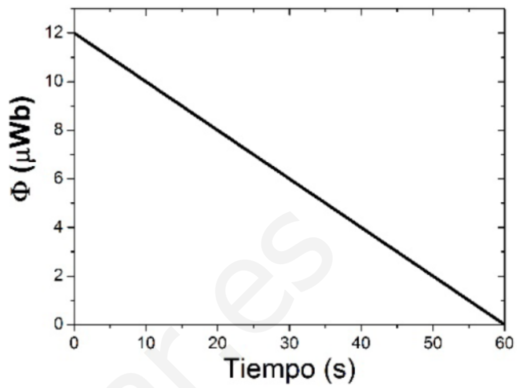
INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

1.- La figura de la derecha representa el flujo magnético a través de un circuito formado por dos raíles conductores paralelos separados 10 cm que descansan sobre el plano XY. Los raíles están unidos, en uno de sus extremos, por un hilo conductor fijo de 10 cm de longitud. El circuito se completa mediante una barra conductora que se desplaza sobre los raíles, acercándose al hilo conductor fijo, con velocidad constante. Determine:

a) La fuerza electromotriz inducida en el circuito.

b) La velocidad de la barra conductora si el circuito se encuentra inmerso en el seno de un campo magnético constante $\vec{B} = 200\vec{k}\,\mu T$



a) Utilizando la ley de Faraday

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Como la variación es constante (la pendiente es una recta) podemos plantear cociente de incrementos:

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{0 - 12\cdot 10^{-6}}{60 - 0} = 2\cdot 10^{-7}\,V$$

b) Utilizando la definición de flujo y teniendo en cuenta que el campo magnético es constante y perpendicular al plano XY del circuito:

$$\Phi = B\cdot S$$

Si llamamos L a la distancia entre raíles, la superficie la podemos expresar como:

$$S = L\cdot\left(s_0 + vt\right)$$

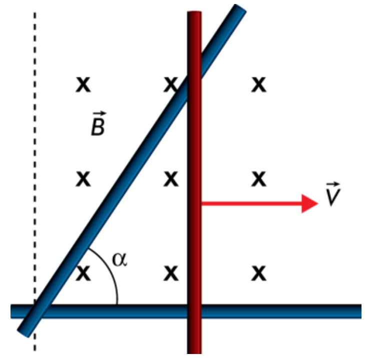
Si utilizamos la ley de Faraday

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -B\cdot L\cdot v \Rightarrow 2\cdot 10^{-7} = -200\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}1\cdot v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = -10^{-2}\,\frac{m}{s}$$

La velocidad es negativa reflejando que la superficie y el flujo disminuyen con el tiempo

2.- Se tiene el circuito de la figura en forma de triángulo rectángulo, formado por una barra conductora vertical que se desliza horizontalmente hacia la derecha con velocidad constante v = 2,3 m/s sobre dos barras conductoras fijas que forman un ángulo α = 45º.



Perpendicular al plano del circuito hay un campo magnético uniforme y constante B = 0,5 T cuyo sentido es entrante en el plano del papel. Si en el instante inicial t = 0 la barra se encuentra en el vértice izquierdo del circuito:
a) Calcula la fuerza electromotriz inducida en el circuito en el instante de tiempo t = 15 s.
b) Calcula la corriente eléctrica que circula por el circuito en el instante t=15 s, si la resistencia eléctrica total del circuito en ese instante es 5 Ω. Indica el sentido en el que circula la corriente eléctrica.

a) Hallamos la superficie del triángulo formado por las barras teniendo en cuenta el valor del lado x (x=v·t), y que el valor de la altura (h) es igual a x·tgα $\left(\mathrm{tg}\alpha = \frac{h}{x}\right)$:

$$S = \frac{1}{2} x \cdot h$$

$$S = \frac{1}{2} x \cdot x \cdot \mathrm{tg}45º = \frac{1}{2} x^2 = \frac{1}{2} v^2 \cdot t^2$$

Determinamos el valor del flujo en función del tiempo:

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot \frac{1}{2} v^2 \cdot t^2$$

Calculamos el valor de la f.e.m.:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B \cdot \frac{1}{2} v^2 \cdot t^2\right) = -\frac{1}{2} B \cdot v^2 \cdot \frac{d\left(t^2\right)}{dt} = -B \cdot v^2 \cdot t = -0,5 \cdot (2,3)^2 \cdot 15 = -39,68V$$

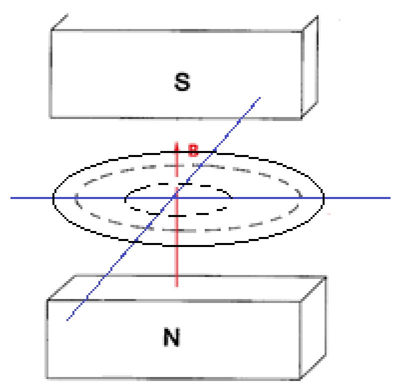
b) El valor de la intensidad de la corriente eléctrica en el instante indicado es:

$$I = \frac{e}{R} = \frac{-39,68}{5} = -7,94A$$

en sentido antihorario, pues la corriente eléctrica inducida se opone a la variación de flujo, por lo que crea un flujo hacia afuera del papel, para lo que dicha corriente tiene que tener el indicado sentido antihorario.

(los signos negativos no son necesarios escribirlos en la respuesta del ejercicio)

3.- Un campo magnético uniforme y constante de 0,01 T está dirigido a lo largo del eje OZ. Una espira circular se encuentra situada en el plano XY, centrada en el origen, y tiene un radio que varía en el tiempo según la función r = 0,1 – 10 t (en unidades del SI). Determina:
a) La expresión del flujo magnético a través de la espira.
b) En qué instante de tiempo la fem inducida en la espira es 0,01 V.



a) El flujo magnético a través de una espira viene dado por:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

Si la espira se encuentra en el plano XY y el campo magnético está dirigido a lo largo del eje OZ, quiere decir, que el campo es paralelo a la normal de la espira. Por tanto, cos α = 1, y el flujo será máximo.

$$\Phi = B \cdot S = 0,01 \cdot \pi(0,1 - 10t)^2 =$$

$$= 0,01 \cdot 3,14 \cdot \left(0,1^2 - 2 \cdot 0,1 \cdot 10t + 10^2 t^2\right) =$$

$$= 3,14 \cdot 10^{-4} - 6,28 \cdot 10^{-2} t + 3,14 t^2 \ \text{Wb}$$

b) La fem inducida en cualquier instante viene dada por la derivada del flujo:

$$e=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{d}{dt}\left(3{,}14\cdot10^{-4}-6{,}28\cdot10^{-2}t+3{,}14t^2\right)=6{,}28\cdot10^{-2}-6{,}28t\ \text{V}$$

Para determinar el instante en que esta fem toma el valor de 0,01 V, resolvemos la ecuación:

$$6{,}28\cdot10^{-2}-6{,}28t=0{,}01$$

$$t=\frac{0{,}0628-0{,}01}{6{,}28}=0{,}008\text{s}$$

4.- Una espira circular de 2 cm de radio se encuentra en un campo magnético uniforme de dirección normal al plano de la espira y de intensidad variable en el tiempo B = 3 t^2 + 4 (SI).
a) Deduce la expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo.
b) Calcula la expresión de la fem inducida en función del tiempo, indica qué tipo de gráfica se obtiene y calcula su valor para t=2s.

a) Partimos de la expresión del flujo magnético:

$$\Phi=B\cdot S\cdot\cos\alpha\Rightarrow\alpha=0\Rightarrow\cos\alpha=1$$

$$\Phi=B\cdot S=(3t^2+4)\cdot\pi\cdot(2\cdot10^{-2})^2=(3t^2+4)\cdot12{,}57\cdot10^{-4}=3{,}77\cdot10^{-3}t^2+5{,}028\cdot10^{-3}\ \text{Wb}$$

b) Para hallar la expresión de la fem inducida en función del tiempo partimos de la expresión:

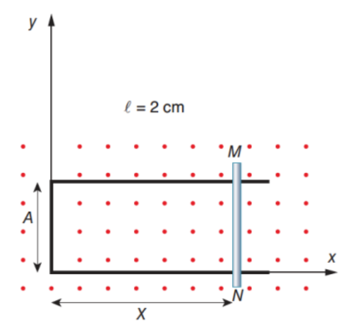
$$e=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{d(B\cdot S)}{dt}=-S\cdot\frac{dB}{dt}=-\pi\cdot\left(2\cdot10^{\ 2}\right)^2\cdot\frac{d\left(3t^2+4\right)}{dt}=-\pi\cdot4\cdot10^{-4}\cdot6t=$$
$$=-24\cdot\pi\cdot10^{-4}\cdot t=-7{,}54\cdot10^{-3}t\ \text{V}$$

que corresponde a la ecuación de una recta.

Para t = 2 s, el valor de la fem es:

$$e=-7{,}54\cdot10^{-3}t\ \text{V}=-7{,}54\cdot10^{-3}\cdot2\ \text{V}=-1{,}51\cdot10^{-2}\text{V}$$

5.- Sobre un hilo conductor de resistencia despreciable, que tiene la forma que se indica en la figura, se puede deslizar una varilla MN de resistencia R=10Ω en presencia de un campo magnético uniforme, B, de valor 50 mT, perpendicularmente al plano del circuito. La varilla oscila en la dirección del eje OX de acuerdo con la expresión x = x_0 + A sen (ωt), siendo x_0 = 10 cm, A = 5 cm y el periodo de oscilación 10 s.
a) Calcula en función del tiempo el flujo magnético que atraviesa el circuito.
b) Calcula en función del tiempo la corriente en el circuito.



a) El flujo magnético que atraviesa el plano de la figura viene dado por:

$$\Phi=B\cdot S=B\cdot L\cdot x=B\cdot L\cdot\left(x_0+A\text{sen}\omega t\right)=50\cdot10^{-3}\cdot5\cdot10^{-2}\cdot\left(10^{-1}+5\cdot10^{-2}\text{sen}\frac{2\pi}{T}t\right)=$$
$$=2{,}5\cdot10^{-3}\cdot\left(10^{-1}+5\cdot10^{-2}\text{sen}\frac{2\pi}{10}t\right)=2{,}5\cdot10^{-4}+1{,}25\cdot10^{-4}\text{sen}\frac{\pi}{5}t\ \text{Wb}$$

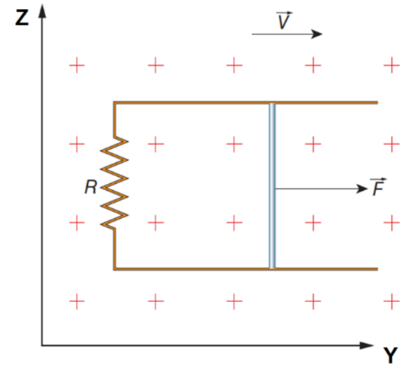
b) La fem que se induce en el circuito viene dada por la derivada de la función anterior:

$$e=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{d}{dt}\left(2{,}5\cdot10^{-4}+1{,}25\cdot10^{-4}\text{sen}\frac{\pi}{5}t\ \text{Wb}\right)=-1{,}25\cdot10^{-4}\,\frac{\pi}{5}\cos\frac{\pi}{5}t=-7{,}85\cdot10^{-5}\cos\frac{\pi}{5}t\ \ \text{V}$$

La intensidad de la corriente viene dada por la Ley de Ohm.

$$I=\frac{|e|}{R}=\frac{7{,}85\cdot10^{-5}\cos\frac{\pi}{5}t}{10}=7{,}85\cdot10^{-6}\cos\frac{\pi}{5}t\ \text{A}$$

6.- Un circuito situado en el plano YZ consta de un conductor recto de 0,1 m de longitud que se desliza a lo largo de unos raíles conductores paralelos fijos como indica la figura. La parte fija del circuito tiene una resistencia de 5Ω. El circuito está sometido a la acción de un campo magnético $\vec{B} = -0,6\vec{i}\ T$. Desplazamos el conductor hacia la derecha con velocidad $\vec{v} = 20\vec{j}\,\frac{m}{s}$. Halla la fem inducida y la intensidad de la corriente inducida.



Por efecto del movimiento del conductor recto hacia la derecha se origina una fuerza magnética; esta produce una corriente eléctrica inducida. Al modificarse el área del circuito, el flujo magnético varía y se produce una fem inducida.

El flujo en cada instante es:

$$\Phi_t = B \cdot L \cdot x$$

Obtenemos la fem inducida a partir de la Ley de Faraday:

$$e = -\frac{d\Phi_t}{dt} = -\frac{d(B \cdot L \cdot x)}{dt} = -B \cdot L \cdot \frac{dx}{dt} = -B \cdot L \cdot v$$ expresión que, aplicada a nuestro problema toma la forma:

$$e = -0,6T \cdot 0,1m \cdot 20\frac{m}{s} = -1,2V$$

La intensidad de la corriente viene determinada mediante la Ley de Ohm:

$$I = \frac{|e|}{R} = \frac{1,2\ V}{5\ \Omega} = 0,24\ A$$