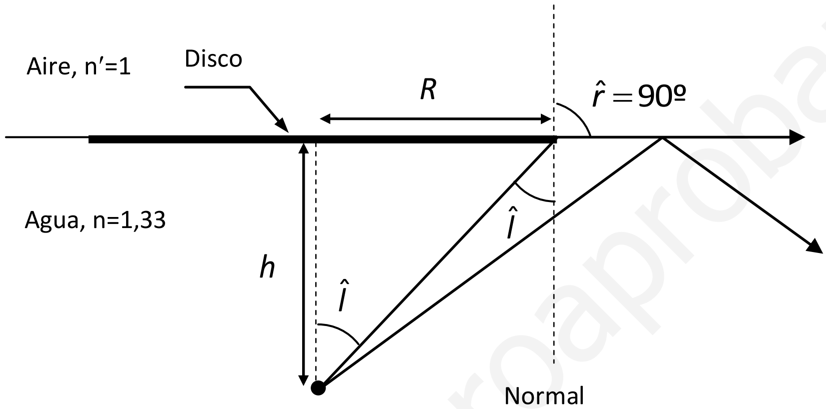
# PROBLEMAS DE ÓPTICA RESUELTOS

**En el fondo de un recipiente con agua de 1 *m* de profundidad hay un foco que emite luz en todas las direcciones. Si en la vertical del foco y en la superficie del agua se coloca un disco opaco, calcula el radio que debe tener para que impida la visión de la luz que sale del foco por un observador situado en la superficie, sabiendo que para el agua el índice de refracción es *n*** = 1,33.

**Solución**

Sabemos que cuando un rayo de luz pasa de un medio más refringente a otro menos refringente (por ejemplo, del agua al aire) se aleja de la normal a la superficie que separa ambos medios (ver figura). Cuando el ángulo que forma el rayo incidente con la normal supera un cierto valor límite ($\hat{l}$), ocurre que ya no hay refracción sino reflexión (ver figura); por lo que estos rayos no pasan al segundo medio (en nuestro caso el aire), pues se reflejan.




Si aplicamos la ley de la refracción a un rayo que forma con la normal el ángulo límite, tenemos que,

$$n \sin\hat{l} = n' \sin 90$$

ya que cuando $\hat{i}=\hat{l} \Rightarrow \hat{r}=90º$. Como $\sin 90º = 1$, queda que,

$$n \sin\hat{l} = n' \Rightarrow \sin\hat{l} = \frac{n'}{n} = \frac{1}{1{,}33} \Rightarrow \hat{l} = 48{,}8º$$

lo que significa que todos los rayos que salgan del foco e incidan en la superficie de separación agua-aire con un ángulo mayor de 48,5º se reflejarán. Por lo tanto, el radio del disco ha de ser tal que impida el paso a todos los rayos que lleguen a la superficie con un ángulo menor de 48,5º (ver figura), que son los que no se reflejan.

De la figura se desprende que,

$$\tan\hat{l} = \frac{R}{h} \Rightarrow \boldsymbol{R} = h\tan\hat{l} = 1\times\tan 48{,}5º = \mathbf{1{,}14}\,\boldsymbol{m}$$

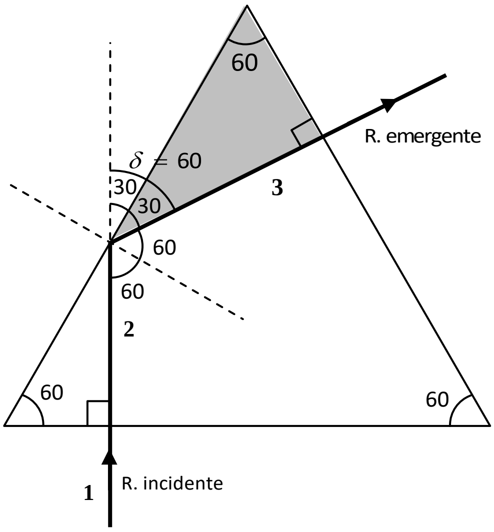
donde *R* es el radio del disco y *h* la profundidad.

**Un prisma óptico de ángulo diedro igual a 60º y cuyo índice de refracción es de 1,5 recibe un rayo de luz perpendicular a una de sus caras. Calcula:**

**a) El ángulo de desviación entre el rayo emergente y la prolongación del incidente.**

**b) El valor que debe tener el ángulo diedro para que el rayo emergente en la segunda cara salga rasante a dicha superficie.**

**Solución**




Recuerda, la ley de la refracción establece que,

$$n \sin \hat{i} = n' \sin \hat{r}$$

donde $n$ y $n'$ son, respectivamente, los índices de refracción de los medios en los que se propagan el rayo incidente y el refractado. Mientras que $\hat{i}$ y $\hat{r}$ son, respectivamente, los ángulos que forman los rayos incidente y refractado con la **normal** a la superficie que separa ambos medios. Recuerda que $n_{aire} = 1$.

Al aplicar la ley de la refracción al rayo incidente (rayo 1 de la figura), tenemos que,

$$\hat{i} = 0 \Rightarrow \hat{r} = 0$$

lo que significa que el rayo refractado no sufre desviación alguna, como se ve en la figura.

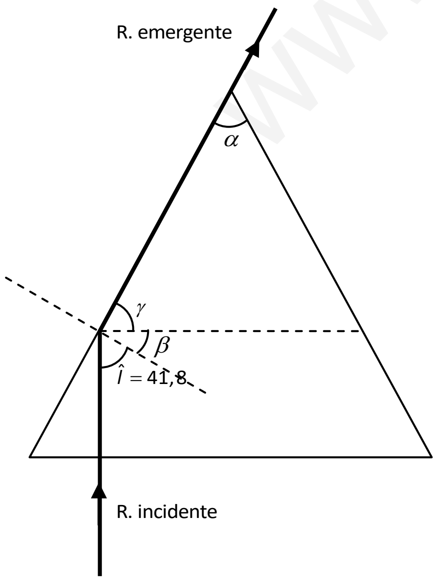
Ahora el rayo 2 (que se mueve en el interior del prisma, de índice de refracción $n$ = 1,5) es el incidente (incide en la cara lateral izquierda del prisma). Tenemos que ver si este rayo (que trata de pasar de un medio más refringente, vidrio, a otro menos refringente, aire) se refracta o se refleja.

El ángulo límite $(\hat{l})$ vidrio/aire viene dado por,

$$n \sin \hat{l} = n' \sin 90 \Rightarrow \sin \hat{l} = \frac{n'}{n} = \frac{1}{1,5} \Rightarrow \hat{l} = 41,8º$$

Esto es, el ángulo que ha de formar el rayo 2 con la normal para que se produzca reflexión ha de ser mayor de 41,8º. De la figura se deduce fácilmente que este ángulo vale 60º > 41,8º $\Rightarrow$ se produce reflexión.

El rayo reflejado (rayo 3), de acuerdo con las leyes de la reflexión, ha de formar el mismo ángulo (con la normal) que el rayo incidente. Por lo tanto, este ángulo también es de 60º, como indica la figura.




Como muestra el triángulo sombreado de la figura, si el rayo 3 forma un ángulo de 60º con la normal, es porque este rayo incide perpendicularmente a la superficie lateral derecha del prisma. En consecuencia, como ya hemos visto antes, no sufre desviación alguna al pasar al aire, por lo que el rayo emergente tiene la misma dirección (ver figura).

De la figura se deduce fácilmente que la prolongación del rayo que incide en el prisma (R. incidente) y la prolongación del que emerge de él (R. emergente) forman un ángulo (***ángulo de desviación, δ***) que es,

$$\boldsymbol{\delta = 60^o}$$

En el apartado (b) debemos calcular el ángulo del prisma (el ángulo $\alpha$ de la figura) para que el rayo emergente salga rasante a la cara lateral izquierda del prisma (ver figura).

En el apartado anterior hemos visto que el ángulo límite vidrio/aire es de 41,8º. Para este ángulo el rayo emergente sale rasante al prisma.

Teniendo en cuenta lo anterior, se deduce de la figura que,

$$\beta = 90 - 41{,}8 = 48{,}2$$

$$90 = \beta + \gamma \Rightarrow \gamma = 90 - \beta = 90 - 48{,}2 = 41{,}8$$

Por otro lado,

$$180 = \alpha + 2\gamma \Rightarrow \boldsymbol{\alpha} = 180 - 2\gamma = 180 - 2 \cdot 41{,}8 = \mathbf{96{,}4^o}$$

Esto es, cuando el ángulo del prisma es $\alpha$ = 96,4º, el rayo emergente sale rasante a la cara lateral del prisma.

**************************

**El punto remoto de un ojo miope se encuentra situado a 50 *cm* por delante del mismo. ¿Cuál ha de ser la potencia de la lente necesaria para corregir esa miopía?**

**Solución**

Punto remoto situado a 50 *cm* significa que ese ojo enfoca (o sea, ve bien) los objetos situados a una distancia del mismo comprendida entre su punto próximo y 50 *cm*. La lente adecuada para corregir esa miopía tiene que formar las imágenes de los objetos lejanos (infinito óptico), como máximo, a 50 *cm* del ojo. Por lo tanto, $s = -\infty$ (objeto en el infinito óptico) y $s' = -50cm$ (pues la imagen se tiene que formar a la izquierda de la lente para que el ojo la pueda ver, imagen virtual). Entonces,

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{1}{-50} - \frac{1}{-\infty} = -\frac{1}{50cm}$$

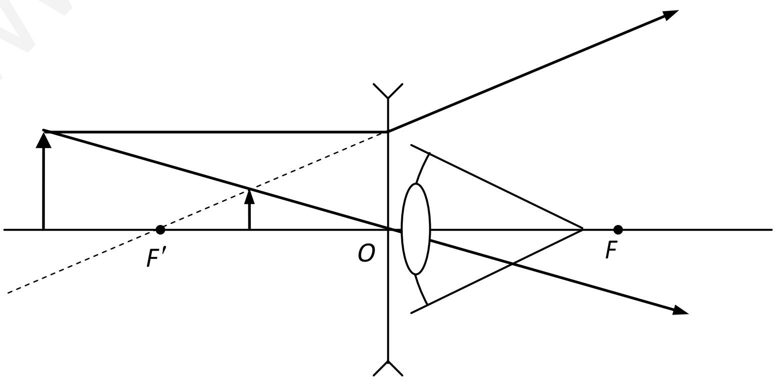
Como, $$\boldsymbol{P} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{50cm} = -\frac{1}{0{,}5m} = -2m^{-1} = \mathbf{-2{,}00\ D}$$

es decir, se necesita una lente de –2 dioptrías de potencia. El signo de la potencia indica que la lente es divergente (cóncava).

La figura muestra la imagen formada por un objeto situado a 75 *cm* de la lente. Se aprecia que la imagen se forma entre el centro óptico (*O*) y el foco imagen (*F′*); esto es, a una distancia de la lente inferior a 50 cm (punto remoto), por lo que el ojo miope lo enfocará con nitidez.

A medida que el objeto se va alejando de la lente, la imagen se va acercando al foco. De modo que se formará en foco (a 50 *cm* de la lente) cuando el objeto se coloque en el infinito.

El ojo se encuentra "pegado" a la lente y a la derecha de la misma, como se aprecia en la figura.



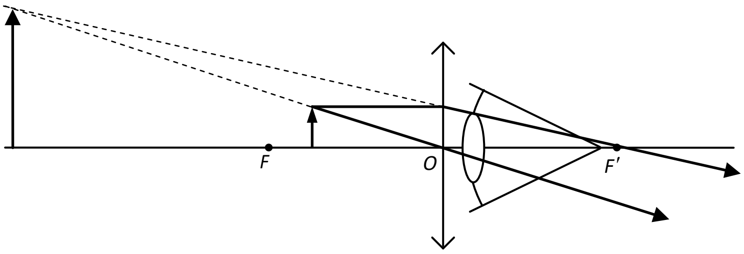
**El punto próximo de un ojo hipermétrope se encuentra situado a 1 m por delante del mismo. Si desea leer colocando el libro a 25 cm de distancia, ¿cuál ha de ser la potencia necesaria para conseguirlo?**
**<u>Nota</u>: el problema es válido para ojos con vista cansada (presbicia).**

**Solución**

Punto próximo situado a 1 *m* significa que ese ojo enfoca (ve bien) los objetos situados a una distancia del mismo comprendida entre el punto remoto (infinito para un ojo normal) y 1 *m*. La lente necesaria ha de formar la imagen de un objeto situado a 25 *cm* de la misma a una distancia mínima de 1 *m*. Por lo tanto, $s=-25\ cm$ (objeto situado a la distancia que se desea leer) y $s'=-1\ m$, pues la imagen se tiene que formar a la izquierda de la lente para que el ojo la pueda ver (imagen virtual). Así,

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{i}{f'}=\frac{1}{-100}-\frac{1}{-25}=-\frac{1}{100}+\frac{4}{100}=\frac{3}{100cm}$$

Como, $$\boldsymbol{P}=\frac{1}{f'}=\frac{3}{100cm}=\frac{3}{1m}=3m^{-1}=\mathbf{3{,}00}\ \boldsymbol{D}$$




Se necesita una lente de 3 *D* de potencia. El signo de la potencia indica que la lente es convergente. La figura muestra la representación gráfica del problema con el trazado de rayos. El ojo se encuentra "pegado" a la lente y a la derecha de la misma, como se aprecia en la figura.

**************************

**Cierto objeto colocado a 2 *m* de un espejo produce una imagen derecha y de tamaño tres veces mayor que el objeto. ¿El espejo es convexo o cóncavo? ¿Cuánto mide su radio de curvatura?**

**Solución**

La imagen formada es derecha; por lo tanto es virtual. Tanto los espejos convexos como los cóncavos pueden formar imágenes virtuales; sin embargo, solo los cóncavos las pueden formar mayores que el objeto. Por lo tanto, el espejo es cóncavo.

No es necesario, sin embargo, conocer a priori si el espejo es convexo o cóncavo. El signo del radio de curvatura (que tenemos que hallar) nos dirá que clase de espejo es.

Fíjate en los datos: $s' = -2\ m$;
$y' = 3y$, porque la imagen es derecha ($y' > 0$) y tres veces mayor que el objeto.

Aplicamos la ecuación del aumento lateral para expresar $s'$ en función de $s$ y calcular su valor,

$$M_L=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}\Rightarrow\frac{s'}{s}=-\frac{3\cancel{y}}{\cancel{y}}\Rightarrow s'=-3s=-3\times(-2)=6{,}00\ m$$

Ahora podemos utilizar la ecuación de los espejos para hallar la distancia focal (*f*),

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{f}=\frac{1}{6}+\frac{1}{-2}=\frac{1}{6}-\frac{3}{6}=-\frac{2}{6}\Rightarrow f=-\frac{6}{2}=-3{,}00\ m$$

Como la distancia focal es la mitad del radio del espejo (*R*),

$$f=R/2\Rightarrow R=2f=2\times(-3)=\mathbf{-6{,}00}\ \boldsymbol{m}$$

Los espejos cóncavos tienen, por definición, el radio negativo; por lo tanto es **cóncavo**.

**Con una cámara fotográfica cuyo objetivo tiene 10 *D* se retrata a una persona situada a 2,10 *m* de distancia. ¿A qué distancia del centro óptico del objetivo debe colocarse la placa? Si la persona mide 1,70 *m*, ¿qué altura mínima debe tener la placa para formar una imagen de cuerpo entero.**

**Solución**

**Nota1**: La lente de las cámaras fotográficas se llama objetivo.

**Nota2**: La placa es el dispositivo en el que se forma la imagen: una película en las cámaras convencionales y un sensor electrónico en las digitales.

Ya que la imagen ha de recogerse en la placa (que juega el papel de pantalla), tiene que ser real. Sólo las lentes convergentes pueden formar imágenes reales, por lo tanto el objetivo es una lente convergente (esto significa que la potencia es positiva, $P$ = +10 $D$). Entonces,

$$P=\frac{1}{f'}=+10D=10m^{-1}\Rightarrow f'=\frac{1}{10m^{-1}}=\frac{1}{10}m=0{,}1m=+10{,}0cm$$

La persona es el objeto (entonces, $s$ = – 2,10 $m$ = – 210 $cm$ e $y$ = 1,70 $m$) y la placa es la pantalla que recoge la imagen (por lo tanto, lo que nos piden es $s'$). Aplicando la ecuación de las lentes delgadas,

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{s'}=\frac{1}{s}+\frac{1}{f'}=\frac{1}{-210}+\frac{1}{10}=\frac{1}{-210}+\frac{21}{210}=\frac{20}{210}\Rightarrow$$

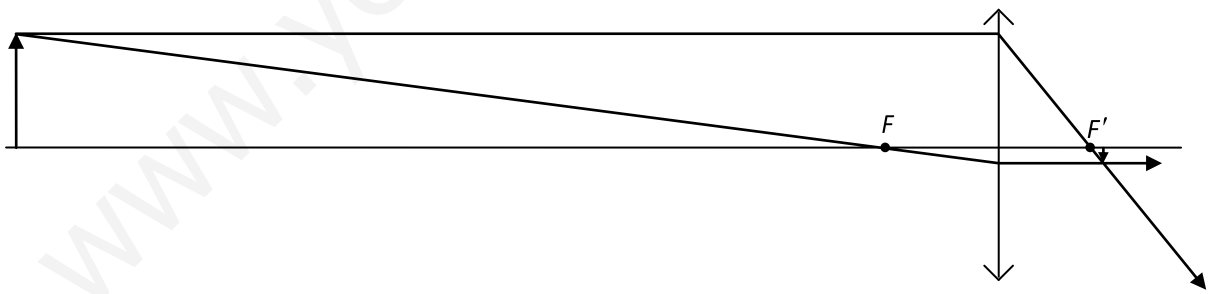
$$\boldsymbol{s'}=\frac{210}{20}=\mathbf{10{,}5}\ \boldsymbol{cm}$$

es decir, la imagen real se forma a la derecha del centro óptico (por esta razón es real y no virtual) y a 10,5 *cm* del mismo.

Para determinar la altura mínima de la placa usamos el aumento lateral,

$$M_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\Rightarrow \boldsymbol{y'}=y\frac{s'}{s}=1{,}70m\frac{10{,}5cm}{-210cm}=-0{,}085\ m=\mathbf{-8{,}50}\ \boldsymbol{cm}$$

Como la imagen formada tiene una altura de 8,50 *cm*, la placa ha de ser, como mínimo, de ese tamaño. Nota que la imagen es invertida, pues el signo de su tamaño es negativo.



**Se dispone de una lente de 10 dioptrías. Calcula el aumento que se consigue de un objeto situado a 2 *cm* de su foco.**

**Solución**

Observa que el problema no pide el valor numérico del aumento, sino el número de veces que la imagen es mayor que el objeto. Se trata de una lente convergente porque la potencia es positiva. Además solo las lentes convergentes son capaces de formar imágenes mayores que el objeto.

De la ecuación de definición de la potencia obtenemos *f*′,

$$P=\frac{1}{f'} \;\Rightarrow\; f'=\frac{1}{P}=\frac{1}{10\,D}=\frac{1}{10\,m^{-1}}=\frac{1}{10}m=0{,}100\;m=10{,}0\;cm$$

Aplicando la ecuación de las lentes delgadas hallamos $s'$,

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \;\Rightarrow\; \frac{1}{s'}=\frac{1}{f'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{10}+\frac{1}{-2}=-\frac{2}{5} \;\Rightarrow\; s'=-2{,}50\;cm$$

Ahora, utilizando la fórmula del aumento lateral,

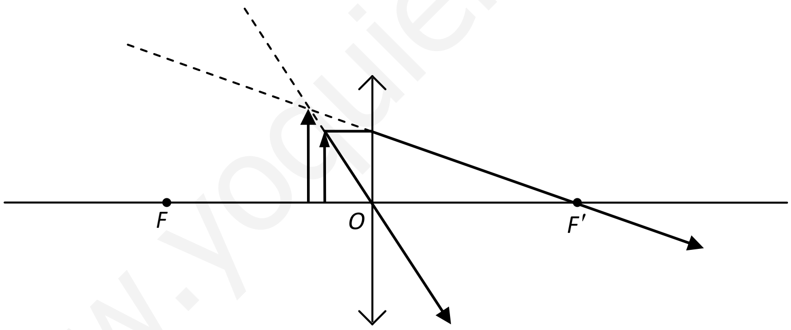
$$M_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s} \;\Rightarrow\; \frac{y'}{y}=\frac{-2{,}5}{-2}=\mathbf{1{,}25}$$

es decir, la imagen obtenida es **cinco** veces mayor que el objeto.

Características de la imagen:

- Virtual, porque se forma a la izquierda de *O*.
- Derecha, porque los signos de *y* y de *y*′ son iguales (ambos positivos).
- Mayor.

En la figura tienes la representación gráfica con su trazado de rayos.



**Una lente convergente de radios iguales, y que suponemos delgada, tiene una distancia focal de 50 *cm*. Proyecta, sobre una pantalla, la imagen de un objeto de 5 *cm* de altura. Calcula:**

**a) La distancia de la pantalla a la lente para que la imagen tenga una altura de 4 dm.**

**b) Si el índice de refracción de la lente es igual a 1,5, ¿qué valor tienen los radios de la misma y cuál su potencia?**

**Solución**

Puesto que la imagen se proyecta en una pantalla (imagen real), la lente es convergente y, por lo tanto, la distancia focal imagen es positiva; es decir, $f' = +50\ cm$.

Observa además que, $y = 5\ cm$.

**Apartado a)**

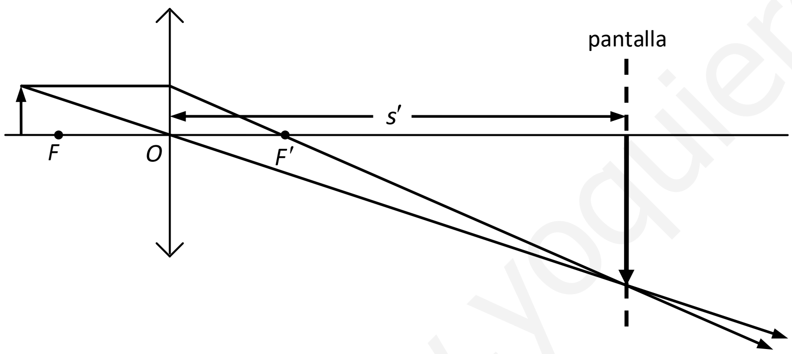
Como las imágenes reales de las lentes son invertidas, el tamaño de la imagen es negativo; es decir, $y' = -4\ dm = -40\ cm$.

Combinamos la ecuación de las lentes delgadas con la del aumento lateral para hallar $s'$. Primero aplicamos la ecuación del aumento lateral para expresar $s'$ en función de $s$,

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \;\Rightarrow\; s' = s\frac{y'}{y} = s\frac{-40}{5} = -8s$$

A continuación usamos la ecuación de las lentes delgadas para hallar $s$,

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \;\Rightarrow\; \frac{1}{-8s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \;\Rightarrow -\frac{1}{8s} - \frac{8}{8s} = -\frac{9}{8s} = \frac{1}{f'} \;\Rightarrow\; s = -\frac{9}{8}f' = -\frac{9}{8}\times 50 = -56{,}2\ cm$$



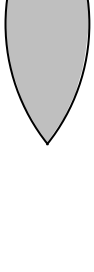

Finalmente calculamos $s'$,

$$s' = -8s = -8\times(-56{,}2) = \mathbf{450\ cm}$$

que también es la **distancia de la pantalla a la lente**. Esto es así porque la pantalla se encuentra a la derecha de la lente justo en el lugar en el que se forma la imagen, como puedes apreciar en la figura (la figura no está hecha a escala).

**Apartado b)**

La lente es convergente y de radios iguales, así que se trata de una lente biconvexa, como se ve en la figura. Observa que el radio de la cara de la izquierda ($R_1$) es positivo y el de la derecha ($R_2$) negativo; entonces se ha de cumplir, al ser la lente de radios iguales, que



$$R_2 = -R_1$$

Sabemos por teoría que,

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{-R_1}\right) = (n-1)\frac{2}{R_1} \;\Rightarrow\; R_1 = 2(n-1)f' = 2\times(1{,}5-1)\times 50 = \mathbf{50{,}0\ cm}$$

Finalmente como,

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{50\ cm} = \frac{1}{0{,}5\ m} = \frac{1}{0{,}5}\ m^{-1} = \mathbf{2{,}00\ D}$$

**Se tiene un espejo cóncavo de 1,2 *m* de radio. Hallar:**

a) **La distancia a la que hay que colocar un pequeño objeto en el eje para obtener una imagen cuatro veces mayor, pero invertida.**

b) **En el caso de que el espejo sea convexo, determina la distancia a la que hay que colocar el objeto para que su imagen tenga la mitad de tamaño.**

**Solución**

**Apartado a)**

Como el espejo es cóncavo, su radio y su distancia focal son negativos; es decir,

$$R = -1{,}2\ m \ \Rightarrow\ f = R/2 = -0{,}6\ m = -60{,}0\ cm$$

Nos preguntan la posición del objeto (*s*).

Como la imagen (*y'*) ha de ser cuatro veces mayor pero invertida, se cumple que *y'* = –4*y*.

Combinamos la ecuación de los espejos con la del aumento lateral para hallar *s*. Primero aplicamos la ecuación del aumento lateral para expresar *s'* en función de *s*,

$$M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \ \Rightarrow\ s' = -s\frac{y'}{y} = -s\frac{-4\cancel{y}}{\cancel{y}} = 4s$$

lo que significa que la imagen es real, pues se forma a la izquierda del espejo ($s < 0 \Rightarrow s' < 0$).

A continuación aplicamos la ecuación de los espejos para obtener *s*,

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \ \Rightarrow\ \frac{1}{4s} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \ \Rightarrow\ \frac{1}{4s} + \frac{4}{4s} = \frac{5}{4s} = \frac{1}{f} \quad s = \frac{5}{4}f = \frac{5}{4}\times(-60) = -\mathbf{75{,}0}\ \boldsymbol{cm}$$

**Apartado b)**

Si el espejo es convexo, su radio y su distancia focal son positivos; es decir, *f* = 60,0 *cm*. Además la imagen ha de ser derecha (los espejos convexos solo forman imágenes derechas); o sea, *y'* = *y*/2.

Ahora procedemos como en el apartado a,

$$M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \ \Rightarrow\ s' = -s\frac{y'}{y} = -s\frac{\cancel{y}/2}{\cancel{y}} = -\frac{s}{2}$$

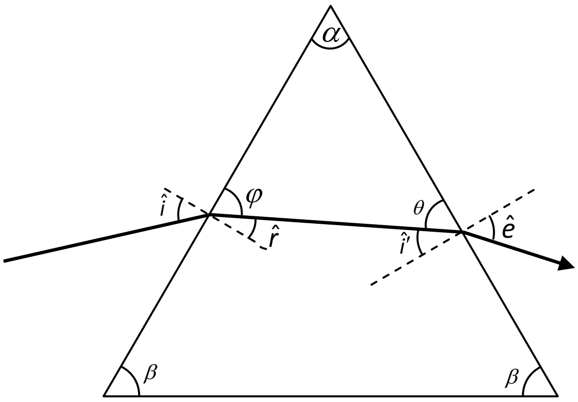
como $s < 0 \Rightarrow s' > 0$, lo que significa que la imagen se forma a la derecha del espejo.

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \ \Rightarrow\ \frac{1}{-s/2} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \ \Rightarrow\ -\frac{2}{s} + \frac{1}{s} = -\frac{1}{s} = \frac{1}{f} \quad s = -f = -\mathbf{60{,}0}\ \boldsymbol{cm}$$

**Sobre un prisma de vidrio de 45º e índice de refracción 1,55 incide un rayo de luz monocromática. Si el ángulo de incidencia es de 30º, calcula el ángulo de emergencia y la desviación producida en el rayo.**

**Solución**

Cuando no se nos dice cuál es la cara del prisma por la que entra el rayo, es porque lo hace por una de las laterales al ángulo del prisma ($\alpha$), como se indica en la figura.




Aplicando la ley de la refracción al rayo incidente,

$$n\sin\hat{i} = n'\sin\hat{r} \;\Rightarrow\; \sin\hat{r} = \frac{n}{n'}\sin\hat{i} = \frac{1}{1,55}\times\sin 30 = 0,323 \;\Rightarrow\; \hat{r} = 18,8º$$

Observa que $n = 1$ (índice de refracción del aire) y $n' = 1,55$.

Para hallar el ángulo de emergencia ($\hat{e}$), primero hay obtener el ángulo de incidencia del rayo refractado cuando incide en la superficie lateral derecha del prisma ($\hat{i}'$). En la figura se ve que,

$$\varphi + \hat{r} = 90 \;\Rightarrow\; \varphi = 90 - \hat{r} = 90 - 18,8 = 71,2º$$

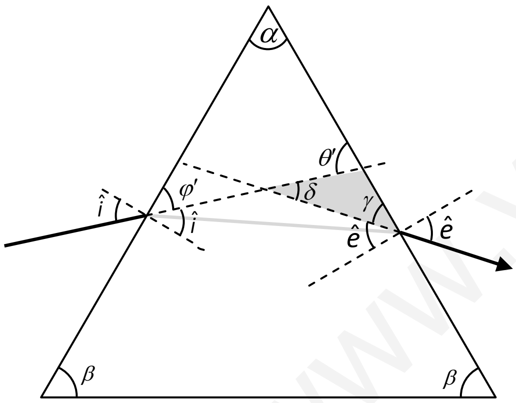
$$\alpha + \varphi + \theta = 180 \;\Rightarrow\; \theta = 180 - \alpha - \varphi = 180 - 45 - 71,2 = 63,8º$$

$$\hat{i}' + \theta = 90 \;\Rightarrow\; \hat{i}' = 90 - \theta = 90 - 63,8 = 26,2º$$

Aplicando de nuevo la ley de la refracción al rayo refractado que corre por el interior del prisma, calculamos el ángulo de emergencia ($\hat{e}$),

$$n\sin\hat{i}' = n'\sin\hat{e} \;\Rightarrow\; \sin\hat{e} = \frac{n}{n'}\sin\hat{i}' = \frac{1,55}{1}\times\sin 26,2 = 0,684 \;\Rightarrow\; \hat{e} = 43,1º$$

Nota que ahora $n = 1,55$ porque el rayo se desplaza por el interior del prisma y $n' = 1$ porque el rayo emergente corre en el aire.




Para obtener el ángulo de desviación ($\delta$), que es el formado por las prolongaciones de los rayos incidente y emergente, observa que,

$$\varphi' + \hat{i} = 90 \;\Rightarrow\; \varphi' = 90 - \hat{i} = 90 - 30 = 60º$$

$$180 = \alpha + \varphi' + \theta' \;\Rightarrow\; \theta' = 180 - \alpha - \varphi' = 180 - 45 - 60 = 75º$$

$$\hat{e} + \gamma = 90 \;\Rightarrow\; \gamma = 90 - \hat{e} = 90 - 43,2 = 46,8º$$

Observa ahora que $\theta'$ es un ángulo exterior del triángulo sombreado. Recuerda que un ángulo exterior a un triángulo es igual a la suma de los ángulos no adyacentes (en nuestro caso $\delta$ y $\gamma$); por lo tanto,

$$\theta' = \delta + \gamma \;\Rightarrow\; \delta = \theta' - \gamma = 75 - 46,8 = 28,2º$$

**Los dentistas usan para inspeccionar las piezas dentales una varilla metálica terminada en un espejito cóncavo de radio de curvatura 5 *cm*. Si se coloca a 2 *cm* de una posible caries de 1 *mm*, ¿de qué tamaño se verá ésta? (MP99)**

**Solución**

Puesto que el espejo es cóncavo, su centro de curvatura se sitúa a la izquierda del mismo; por lo que su radio es negativo. Es decir,

$$R=-5{,}0\,cm \Rightarrow f=R/2=-2{,}5\,cm$$

Por otro lado la posición del objeto es, $s=-2{,}00\,cm$

Ahora utilizamos la ecuación de los espejos para halla $s'$,

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'}=\frac{1}{f}-\frac{1}{s}=\frac{1}{-5/2}-\frac{1}{-2}=\frac{1}{2}-\frac{2}{5}=\frac{1}{10} \Rightarrow \boldsymbol{s'=10{,}0\,cm}$$

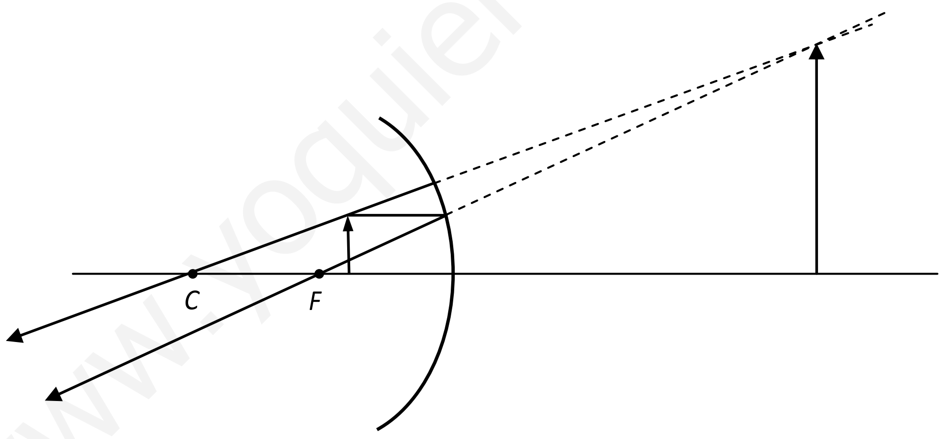
es decir, la imagen se forma a 10 *cm* por detrás del espejo (en la zona positiva del eje óptico); por lo tanto es una imagen virtual.

La ecuación del aumento lateral nos permite hallar el tamaño de la imagen,

$$M_L=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s} \Rightarrow \boldsymbol{y'}=-y\frac{s'}{s}=-1mm\frac{10\cancel{cm}}{-2\cancel{cm}}=\boldsymbol{5{,}00\,mm}$$

por lo que la imagen es derecha ( $y'>0$ ) y mayor que el objeto.

Representemos gráficamente el trazado de rayos,




**Nota**: Este espejo cóncavo actúa de lupa (igual que una lente biconvexa), por lo que el dentista ve la caries mayor.

**Mediante una lente se quiere proyectar la imagen de una diapositiva aumentada 20 veces sobre una pared distante 12 *m* de la lente. (S00)**

**a) Indica razonadamente qué clase de lente se necesita.**
**b) Calcula en qué posición hay que colocar la diapositiva.**
**c) Determina la distancia focal de la lente.**

**Solución**

Apartado a): La imagen es real (pues se proyecta en la pared); por lo tanto se necesita una lente convergente, ya que sólo éstas son capaces de formar imágenes reales.

Apartado b): Tengamos en cuenta que las imágenes reales se forman a la derecha de la lente (por tanto, $s'>0$) y que son invertidas (por tanto, $y'<0$). Entonces, de acuerdo con los datos del problema,

$$s'=12m \text{ y } y'=-20y \text{ (pues } y>0 \text{ siempre)}$$

Para calcular la posición de la diapositiva utilizamos el aumento lateral,

$$M_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\Rightarrow \boldsymbol{s}=s'\frac{y}{y'}=12\,m\times\frac{y}{-20y}=-\frac{12}{20}=\mathbf{-0{,}600\ \mathit{m}=-60{,}0\ \mathit{cm}}$$

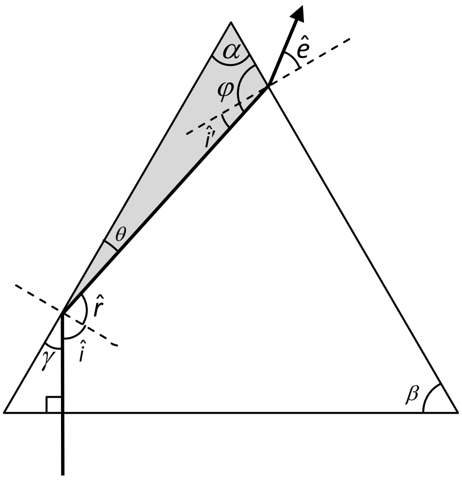
Apartado c): La distancia focal la hallamos con la fórmula de las lentes,

$$\frac{1}{f'}=\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{12}-\frac{1}{-0{,}6}=\frac{1}{12}+\frac{20}{12}=\frac{21}{12}\Rightarrow \boldsymbol{f'}=\frac{12}{21}=0{,}571\ m=\mathbf{57{,}1\ \mathit{cm}}$$

**Un haz de luz incide perpendicular a la cara opuesta de un prisma óptico de 50º cuyo índice de refracción es 1,5, como se ve en la figura.**

**a) Dibuja razonadamente la marcha de los rayos en el interior del prisma.**

**b) Calcula el ángulo de emergencia** ($\hat{e}$).




**Solución**

Como el haz incide perpendicularmente a la cara del prisma, no se desvía. Así que marcha sin desviarse hasta alcanzar la superficie lateral izquierda del prisma.

De la figura podemos deducir $\hat{i}$,

$$180 = \alpha + 2\beta \Rightarrow \beta = \frac{180-\alpha}{2} = \frac{180-50}{2} = 65º$$

$$180 = 90 + \beta + \gamma \Rightarrow \gamma = 90 - \beta = 90 - 65 = 25º$$

$$\hat{i} + \gamma = 90 \Rightarrow \hat{i} = 90 - \gamma = 65º$$

**Nota**: también se puede deducir directamente que $\hat{i} = 65º$ por perpendicularidad. Recuerda que ángulos formados por rectas mutuamente perpendiculares son iguales.

El haz que alcanza la superficie lateral del prisma puede refractarse o reflejarse. Aplicamos la ley de Snell para hallar el ángulo límite,

$$n \sin\hat{i} = n' \sin\hat{r} \Rightarrow n \sin\hat{l} = 1 \times \sin 90 = 1 \Rightarrow \sin\hat{l} = 1/n = 1/1,5 \Rightarrow \hat{l} = 41,8º$$

Puesto que $\hat{i} > \hat{l} \Rightarrow$ el haz se refleja. Aplicando la ley de Snell de la reflexión al haz,

$$\hat{r} = \hat{i} = 65º$$

Observa que el haz reflejado incide en la cara lateral derecha del prisma formando un ángulo de incidencia con la normal $\hat{i}'$. Tenemos que hallar este ángulo para saber si el haz se refleja o se refracta; de la figura tenemos,

$$90 = \hat{r} + \theta \Rightarrow \theta = 90 - \hat{r} = 90 - 65 = 25º$$

Una vez conocido $\theta$ podemos hallar $\hat{i}'$ a partir del triángulo rayado de la figura,

$$\theta + \varphi + \alpha = 180 \Rightarrow \varphi = 180 - \theta - \alpha = 180 - 25 - 50 = 105º$$

$$\varphi = 90 + \hat{i}' \Rightarrow \hat{i}' = \varphi - 90 = 105 - 90 = 15º$$

Como $\hat{i}' < \hat{l} \Rightarrow$ el haz se refracta. Entonces, aplicando la ley de Snell de la refracción,

$$n \sin\hat{i}' = n' \sin\hat{e} \Rightarrow \sin\hat{e} = \frac{n}{n'} \sin\hat{i}' = \frac{1,5}{1} \sin 15 = 0,388 \Rightarrow \boxed{\hat{e} = 22,8º}$$

**Un haz de rayos de luz paralelos pasan del agua al aire. Se pide:**

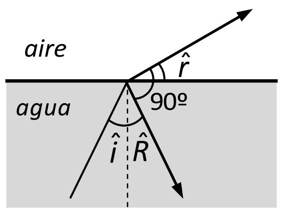
**a) El ángulo de incidencia si los rayos reflejados y refractados son perpendiculares.**

**b) El valor del ángulo límite.**

**Datos:** $n_{agua} = 1{,}33$

**Solución**

Recuerda que cuando un haz de luz pasa de un medio a otro, una parte del mismo se refracta y la otra (menor) se refleja. Esta es la razón por la que podemos ver el fondo de un estanque con agua (refracción) y al mismo tiempo nuestra propia imagen (reflexión).




Apartado a): Aplicando la ley de la refracción a los rayos incidente y refractado,

$$n_{agua}\sin\hat{i} = n_{aire}\sin\hat{r} \;\Rightarrow\; n_{agua}\sin\hat{i} = \sin\hat{r} \;\; (1) \;\; \text{pues} \;\; n_{aire} = 1$$

y aplicando la ley de la reflexión a los rayos incidente y reflejado,

$$\hat{i} = \hat{R} \;\; (2)$$

Por otro lado, de la figura se deduce que,

$$\hat{R} + 90 + \hat{r} = 180 \;\Rightarrow\; \hat{r} = 90 - \hat{R} \;\; (3)$$

De las ecuaciones (2) y (3) obtenemos que,

$$\hat{r} = 90 - \hat{i} \;\; (4)$$

y combinando las ecuaciones (1) y (4) llegamos a,

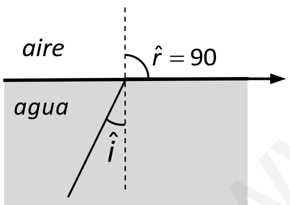
$$n_{agua}\sin\hat{i} = \sin(90 - \hat{i})$$

Teniendo en cuenta que $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b,$ tenemos de la ecuación anterior que,

$$n_{agua}\sin\hat{i} = \sin 90 \cos\vec{i} - \cos 90 \sin\hat{n} \;\Rightarrow\; n_{agua}\sin\hat{i} = \cos\vec{i} \;\; \text{pues} \;\; \sin 90 = 1 \;\text{y}\; \cos 90 = 0$$

$$n_{agua}\sin\hat{i} = \cos\vec{i} \;\Rightarrow\; \frac{\sin\hat{i}}{\cos\hat{i}} = \tan\hat{i} = \frac{1}{n_{agua}} = \frac{1}{1{,}33} \;\Rightarrow\; \boxed{\hat{i} = 36{,}9º}$$

Apartado b): El ángulo límite ( $\hat{l}$ ) es el que hace que el rayo refractado marche rasante a la superficie que separa ambos medios; es decir, que $\vec{r} = 90º.$ Entonces,




$$n_{agua}\sin\hat{l} = n_{aire}\sin 90 = 1 \;\Rightarrow$$

$$\sin\hat{l} = \frac{1}{n_{agua}} = \frac{1}{1{,}33} \;\Rightarrow\; \boxed{\hat{l} = 48{,}8º}$$

**Queremos obtener, con una lente delgada, una imagen virtual y derecha de 20 *cm* de un objeto de 10 *cm* de altura situado a una distancia de 2 *m* de la lente.**

**a) Indicar el tipo de lente que hay que utilizar. Razonar la respuesta.**

**b) Calcular la potencia, en dioptrías, de dicha lente.**

**c) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.**

**Solución**

Apartado a): El tamaño de la imagen es mayor que el del objeto. Y puesto que solo las lentes convergentes son capaces de formar imágenes mayores, la lente ha de ser convergente.

Apartado b): Para obtener la potencia tenemos que hallar la distancia focal imagen aplicando la ecuación de las lentes delgadas y la del aumento lateral. Ten en cuenta que el objeto está a la izquierda de la lente, por lo que $s=-2\ m$. Además las imágenes virtuales son derechas, por lo que tenemos que $y'=20\ cm$.

$$M_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\Rightarrow s'=s\frac{y'}{y}=-2\ m\times\frac{20\ \cancel{cm}}{10\ \cancel{cm}}=-4\ m$$

$$\frac{1}{f'}=\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{-4}-\frac{1}{-2}=\frac{2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}\Rightarrow f'=4\ m$$

La potencia es la inversa de la distancia focal imagen, así que,

$$P=\frac{1}{f'}=\frac{1}{4\ m}=0,25\ m^{-1}=\mathbf{0,25\ D}$$

Apartado c)