

a) Obtenga gráficamente mediante el trazado de rayos la imagen que produce el sistema óptico.
b) Calcule la posición de la imagen producida por la primera lente.
c) Calcule la posición de la imagen producida por el sistema óptico.
d) ¿Cuál es el tamaño y la naturaleza de la imagen final formada por el sistema?

Junio 2008

a) Trazado de rayos



b) Datos:

$LC_1 : f' = 10\ cm$
$LD_2 : f' = -15\ cm$
$d\ =\ 50\ cm$
$y_1 = 5\ cm$
$s_1 = -20\ cm$
¿s_1'?

$$\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f_1'} \rightarrow \frac{1}{s_1'} - \frac{1}{-20} = \frac{1}{10} \rightarrow \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{20} \rightarrow s_1' = 20\ cm$$

c) Posición de la imagen final ¿s_2'?

Como las lentes están separadas 50 cm: $s_2 = -30\ cm$

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f_2'} \rightarrow \frac{1}{s_2'} - \frac{1}{-30} = \frac{1}{-15} \rightarrow \frac{1}{s_2'} + \frac{1}{30} = \frac{1}{-15} \rightarrow \frac{1}{s_2'} = -\frac{1}{15} - \frac{1}{30} \rightarrow s_2' = -10\ cm$$

d) ¿Tamaño y naturaleza de la imagen final?

$$m_1 = \frac{y_1'}{y_1} = \frac{s_1'}{s_1} \rightarrow y_1' = \frac{s_1'}{s_1} \cdot y_1 = \frac{20\ cm}{-20\ cm} \cdot 5\ cm = -5\ cm$$

La imagen formada por la primera lente es invertida y natural, tiene el mismo tamaño que el objeto. Esto se debe a que el objeto está situado a una distancia de la lente igual a 2 veces la distancia focal.

$$m_2 = \frac{y_2'}{y_2} = \frac{s_2'}{s_2} \rightarrow y_2' = \frac{s_2'}{s_2} \cdot y_2 = \frac{-10\ cm}{-30\ cm} \cdot (-5\ cm) = -\frac{5}{3}\ cm$$

La imagen final es virtual (no se forma por los cruces de los rayos, si no por los cruces de sus prolongaciones), mayor e invertida.

Si me pidieran el aumento producido por las dos lentes:

$$m_{TOTAL} = m_1 \cdot m_2 = (-1) \cdot \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$$

Un objeto luminoso de 2 mm de altura está situado a 4 m de distancia de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente esférica delgada L, de distancia focal desconocida, que produce sobre la pantalla una imagen tres veces mayor que el objeto.

a) Determine la naturaleza de la lente L, así como su posición respecto del objeto y de la pantalla.
b) Calcule la distancia focal, la potencia de la lente L y efectúe la construcción geométrica de la imagen.

Junio 1998

a) Datos:

$y = 2\ mm$
Objeto a 4 m de pantalla
Lente L
$m = 3$
¿Tipo de lente? ¿s? ¿s'?

Al proyectar la imagen sobre una pantalla $\Rightarrow$ **imagen real** $\Rightarrow$ **lente convergente** $\Rightarrow$ ¡ha de estar **invertida**! $\Rightarrow$ y' < 0

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{-6\ mm}{2\ mm} = -3 = \frac{s'}{s} \rightarrow s' = -3s$$

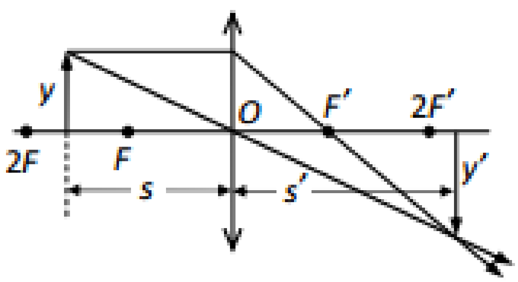
$$\begin{cases} -s + s' = 4 \\ s' = -3s \end{cases} \rightarrow 4 + s = -3s \rightarrow s = -1\ m$$

$$s' = 3\ m$$

b) ¿f'? ¿P? Diagrama de rayos

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{-1} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{3} + 1 = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = \frac{3}{4}\ m = 0{,}75\ m$$

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0{,}75\ m} = \frac{4}{3}\ D = 1{,}33\ D$$



Un objeto luminoso está situado a 6 m de una pantalla. Una lente, cuya distancia focal es desconocida, forma sobre la pantalla una imagen real, invertida y cuatro veces mayor que el objeto.

a) ¿Cuál es la naturaleza y la posición de la lente? ¿Cuál es el valor de la distancia focal de la lente?
b) Se desplaza la lente de manera que se obtenga sobre la misma pantalla una imagen nítida, pero de tamaño diferente al obtenido anteriormente. ¿Cuál es la nueva posición de la lente y el nuevo valor del aumento?

Junio 2000

a) Datos:

Objeto a 6 m de pantalla
Lente L
Imagen real, invertida, mayor
$m = -4$
¿Tipo de lente? ¿s? ¿s'?¿f'?

Al proyectar la imagen sobre una pantalla $\Rightarrow$ **imagen real** $\Rightarrow$ **lente convergente** $\Rightarrow$ ¡ha de estar **invertida**!
$\Rightarrow$ m < 0

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

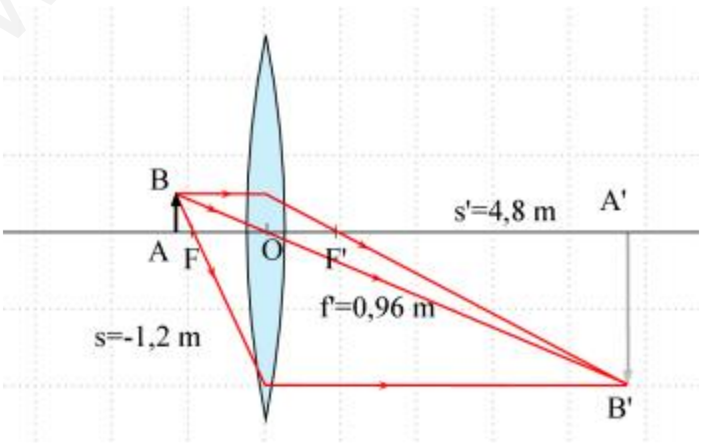
$$m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = -4 \rightarrow s' = -4s$$

$$\begin{cases} -s + s' = 6 \\ s' = -4s \end{cases} \rightarrow -s - 4s = 6 \rightarrow s = -\frac{6}{5}\ m = -1{,}2\ m$$

$$s' = 4{,}8\ m$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{4{,}8} - \frac{1}{-1{,}2} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{4{,}8} + \frac{1}{1{,}2} = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = 0{,}96\ m$$



b) Desplazamos la lente, de forma que obtenemos de nuevo una imagen real, pero de diferente tamaño. Como no se desplazan ni el objeto ni la pantalla, nos están pidiendo nuevos valores de s y s'. La distancia focal de la lente no varía, ya que es la misma lente.

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\rightarrow\frac{1}{s+6}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\rightarrow\frac{s-(s+6)}{(s+6)s}=\frac{1}{0,96}\rightarrow\frac{-6}{(s+6)s}=\frac{1}{0,96}\rightarrow s(s+6)=-5,76$$

$$s^2+6s+5,76=0\rightarrow s=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot1\cdot5,76}}{2}=\frac{-6\pm3,6}{2}=\begin{cases}s_1=-1,2\ m\\ s_2=-4,8\ m\end{cases}$$

La primera solución es la que corresponde al apartado a). En este caso, las distancias del objeto y la imagen a la lente son:

$$s=-4,8\ m\ ;\ s'=1,2\ m$$

$$m=\frac{s'}{s}=\frac{1,2}{-4,8}=0,25$$