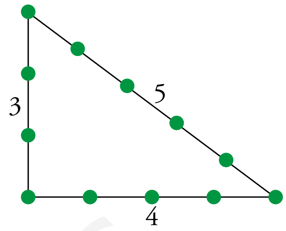
11 TEOREMA DE PITÁGORAS

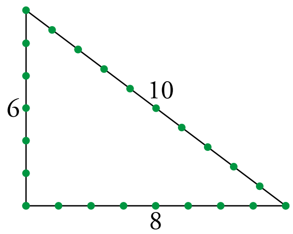
Página 218

1 ¿Crees que otro triángulo, de lados doble que los de la derecha, 6 cm, 8 cm, 10 cm, será también rectángulo? Dibújalo y compruébalo.



Se puede comprobar que es rectángulo utilizando una escuadra, o comprobando que se cumple la igualdad:

$6^2 + 8^2 = 10^2$



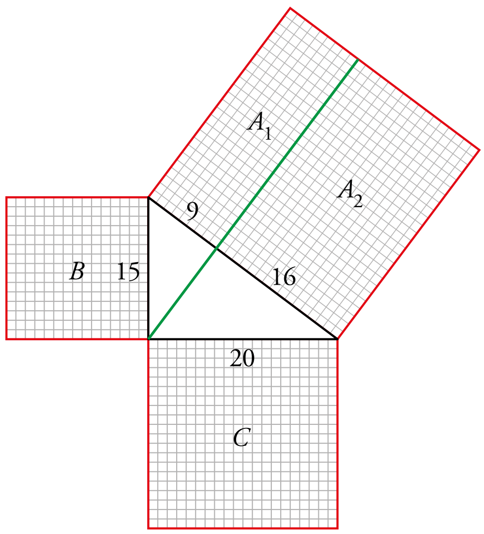
2 Atendiendo al teorema de Pitágoras, si B ocupa 9 cm² y C ocupa 16 cm², ¿cuánto ocupa A?

$9 + 16 = 25$

A ocupa 25 cm².

Página 219

3 Observa la figura y responde. Tomando como unidad el cuadro de la cuadrícula:



a) ¿Cuántas unidades cuadradas contiene el cuadrado pequeño, B? ¿Y el rectángulo A_1? ¿Qué observas?

b) Comprueba que el número de unidades del cuadrado C coincide con el de A_2.

c) Enuncia la propiedad.

d) ¿Qué teorema se confirma? Enúncialo.

a) Área de $B = 15 \cdot 15 = 225$ unidades cuadradas

Área de $A_1 = 9 \cdot 25 = 225$ unidades cuadradas

Que A_1 y B contienen las mismas unidades cuadradas.

b) Área de $C = 20 \cdot 20 = 400$ unidades cuadradas

Área de $A_2 = 16 \cdot 25 = 400$ unidades cuadradas

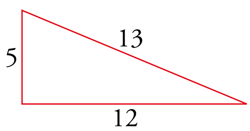
c) El área de los cuadrados B y C suman lo mismo que el área del cuadrado grande:

Área de B + Área de C = Área de A_1 + Área de A_2 = Área de A

d) Se confirma el teorema de Pitágoras:

El área del cuadrado grande equivale a la suma de las áreas de los dos pequeños.

4 Dibuja un triángulo de lados 5 cm, 12 cm y 13 cm. Comprueba, con la escuadra, que es rectángulo. Expresa en una igualdad la relación que existe entre las medidas de los lados.



$12^2 + 5^2 = 13^2$

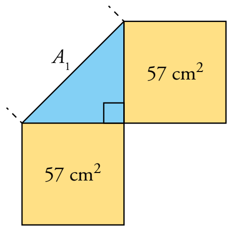
1 ▶ TEOREMA DE PITÁGORAS

Página 221

Para fijar ideas

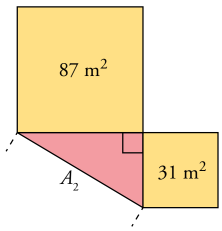
1 **Dibuja en tu cuaderno estas figuras. Complétalas construyendo el cuadrado que falta en cada una y di cuál es su área.**

a)



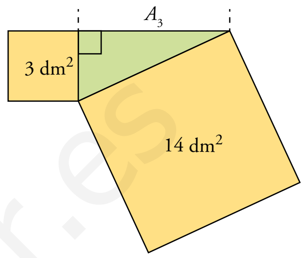
A_1 = 57 + 57 = … cm²

b)



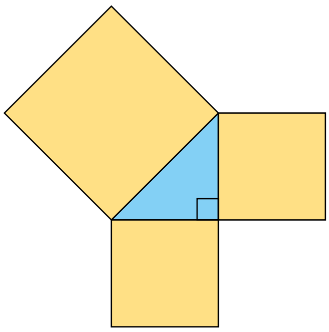
A_2 = 87 + … = … m²

c)



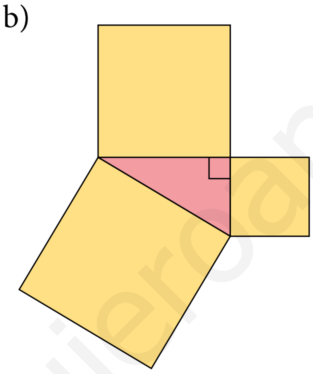
A_3 = 14 – … = … dm²

a)



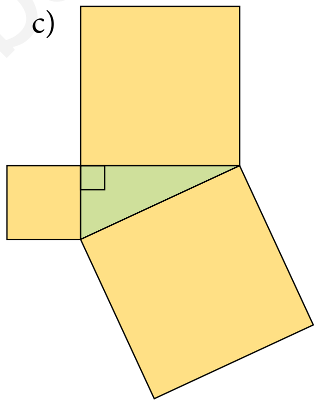
$A_1 = 57 + 57 = 114 \text{ cm}^2$

b)



$A_2 = 87 + 31 = 118 \text{ m}^2$

c)



$A_3 = 14 - 3 = 11 \text{ dm}^2$

2 **Copia y completa para averiguar si cada uno de los siguientes triángulos es rectángulo, obtusángulo o acutángulo.**

a) 70 cm, 240 cm, 245 cm

$$\left.\begin{array}{l} 70^2 + 240^2 = 4\,900 + 57\,600 = 62\,500 \\ 245^2 = 60\,025 \end{array}\right\} \rightarrow 245^2 < 70^2 + 240^2 \rightarrow \text{El triángulo es acutángulo.}$$

b) 15 dm, 36 dm, 39 dm

$$\left.\begin{array}{l} 15^2 + 36^2 = 225 + 1\,296 = 1\,521 \\ 39^2 = 1\,521 \end{array}\right\} \rightarrow 39^2 = 15^2 + 36^2 \rightarrow \text{El triángulo es rectángulo.}$$

c) 18 m, 80 m, 83 m

$$\left.\begin{array}{l} 18^2 + 80^2 = 324 + 6\,400 = 6\,724 \\ 83^2 = 6\,889 \end{array}\right\} \rightarrow 83^2 > 18^2 + 80^2 \rightarrow \text{El triángulo es obtusángulo.}$$

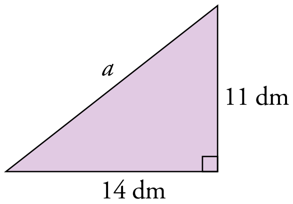
2 ▶ CÁLCULO DE UN LADO CONOCIENDO LOS OTROS DOS

Página 222

Para fijar ideas

1 **Copia y completa para hallar el lado desconocido en cada uno de estos triángulos.**

a)

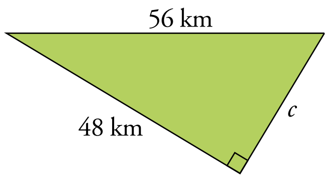


El lado desconocido es la hipotenusa, *a*.

$$a^2 = 11^2 + 14^2 \rightarrow a = \sqrt{11^2 + 14^2} = \sqrt{121 + 196} = \sqrt{317} = 17,8$$

La hipotenusa mide 18 dm, aproximadamente.

b)



El lado desconocido es el cateto, *c*.

$$56^2 = 48^2 + c^2 \rightarrow c^2 = 56^2 - 48^2 \rightarrow c = \sqrt{3136 - 2\,304} = 28,84$$

El otro cateto mide 29 km, aproximadamente.

Para practicar

1 **Halla la longitud del lado desconocido en estos triángulos rectángulos, donde *a* es la hipotenusa, aproximando cuando haga falta hasta dos cifras decimales.**

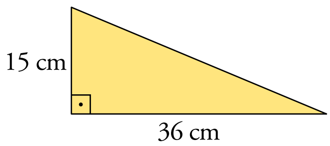
a) $c = 70$ **mm;** $a = 74$ **mm**

b) $b = 15$ **cm;** $a = 25$ **cm**

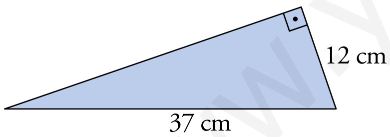
c) $b = 14$ **m;** $c = 48$ **m**

d) $b = 13$ **pulgadas;** $c = 84$ **pulgadas**

e)



f)



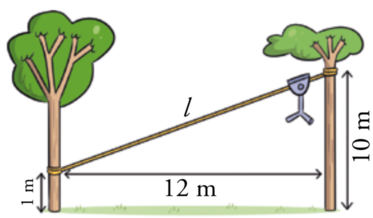
a) $b = 24$ mm b) $c = 20$ cm c) $a = 50$ m d) $a = 85$ pulgadas e) $a = 39$ cm f) $c = 35$ cm

Página 223

Para fijar ideas

Copia, completa y comprueba, en cada caso, que llegas a la solución que se ofrece.

2 **Se va a tender una tirolina entre dos árboles separados 12 m. El cable estará atado a 10 m de altura en un árbol y a 1 m de altura en el otro. ¿Cuál será la longitud del cable si además de colocarlo en tensión se necesita un 10 % más para atarlo a los árboles?**



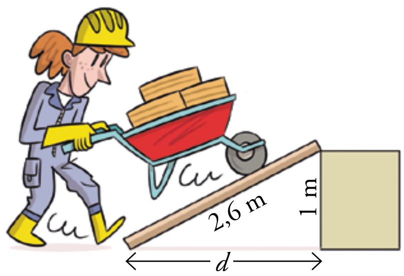
Conociendo los catetos, hallamos la hipotenusa.

$$l^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 \rightarrow l = \sqrt{225} = 15 \text{ m}$$

La longitud del cable tenso es de 15 m.

Añadiendo un 10 % $\rightarrow$ $15 \cdot 1,10 = 16,5$ m

3 **Queremos salvar un escalón de 1 m de altura para pasar con la carretilla. Disponemos de un tablón de 2,6 m. ¿A qué distancia del escalón empieza la rampa?**

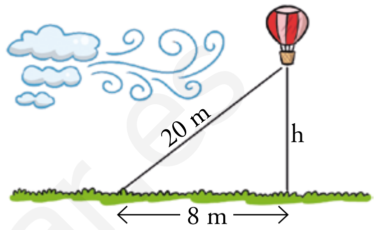


Conociendo la hipotenusa y el cateto vertical, calculamos el cateto horizontal.

$$d^2 = 2{,}6^2 - 1^2 = 6{,}76 - 1 = 5{,}76 \rightarrow d = \sqrt{5{,}76} = 2{,}4 \text{ m}$$

El pie del tablón estará situado a 2,4 m del escalón, o algo menos para que pueda apoyarse arriba.

4 **Un globo está amarrado al suelo con una cuerda de 20 m. El viento lo empuja, manteniendo tensa la cuerda, de forma que la vertical del globo se aleja 8 m del punto de amarre. ¿A qué altura se encuentra el globo?**

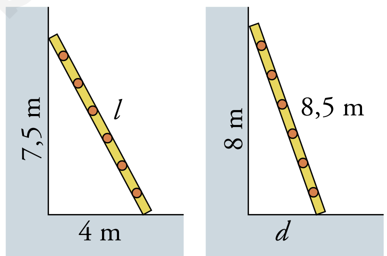


Calculamos la longitud del cateto vertical.

$$h^2 = 20^2 - 8^2 = 400 - 64 = 336 \rightarrow h = \sqrt{336} = 18{,}3 \text{ m}$$

El globo se encuentra a 18 m de altura.

5 **Una escalera cuyo pie está a 4 m de la pared se apoya en esta, alcanzando una altura de 7,5 m. ¿A qué distancia de la pared debe colocarse el pie para que llegue a una altura de 8 m?**



Calculamos primero la longitud de la escalera.

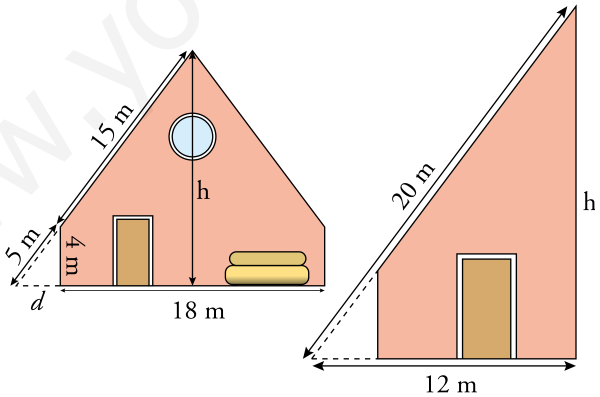
$$l^2 = 4^2 + 7{,}5^2 = 72{,}25 \rightarrow l = \sqrt{72{,}25} = 8{,}5 \text{ m}$$

Ahora calculamos la distancia pedida, d.

$$d^2 = 8{,}5^2 - 8^2 = 72{,}25 - 64 = 8{,}25 \rightarrow d = \sqrt{8{,}25} = 2{,}9 \text{ m}$$

El pie de la escalera debe situarse a 2,9 m de la pared.

6 **Álvaro ha tomado estas medidas para hallar la altura, h, de la pared de su buhardilla. Calcular *d* y, luego, h.**



Calculamos primero la distancia d:

$$d^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \rightarrow d = \sqrt{9} = 3 \text{ m}$$

Ahora calculamos la altura, h, sabiendo que es el cateto de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 20 m y el otro 12 m:

$$h^2 = 20^2 - 12^2 = 256 \rightarrow h = \sqrt{256} = 16 \text{ m}$$

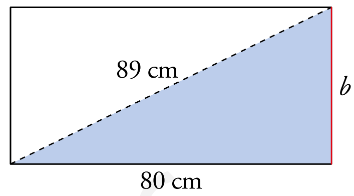
La altura de la buhardilla es de 16 m.

3 ▶ APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

Página 224

Para fijar ideas

1 **La diagonal de un rectángulo mide 89 cm, y uno de los lados, 80 cm. Calcula su área.**



El área de un rectángulo de lados a y b es: $A = a \cdot b$

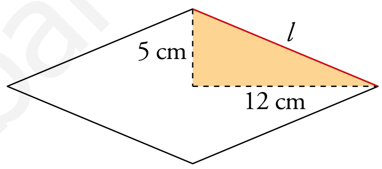
Empezamos por calcular el otro lado:

$$b = \sqrt{89^2 - 80^2} = \sqrt{1521} = 39$$

El lado corto mide 39 cm.

El área es: $A = 80 \cdot 39 = 3\,120 \text{ cm}^2$

2 **Las diagonales de un rombo miden 10 cm y 24 cm. Halla su perímetro.**



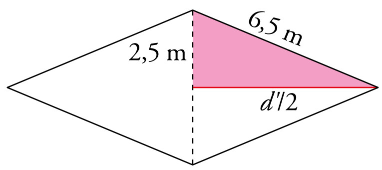
Comenzamos por calcular la longitud de un lado:

$$l = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$$

Cada lado mide 13 cm.

El perímetro es: $P = 4 \cdot 13 = 52$ cm

3 **El lado de un rombo mide 6,5 m y una de sus diagonales, 5 m. Halla su área.**



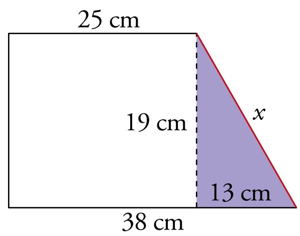
El área de un rombo cuyas diagonales son d y d' es: $A = \dfrac{d \cdot d'}{2}$

Conocemos una diagonal. El teorema de Pitágoras nos permite calcular la otra:

$$\frac{d'}{2} = \sqrt{6,5^2 - 2,5^2} = 6 \text{ m}$$

La segunda diagonal mide, pues, $6 \cdot 2 = 12$ m. Por tanto, $A = \dfrac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ m}^2$.

4 **Las bases de un trapecio rectángulo miden 25 cm y 38 cm, y la altura, 19 cm. Halla su perímetro.**



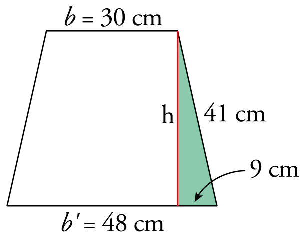
Empezamos calculando la longitud del lado oblicuo:

$$x = \sqrt{13^2 + 19^2} = \sqrt{530} \approx 23,02$$

El lado oblicuo mide, aproximadamente: $x = 23$ cm

El perímetro es: $P = 38 + 19 + 25 + 23 = 105$ cm

5 **Halla el área de un trapecio isósceles cuyas bases miden 30 cm y 48 cm, y el lado oblicuo, 41 cm.**



Recordemos que el área de un trapecio es: $A = \dfrac{(b + b') \cdot \text{h}}{2}$

Hemos de empezar calculando su altura, h.

En el triángulo verde, el lado pequeño mide (48 – 30) : 2 = 9 cm.

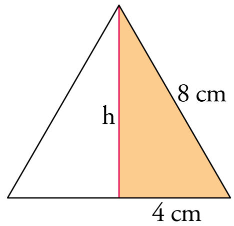
$$a = \sqrt{41^2 - 9^2} = \sqrt{1600} = 40$$

La altura del trapecio mide 40 cm.

$$A = \frac{(30 + 48) \cdot 40}{2} = 1\,560 \text{ cm}^2$$

Página 225

6 Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 8 cm.



Empezamos calculando la altura:

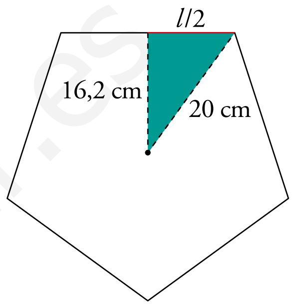
$$h = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} \approx 6{,}9$$

La altura mide 6,9 cm, aproximadamente.

El área es:

$$A = \frac{8 \cdot 6{,}9}{2} = 27{,}6 \text{ cm}^2$$

7 Calcula el área y el perímetro de un pentágono regular cuya apotema mide 16,2 cm, y el radio, 20 cm.



Primero calculamos el lado:

$$\frac{l}{2} = \sqrt{20^2 - 16{,}2^2} = \sqrt{137{,}56} \approx 11{,}7$$

El lado del pentágono mide:

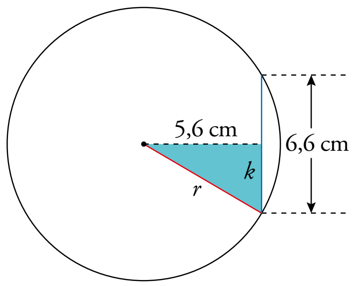
$$l = 11{,}7 \cdot 2 = 23{,}4 \text{ cm}$$

Por tanto, su perímetro es: $P = 23{,}4 \cdot 5 = 117$ cm

Finalmente, calculamos el área.

$$A = \frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{117 \cdot 16{,}2}{2} = 947{,}7 \text{ cm}^2$$

8 Halla la longitud de una circunferencia en la que se ha trazado una cuerda de 6,6 cm a una distancia de 5,6 cm del centro. Calcula el área del círculo correspondiente.



Comenzamos calculando el radio.

En el triángulo rectángulo coloreado, el lado pequeño mide:

$$k = 6{,}6 : 2 = 3{,}3 \text{ cm}$$

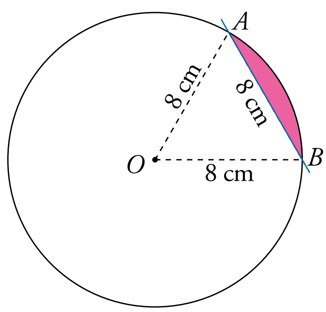
Por tanto: $r = \sqrt{3{,}3^2 + 5{,}6^2} = \sqrt{42{,}25} = 6{,}5$

El radio mide 6,5 cm.

$P = 2\pi r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}5 \approx 40{,}8$ cm

$A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 6{,}5^2 \approx 132{,}7 \text{ cm}^2$

9 Una circunferencia de 8 cm de radio es cortada por una recta en dos puntos A y B que distan 8 cm entre sí. Calcula el área del segmento circular determinado por la cuerda $\overset{\frown}{AB}$.



El segmento circular, en rosa, es la diferencia entre el sector circular de arco $\overset{\frown}{AB}$ y el triángulo OAB.

El triángulo OAB, equilátero, es el mismo cuya área hemos obtenido en el ejercicio 6 de esta página ($A_{\text{TRIÁNGULO}} = 27{,}6 \text{ cm}^2$).

Como el triángulo es equilátero, $\widehat{AOB} = 60°$.

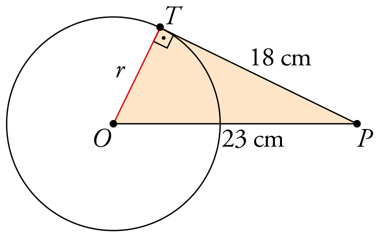
Por tanto, el área del sector es la sexta parte del área de todo el círculo:

$$A_{\text{SECTOR}} = (\pi \cdot 8^2) : 6 = 33{,}5 \text{ cm}^2$$

Por tanto: $A_{\text{SEGMENTO CIRCULAR}} = 33{,}5 - 27{,}6 = 5{,}9 \text{ cm}^2$

Página 226

10 **En una circunferencia, la distancia de un punto P al centro O es $\overline{OP}$ = 23 cm. Trazamos una tangente desde P a la circunferencia. El segmento tangente PT mide 18 cm. Halla el área del círculo.**



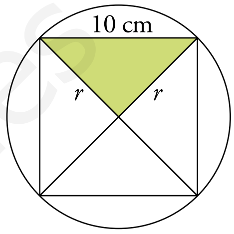
La recta tangente es perpendicular al radio.

Por tanto, el triángulo PTO es rectángulo en T:

$$r^2 = \overline{OP}^2 - \overline{PT}^2 = 23^2 - 18^2 = 205$$

$A_{\text{CÍRCULO}} = \pi r^2 = \pi \cdot 205 \approx 643{,}7 \text{ cm}^2$

11 **Calcula el radio de la circunferencia circunscrita a un cuadrado de 10 cm de lado.**



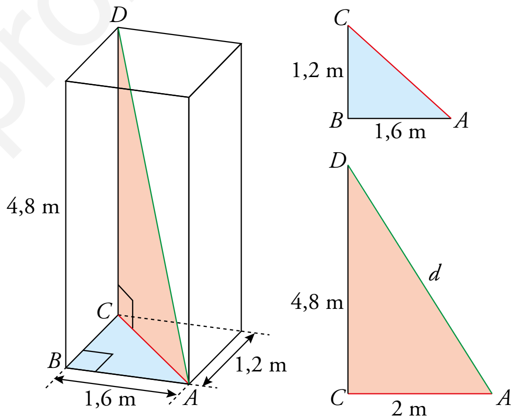
Las diagonales del cuadrado son perpendiculares.

Por tanto, el triángulo coloreado es rectángulo y tiene los catetos iguales.

$$r^2 + r^2 = 10^2 \to 2r^2 = 100 \to r^2 = 50$$

$$r = \sqrt{50} = 7{,}07 \text{ cm}$$

12 **Halla la diagonal de un ortoedro de dimensiones 1,2 m; 1,6 m y 4,8 m.**



Atendiendo al triángulo azul: $\overline{AC} = \sqrt{1{,}2^2 + 1{,}6^2} = 2$ m

Atendiendo al triángulo rojo: $d = \sqrt{2^2 + 4{,}8^2} = 5{,}2$ m

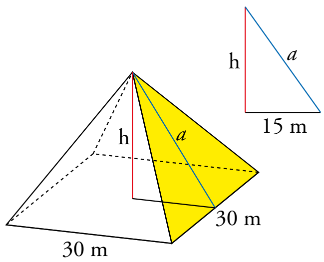
La diagonal del ortoedro mide 5,2 m.

Observa que se puede hallar directamente:

$$d = \sqrt{1{,}2^2 + 1{,}6^2 + 4{,}8^2} = \sqrt{27{,}04} = 5{,}2 \text{ m}$$

En general, en un ortoedro de dimensiones $a \times b \times c$ la diagonal es: $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

13 **Calcula la altura, h, de una pirámide cuadrangular regular cuya base es un cuadrado de 30 m de lado y cuya cara lateral tiene un área de 255 m².**



Primero hallamos la altura, a, de la cara lateral.

$$255 = \frac{30 \cdot a}{2} \to 510 = 30a \to a = 17 \text{ m}$$

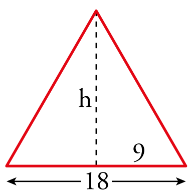
La altura de la cara lateral es la hipotenusa del triángulo que aparece a la derecha:

$$\text{h} = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ m}$$

La pirámide tiene 8 m de altura.

Para practicar

1 **Halla el área de un triángulo equilátero de 54 cm de perímetro.**

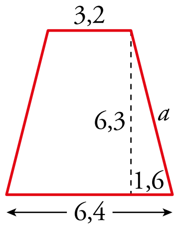


$$\text{Lado} = \frac{54}{3} = 18 \text{ cm}$$

$$\text{h} = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{243} \approx 15{,}59 \text{ cm}$$

$$A = \frac{18 \cdot 15{,}59}{2} = 140{,}31 \text{ cm}^2$$

2 **Halla el área y el perímetro de un trapecio isósceles cuyas bases miden 3,2 m y 6,4 m, y su altura, 6,3 m.**

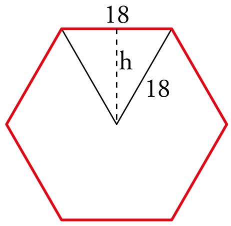


$$a = \sqrt{6{,}3^2 + 1{,}6^2} = \sqrt{42{,}25} = 6{,}5 \text{ m}$$

$$P = 3{,}2 + 2 \cdot 6{,}5 + 6{,}4 = 22{,}6 \text{ m}$$

$$A = \frac{6{,}4 + 3{,}2}{2} \cdot 6{,}3 = 30{,}24 \text{ m}^2$$

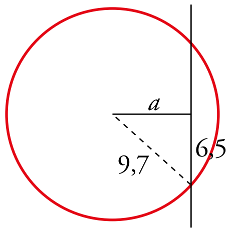
3 **Calcula el área de un hexágono regular de 18 cm de lado. (Recuerda que en un hexágono regular, el lado mide igual que el radio).**



$$h = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{243} \approx 15{,}6 \text{ cm}$$

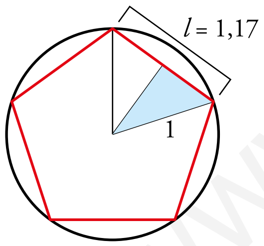
$$A = \frac{18 \cdot 6 \cdot 15{,}6}{2} = 842{,}4 \text{ cm}^2$$

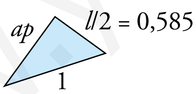
4 **En una circunferencia de radio 9,7 m, se traza una cuerda de 13 m. ¿A qué distancia de la cuerda se encuentra el centro de la circunferencia?**



$$a = \sqrt{9{,}7^2 - 6{,}5^2} = \sqrt{51{,}84} = 7{,}2 \text{ m}$$

5 **Un pentágono regular está inscrito en una circunferencia de radio 1 m. Su perímetro es 5,85 m. Calcula su área.**





$$l = 5{,}85 : 5 = 1{,}17 \text{ m}$$

$$ap = \sqrt{1^2 - 0{,}585^2} = 0{,}81$$

$$A = \frac{5{,}85 \cdot 0{,}81}{2} = 2{,}37 \text{ m}^2$$

6 **Halla la longitud de la diagonal de un ortoedro cuyas dimensiones son 8 dm, 6 dm y 14 dm.**

La figura es como la del ejercicio 12 de «Para fijar ideas», pero cambiando las medidas:

$\overline{AB} = 8$ dm, $\overline{BC} = 6$ dm y $\overline{CD} = 14$ dm.

$$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ dm}$$

$$d = \sqrt{10^2 + 14^2} = 17{,}2 \text{ dm}$$

La diagonal del ortoedro mide 17,2 dm.

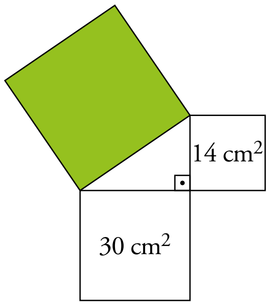
Página 227

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

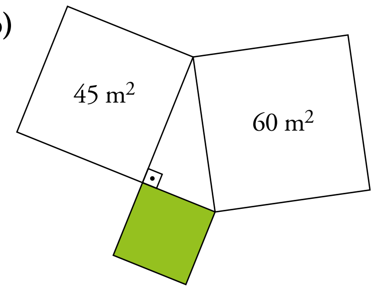
Teorema de Pitágoras

1 **Calcula el área del cuadrado verde en cada uno de los siguientes casos:**

a)



b)

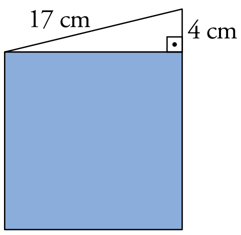


a) $A = 30 + 14 = 44 \text{ cm}^2$

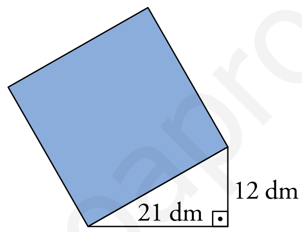
b) $A = 60 - 45 = 15 \text{ m}^2$

2 **Calcula el área de los siguientes cuadrados:**

a)



b)



a) $l = \sqrt{17^2 - 4^2} = \sqrt{273}$

$A = l^2 = 273 \text{ cm}^2$

b) $l = \sqrt{21^2 + 12^2} = \sqrt{585}$

$A = l^2 = 585 \text{ dm}^2$

3 **Di si cada uno de los siguientes triángulos es rectángulo, acutángulo u obtusángulo.**

a) 15 cm, 10 cm, 11 cm **b) 35 m, 12 m, 37 m**

c) 23 dm, 30 dm, 21 dm **d) 15 km, 20 km, 25 km**

e) 17 millas, 10 millas, 5 millas **f) 21 mm, 42 mm, 21 mm**

g) 18 cm, 80 cm 82 cm

a) Obtusángulo. b) Rectángulo.

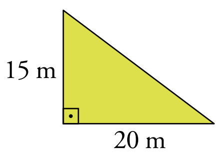
c) Acutángulo. d) Rectángulo.

e) Obtusángulo. f) Obtusángulo.

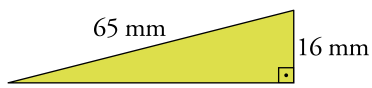
g) Rectángulo.

4 **Calcula el lado desconocido en cada triángulo rectángulo:**

a)



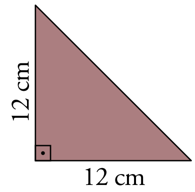
b)

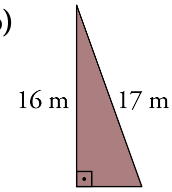


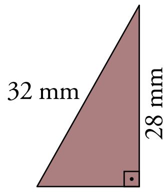
a) $l = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25 \text{ m}$

b) $l = \sqrt{65^2 - 16^2} = \sqrt{3969} = 63 \text{ mm}$

5 **Calcula el lado desconocido en cada triángulo aproximando hasta las décimas:**

a)


b)


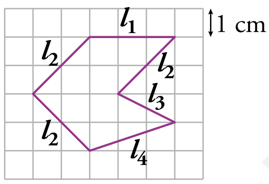
c)


a) $l = \sqrt{12^2 + 12^2} = \sqrt{2 \cdot 12^2} = 12\sqrt{2}$ cm ≈ 17 cm

b) $l = \sqrt{17^2 - 16^2} = \sqrt{33}$ m ≈ 5,7 m

c) $l = \sqrt{32^2 - 28^2} = \sqrt{240}$ mm ≈ 15,5 mm

6 **Halla el perímetro de la siguiente figura:**



$l_1 = 3$ cm

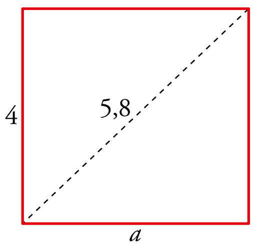
$l_2 = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2,8$ cm

$l_3 = \sqrt{1^2 + 2^2} = 2,2$ cm

$l_4 = \sqrt{1^2 + 3^2} = 3,2$ cm

$P = l_1 + 3 \cdot l_2 + l_3 + l_4 = 16,8$ cm

7 **Calcula el perímetro de un rectángulo cuya diagonal mide 5,8 cm, y uno de los lados, 4 cm.**



$a = \sqrt{5,8^2 - 4^2} = \sqrt{17,64} = 4,2 \rightarrow P = 16,4$ cm

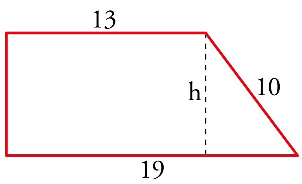
El perímetro es de 16,4 cm.

8 **Halla la diagonal de un cuadrado cuyo perímetro mide 28 dam.**

$$l = \frac{28}{4} = 7 \text{ dam}$$

La diagonal mide $\sqrt{7^2 + 7^2} = 7\sqrt{2} \approx 9,9$ dam

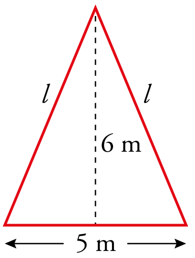
9 **Los lados paralelos de un trapecio rectángulo miden 13 dm y 19 dm, y el lado oblicuo mide 10 dm. Calcula la altura.**



h $= \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ dm

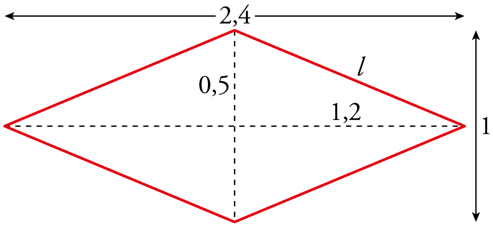
El trapecio tiene una altura de 8 dm.

10 **Calcula los lados iguales de un triángulo isósceles sabiendo que el lado desigual mide 5 m y la altura correspondiente, 6 m.**



$l = \sqrt{6^2 + 2{,}5^2} = 6{,}5$ m

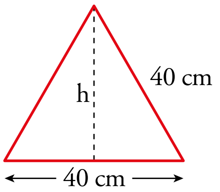
11 **Calcula la medida del lado de un rombo cuyas diagonales miden 1 dm y 2,4 dm.**



$l = \sqrt{1{,}2^2 + 0{,}5^2} = \sqrt{1{,}69} = 1{,}3$ dm

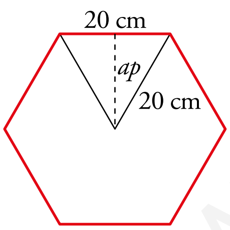
Cada lado mide 1,3 dm.

12 **Halla la altura de un triángulo equilátero de 40 cm de lado. Aproxima hasta los milímetros.**



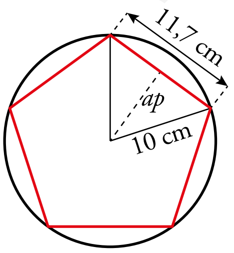
$h = \sqrt{40^2 - 20^2} = 34{,}6$ cm

13 **Halla la apotema de un hexágono regular de 20 cm de lado. (Recuerda que en el hexágono regular el lado mide lo mismo que el radio).**



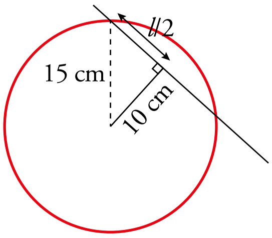
$ap = \sqrt{20^2 - 10^2} = 17{,}3$ cm

14 **Un pentágono regular de 11,7 cm de lado está inscrito en una circunferencia de 10 cm de radio. Calcula su apotema.**



$ap = \sqrt{10^2 - 5{,}85^2} = 8{,}1$ cm

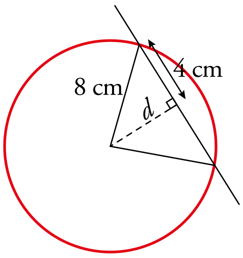
15 **Una recta pasa a 10 cm del centro de una circunferencia de 15 cm de radio. Halla, aproximando hasta las décimas, la longitud de la cuerda que se genera.**



$$\frac{l}{2} = \sqrt{15^2 - 10^2} = 11{,}2 \text{ cm}$$

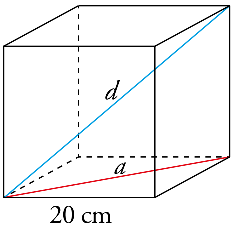
$$l = 2 \cdot 11{,}2 = 22{,}4 \text{ cm}$$

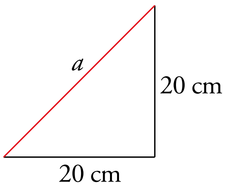
16 **¿A qué distancia del centro de una circunferencia de 8 cm de radio debe pasar una recta para que la cuerda mida 8 cm?**

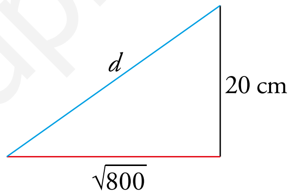


$$d = \sqrt{8^2 - 4^2} = 7 \text{ cm}$$

17 **Calcula la diagonal de un cubo de 20 cm de arista. Aproxima hasta los milímetros.**

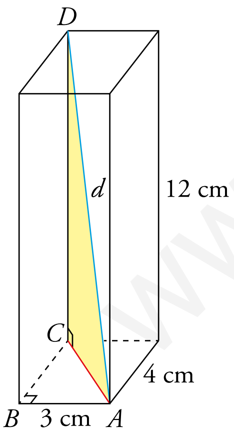


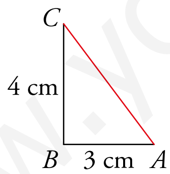




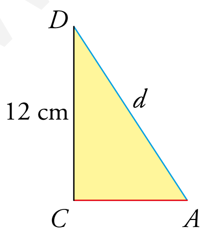
$$a = \sqrt{20^2 + 20^2} = \sqrt{800} \qquad d = \sqrt{(\sqrt{800})^2 + 20^2} = \sqrt{800 + 400} = 34{,}6 \text{ cm}$$

18 **Halla la diagonal de un ortoedro cuyas dimensiones son 3 cm, 4 cm y 12 cm.**



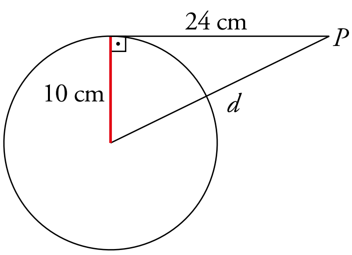


$$\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$$



$$d = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ cm}$$

19 **Desde un punto *P* exterior a una circunferencia de radio 10 m se traza un segmento tangente de 24 m. ¿A qué distancia está *P* del centro de la circunferencia?**

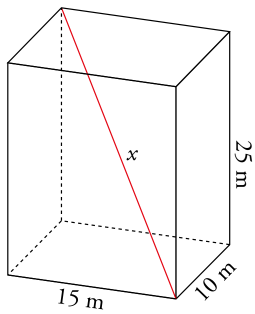


$$d = \sqrt{24^2 + 10^2} = 26 \text{ cm}$$

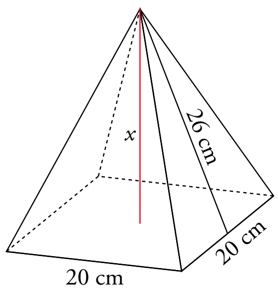
Página 228

20 **Calcula, con una cifra decimal, la longitud de x en cada uno de los siguientes cuerpos geométricos:**

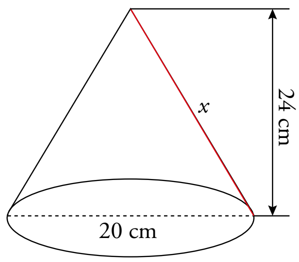
a)



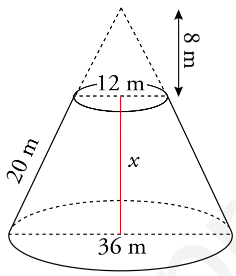
b)



c)



d)



a) Diagonal de la base: $d = \sqrt{15^2 + 10^2} = 18$ m

$x = \sqrt{18^2 + 25^2} = 30{,}8$ m

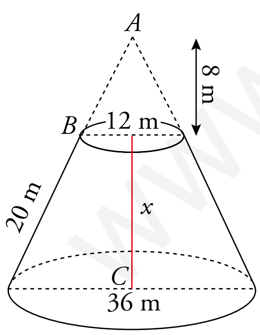
b) Diagonal de la base: $d = \sqrt{20^2 + 20^2} = 28{,}3$ cm $\longrightarrow$ Semidiagonal = 14,2 cm

Arista de una cara triangular: $a = \sqrt{26^2 + 10^2} = 27{,}9$ cm

$x = \sqrt{27{,}9^2 - 14{,}2^2} = 24$ cm

c) $x = \sqrt{24^2 + 10^2} = 26$ cm

d)



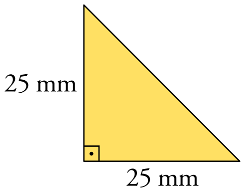
$\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ m

$\overline{AC} = 8 + x = \sqrt{(10 + 20)^2 - 18^2} = \sqrt{30^2 - 18^2} = 24$ m

Por tanto: $x = 24 - 8 = 16$ m

Áreas y perímetros utilizando el teorema de Pitágoras

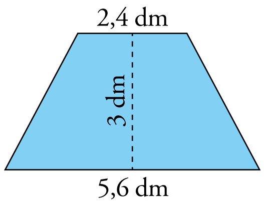
21 **Halla el área y el perímetro de estas figuras. Para ello, tendrás que calcular previamente la longitud desconocida de alguno de sus elementos. Si no es exacta, hállala con una cifra decimal.**

a) 

$A = \dfrac{25 \cdot 25}{2} = \dfrac{625}{2} = 312{,}5 \text{ mm}^2$

$\text{Hipotenusa} = \sqrt{25^2 + 25^2} = \sqrt{1\,250} = 35{,}4 \text{ mm}$

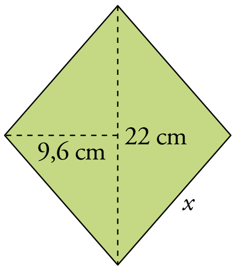
$P = 25 + 25 + 35{,}4 = 85{,}4 \text{ mm}$

b) 

$A = \dfrac{(2{,}4 + 5{,}6) \cdot 3}{2} = 12 \text{ dm}^2$

$\text{Lado oblicuo} = \sqrt{3^2 + \left(\dfrac{5{,}6 - 2{,}4}{2}\right)^2} = 3{,}4 \text{ dm}$

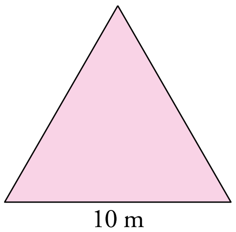
$P = 2{,}4 + 5{,}6 + 2 \cdot 3{,}4 = 14{,}8 \text{ dm}$

c) 

$A = \dfrac{(2 \cdot 9{,}6) \cdot 22}{2} = 211{,}2 \text{ cm}^2$

$\text{Lado} = x = \sqrt{11^2 + 9{,}6^2} = 14{,}6 \text{ cm}$

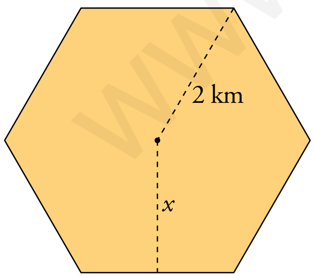
$P = 4 \cdot 14{,}6 = 58{,}4 \text{ cm}$

d) 

$\text{Altura} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 8{,}7 \text{ m}$

$A = \dfrac{10 \cdot 8{,}7}{2} = 43{,}5 \text{ m}^2$

$P = 3 \cdot 10 = 30 \text{ m}$

e) 

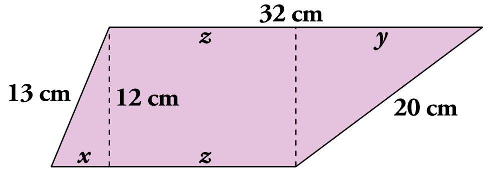
$x = ap = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} = 1{,}7 \text{ km}$

$A = \dfrac{6 \cdot 2 \cdot 1{,}7}{2} = 10{,}2 \text{ km}^2$

$P = 2 \cdot 6 = 12 \text{ km}$

22 **Halla el área y el perímetro de estas figuras. Para ello, tendrás que calcular previamente la longitud desconocida de alguno de sus elementos. Si no es exacta, hállala con una cifra decimal.**

a)



$x = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ cm

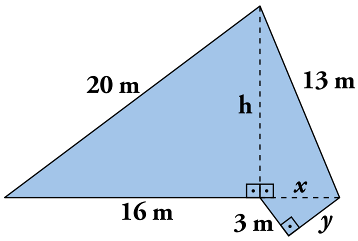
$y = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$ cm

$z = 32 - 16 = 16$ cm

$P = 32 + 20 + 16 + 5 + 13 = 86$ cm

$A = \dfrac{32 + 21}{2} \cdot 12 = 318$ cm^2

b)



$h = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12$ m

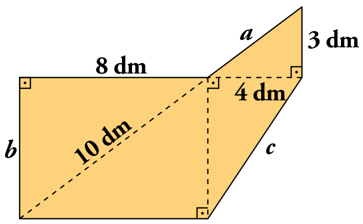
$x = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ m

$y = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ m

$P = 20 + 13 + 4 + 3 + 16 = 56$ m

$A = \dfrac{(16 + 5) \cdot 12}{2} + \dfrac{3 \cdot 4}{2} = 132$ m^2

c)



$a = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ dm

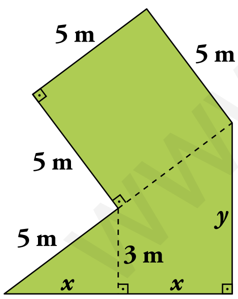
$b = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$ dm

$c = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 7{,}21$ dm

$P = 8 + 5 + 3 + 7{,}21 + 8 + 6 = 37{,}21$ dm

$A = 6 \cdot 8 + (4 \cdot 6) : 2 + (3 \cdot 4) : 2 = 48 + 12 + 6 = 66$ dm^2

d)



$x = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ m

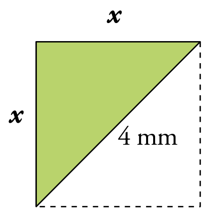
$y = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ m

$P = 4 \cdot 5 + 8 + 6 = 34$ m

$A = 5^2 + \dfrac{8 \cdot 6}{2} = 49$ m^2

23 **Calcular el área y el perímetro del triángulo que coincide con la mitad de un cuadrado cuya diagonal mide 4 mm.**

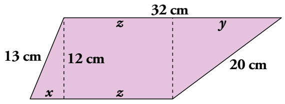
Ejercicio resuelto.



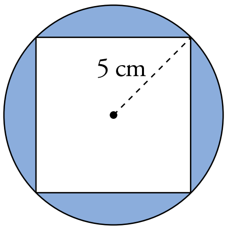
Página 229

24 **Calcula el área y el perímetro de cada una de estas figuras. Observa que en las dos primeras el perímetro es la periferia interior y exterior.**

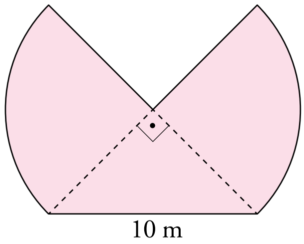
a)



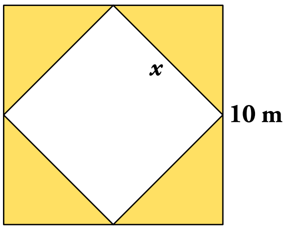
b)



c)



a)

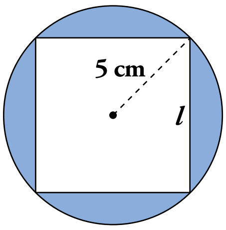


$x^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50 \text{ m} \rightarrow x = \sqrt{50} = 7{,}07 \text{ m}$

$P = 10 \cdot 4 + 7{,}07 \cdot 4 = 68{,}28 \text{ m}$

$A = 100 - x^2 = 100 - 50 = 50 \text{ m}^2$

b)

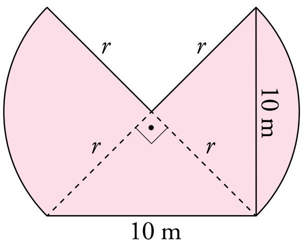


$l^2 + l^2 = 10^2 \rightarrow l^2 = 50 \text{ cm} \rightarrow l = \sqrt{50} = 7{,}07 \text{ cm}$

$P = 2\pi r + 4l = 10\pi + 4l = 59{,}7 \text{ cm}$

$A = \pi r^2 - l^2 = 25\pi - 50 = 28{,}5 \text{ cm}^2$

c)



$r^2 + r^2 = 10^2 \rightarrow r^2 = 50 \rightarrow r = \sqrt{50} = 7{,}07 \text{ m}$

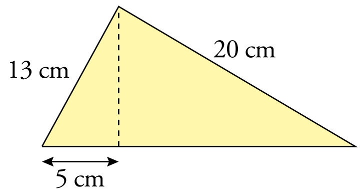
$P = 10 + 2 \cdot \dfrac{2\pi r \cdot 90}{360} + 2r = 10 + 22{,}2 + 14{,}14 = 46{,}34 \text{ m}$

$A_{\text{SECTOR CIRCULAR}} = \dfrac{\pi r^2 \cdot 90}{360} = \dfrac{\pi \cdot 50 \cdot 90}{360} = 39{,}25 \text{ m}^2$

$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \dfrac{r^2}{2} = \dfrac{50}{2} = 25 \text{ m}^2$

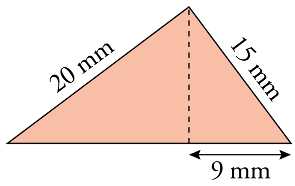
$A_{\text{TOTAL}} = 2 \cdot 39{,}25 + 25 = 103{,}5 \text{ m}^2$

25 **¿Es rectángulo este triángulo?**



Ejercicio resuelto.

26 **Calcula las medidas que sean necesarias para clasificar el siguiente triángulo según sus ángulos:**



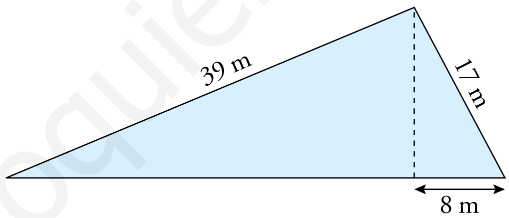
Llamando h a la altura del triángulo y x al trozo de base que falta, tenemos:

$h = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ mm

$x = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$ mm

$20^2 + 15^2 = 625 = (16 + 9)^2 \rightarrow$ Rectángulo

27 **Clasifica el siguiente triángulo en rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para ello, calcula la medida de alguno de sus elementos:**



Llamando h a la altura del triángulo y x al trozo de base que falta, tenemos:

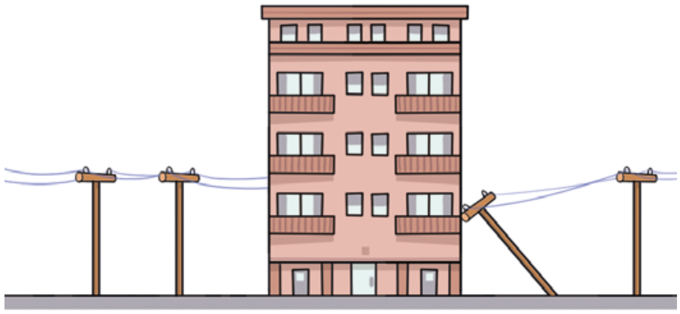
$h = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ m

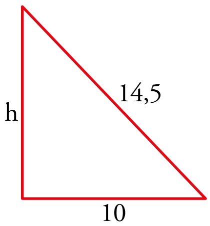
$x = \sqrt{39^2 - 15^2} = 36$ m

$39^2 + 17^2 = 1\,810 < 1\,936 = (36 + 8)^2 \rightarrow$ Obtusángulo

Resuelve problemas

28 **Un poste de 14,5 m de alto se quiebra por su base y cae sobre un edificio que se encuentra a 10 m de él. ¿Cuál es la altura a la que golpea?**

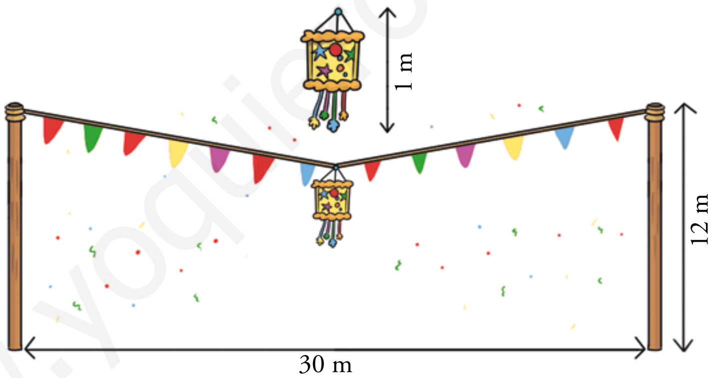


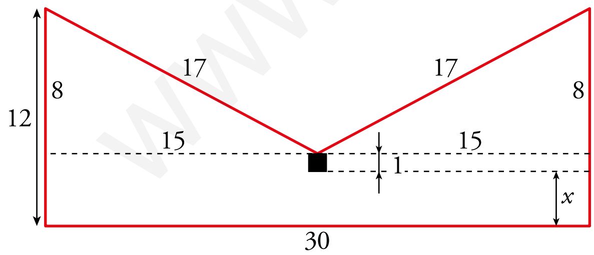


$$h = \sqrt{14{,}5^2 - 10^2} = \sqrt{110{,}25} = 10{,}5$$

Golpea el edificio a una altura de 10,5 m.

29 **En las fiestas de un pueblo, cuelgan una piñata de 1 m de altura en medio de una cuerda de 34 m que está atada a los extremos de dos postes de 12 m separados 30 m entre sí. ¿A qué distancia del suelo queda la piñata?**





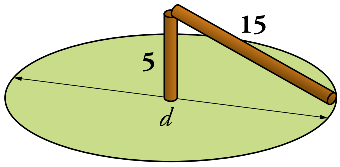
$$\sqrt{17^2 - 15^2} = 8$$

$x = 12 - 8 - 1 = 3$

La piñata está a 3 m del suelo.

Página 230

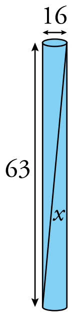
30 **El tronco de un árbol seco de 20 m está en el centro de un parque circular. Debemos cortarlo para poner columpios, pero no queremos que al partirse se salga del recinto del parque. Para ello lo hemos cortado a un cuarto de su altura y así cae justo en el borde del recinto. ¿Cuántos metros mide el diámetro del parque?**



$20 : 4 = 5 \rightarrow d = 2 \cdot \sqrt{15^2 - 5^2} \approx 28{,}3$

El diámetro del parque mide 28,3 m.

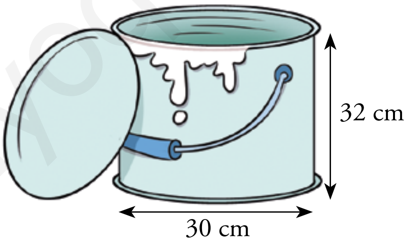
31 **Indica si una varilla de 65 cm de longitud cabe en un cilindro de 63 cm de altura y 8 cm de radio de la base.**

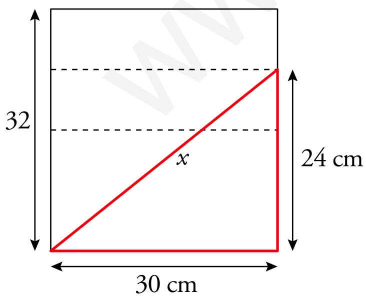


$x = \sqrt{16^2 + 63^2} = 65$

Cabe justo.

32 **Este bote de pintura está lleno en sus tres cuartas partes. En su interior se ha caído un pincel de 40 cm de largo. ¿Crees que el pincel se habrá sumergido completamente en la pintura?**



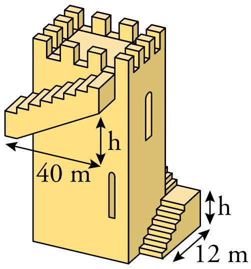


$\frac{3}{4}$ de $32 = 24$

$x = \sqrt{24^2 + 30^2} = 38{,}4$

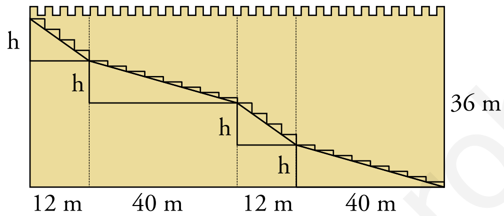
Por tanto, el pincel no se habrá sumergido completamente.

33 **En una torre con forma de prisma de 36 m de altura cuya base es un rectángulo de 40 m de largo y 12 m de ancho, hay una escalera por el exterior. Hay cuatro tramos de escalera, uno por cada cara lateral. En todos ellos se asciende la misma altura (h).**



Sabiendo que cada metro de escalera tiene 3 escalones, ¿cuántos escalones hay en cada tramo? ¿Cuántos escalones hay en total?

Imagina que es un recortable de cartón y que lo extiendes. (El tamaño de los escalones es ficticio).



Dividiendo los 36 m de altura de la torre en cuatro tramos, tenemos que cada tramo tiene 9 m de alto.

El tramo oblicuo que va por la parte estrecha de la torre mide: $\sqrt{12^2 + 9^2} = 15$ m

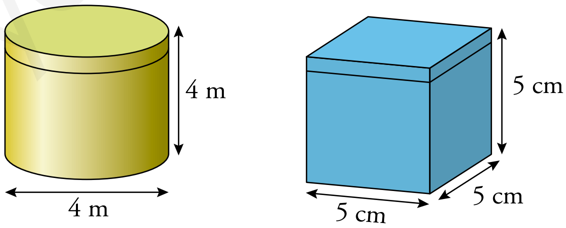
El que va por la parte ancha: $\sqrt{40^2 + 9^2} = 41$ m

En cada tramo estrecho hay: $15 \cdot 3 = 45$ escalones

En cada tramo ancho hay: $41 \cdot 3 = 123$ escalones

En total hay $2 \cdot 45 + 2 \cdot 123 = 336$ escalones.

34 **Calcula la longitud del mayor listón que cabe en cada una de estas cajas:**



En la caja cilíndrica:

$$\sqrt{4^2 + 4^2} = 5{,}6 \text{ (aproximando a las décimas por truncamiento)}$$

La longitud del mayor listón que cabe es 5,6 m.

En la caja cúbica, la diagonal de la base es:

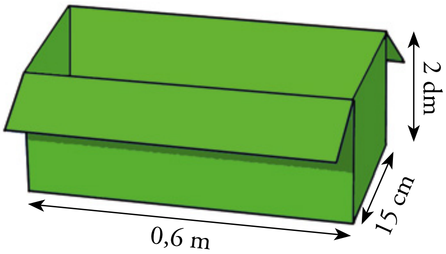
$$\sqrt{5^2 + 5^2} = 7 \text{ (aproximando a las décimas por truncamiento)}$$

Y la diagonal de la caja es:

$$\sqrt{7^2 + 5^2} = 8{,}6$$

La longitud del mayor listón que cabe es 8,6 cm.

35 **Julián quiere guardar una plancha metálica de 20 cm × 62 cm en una caja como la siguiente. Comprueba si puede hacerlo.**



Pasamos todas las medidas de la caja a centímetros y calculamos la diagonal de su base.

Altura caja = 20 cm

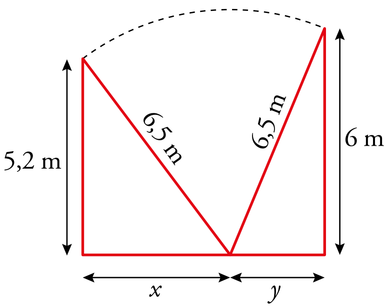
Ancho caja = 60 cm

Profundidad caja = 15 cm

$$d = \sqrt{60^2 + 15^2} = \sqrt{3825} = 61{,}85 \text{ cm}$$

La plancha metálica no cabe en la caja.

36 **Una operaria de la compañía eléctrica apoya su escalera de 6,5 m de largo en una pared a una altura de 6 m. Después de arreglar la avería, sin mover la base de la escalera, apoya esta en la pared de enfrente a una altura de 5,2 m. ¿A qué distancia se encuentran las paredes?**



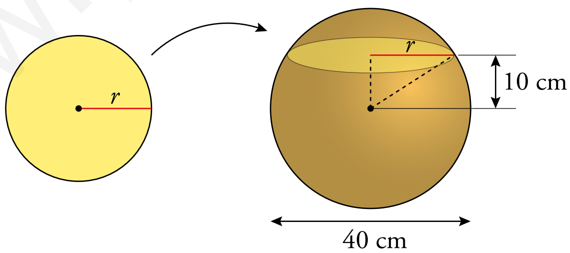
$x = \sqrt{6{,}5^2 - 5{,}2^2} = 3{,}9$

$y = \sqrt{6{,}5^2 - 6^2} = 2{,}5$

$x + y = 6{,}4$

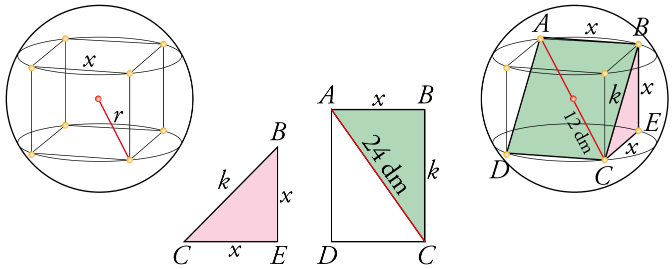
Hay 6,4 m de distancia entre ambas paredes.

37 **Calcula el radio de la circunferencia que se obtiene al cortar una esfera de 40 cm de diámetro por un plano que pasa a 10 cm del centro.**



$r = \sqrt{20^2 - 10^2} = 17{,}3$ cm (redondeando a las décimas)

38 **Piensa en una esfera de 12 dm de radio. Si dentro construimos el mayor cubo que sea posible, ¿cuánto medirá la arista de ese cubo?**



Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo *BCE:*

$$k^2 = x^2 + k^2 \rightarrow k^2 = 2x^2$$

Y ahora lo aplicamos en el triángulo *ABC* y sustituimos k^2:

$$24^2 = x^2 + k^2 = x^2 + 2x^2 = 3x^2$$

$$x^2 = \frac{24^2}{3} = 192 \rightarrow x = \sqrt{192} = 13{,}86$$

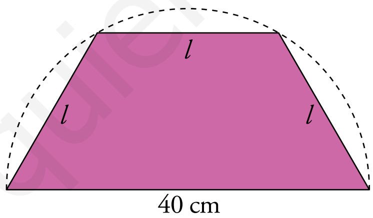
La arista del cubo medirá 13,86 dm.

Página 231

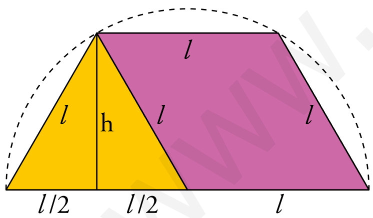
Interpreta, describe, exprésate

39 **Explica lo que ha hecho cada uno para resolver el siguiente problema.**

Calcula el área de esta figura.



Resolución de Alba



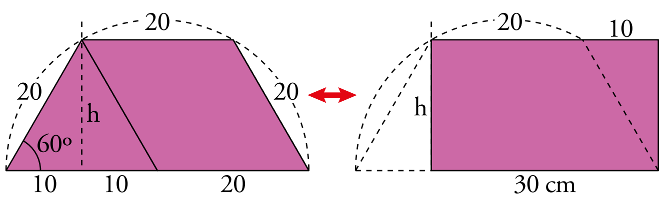
$l = 40 : 2 = 20$ cm

$\text{h} = \sqrt{20^2 - 10^2} =$

$= \sqrt{300} = 17{,}3$ cm

$$A = \frac{(40 + 20) \cdot 17{,}3}{2} = 519 \text{ cm}^2$$

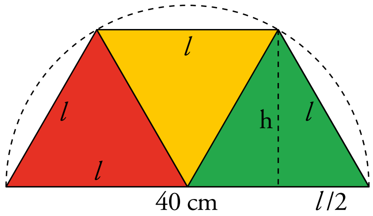
Resolución de Bruno



$\text{h} = \sqrt{400 - 100} = 17{,}32$ cm

$A = 30 \cdot 17{,}32 = 519{,}6 \text{ cm}^2$

Resolución de Celia



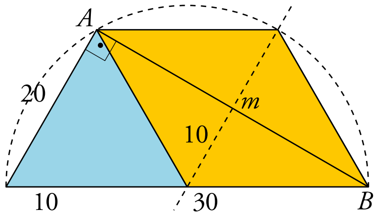
$l = 40 : 2 = 20$ cm

$h = \sqrt{20^2 - 10^2} =$

$= \sqrt{300} = 17{,}3$ cm

$A = 3 \cdot \dfrac{l \cdot h}{2} = 3 \cdot \dfrac{20 \cdot 17{,}3}{2} = 519 \text{ cm}^2$

Resolución de David



$m^2 = 40^2 - 20^2 \rightarrow$

$m = \sqrt{1\,200} =$

$= 34{,}64$ cm

$A = \left(\dfrac{34{,}64 \cdot 20}{2} : 2\right) \cdot 3 = 519{,}6 \text{ cm}^2$

Alba ha resuelto el problema buscando el área con la fórmula del trapecio, buscando las medidas de su base mayor, menor y su altura.

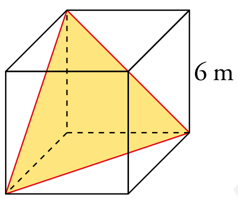
Bruno ha resuelto el problema transformando el trapecio en un rectángulo y calculando su área a partir de la base y la altura.

Celia ha resuelto el problema dividiendo el trapecio en 3 triángulos y sumando sus áreas.

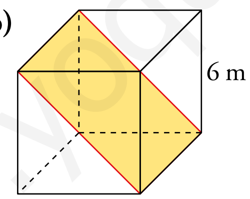
David ha resuelto el problema dibujando un triángulo rectángulo y encontrando sus medidas, y descomponiendo el área total en 3 triángulos iguales.

40 **Hemos cortado cuatro cubos de poliespán como se muestra en las siguientes figuras. Halla el área y el perímetro de estos polígonos.**

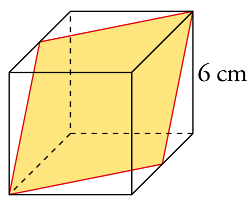
a)



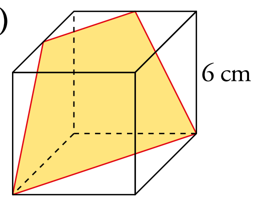
b)



c)



d)



TRIÁNGULO:

$l = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8{,}5$ m

$h = \sqrt{8{,}5^2 - 4{,}25^2} = 7{,}4$ m

$A \approx \dfrac{8{,}5 \cdot 7{,}4}{2} = 31{,}45 \text{ m}^2$

$P \approx 8{,}5 \cdot 3 = 25{,}5$ m

RECTÁNGULO:

Lado mayor, $L = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8{,}5$ m

Lado menor, $l = 6$ m

$A \approx 8{,}5 \cdot 6 = 51 \text{ m}^2$

$P \approx 2 \cdot (6 + 8{,}5) = 29$ m

ROMBO:

$l = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6{,}7$ cm

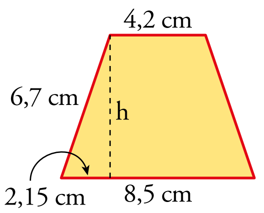
Diagonal menor, $d = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8{,}5$ cm

Diagonal mayor, $D = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} \approx 10{,}4$ cm

$P = 4 \cdot 6{,}7 = 26{,}8$ cm

$A = \dfrac{8{,}5 \cdot 10{,}4}{2} = 44{,}2 \text{ cm}^2$

TRAPECIO:



$h = \sqrt{6{,}7^2 - 2{,}15^2} \approx 6{,}3$ cm

Base mayor, $B = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8{,}5$ cm

Base menor, $b = \sqrt{3^2 + 3^2} \approx 4{,}2$ cm

Lado lateral, $l = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6{,}7$ cm

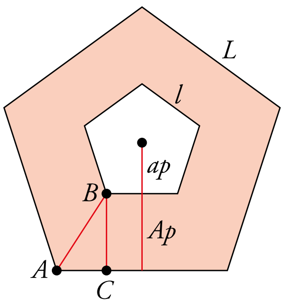
$P = 8{,}5 + 4{,}2 + 2 \cdot 6{,}7 = 26{,}1$ cm

$A = \dfrac{8{,}5 + 4{,}2}{2} \cdot 6{,}3 = 40\ \text{cm}^2$

Problemas «+»

41 El edificio El Pentágono, en Washington (Estados Unidos), es un pentágono regular de 300 m de lado y la apotema de su patio interior, también pentagonal regular, mide 86 m.

La longitud del lado del pentágono exterior es 2,4 veces la del interior y la distancia entre los vértices *A* y *B* (observa el gráfico) es de 148,51 m. ¿Qué superficie tiene su planta?



Tenemos estos datos:

$L = 300$ m

$l = 300 : 2{,}4 = 125$ m

$ap = 86$ m

$\overline{AB} = 148{,}51$ m

- Calculamos la apotema del pentágono grande:

$$\overline{AC} = \frac{L - l}{2} = \frac{300 - 125}{2} = 87{,}5 \text{ m}$$

Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo ABC:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{148{,}51^2 - 87{,}5^2} = \sqrt{22\,055{,}22 - 7\,656{,}25} \approx 120 \text{ m}$$

$$Ap = ap + \overline{BC} = 86 + 120 = 206 \text{ m}$$

- Área del pentágono grande:

$$A_1 = \frac{(300 \cdot 5) \cdot 206}{2} = 154\,500 \text{ m}^2$$

- Área del pentágono pequeño:

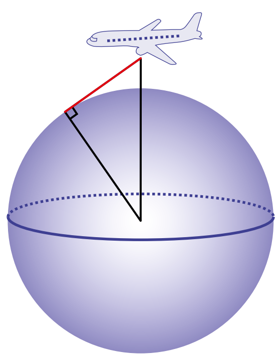
$$A_2 = \frac{(125 \cdot 5) \cdot 86}{2} = 26\,875 \text{ m}^2$$

- Area de la planta:

$$A_1 - A_2 = 154\,500 - 26\,875 = 127\,625 \text{ m}^2$$

42 Si vuelas en un avión a 10 000 m de altura, ¿a qué distancia se encuentra el punto más alejado que puedes ver en el horizonte?

Radio de la Tierra: 6371 km



$x = \sqrt{(10 + 6\,371)^2 + 6\,371^2} \approx 9\,017$ km

Página 233

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Recurre al álgebra

Escribe un número cualquiera de dos cifras y después otro con las mismas cifras, cambiadas de orden. Resta ambos números. ¿Puedes explicar por qué la diferencia es siempre múltiplo de 9?

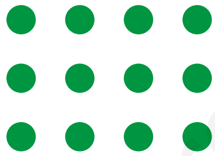
$$\begin{matrix} \boxed{x}\boxed{y} \rightarrow \\ \boxed{y}\boxed{x} \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} 10x + y \\ 10y + x \end{cases} \text{¿}\ \boxed{x}\boxed{y} - \boxed{y}\boxed{x}\ \text{?}$$

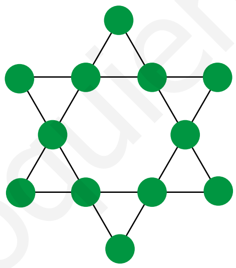
Esta actividad muestra al alumnado una utilidad del álgebra como lenguaje práctico y potente para economizar la expresión de procesos que sería mucho más farragosa con el lenguaje ordinario.

$$(10x + y) - (10y + x) = 9x - 9y = 9(x - y) \rightarrow \text{Múltiplo de } 9$$

Imagina el espacio

- **Aquí puedes ver doce fichas colocadas en tres filas de cuatro. Colócalas ahora de forma que haya seis filas de cuatro.**

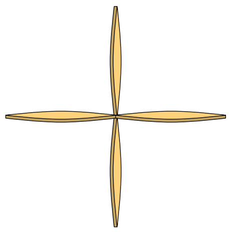


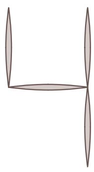


- **¡Medio en broma, medio en serio!**

  Aquí puedes ver cuatro palillos formando una cruz.

  Moviendo solo uno, ¿podrías formar un cuadrado?





Es el «cuadrado» de 2.

AUTOEVALUACIÓN

1 Clasifica los siguientes triángulos en rectángulo, acutángulo u obtusángulo.

a) 20 cm, 24 cm, 30 cm

b) 5 m, 6 m, 10 m

c) 10 mm, 24 mm, 26 mm

d) 7 dm, 7 dm, 7 dm

a) $20^2 + 24^2 = 976 > 900 = 30^2 \rightarrow$ Acutángulo

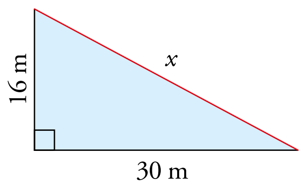
b) $5^2 + 6^2 = 61 < 100 = 10^2 \rightarrow$ Obtusángulo

c) $10^2 + 24^2 = 676 = 26^2 \rightarrow$ Rectángulo

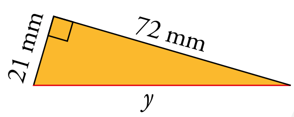
d) $7^2 + 7^2 > 7^2 \rightarrow$ Acutángulo

2 Calcula el segmento desconocido en cada una de estas figuras:

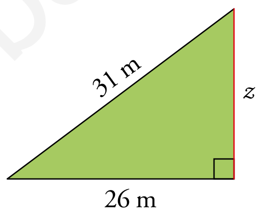
a)



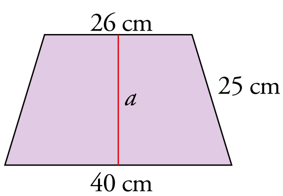
b)



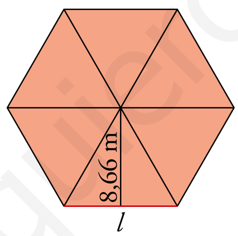
c)



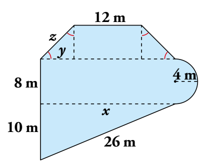
d)



e)



f)



a) $x = \sqrt{16^2 + 30^2} = 34$ m

b) $y = \sqrt{21^2 + 72^2} = 75$ mm

c) $z = \sqrt{31^2 - 26^2} = \sqrt{285} = 16{,}88$ m

d) $a = \sqrt{25^2 - \left(\dfrac{40-26}{2}\right)^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24$ cm

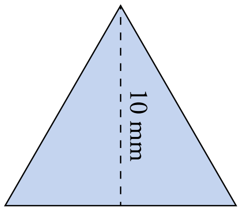
e) $l^2 = \left(\dfrac{l}{2}\right)^2 + 8{,}66^2 \rightarrow l^2 - \dfrac{l^2}{4} = 75 \rightarrow 3l^2 = 4 \cdot 75 = 300 \rightarrow l = 10$ m

f) Primero hallamos la diagonal de la base: $x = \sqrt{4^2 + 4^2} = 5{,}66$ cm

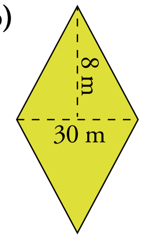
$d = \sqrt{5{,}66^2 + 6^2} = 8{,}25$ cm

3 **Calcula las áreas y los perímetros de estas figuras:**

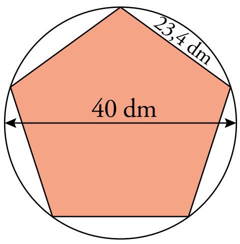
a)



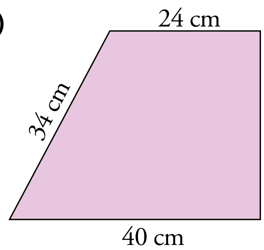
b)



c)



d)



a) $l^2 = 10^2 + (l/2)^2 \rightarrow 3l^2 = 400 \rightarrow l = 11{,}5$ mm

$A = \dfrac{11{,}5 \cdot 10}{2} = 57{,}5 \text{ mm}^2$

$P = 11{,}5 \cdot 3 = 34{,}5$ mm

b) $A = \dfrac{(2 \cdot 8) \cdot 30}{2} = 240 \text{ m}^2$

$l = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$ m

$P = 4 \cdot 17 = 68$ m

c) $ap = \sqrt{20^2 - 11{,}7^2} = 16{,}2$ dm

$P = 5 \cdot 23{,}4 = 117$ dm

$A = \dfrac{117 \cdot 16{,}2}{2} = 947{,}7 \text{ dm}^2$

d) Longitud del lado que falta: $x = \sqrt{34^2 - (40 - 24)^2} = 30$ cm

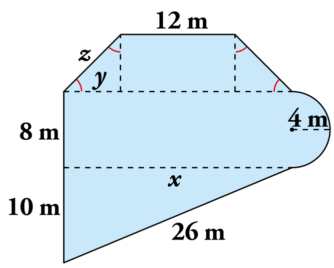
Como es la mitad de un trapecio, calculamos el área del trapecio entero:

$A = \dfrac{(48 + 80) \cdot 30}{2} = 1\,920 \text{ cm}^2$

Área de la mitad del trapecio $\rightarrow$ $1\,920 : 2 = 960 \text{ cm}^2$

$P = 40 + 34 + 24 + 30 = 128$ cm

4 **La plaza de un pueblo tiene la forma y las dimensiones que aparecen en el dibujo. Los ángulos señalados son todos ellos de 45°. Calcula el área y el perímetro de la plaza.**



$x = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$ m $\qquad y = \dfrac{24 - 12}{2} = 6$ m

$z = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8{,}5$ cm

$P = 12 + 8{,}5 \cdot 2 + 4\pi + 26 + 18 \approx 85{,}6$ m

$A = \dfrac{24 + 12}{2} \cdot 6 + 24 \cdot 8 + \dfrac{24 \cdot 10}{2} + \dfrac{\pi \cdot 4^2}{2} = 445{,}1 \text{ m}^2$