Problema 1

Una bobina circular de 20 cm de radio y 10 espiras se encuentra, en el instante inicial, en el interior de un campo magnético uniforme de 0,04 T, que es perpendicular al plano de su superficie. Si la bobina comienza a girar alrededor de uno de sus diámetros, determine:

a) El flujo magnético máximo que atraviesa la bobina.
b) La fuerza electromotriz inducida (fem) en la bobina en el instante: *t* = 0,1 s, si gira con una velocidad angular constante de 120 rpm.

a) Datos:

$r = 20\ cm = 0,2\ m$

$N = 10$ Se define el flujo magnético de la siguiente forma:

$B = 0,04\ T$

$$\phi = N\vec{B} \cdot \vec{S} = NB \cdot S \cdot \cos\theta$$

$¿\phi_{\max}?$ Escribimos el ángulo girado en función de la frecuencia de giro de la espira.

$$\phi = NB \cdot S \cdot \cos\theta = NB \cdot S \cdot \cos(\omega t)\ \text{(Wb)}$$

El flujo será máximo cuando $\cos(\omega t) = \pm 1$:

$$\phi_{\max} = \pm NBS = \pm 10 \cdot 0,04 \cdot \pi \cdot 0,2^2 = \pm 0,016\pi\ Wb = \pm 0,05\ Wb$$

$$\boxed{\phi_{\max} = \pm 0,05\ Wb}$$

b)

$\omega = 120\ rpm = 120 \dfrac{rev}{\min} \cdot \dfrac{2\pi\ rad}{1\ rev} \cdot \dfrac{1\ \min}{60\ s} = 4\pi\ \dfrac{rad}{s}$

$¿\varepsilon(t = 0,1)?$

Al girar la espira en el interior del campo magnético varía el flujo magnético a través de la misma. A consecuencia de ello se induce una fuerza electromotriz, que viene dada por la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

Debido a esta fem inducida aparece una corriente eléctrica inducida.

Si aplicamos la ley de Faraday-Lenz obtendremos una expresión para la fem inducida en función del tiempo:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\left(NB \cdot S \cdot \cos(\omega t)\right)}{dt} = NBS\omega \cdot sen(\omega t)\ \text{(V)}$$

Sustituimos los datos del enunciado y calculamos el valor de la fem para t = 0,1 s.

$$\varepsilon(t) = 10 \cdot 0,04\pi \cdot 0,2^2 \cdot 4\pi \cdot sen(4\pi t) = 0,064\pi^2 sen(4\pi t)\ (V)$$
$$\varepsilon(t = 0,1) = 0,064\pi^2 sen(4\pi \cdot 0,1) = 0,60\ V$$

$$\boxed{\varepsilon(t = 0,1) = 0,60\ V}$$

NOTA IMPORTANTE: la calculadora debe estar en radianes, ya que la velocidad angular viene dada en rad/s

Problema 2

Una espira circular de 2 cm de radio se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme: B = 3,6 T paralelo al eje *Z*. Inicialmente la espira se encuentra contenida en el plano *XY*. En el instante *t* = 0 la espira comienza a rotar en torno a un eje diametral con una velocidad angular constante: ω = 6 rad·s^{-1}.

a) Si la resistencia total de la espira es de 3 Ω, determine la máxima corriente eléctrica inducida en la espira e indique para qué orientación de la espira se alcanza.

b) Obtenga el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira en el instante t = 3 s.

a) Datos:

$r = 2\ cm = 0,02\ m$

$B = 3,6\ T$

$\omega = 6\ rads^{-1}$

$R = 6\ \Omega$

$¿I_{max}?$

Se define el **flujo magnético** de la siguiente forma:

$$\phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cdot\cos\theta = BS\cos\omega t \ \text{(Wb)}$$

Al girar la espira en el interior del campo magnético varía el flujo magnético a través de la misma. A consecuencia de ello se induce una fuerza electromotriz, que viene dada por la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

Debido a esta fem inducida aparece una corriente eléctrica inducida.

Si aplicamos la **ley de Faraday-Lenz** obtendremos una expresión para la fem inducida en función del tiempo:

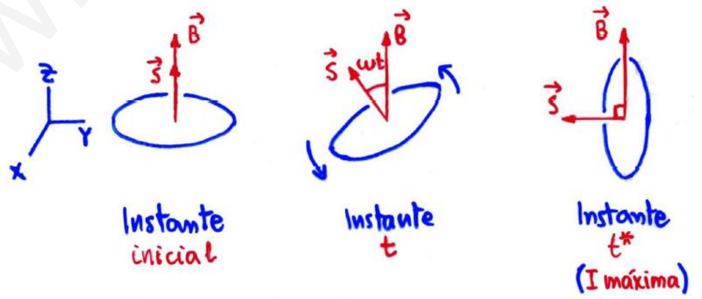
$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\left(BS\cos\omega t\right)}{dt} = BS\omega\cdot sen\omega t \ \text{(V)}$$

Utilizamos la **ley de Ohm** para calcular el valor de la intensidad de la corriente inducida:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BS\omega sen\omega t}{R} = \frac{BS\omega}{R}sen\omega t \xrightarrow{sen\omega t=\pm1} I_{max} = \frac{BS\omega}{R} \ \text{(A)}$$

Sustituyendo los datos, queda:

$$I_{max} = \frac{BS\omega}{R} = \frac{3,6T\cdot\pi\cdot 0,02^2\cdot 6\ rads^{-1}}{3\ \Omega} = 9,05\cdot 10^{-3}\ A$$



La intensidad de corriente será máxima cuando:

$$sen\omega t = \pm 1 \rightarrow \omega t = \pm\frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{el ángulo formado por } \mathbf{B} \text{ y } \mathbf{S} \text{ será de } 90°$$

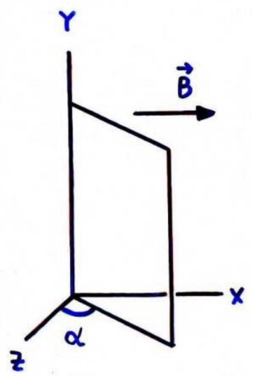
b) $¿\varepsilon\left(t=3\right)?$

$$\varepsilon\left(t\right) = BS\omega\cdot sen\omega t \xrightarrow{Datos} \varepsilon\left(t=3\right) = 3,6T\cdot\pi\cdot 0,02^2\cdot 6\ rads^{-1}sen\left(6\cdot 3\right) = -2,04\cdot 10^{-2}V$$

$$\boxed{\varepsilon\left(t=3\right) = -2,04\cdot 10^{-2}V}$$

NOTA IMPORTANTE: la calculadora debe estar en radianes, ya que la velocidad angular viene dada en rad/s

Problema 3



Una espira cuadrada de 1,5 Ω de resistencia está inmersa en un campo magnético uniforme B = 0,03 T dirigido según el sentido positivo del eje X. La espira tiene 2 cm de lado y forma un ángulo α variable con el plano YZ como se muestra en la figura:

a) Si se hace girar la espira alrededor del eje Y con una frecuencia de rotación de 60 Hz, siendo α = π/2 en el instante t = 0, obtenga la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.

b) ¿Cuál debe ser la velocidad angular de la espira para que la corriente máxima que circule por ella sea de 2 mA?

a) Datos:

$R = 15\ \Omega$

$r = 2\ cm$

$B = 0,03\ T$

$f = 60\ \text{Hz}$

$t = 0 \rightarrow \alpha_0 = \dfrac{\pi}{2}$

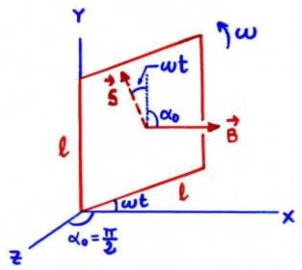
$¿\varepsilon(t)?$

Al girar la espira en el interior del campo magnético varía el flujo magnético a través de la misma. A consecuencia de ello se induce una fuerza electromotriz, que viene dada por la ley de Faraday-Lenz: $\varepsilon = -\dfrac{d\phi}{dt}$

Debido a esta fem inducida aparece una corriente eléctrica inducida. El sentido de la corriente inducida se opone a la variación del flujo magnético.

Se define el flujo magnético como el producto escalar de los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$:

$$\phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cdot\cos\theta$$



Escribimos el ángulo girado en función de la frecuencia de giro de la espira. Añadimos un desfase α_0 para satisfacer la condición inicial. En el instante t = 0 la espira no está siendo atravesada por líneas de campo, por lo que el flujo magnético en dicho instante deberá ser nulo:

$$\phi = B\cdot S\cdot\cos\theta = B\cdot S\cdot\cos(\omega t + \alpha_0)\ \text{(Wb)}$$

Si aplicamos la ley de Faraday-Lenz obtendremos una expresión para la fem inducida en función del tiempo:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\left(B\cdot S\cdot\cos(\omega t + \alpha_0)\right)}{dt} = BS\omega\cdot sen(\omega t + \alpha_0)\ \text{(V)}$$

Sustituimos los datos del enunciado, sabiendo que $S = l^2$, $\omega = 2\pi f = 120\pi$ rad/s y $\alpha_0 = \dfrac{\pi}{2}$:

$$\varepsilon = 0,03\cdot 0,02^2\cdot 120\pi\cdot sen\left(120\pi\cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 4,5\cdot 10^{-3} sen\left(120\pi\cdot t + \frac{\pi}{2}\right)\ (V)$$

$$\boxed{\varepsilon(t) = 4,5\cdot 10^{-3} sen\left(120\pi\cdot t + \frac{\pi}{2}\right)\ (V)}$$

b) Datos:
$¿\omega$ si $I_{max} = 2\ mA?$
La ley de Ohm establece una relación entre la fem inducida y la corriente inducida en el circuito de la forma: $I = \frac{\varepsilon}{R}$. El valor máximo de la corriente inducida se dará cuando la fem inducida sea máxima: $I_{max} = \frac{\varepsilon_{max}}{R}$, por lo que $\varepsilon_{max} = I_{max} \cdot R$

La fem es máxima si $\cos\left(120\pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 1$ y su valor máximo será: $\varepsilon_{max} = BS\omega$.
Operando:

$$\varepsilon_{max} = I_{max} \cdot R \rightarrow BS\omega = I_{max} \cdot R \rightarrow \omega = \frac{I_{max} \cdot R}{BS}$$

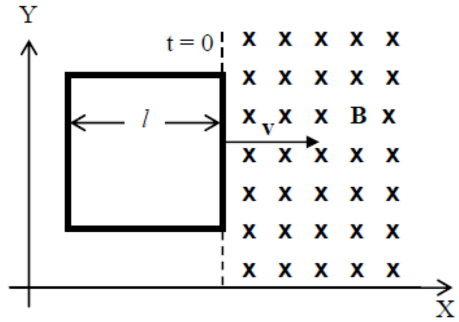
Sustituimos los datos del enunciado:

$$\omega = \frac{I_{max} \cdot R}{BS} = \frac{2 \cdot 10^{-3} A \cdot 1{,}5\Omega}{0{,}03T \cdot (0{,}02m)^2} = 250 \text{ rad/s} \rightarrow \boxed{\omega = 250 \text{ rad/s}}$$

Problema 4

Una espira cuadrada de lado *l* = 5 cm situada en el plano XY se desplaza como se muestra en la figura. En el instante t = 0 la espira encuentra una región del espacio en donde hay un campo magnético uniforme B = 0,1 T, perpendicular al plano XY con sentido hacia dentro del papel (ver figura).

a) Sabiendo que al penetrar la espira en el campo se induce una corriente eléctrica de $5 \cdot 10^{-5}$ A durante 2 segundos, calcule la velocidad *v* y la resistencia de la espira.
b) Represente gráficamente la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo desde el instante t = 0 e indique el sentido de la corriente inducida en la espira.



Modelo 2008

a) Datos:
l = 5 cm = 0,05 m
B = 0,1 T
I = $5 \cdot 10^{-5}$ A si Δt = 2 s
$¿v?¿R?$

Mientras la espira entra en la región, como la velocidad es constante y el campo magnético uniforme, el flujo magnético aumenta de manera uniforme y la tensión y corriente inducida son también constantes, y el dato de los 2 s durante el que hay una corriente inducida (constante durante ese tiempo) nos sirve para saber cuánto tiempo ha tardado la espira en entrar del todo, que implica avanzar una distancia *l.* Calculamos la velocidad de la espira:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0{,}05\ m}{2\ s} = 0{,}025\ ms^{-1} \rightarrow \boxed{v = 0{,}025\ ms^{-1}}$$

Al ir entrando la espira en el campo, el flujo magnético que la atraviesa en sentido entrante va aumentando, por lo que aparece una fuerza electromotriz inducida que se opone a su variación. Esta fem viene dada por la ley de Faraday-Lenz: $\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}$. Considerando que $\vec{B}$ y $\vec{S}$ son paralelos:

$$\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}=-\frac{d\left(\vec{B}\cdot\vec{S}\right)}{dt}=-\frac{d\left(B\cdot S\cdot\cos\theta\right)}{dt}=-\frac{d\left(B\cdot S\cdot\cos 0\right)}{dt}=-\frac{d\left(B\cdot S\right)}{dt}=-B\frac{dS}{dt}=-Blv$$

$$S=lx\xrightarrow{x=vt(MRU)}S=lvt$$

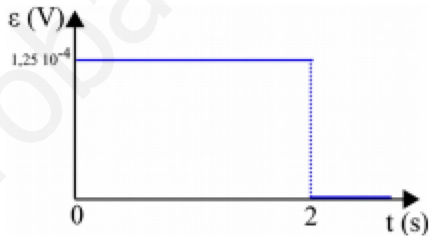
Sustituimos los datos:

$$\varepsilon=-Blv=-0,1\cdot 0,05\cdot 0,025=-1,25\cdot 10^{-4}\ V$$

Utilizamos la ley de Ohm para calcular el valor de R: $I=\frac{\varepsilon}{R}$.

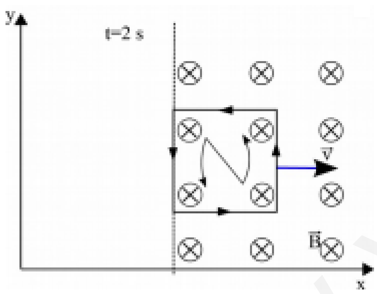
$$R=\frac{\varepsilon}{I}=\frac{\left|-1,25\cdot 10^{-4}\ V\right|}{5\cdot 10^{-5}\ \text{A}}=2,5\ \Omega\rightarrow\boxed{R=2,5\ \Omega}$$

b) Representación gráfica $\varepsilon\left(t\right)$



La representación gráfica de la fuerza electromotriz es un pulso rectangular de amplitud 1,25 10^{-4} V y 2 s de anchura. El sentido de la corriente inducida es tal y que se opone al aumento de flujo magnético en la espira mientras ésta se adentra en la región, por lo que produce un campo magnético inducido de sentido opuesto y circula en el sentido opuesto a las agujas del reloj en la representación.

(Hemos representado $\left|\varepsilon\left(t\right)\right|$ en la gráfica)

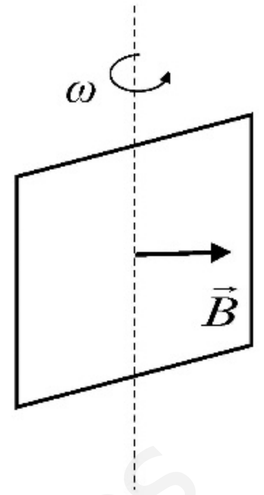


Como el flujo magnético entrante a través de la espira está aumentando, por la espira comienza a circular una corriente eléctrica inducida en **sentido antihorario**. De esta forma la espira genera su propio campo magnético saliente, compensando así la variación de flujo.

Problema 5. Una espira cuadrada gira con un período de 0,5 s en presencia de un campo magnético uniforme de 400 mT perpendicular al eje de giro. Sabiendo que en el instante inicial su flujo magnético es máximo e igual a 1,6 10^{-2} T m^2, determine:

a) La longitud del lado de la espira y la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

b) La expresión de la fuerza electromotriz (fem) inducida en función del tiempo y su valor en t = 1 s.



Solución:

a) El flujo magnético de la espira es:

$$\Phi_m(t) = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\,a^2\cos(\omega t+\phi) = \Phi_{m,\max}\cos(\omega t+\phi)$$

Como para t = 0 el flujo es máximo:

$$\Phi_m(t) = \Phi_{m,\max}\cos(\phi) = \Phi_{m,\max} \Rightarrow \phi = 0$$

Por su parte, el flujo máximo es el producto del campo magnético por la superficie de la espira:

$$\Phi_{m,\max} = Ba^2 \Rightarrow a = \sqrt{\frac{\Phi_{m,\max}}{B}} = 20\text{ cm}$$

Para completar la expresión del flujo, tenemos que hallar la frecuencia angular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi\text{ rad s}^{-1}$$

De manera que la expresión del flujo en función del tiempo es:

$$\Phi_m = Ba^2\cos(4\pi t) = 1{,}6\cdot10^{-2}\cos(4\pi t)\text{ T m}^2$$

También es válida la expresión del flujo con la función seno:

$$\Phi_m = Ba^2\,\text{sen}\left(4\pi t+\frac{\pi}{2}\right) = 1{,}6\cdot10^{-2}\,\text{sen}\left(4\pi t+\frac{\pi}{2}\right)\text{T m}^2$$

Al no haber especificado el signo, serían igualmente válidas las expresiones con signo negativo.

b) La expresión de la fem inducida se halla con la ley de Faraday,

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = 0{,}2\,\text{sen}(4\pi t)\text{ V}$$

Sustituyendo t = 1 s, tenemos:

$$\mathcal{E} = 0\text{ V}$$

Como en el caso anterior, la expresión hallada con la función seno sería válida:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\,0{,}2\cos\left(4\pi t+\frac{\pi}{2}\right)\text{V}$$

Al no haber especificado un criterio de signos, las expresiones anteriores se pueden escribir con signo positivo o negativo.