

7 ECUACIONES

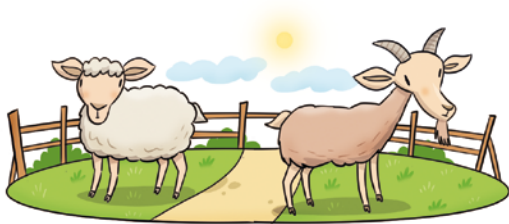
Página 132

Álgebra retórica y álgebra simbólica

1 Observa y resuelve.

LENGUAJE CORRIENTE

Entre ovejas y cabras son 36, y cuento tantos cuernos como ovejas.



LENGUAJE ALGEBRAICO

Ovejas $\rightarrow x$

Cuernos $\rightarrow x$

Cabras $\rightarrow \frac{x}{2}$

Ovejas + Cabras = 36

$$x + \frac{x}{2} = 36$$

$$2x + x = 72 \rightarrow 3x = 72 \rightarrow x = 24$$

2 Resuelve la ecuación por tanteo.

Vamos probando valores para la x hasta llegar a la solución.

3 ¿Cuántas ovejas y cuántas cabras hay en el rebaño?

Hay 24 ovejas y 12 cabras.

1 ECUACIONES: SIGNIFICADO Y UTILIDAD

Página 135

Para practicar

1  ¿Qué enunciado asocias a cada ecuación?

- La tercera parte de un número es igual a su cuarta parte más 20 unidades. (Número $\rightarrow x$)
- La edad de Andrés es el triple que la de su hermana, y entre los dos suman 20 años. (Andrés $\rightarrow x$ años)
- Un rectángulo es 3 metros más largo que ancho, y su perímetro mide 30 metros. (Ancho $\rightarrow x$ metros)
- He pagado 30 € por 3 blocs de dibujo y una caja de acuarelas. Pero la caja costaba el doble que un bloc. (Bloc $\rightarrow x$ euros)
- Un ciclista ha recorrido la distancia desde A hasta B a la velocidad de 15 km/h y un peatón, a 5 km/h, ha tardado una hora más. (Ciclista $\rightarrow x$ horas)
- Un grillo avanza, en cada salto, un metro menos que un saltamontes. Pero el grillo, en 15 saltos, llega igual de lejos que el saltamontes en 5. (Saltamontes $\rightarrow x$ metros)

$$x + \frac{x}{3} = 20$$

$$2x + 2(x + 3) = 30$$

$$15(x - 1) = 5x$$

$$\frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 20$$

$$3x + 2x = 30$$

$$15x = 5(x + 1)$$

a) $\frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 20$

b) $x + \frac{x}{3} = 20$

c) $2x + 2(x + 3) = 30$

d) $3x + 2x = 30$

e) $15x = 5(x + 1)$

f) $15(x - 1) = 5x$

2 Resuelve en el orden en que aparecen.

a) $3x = 21$

b) $3x - 1 = 20$

c) $\frac{3x - 1}{5} = 4$

d) $\sqrt{\frac{3x - 1}{5}} = 2$

a) $x = 7$

b) $3x = 21 \rightarrow x = 7$

c) $3x - 1 = 20 \rightarrow x = 7$

d) $\frac{3x - 1}{5} = 4 \rightarrow x = 7$

3 Resuelve con lo que sabes.

a) $6x = 24$

b) $x + 3 = 10$

c) $2x - 4 = 6$

d) $2(x + 1) = 12$

e) $\frac{x}{3} = 9$

f) $\frac{x - 2}{2} = 5$

g) $\frac{x + 1}{3} = 2$

h) $\frac{7}{x + 1} = 1$

i) $x^2 + 1 = 26$

j) $\sqrt{3x + 1} = 5$

a) $x = 4$

b) $x = 7$

c) $2x = 10 \rightarrow x = 5$

d) $2x + 2 = 12 \rightarrow x = 5$

e) $x = 27$

f) $x - 2 = 10 \rightarrow x = 12$

g) $x + 1 = 6 \rightarrow x = 5$

h) $x + 1 = 7 \rightarrow x = 6$

i) $x^2 = 25 \rightarrow x = 5; x = -5$

j) $3x + 1 = 25 \rightarrow 3x = 24 \rightarrow x = 8$

4 Encuentra alguna solución por tanteo.

a) $x^2 + 2x + 1 = 4$ b) $x^2 - 5x + 6 = 0$

c) $\frac{x}{4} + \frac{8}{x} = 3$ d) $x^3 - \sqrt{x} = 0$

a) $x = 1$; $x = -3$ b) $x = 2$; $x = 3$

c) $x = 8$; $x = 4$ d) $x = 0$; $x = 1$

5 Comprueba que cada ecuación tiene como soluciones los valores de x que la acompañan.

a) $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $x = -1$ $x = 5$

b) $x^3 = 2x^2 + 3x$
 $x = 0$ $x = -1$ $x = 3$

a) $x = -1 \rightarrow (-1)^2 - 4 \cdot (-1) - 5 = 1 + 4 - 5 = 0$

$x = 5 \rightarrow 5^2 - 4 \cdot 5 - 5 = 25 - 20 - 5 = 0$

b) $x = 0 \rightarrow 0 = 0 + 0 = 0$

$x = -1 \rightarrow (-1)^3 = 2 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1) \rightarrow -1 = 2 - 3 = -1$

$x = 3 \rightarrow 3^3 = 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 \rightarrow 27 = 18 + 9 = 27$

2 ▶ ECUACIONES: ELEMENTOS Y NOMENCLATURA

Página 136

Para practicar

1 ¿Verdadero o falso?

- La ecuación $x^2 + 6x - x^2 = 7x - 1$ es de segundo grado.
 - La ecuación $2x + x \cdot y = 6$ es de segundo grado.
 - Los términos de una ecuación son los sumandos que forman los miembros.
 - Una ecuación puede tener más de dos miembros.
 - Todas las ecuaciones de primer grado son equivalentes.
 - La ecuación $x + 1 = 5$ es equivalente a la ecuación $x + 2 = 6$.
- Falso.
 - Verdadero.
 - Verdadero.
 - Falso.
 - Falso.
 - Verdadero.

2 Copia en tu cuaderno y asocia cada ecuación con su solución.

- $4x + 4 = 5$
- $4x - 3 = x + 3$
- $x^2 - 3 = 2x$
- $3x = x + 1$

3 -1 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ 2

- $4x + 4 = 5 \rightarrow x = \frac{1}{4}$
- $4x - 3 = x + 3 \rightarrow x = 2$
- $x^2 - 3 = 2x \rightarrow x = 3; x = -1$
- $3x = x + 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

3 Agrupa las ecuaciones equivalentes.

- $4x = 20$
- $3x - 1 = 8$
- $5x - 4 = x$
- $3x = 9$
- $4x - 5 = 15$
- $4x - 4 = 0$

Son equivalentes a) y e) (solución $x = 5$), b) y d) (solución $x = 3$) y c) y f) (solución $x = 1$).

3 ▶ TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS

Página 137

Para practicar

1 Despeja la incógnita con la consigna que se adjunta en cada caso y calcula la solución.

a) $x + 7 = 10$ → Resta 7 en cada miembro.

b) $x + 8 = 5$ → Resta 8 en cada miembro.

c) $x - 4 = 6$ → Suma 4 en cada miembro.

d) $x - 1 = 4$ → Suma 1 en cada miembro.

e) $6x = 12$ → Divide entre 6 cada miembro.

f) $-2x = 8$ → Divide entre -2 cada miembro.

g) $\frac{x}{3} = 5$ → Multiplica por 3 cada miembro.

h) $\frac{x}{-7} = 1$ → Multiplica por -7 cada miembro.

a) $x = 10 - 7 \rightarrow x = 3$

b) $x = 5 - 8 \rightarrow x = -3$

c) $x = 6 + 4 \rightarrow x = 10$

d) $x = 4 + 1 \rightarrow x = 5$

e) $x = \frac{12}{6} \rightarrow x = 2$

f) $x = \frac{8}{-2} \rightarrow x = -4$

g) $x = 5 \cdot 3 \rightarrow x = 15$

h) $x = 1 \cdot (-7) \rightarrow x = -7$

2 Despeja la incógnita y calcula la solución.

a) $x + 2 = 5$

b) $x + 3 = 2$

c) $x + 8 = 0$

d) $x - 1 = 5$

e) $x - 5 = 1$

f) $3x = 6$

g) $5x = 15$

h) $-5x = 10$

i) $\frac{x}{4} = -1$

j) $\frac{5x}{-2} = -10$

a) $x = 3$

b) $x = -1$

c) $x = -8$

d) $x = 6$

e) $x = 6$

f) $x = 2$

g) $x = 3$

h) $x = -2$

i) $x = -4$

j) $x = 4$

5 ▶ ECUACIONES CON DENOMINADORES

Página 140

Para fijar ideas

1 Copia, multiplica para eliminar denominadores y resuelve.

a) $4 - \frac{2x}{3} = x + \frac{2}{3}$ ← Multiplica ambos lados por 3.

$$12 - \frac{6x}{3} = \square x + \frac{\square}{3}$$

$$12 - \square x = \square x + \square$$

b) $\frac{5x}{6} - 1 = \frac{x}{3} - \frac{3}{4}$ ← Multiplica ambos lados por 12.

$$\frac{60x}{6} - \square = \frac{\square}{3} - \frac{\square}{4}$$

$$\square x - \square = 4x - \square$$

a) $12 - \frac{6x}{3} = 3x + \frac{6}{3}$

$$12 - 2x = 3x + 2 \rightarrow x = 2$$

b) $\frac{60x}{6} - 12 = \frac{12x}{3} - \frac{36}{4}$

$$10x - 12 = 4x - 8 \rightarrow x = \frac{2}{3}$$

7 ► RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ECUACIONES

Página 142

Para fijar ideas

Reflexiona sobre las ayudas que se ofrecen en los siguientes problemas y, después, resuélvelos.

1 Si a la mitad de un número le sumas su quinta parte, obtienes la misma cantidad que si a dicho número le quitas tres unidades. ¿Qué número es?

- El número $\rightarrow x$
- Su mitad $\rightarrow \frac{x}{2}$
- Su quinta parte $\rightarrow \frac{x}{5}$
- El n.º menos tres $\rightarrow x - 3$

$$\boxed{\text{LA MITAD DEL N.º}} + \boxed{\text{LA QUINTA PARTE DEL N.º}} = \boxed{\text{EL N.º MENOS TRES}}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{5} = x - 3$$

Multiplicamos por 10 ambos lados:

$$5x + 2x = 10x - 0 \rightarrow 3x = 30 \rightarrow x = 10$$

Es el número 10.

2 En mi clase, si hacemos equipos de tres, salen dos equipos más que si los hacemos de cuatro. ¿Cuántos somos en clase?

- En clase somos $\rightarrow x$
- N.º equipos de tres $\rightarrow \frac{x}{3}$
- N.º equipos de cuatro $\rightarrow \frac{x}{4}$

$$\boxed{\text{N.º DE EQUIPOS DE TRES}} - 2 = \boxed{\text{N.º DE EQUIPOS DE CUATRO}}$$

$$\frac{x}{3} - 2 = \frac{x}{4}$$

Multiplicamos por 12 ambos lados:

$$4x - 24 = 3x \rightarrow x = 24$$

En clase somos 24.

Página 143

Para fijar ideas

Reflexiona sobre las ayudas que se ofrecen en los siguientes problemas y, después, resuélvelos.

3 **ODS** Meta 2.3. Una hortelana ha cargado en su furgoneta 35 cajas, unas de patatas, de 15 kilos, y otras de nabos, de 10 kilos. En total pesan 455 kilos. ¿Cuántas cajas eran de cada clase?

| | N.º DE CAJAS | PESO (kg) |
|---------|--------------|---------------------|
| PATATAS | x | $15 \cdot x$ |
| NABOS | $35 - x$ | $10 \cdot (35 - x)$ |

$$\boxed{\text{PESO DE } x \text{ CAJAS DE PATATAS}} + \boxed{\text{PESO DE } (35 - x) \text{ CAJAS DE NABOS}} = 455 \text{ kg}$$

$$15x + 10 \cdot (35 - x) = 455 \rightarrow 15x + 350 - 10x = 455 \rightarrow 5x = 105 \rightarrow x = 21$$

$$35 - 21 = 14$$

Eran 21 cajas de patatas y 14 de nabos.

4 Rosa tiene 25 años menos que su padre, Juan, y 26 años más que su hijo Alberto. Entre los tres suman 98 años. ¿Cuál es la edad de cada uno?

- Edad de Rosa $\rightarrow x$
- Edad de Juan $\rightarrow x + 25$
- Edad de Alberto $\rightarrow x - 26$

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{EDAD} \\ \text{DE ROSA} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \text{EDAD} \\ \text{DE JUAN} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \text{EDAD} \\ \text{DE ALBERTO} \end{array}} = 98 \text{ años}$$

$$x + (x + 25) + (x - 26) = 98 \rightarrow x = 33$$

Rosa tiene 33 años; Juan, 58 años, y Alberto, 7 años.

5 Un kilo de manzanas cuesta 0,50 € más que uno de naranjas. Marta ha comprado tres kilos de naranjas y uno de manzanas por 5,30 €. ¿A cómo están las naranjas? ¿Y las manzanas?

- Un kilo de naranjas $\rightarrow x$
- Tres kilos de naranjas $\rightarrow 3x$
- Un kilo de manzanas $\rightarrow x + 0,50$

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{COSTE DE 3 KG} \\ \text{DE NARANJAS} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \text{COSTE DE 1 KG} \\ \text{DE MANZANAS} \end{array}} = 5,30 \text{ €}$$

$$3x + (x + 0,5) = 5,30 \rightarrow x = 1,20$$

Un kilo de naranjas cuesta 1,20 €.

Un kilo de manzanas cuesta 1,70 €.

6 La pandilla ha entrado a merendar en una bocadillería. Un bocadillo cuesta un euro más que un sándwich. Por tres sándwiches y dos bocadillos pagan 11 euros. ¿Cuánto cuesta un sándwich? ¿Y un bocadillo?

$$\boxed{\begin{array}{c} 3x \\ \text{[3 sándwiches]} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} 2(x + 1) \\ \text{[2 bocadillos]} \end{array}} = 11 \text{ €}$$

Sándwich $\rightarrow x$

Bocadillo $\rightarrow x + 1$

$$3x + 2 \cdot (x + 1) = 11 \rightarrow x = 1,80$$

El sándwich cuesta 1,80 €, y el bocadillo, 2,80 €.

Página 144

Para practicar

1 Reparte 99 € entre tres personas, de forma que la primera reciba la mitad que la segunda, y esta, el triple que la tercera.

- La tercera persona $\rightarrow x$
- La segunda persona $\rightarrow 3x$
- La primera persona $\rightarrow \frac{3x}{2}$

$$x + 3x + \frac{3x}{2} = 99 \rightarrow 2x + 6x + 3x = 198 \rightarrow x = \frac{198}{11} = 18$$

La primera persona recibirá 27 €; la segunda, 54 € y la tercera, 18 €.

2 En un taller se distribuye una paga de 5 000 € por beneficios. La encargada recibirá el doble que un oficial, y un oficial 200 € más que un peón. ¿Cuánto se llevará cada uno sabiendo que el taller tiene, además de la encargada, tres oficiales y cinco peones?

- Un peón $\rightarrow x$
- Un oficial $\rightarrow x + 200$
- La encargada $\rightarrow 2 \cdot (x + 200)$

Antes de empezar, piensa: cinco peones recibirán $5x$ y tres oficiales...

$$5x + 3 \cdot (x + 200) + 2 \cdot (x + 200) = 5\,000$$

$$5x + 5 \cdot (x + 200) = 5\,000 \rightarrow 10x = 4\,000 \rightarrow x = 400$$


Cada peón recibirá 400 €; cada oficial, 600 €, y la encargada, 1 200 €.

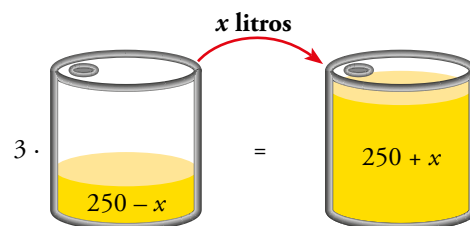
3 Sara y Jorge se reparten a partes iguales la paga que les ha dado su abuela. Después, Jorge le dice a Sara: si te devuelvo los 10 € que te debo, solo tendré la mitad que tú. ¿Cuánto les dio su abuela?

- Paga de la abuela (€) $\rightarrow x$
- Si Jorge devuelve 10 €, tendrá $\rightarrow \frac{x}{2} - 10$
- Si Sara recibe 10 €, tendrá $\rightarrow \frac{x}{2} + 10$

$$\frac{x}{2} - 10 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{2} + 10\right) \rightarrow \frac{x}{2} - 10 = \frac{x}{4} + 5 \rightarrow 2x - 40 = x + 20 \rightarrow x = 60$$

La abuela les dio 60 €.

4  Se han repartido 500 litros de gasóleo, a partes iguales, en dos barriles. ¿Cuántos litros se han de pasar de uno al otro para que el segundo quede con el triple de cantidad que el primero?



$$3 \cdot (250 - x) = 250 + x \rightarrow 750 - 3x = 250 + x \rightarrow 4x = 500 \rightarrow x = 125$$

Se han de pasar 125 litros.

Página 145

Para practicar

5 Un almacenista dispone de dos tipos de café, uno de calidad superior, a 12,70 €/kg, y otro, de inferior calidad, a 7,80 €/kg.

¿Cuántos kilos del café superior debe mezclar con 100 kilos del inferior para conseguir una mezcla de calidad intermedia que salga a 9,90 €/kg?

| | KILOS | PRECIO (€/kg) | COSTE (€) |
|----------|-----------|---------------|------------------|
| SUPERIOR | x | 12,70 | $12,70 \cdot x$ |
| INFERIOR | 100 | 7,80 | $7,80 \cdot 100$ |
| MEZCLA | $x + 100$ | 9,90 | $9,90(x + 100)$ |

$$9,90 \cdot (x + 100) = 7,80 \cdot 100 + 12,70 \cdot x$$

$$9,9x + 990 = 780 + 12,7x \rightarrow x = 75$$

Debe mezclar 75 kilos del café superior.

- 6** Un orfebre dispone de dos aleaciones de oro, una con un 96 % de metal noble y la otra con solo el 75 %. ¿Cuántos gramos de la primera hay que fundir con 100 gramos de la segunda para subir su riqueza al 82 %?

Si llamamos x a los gramos de la primera aleación que necesitamos al 96 %:

$$0,96x + 100 \cdot 0,75 = (100 + x) \cdot 0,82 \rightarrow 0,96x + 75 = 82 + 0,82x$$

$$0,14x = 7 \rightarrow x = 50$$

Hay que fundir 50 gramos de la primera aleación.

- 7** Martina ha mezclado pinturas roja y amarilla para obtener 40 litros de pintura naranja. El litro de pintura roja cuesta 3,40 €, y el de amarilla, 2,60 €. ¿Cuántos litros de cada tipo ha utilizado si la pintura naranja ha salido a 2,95 €/L?

| | LITROS | PRECIO (€/L) | COSTE (€) |
|----------|----------|--------------|-----------|
| ROJA | x | | |
| AMARILLA | $40 - x$ | | |
| MEZCLA | 40 | 2,95 | |

$$3,40x + 2,60 \cdot (40 - x) = 2,95 \cdot 40 \rightarrow x = \frac{14}{0,80} = 17,5$$

Martina ha utilizado 17,5 litros de pintura roja y 22,5 litros de pintura amarilla.

- 8** Una empresaria compra 100 camisas a 24 € la unidad y las pone a la venta aumentando el precio en un 30 %. Sin embargo, cuando ha vendido una parte, llegan las rebajas y las pone solo un 10 % más caras que lo que le costaron. Así, cuando se le terminan, ha recibido un beneficio global de un 25 %. ¿Cuántas vendió antes de las rebajas?

Precio de la camisa que vende aumentando el 30 %: $24 \cdot 1,30 = 31,20$ €

Precio de la camisa vendida en rebajas, aumentando un 10 %: $24 \cdot 1,10 = 26,40$ €

Precio final por cada camisa: $24 \cdot 1,25 = 30$ €

Si x es el número de camisas vendidas antes de las rebajas:

$$31,2x + 26,4 \cdot (100 - x) = 30 \cdot 100$$

$$31,2x + 2640 - 26,4x = 3000$$

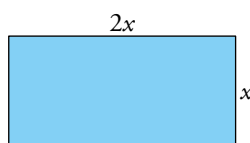
$$4,8x = 360 \rightarrow x = 75$$

Antes de las rebajas vendió 75 camisas.

Página 146

Para practicar

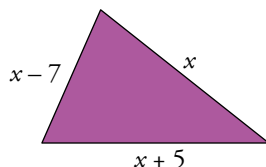
- 9** Se han necesitado 150 metros de alambreada para cercar una finca rectangular que es el doble de larga que de ancha. ¿Cuáles son las dimensiones de la finca?



$$x + 2x + x + 2x = 150 \rightarrow x = 25$$

La parcela mide 25 m de ancho y 50 m de largo.

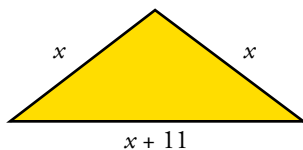
- 10** En un triángulo escaleno, el lado mediano mide 7 cm más que el lado menor y 5 cm menos que el lado mayor. Si el perímetro mide 52 cm, ¿cuál es la longitud de cada lado?



$$(x - 7) + x + (x + 5) = 52 \rightarrow x = 18$$

Los lados del triángulo miden 11 m, 18 m y 23 m.

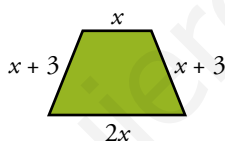
- 11** En un triángulo isósceles, el lado desigual mide 11 cm más que uno de los lados iguales y el perímetro mide 65 cm. Calcula la longitud de cada lado.



$$x + x + x + 11 = 65 \rightarrow 3x = 54 \rightarrow x = 18$$

El lado desigual mide 29 cm, y cada uno de los lados iguales, 18 cm.

- 12** En un trapecio cuyo perímetro mide 51 cm, la base mayor mide el doble que la menor, y esta, 3 cm menos que cada uno de los lados no paralelos. Calcula la medida de cada lado.



$$x + 2 \cdot (x + 3) + 2x = 51 \rightarrow 5x = 45 \rightarrow x = 9$$

La base menor mide 9 cm; la mayor, 18 cm, y los lados no paralelos, 12 cm cada uno.

8 ► ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Página 147

Para practicar

1 Indica cuáles de estas ecuaciones son de segundo grado y exprésalas en la forma general.

- a) $x^2 = 5$ b) $x^2 + 3 = x^2 + x$
c) $2x(x - 1) = 4$ d) $x(x - 3) = x^2 - 1$
e) $7x^2 - 4x = x^2 + 2$ f) $5x + 6 - x^2 = 7x^3 + 4$
g) $3x^2 + 9 - 3x^2 = x$ h) $x^3 + 2x = x(x + 3)$
a) $x^2 + 0x - 5 = 0$
c) $2x^2 - 2x - 4 = 0$
e) $6x^2 - 4x - 2 = 0$

2 Asocia cada ecuación con su pareja de soluciones.

- a) $x^2 = 25$ b) $x^2 = 9$
c) $x^2 + x - 6 = 0$ d) $x^2 - 7x + 10 = 0$
e) $x^2 + 3x - 10 = 0$ f) $x^2 - 5x + 6 = 0$

- a) 5 y -5 b) 3 y -3
c) 2 y -3 d) 2 y 5
e) 2 y -5 f) 2 y 3

9 ► RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Página 149

Para fijar ideas

1 Copia, completa los coeficientes y calcula las soluciones.

$$a) x^2 + 2x - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$b) 5x^2 - 3x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = -3 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{\square^2 - 4 \cdot \square \cdot (-3)}}{2 \cdot \square} = \dots$$

$$x = \frac{-(-\square) \pm \sqrt{(-\square)^2 - 4 \cdot \square \cdot (-2)}}{2 \cdot \square} = \dots$$

$$a) x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} \rightarrow x = 1; x = -3$$

$$b) x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2)}}{2 \cdot 5} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{10} \rightarrow x = 1; x = -\frac{2}{5}$$

Para practicar

1 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 = 81$

b) $x^2 = 25$

c) $5x^2 = 20$

d) $x^2 - 9 = 0$

e) $x^2 + 6 = 10$

f) $4x^2 + 1 = 2$

g) $\frac{x^2}{7} = 7$

h) $\frac{5x^2}{8} = \frac{2}{5}$

i) $\frac{2x^2}{9} - \frac{1}{50} = 0$

a) $x = \pm 9$

b) $x = \pm 5$

c) $x = \pm 2$

d) $x = \pm 3$

e) $x = \pm 2$

f) $x = \pm \frac{1}{2}$

g) $x = \pm 7$

h) $x = \pm \frac{4}{5}$

i) $x = \pm \frac{3}{10}$

2 Reduce, saca factor común y resuelve.

a) $x^2 - 4x = 0$

b) $x^2 + 2x = 0$

c) $x^2 - x = 0$

d) $x^2 + x = 0$

e) $3x^2 - 2x = 0$

f) $5x^2 + x = 0$

g) $\frac{x^2}{3} = x$

h) $\frac{x^2}{2} = \frac{x}{3}$

i) $\frac{x}{3} + \frac{x^2}{4} = \frac{5x}{6}$

a) $x(x - 4) = 0$
 $x = 0; x = 4$

b) $x(x + 2) = 0$
 $x = 0; x = -2$

c) $x(x - 1) = 0$
 $x = 0; x = 1$

d) $x(x + 1) = 0$
 $x = 0; x = -1$

e) $x(3x - 2) = 0$
 $x = 0; x = \frac{2}{3}$

f) $x(5x + 1) = 0$
 $x = 0; x = -\frac{1}{5}$

g) $\frac{x^2}{x} = 3$
 $x = 3$

h) $x(2x + 1) = 0$
 $x = 0; x = -\frac{1}{2}$

i) $x(x - 5) = 0$
 $x = 0; x = 5$

3 Calcula la solución aplicando la fórmula.

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$ b) $x^2 - 6x + 5 = 0$

c) $x^2 + x - 12 = 0$ d) $x^2 + 7x + 10 = 0$

e) $2x^2 - 7x + 6 = 0$ f) $x^2 - 2x + 1 = 0$

g) $x^2 + 6x + 9 = 0$ h) $x^2 - 3x + 3 = 0$

a) $x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} \rightarrow x = 4; x = 2$

b) $x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} \rightarrow x = 5; x = 1$

c) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} \rightarrow x = 3; x = -4$

d) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{2} \rightarrow x = -2; x = -5$

e) $x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{4} \rightarrow x = 2; x = \frac{3}{2}$

f) $x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2} \rightarrow x = 1; x = 1$

g) $x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} = \frac{-6 \pm 0}{2} \rightarrow x = -3; x = -3$

h) $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{-3}}{2} \rightarrow$ Sin solución

4 Reduce y resuelve.

a) $x^2 - 3x - 5 = 2x + 9$

b) $6x^2 - 5(x - 1) = x(x + 1) + 4$

c) $x(x + 1) - \frac{1}{2} = \frac{x - 4}{6}$

a) $x^2 - 5x - 14 = 0 \rightarrow x = 7; x = -2$

b) $5x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow x = 1; x = \frac{1}{5}$

c) $6x^2 + 5x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}; x = -\frac{1}{3}$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Ecuaciones sencillas

1  Resuelve mentalmente.

a) $x + 4 = 5$

b) $x - 3 = 6$

c) $7 + x = 10$

d) $7 - x = 5$

e) $9 = 15 - x$

f) $2 - x = 9$

a) $x = 1$

b) $x = 9$

c) $x = 3$

d) $x = 2$

e) $x = 6$

f) $x = -7$

2  Resuelve.

a) $2x - 5 + 3x + 1 = 3x - 2$

b) $x + 7 = 12x - 3 - 8x + 1$

c) $6x - 1 + x = 4 - 5x + 3$

d) $x + 2x + 3x - 5 = 4x - 9$

e) $5x + 4 - 6x = 7 - x - 3$

f) $4x + 2 + 7x = 10x + 3 + x$

a) $x = 1$

b) $x = 3$

c) $x = \frac{2}{3}$

d) $x = -2$

e) Es una identidad. Tiene infinitas soluciones.

f) Incompatible. Sin solución.

3  Quita paréntesis y resuelve.

a) $6(x + 1) - 4x = 5x - 9$

b) $18x - 13 = 8 - 4(3x - 1)$

c) $3x + 5(2x - 1) = 8 - 3(4 - 5x)$

d) $5 - (4x + 6) = 3x + (7 - 4x)$

e) $x - 7(2x + 1) = 2(6 - 5x) - 13$

f) $11 - 5(3x + 2) + 7x = 1 - 8x$

g) $13x - 5(x + 2) = 4(2x - 1) + 7$

a) $6x + 6 - 4x = 5x - 9 \rightarrow 15 = 3x \rightarrow x = 5$

b) $18x - 13 = 8 - 12x + 4 \rightarrow 30x = 25 \rightarrow x = \frac{5}{6}$

c) $3x + 10x - 5 = 8 - 12 + 15x \rightarrow -1 = 2x \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

d) $5 - 4x - 6 = 3x + 7 - 4x \rightarrow -8 = 3x \rightarrow x = -\frac{8}{3}$

e) $x - 14x - 7 = 12 - 10x - 13 \rightarrow -6 = 3x \rightarrow x = -2$

f) $11 - 15x - 10 + 7x = 1 - 8x \rightarrow 1 - 8x = 1 - 8x \rightarrow$ Identidad. Infinitas soluciones.

g) $13x - 5x - 10 = 8x - 4 + 7 \rightarrow 8x - 10 = 8x + 3 \rightarrow$ Incompatible. No tiene solución.

Ecuaciones de primer grado con denominadores

4  Quita denominadores y resuelve.

a) $\frac{5x}{3} + 1 = \frac{5}{6} + x$

b) $\frac{3x}{5} - \frac{1}{4} = x - \frac{7x}{10} - \frac{1}{5}$

c) $\frac{x}{3} + \frac{4}{15} - x = \frac{1}{6} - \frac{7x}{10}$

d) $\frac{7x}{4} - 1 - \frac{x}{8} = x + \frac{5x}{8} + 1$

e) $\frac{x}{2} + \frac{1}{6} - \frac{x}{3} = \frac{5}{6} + \frac{x}{6} - \frac{2}{3}$

a) $10x + 6 = 5 + 6x \rightarrow x = -\frac{1}{4}$

b) $12x - 5 = 20x - 14x - 4 \rightarrow x = \frac{1}{6}$

c) $10x + 8 - 30x = 5 - 21x \rightarrow x = -3$

d) $14x - 8 - x = 8x + 5x + 8 \rightarrow 0x = 16 \rightarrow$ Sin solución.

e) $3x + 1 - 2x = x - 4 + 5 \rightarrow x + 1 = x + 1 \rightarrow$ Identidad. Tiene infinitas soluciones.

5  Elimina los paréntesis y los denominadores, y resuelve.

a) $2x - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}(x - 3)$

b) $\frac{5}{6}(2x - 1) - x = \frac{x}{6}$

c) $\frac{x}{5} - 1 = 2\left(x - \frac{4}{5}\right)$

d) $x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}(2x - 5)$

a) $4x - 5 = x - 3 \rightarrow x = \frac{2}{3}$

b) $5(2x - 1) - 6x = x \rightarrow 10x - 5 - 6x = x \rightarrow x = \frac{5}{3}$

c) $\frac{x}{5} - 1 = 2x - \frac{8}{5} \rightarrow x - 5 = 10x - 8 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

d) $x - \frac{1}{3} = \frac{x}{3} - \frac{5}{6} \rightarrow 6x - 2 = 2x - 5 \rightarrow x = -\frac{3}{4}$

6  Ejercicio resuelto.

7  Elimina denominadores y resuelve.

a) $1 - \frac{x+1}{3} = 2x - \frac{1}{3}$

c) $\frac{3x-1}{2} - 1 = 2x - 2$

e) $2x + \frac{x-3}{2} = \frac{x-3}{4}$

g) $\frac{x+3}{5} - \frac{x-6}{7} = 1$


b) $1 - \frac{1-x}{3} = x + \frac{1}{2}$

d) $x + \frac{2-3x}{5} = \frac{x}{2} + 1$


f) $\frac{3x}{5} - 1 = x - \frac{x+1}{2}$

h) $\frac{1-x}{3} - \frac{x-1}{12} = \frac{3x-1}{4}$

- a) $3 - (x + 1) = 6x - 1 \rightarrow 3 - x - 1 = 6x - 1 \rightarrow x = \frac{3}{7}$
 b) $6 - 2(1 - x) = 6x + 3 \rightarrow 6 - 2 + 2x = 6x + 3 \rightarrow x = \frac{1}{4}$
 c) $3x - 1 - 2 = 4x - 4 \rightarrow x = 1$
 d) $10x + 2(2 - 3x) = 5x + 10 \rightarrow 10x + 4 - 6x = 5x + 10 \rightarrow x = -6$
 e) $8x + 2(x - 3) = x - 3 \rightarrow 8x + 2x - 6 = x - 3 \rightarrow x = \frac{1}{3}$
 f) $6x - 10 = 10x - 5(x + 1) \rightarrow 6x - 10 = 10x - 5x - 5 \rightarrow x = 5$
 g) $7(x + 3) - 5(x - 6) = 35 \rightarrow 7x + 21 - 5x + 30 = 35 \rightarrow x = -8$
 h) $4(1 - x) - (x - 1) = 3(3x - 1) \rightarrow 4 - 4x - x + 1 = 9x - 3 \rightarrow x = \frac{4}{7}$


8  Resuelve estas ecuaciones:

- a) $\frac{3x-1}{4} - \frac{2x+1}{5} = \frac{7x-13}{20}$
 b) $2 + \frac{2}{5}(x+1) = x - \frac{2x+3}{5}$
 c) $\frac{2}{3}(1-3x) + \frac{3(x-1)}{4} = \frac{5}{12}(1-x)$
 d) $\frac{3}{5}\left(\frac{x-1}{3} + 1\right) + x = \frac{3}{4}\left(x - \frac{2}{3}\right)$
 a) $5(3x - 1) - 4(2x + 1) = 7x - 13 \rightarrow 15x - 5 - 8x - 4 = 7x - 13 \rightarrow$ Incompatible. No tiene solución.
 b) $10 + 2(x + 1) = 5x - (2x + 3) \rightarrow 10 + 2x + 2 = 5x - 2x - 3 \rightarrow x = 15$
 c) $8(1 - 3x) + 9(x - 1) = 5(1 - x) \rightarrow 8 - 24x + 9x - 9 = 5 - 5x \rightarrow x = \frac{-3}{5}$
 d) $\frac{x-1}{5} + \frac{3}{5} + x = \frac{3x}{4} - \frac{1}{2} \rightarrow 4x - 4 + 12 + 20x = 15x - 10 \rightarrow x = -2$

9  Ejercicio resuelto.


10  Resuelve, como en el ejercicio anterior.

- a) $\frac{2}{x} + \frac{1}{2} = \frac{5}{3x} + 1$ b) $\frac{1}{2x} + \frac{1}{5} = \frac{1}{5x} + \frac{1}{2}$
 c) $\frac{1}{2x} - \frac{2}{9x} = 1 + \frac{1}{3x}$ d) $\frac{1}{x-1} + \frac{3}{2} = \frac{3}{2(x-1)}$

 **Multiplica por $6x$, $10x$, $18x$ y $2(x-1)$, respectivamente.**

- a) $6x \cdot \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{2}\right) = 6x \cdot \left(\frac{5}{3x} + 1\right) \rightarrow 12 + 3x = 10 + 6x \rightarrow 12 - 10 = 6x - 3x \rightarrow 2 = 3x \rightarrow x = \frac{2}{3}$
 b) $10x \cdot \left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{5}\right) = 10x \cdot \left(\frac{1}{5x} + \frac{1}{2}\right) \rightarrow 5 + 2x = 2 + 5x \rightarrow 5 - 2 = 5x - 2x \rightarrow 3 = 3x \rightarrow x = \frac{3}{3} = 1$
 c) $18x \cdot \left(\frac{1}{2x} - \frac{2}{9x}\right) = 18x \cdot \left(1 + \frac{1}{3x}\right) \rightarrow 9 - 4 = 18x + 6 \rightarrow 5 - 6 = 18x \rightarrow -1 = 18x \rightarrow x = -\frac{1}{18}$
 d) $2(x-1) \cdot \left(\frac{1}{x-1} + \frac{3}{2}\right) = 2(x-1) \cdot \left(\frac{3}{2(x-1)}\right) \rightarrow 2 + 3(x-1) = 3 \rightarrow 2 + 3x - 3 = 3 \rightarrow 3x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{3}$

Ecuaciones de segundo grado

11  Observa, razona y resuelve.

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| a) $5x^2 = 45$ | b) $12x^2 = 3$ |
| c) $x(x-3) = 0$ | d) $(x+5)x = 0$ |
| e) $x(3x-1) = 0$ | f) $3x(5x+2) = 0$ |
| g) $x^2 - 7x = 0$ | h) $x^2 + 4x = 0$ |
| i) $3x^2 = 2x$ | j) $5x^2 = x^2 - 2x$ |
| a) $x = \pm 3$ | b) $x = \pm \frac{1}{2}$ |
| c) $x = 0; x = 3$ | d) $x = 0; x = -5$ |
| e) $x = 0; x = \frac{1}{3}$ | f) $x = 0; x = -\frac{2}{5}$ |
| g) $x = 0; x = 7$ | h) $x = 0; x = -4$ |
| i) $x = 0; x = \frac{2}{3}$ | j) $x = 0; x = -\frac{1}{2}$ |

12  Resuelve aplicando la fórmula.

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| a) $x^2 - 10x + 21 = 0$ | b) $x^2 + 2x - 3 = 0$ |
| c) $x^2 + 9x + 40 = 0$ | d) $5x^2 + 14x - 3 = 0$ |
| e) $15x^2 - 16x + 4 = 0$ | f) $14x^2 + 5x - 1 = 0$ |
| g) $x^2 - 10x + 25 = 0$ | h) $9x^2 + 6x + 1 = 0$ |
| i) $6x^2 - 5x + 2 = 0$ | j) $6x^2 - x - 5 = 0$ |

a) $x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 84}}{2} \rightarrow x = 7; x = 3$

b) $x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \rightarrow x = 1; x = -3$

c) $x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 160}}{2} \rightarrow$ Sin solución.

d) $x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 60}}{10} \rightarrow x = \frac{1}{5}; x = -3$

e) $x = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 240}}{30} \rightarrow x = \frac{2}{3}; x = \frac{2}{5}$


f) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{28} \rightarrow x = \frac{1}{7}; x = -\frac{1}{2}$

g) $x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 100}}{2} \rightarrow x = 5; x = 5$

h) $x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{18} \rightarrow x = -\frac{1}{3}; x = -\frac{1}{3}$

i) $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 48}}{12} \rightarrow$ Sin solución.

j) $x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 120}}{2} \rightarrow x = 6; x = -5$

13  Reduce a la forma general y aplica la fórmula.

a) $x^2 - \frac{1}{4} = \frac{1}{5}\left(\frac{x}{4} - 1\right)$

b) $\frac{x}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) = \frac{x}{6}\left(\frac{x}{2} + \frac{5}{3}\right)$

c) $\frac{x}{3}\left(\frac{1}{2} - x\right) = 2 - \frac{x}{2}\left(x - \frac{5}{3}\right)$

d) $\frac{x^2}{2} + x = \frac{2x^2 - 5}{3} - 1$

a) $20x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}; x = -\frac{1}{5}$

b) $15x^2 - 19x = 0 \rightarrow x = 0; x = \frac{19}{15}$

c) $x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow x = 6; x = -2$

d) $x^2 - 6x - 16 = 0 \rightarrow x = 8; x = -2$

Resuelve problemas con ecuaciones de primer grado

14  Calcula, primero, mentalmente y, después, con la ayuda de una ecuación.

a) Si a un número le sumas 12, obtienes 25. ¿De qué número se trata?

b) Si a un número le restas 10, obtienes 20. ¿Qué número es?

c) Un número, x , y su siguiente, $x + 1$, suman 13. ¿Cuáles son esos números?

d) En mi clase somos 29 en total, pero hay tres chicos más que chicas. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en la clase?

a) $x + 12 = 25 \rightarrow x = 13$

El número es 13.

b) $x - 10 = 20 \rightarrow x = 30$


El número es 30.

c) $x + (x + 1) = 13 \rightarrow x = 6$


Los números son 6 y 7.

d) $\left. \begin{array}{l} \text{Chicas} \rightarrow x \\ \text{Chicos} \rightarrow x + 3 \end{array} \right\} x + (x + 3) = 29 \rightarrow x = 13$

En la clase hay 13 chicas y 16 chicos.

15  Busca un número cuyo doble más tres unidades sea igual a su triple menos cinco unidades.

$2x + 3 = 3x - 5 \rightarrow x = 8$. El número es 8.

16  Multiplicando un número por 5, se obtiene el mismo que sumándole 12. ¿Cuál es ese número?


$5x = x + 12 \rightarrow x = 3$. El número es 3.

17  La suma de dos números es 167, y su diferencia, 19. ¿Cuáles son esos números?

Un número $\rightarrow x$ Otro número $\rightarrow x + 19$

$x + (x + 19) = 167 \rightarrow x = 74; x + 19 = 93$

Los números son 74 y 93.

18  **Calcula el número natural que sumado a su siguiente da 157.**

• El número $\rightarrow x$

• Su siguiente $\rightarrow x + 1$


$$x + (x + 1) = 157 \rightarrow x = 78$$

El número es 78.

19  **La suma de tres números consecutivos es 135. ¿Cuáles son esos números?**

$$(x - 1) + x + (x + 1) = 135 \rightarrow x = 45$$

Los números son 44, 45 y 46.

20  **Teresa es siete años mayor que su hermano Antonio y dos años menor que su hermana Blanca. Calcula la edad de cada uno sabiendo que entre los tres suman 34 años.**


Antonio $\rightarrow x - 7$; Teresa $\rightarrow x$; Blanca $\rightarrow x + 2$

$$(x - 7) + x + (x + 2) = 34 \rightarrow x = 13$$

Antonio tiene $x - 7 = 13 - 7 = 6$ años.

Teresa tiene 13 años.

Blanca tiene $x + 2 = 13 + 2 = 15$ años.


21  **Una ensaimada cuesta 10 céntimos más que un cruasán. Tres cruasanes y cuatro ensaimadas han costado 6 euros. ¿Cuál es el coste de cada pieza?**

Cruasán $\rightarrow x$

Ensamada $\rightarrow x + 10$

$$3x + 4(x + 10) = 600 \rightarrow x = 80$$

Un cruasán cuesta 80 céntimos, y una ensaimada, 90 céntimos.


22  **Nicolás ha comprado en las rebajas dos pantalones y tres camisetas por 161 €. ¿Cuál era el precio de cada artículo, sabiendo que un pantalón costaba el doble que una camiseta?**

Camiseta $\rightarrow x$

Pantalón $\rightarrow 2x$

$$2 \cdot 2x + 3x = 161 \rightarrow x = 23$$

Una camiseta cuesta 23 €, y un pantalón, 46 €.

23  **Un depósito de agua se abastece de dos grifos. Abriendo solo el primero, el depósito se llena en 40 minutos. Pero si se abre también el segundo, que aporta 5 litros por minuto, entonces el depósito se llena en 30 minutos. ¿Qué caudal aporta el primer grifo? ¿Cuál es la capacidad del depósito?**


Litros por minuto del primer grifo $\rightarrow x$

$$40x = 30 \cdot (x + 5) \rightarrow 10x = 150 \rightarrow x = 15$$

El primer grifo aporta 15 litros por minuto.

$$40 \cdot 15 = 600$$

La capacidad del depósito es de 600 litros.

24  En la caja de un supermercado hay 1140 euros repartidos en billetes de 5, 10, 20 y 50 euros.

Sabiendo que:

- Hay el doble de billetes de 5 € que de 10 €.
- De 10 € hay la misma cantidad que de 20 €.
- De 20 € hay seis billetes más que de 50 €.

¿Cuántos billetes de cada clase hay en la caja?

Billetes de 50 € $\rightarrow x$


Billetes de 20 € $\rightarrow x + 6$

Billetes de 10 € $\rightarrow x + 6$

Billetes de 5 € $\rightarrow 2(x + 6)$

$$50x + 20(x + 6) + 10(x + 6) + 5 \cdot 2 \cdot (x + 6) = 1140 \rightarrow x = 10$$

En la caja hay 10 billetes de 50 €, 16 billetes de 20 €, 16 billetes de 10 € y 32 billetes de 5 €.


25  Un hortelano siembra la mitad de su huerta de melones, la tercera parte de tomates, y el resto, que son 200 m², de patatas. ¿Qué superficie tiene la huerta?

- Superficie huerta $\rightarrow x$
- Tomates $\rightarrow x/3$
- Melones $\rightarrow x/2$
- Patatas $\rightarrow 200 \text{ m}^2$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 200 = x \rightarrow x = 1200$$

La huerta tiene una superficie de 1200 m².

Página 152

26  Adrián, andando, avanza 0,80 m en cada paso y corriendo, 1,25 m. Para dar una vuelta en la pista del polideportivo, necesita 180 zancadas más, si va andando, que si lo hace corriendo. ¿Cuántas zancadas da, en cada caso, en una vuelta? ¿Cuál es la longitud de la pista?

Pasos que da Adrián corriendo $\rightarrow x$

Pasos que da Adrián andando $\rightarrow 180 + x$


$$1,25 \cdot x = 0,80 \cdot (180 + x) \rightarrow 0,45x = 144 \rightarrow x = 320$$

$$180 + 320 = 500$$

En una vuelta, si va corriendo da 320 pasos, y andando, 500 pasos.

$$1,25 \cdot 320 = 400$$


La longitud de la pista es 400 metros.

27  Del horno de un obrador han salido dos tandas con el mismo número de magdalenas. La primera se ha envasado en bolsas de 10 unidades y la segunda en bolsas de 12. ¿Cuántas magdalenas salen en cada tanda si se han llenado 5 bolsas más en la primera tanda que en la segunda?

- N.º de magdalenas por hornada $\rightarrow x$
- N.º de bolsas de 10 unidades $\rightarrow \frac{x}{10}$
- N.º de bolsas de 12 unidades $\rightarrow \frac{x}{12}$

$$\frac{x}{10} = \frac{x}{12} + 5 \rightarrow 6x = 5x + 300 \rightarrow x = 300$$

En cada tanda salen 300 magdalenas.

- 28**  Un grifo llena un depósito en 30 minutos. Otro grifo, con un caudal inferior al anterior en 2 litros por minuto, llena un segundo depósito en 20 minutos.

Sabiendo que en el primer depósito caben 200 litros más que en el segundo, ¿cuál es el caudal de cada grifo?

Caudal del primer grifo $\rightarrow x$

Caudal del segundo grifo $\rightarrow x - 2$

$$30 \cdot x = 20 \cdot (x - 2) + 200$$


$$30x - 20x = 200 - 40$$

$$10x = 160$$

$$x = 16$$

El primer grifo tiene un caudal de 16 litros por minuto, y el segundo, 14 litros por minuto.


- 29**  Problema resuelto.

- 30**  Un padre tiene 38 años, y su hijo, 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que el padre tenga solo el doble de edad que el hijo?

| | HOY | DENTRO DE x AÑOS |
|-------|-----|--------------------|
| PADRE | 38 | $38 + x$ |
| HIJO | 11 | $11 + x$ |

$$38 + x = 2(11 + x) \rightarrow x = 16$$

Han de transcurrir 16 años.

- 31**  La edad de doña Adela es seis veces la de su nieto Juan, pero dentro de 8 años solo será el cuádruple. ¿Qué edad tiene cada uno?


| | EDAD HOY | EDAD DENTRO DE 8 AÑOS |
|------------|----------|-----------------------|
| NIETO | x | $x + 8$ |
| DOÑA ADELA | $6x$ | $6x + 8$ |

$$\text{EDAD DE DOÑA ADELA DENTRO DE 8 AÑOS} = 4 \cdot \text{EDAD DEL NIETO DENTRO DE 8 AÑOS}$$

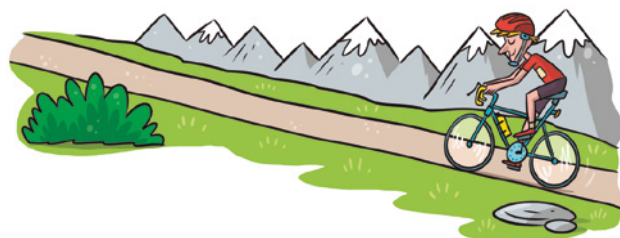
| | HOY | DENTRO DE 8 AÑOS |
|--------|------|------------------|
| ABUELA | $6x$ | $6x + 8$ |
| JUAN | x | $x + 8$ |

$$4(x + 8) = 6x + 8 \rightarrow x = 12$$

Juan tiene 12 años, y Adela, 72 años.

- 32**  Un ciclista sube un puerto a 15 km/h y, después, desciende por el mismo camino a 35 km/h. Si la ruta ha durado 30 minutos, ¿cuánto tiempo ha invertido en la subida?


- Tiempo de subida $\rightarrow x$ (horas)
- Tiempo de bajada $\rightarrow \frac{1}{2} - x$ (horas)
- Distancia recorrida subiendo $\rightarrow 15x$
- Distancia recorrida bajando $\rightarrow 35\left(\frac{1}{2} - x\right)$



$$\text{DISTANCIA RECORRIDA SUBIENDO} = \text{DISTANCIA RECORRIDA BAJANDO}$$

$$15x = 35\left(\frac{1}{2} - x\right) \rightarrow x = \frac{7}{20}$$

En la subida ha invertido $\frac{7}{20}$ horas. Es decir, $\frac{7}{20} \text{ h} = \frac{21}{60} \text{ h} = 21$ minutos.


33  Dos ciclistas parten simultáneamente; uno, de A hacia B, a la velocidad de 24 km/h, y el otro, de B hacia A, a 16 km/h. Si la distancia entre A y B es de 30 km, ¿cuánto tardarán en encontrarse?

- Tiempo hasta el encuentro $\rightarrow x$ (horas)
- Distancia recorrida por el primero $\rightarrow 24x$
- Distancia recorrida por el segundo $\rightarrow 16x$

$$\boxed{\text{DISTANCIA RECORRIDA POR EL PRIMERO}} + \boxed{\text{DISTANCIA RECORRIDA POR EL SEGUNDO}} = 30$$


$$24x + 16x = 30 \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

Tardan en encontrarse tres cuartos de hora.

34  Dos trenes se encuentran, respectivamente, en las estaciones de dos ciudades separadas entre sí 132 km. Ambos parten a la misma hora, por vías paralelas, hacia la ciudad contraria. Si el primero va a 70 km/h, y el segundo, a 95 km/h, ¿cuánto tardarán en cruzarse?

$$70x + 95x = 132 \rightarrow x = \frac{4}{5}$$

Tardan en encontrarse $\frac{4}{5}$ h. Es decir, $\frac{4}{5}$ h = $\frac{48}{60}$ h = 48 minutos.

35  Un ciclista sale de cierta población, por carretera, a la velocidad de 22 km/h. Hora y media después, sale en su búsqueda un motorista a 55 km/h. ¿Cuánto tardará en darle alcance?

Tiempo hasta el alcance $\rightarrow x$


Distancia recorrida por el motorista $\rightarrow 55x$

Distancia recorrida por el ciclista $\rightarrow 22 \cdot \left(x + \frac{3}{2}\right)$

$$55x = 22 \cdot \left(x + \frac{3}{2}\right) \rightarrow x = 1$$


La moto tarda una hora en alcanzar al ciclista.

Página 153

36  Una ciclista circula por una carretera a 18 km/h durante 20 minutos. ¿A qué velocidad debería ir durante los 10 minutos siguientes para que la media de esos treinta minutos resulte de 20 km/h?

$$18 \cdot 20 + v \cdot 10 = 20 \cdot 30 \rightarrow v = 24$$

Debería ir a 24 km/h.

37  Se han pagado 66 € por una prenda que estaba rebajada un 12%. ¿Cuál era el precio sin rebaja?

- Precio original $\rightarrow x$
- Rebaja $\rightarrow \frac{12x}{100}$
- Ecuación $\rightarrow x - \frac{12x}{100} = 66$



$$x - \frac{12x}{100} = 66 \rightarrow x = 75. \text{ El precio sin rebaja era de 75 €.}$$

- 38** Laura ha estado en las rebajas y ha comprado una falda y una blusa por 59 €. La falda costaba 16 € más que la blusa, pero le han hecho un 20 % de rebaja, y en la blusa, solo un 15 %. ¿Cuánto costaba cada prenda sin rebajar?

| | COSTE SIN REBAJA | COSTE CON REBAJA |
|-------|------------------|-----------------------|
| FALDA | x | $0,80 \cdot x$ |
| BLUSA | $x - 16$ | $0,85 \cdot (x - 16)$ |

$$\text{COSTE FALDA REBAJADA} + \text{COSTE BLUSA REBAJADA} = 59 \text{ €}$$

$$0,80x + 0,85 \cdot (x - 16) = 59 \rightarrow x = 44$$

$$44 - 16 = 28$$

La falda costaba 44 €, y la blusa, 28 €.

- 39** Un fabricante de queso ha mezclado cierta cantidad de leche de vaca, a 0,50 €/L, con otra cantidad de leche de oveja, a 0,80 €/L, obteniendo 300 litros de mezcla a un precio medio de 0,70 €/L. ¿Cuántos litros de cada tipo de leche empleó?

| | CANTIDAD (L) | PRECIO (€/L) | COSTE (€) |
|--------|--------------|--------------|-----------------------|
| VACA | x | 0,50 | $0,5 \cdot x$ |
| OVEJA | $300 - x$ | 0,80 | $0,8 \cdot (300 - x)$ |
| MEZCLA | 300 | 0,70 | $0,7 \cdot 300$ |

$$\text{COSTE LECHE VACA} + \text{COSTE LECHE OVEJA} = \text{COSTE MEZCLA}$$

$$0,5x + 0,8(300 - x) = 0,7 \cdot 300 \rightarrow x = 100$$

Se han mezclado 100 litros de leche de vaca con 200 litros de leche de oveja.

- 40** Una empresa compra un depósito de zumo concentrado al precio de 0,35 €/L. Para rebajarlo, añade 35 litros de agua. Así, el litro sale 7 céntimos más barato. ¿Cuánto zumo había en el depósito antes de aguarlo?

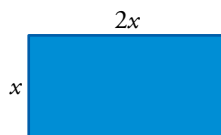
$$0,35x = (x + 35) \cdot (0,35 - 0,07) \rightarrow x = \frac{9,8}{0,07} = 140$$

En un principio había 140 litros en el depósito.

- 41** Para delimitar una zona rectangular, el doble de larga que de ancha, se han necesitado 84 m de cinta. ¿Cuáles son las dimensiones del sector delimitado?

$$x + 2x + x + 2x = 84 \rightarrow x = 14$$

La zona medirá 14 m × 28 m.



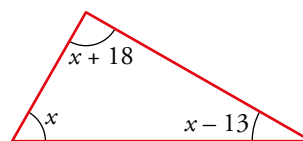
- 42** La amplitud de uno de los ángulos de un triángulo es 13 grados mayor y 18 grados menor, respectivamente, que las amplitudes de los otros dos ángulos. Calcula la medida de cada ángulo.

$$x + (x + 18) + (x - 13) = 180 \rightarrow x = \frac{175}{3} \rightarrow 58^\circ 20'$$


$$\text{Los ángulos miden: } x = \frac{175}{3} = 58^\circ 20'$$

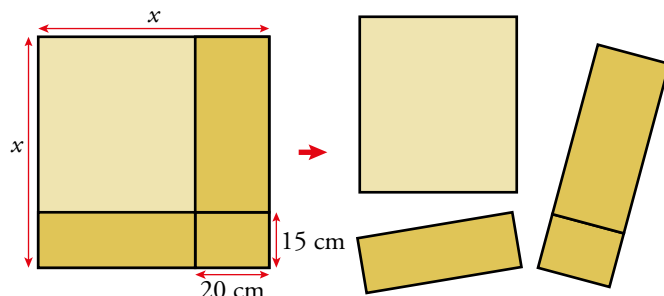
$$x + 18 = 76^\circ 20'$$

$$x - 13 = 45^\circ 20'$$



43  Problema resuelto.

44  En una plancha cuadrada de madera, se dan dos cortes perpendiculares entre sí y paralelos a los lados. Así se separan dos tablas, de 20 cm y 15 cm de anchura, respectivamente. ¿Cuáles eran las dimensiones de la plancha, si las tablas cortadas tienen una superficie de 0,32 m²?



$$0,32 \text{ m}^2 = 3\,200 \text{ cm}^2$$

$$\text{Primera plancha} \rightarrow 20x \text{ cm}^2$$

$$\text{Segunda plancha} \rightarrow 15 \cdot (x - 20) \text{ cm}^2$$


$$20x + 15x - 300 = 3\,200$$

$$35x = 3\,500 \rightarrow x = 100$$

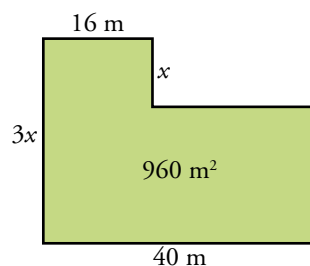
La plancha era un cuadrado de 100 cm de lado.

Página 154

Analiza y expésate

45  Analiza las soluciones que siguen al problema y explica cómo se ha construido la ecuación en cada caso.

Calcula el perímetro de esta finca, sabiendo que tiene una superficie de 960 metros cuadrados.



Resolución A

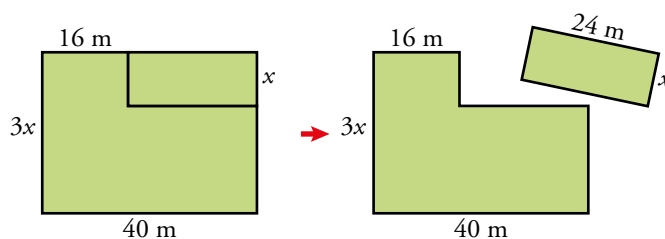
$$16 \cdot 3x + (40 - 16) \cdot (3x - x) = 960$$

$$48x + 24 \cdot 2x = 960 \rightarrow 48x + 48x = 960$$

$$96x = 960 \rightarrow x = \frac{960}{96} \rightarrow x = 10 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro} = 40 + 20 + 24 + 10 + 16 + 30 = 140 \text{ m}$$

Resolución B



$$40 \cdot 3x - 24 \cdot x = 960$$

$$120x - 24x = 960 \rightarrow 96x = 960 \rightarrow x = 10 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro} = 140 \text{ m}$$

Resolución C

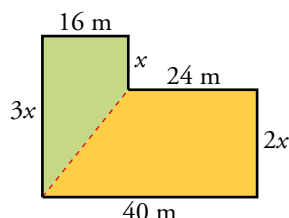
$$960 - 16 \cdot x = 40 \cdot (3x - x)$$

$$960 - 16x = 40 \cdot 2x \rightarrow 960 = 80x + 16x$$

$$960 = 96x \rightarrow x = 10 \text{ m}$$

Perímetro = 140 m

Resolución D



$$\frac{3x + x}{2} \cdot 16 + \frac{24 + 40}{2} \cdot 2x = 960$$

$$2x \cdot 16 + 32 \cdot 2x = 960 \rightarrow 96x = 960 \rightarrow x = 10 \text{ m}$$

Perímetro = 140 m

En la resolución A, se ha calculado la suma de las áreas de dos rectángulos verticales y se ha igualado a la superficie dada, para calcular x .

En la resolución B, para calcular la superficie de la figura, se ha restado al rectángulo grande el pequeño de la esquina superior izquierda y, así, se ha obtenido la incógnita x necesaria para calcular el perímetro.

En la resolución C, se ha calculado la medida del recuadro superior pequeño y esta se ha restado a la superficie total, para igualarlo a la superficie del rectángulo grande inferior.

En la resolución D, se divide la superficie en dos paralelogramos y sumamos sus áreas para obtener la superficie total indicada.

Resuelve problemas con ecuaciones de segundo grado

46 Ejercicio resuelto.

47 Calcula, primero, mentalmente y, después, con una ecuación.

a) ¿Qué número multiplicado por su siguiente da 12?

$$x \cdot (x + 1) = 12$$

b) La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 5. ¿De qué números se trata?

$$x^2 + (x + 1)^2 = 5$$

a) $x = 3$; $x = -4$. Se trata de 3 y 4 o -4 y -3.

b) $x = 1$; $x = -2$. Se trata de 1 y 2 o -2 y -1.

48 Si un número aumentado en tres unidades se multiplica por el mismo número disminuido en otras tres, se obtiene 55. ¿Qué número es?

$$(x + 3) \cdot (x - 3) = 55$$

$x = +8$; $x = -8$

El número puede ser 8 o -8.

49  Si multiplico mi edad por la de mi hermana, a la que le saco 5 años, obtengo el triple de la edad de mi madre, que me tuvo a los 28. ¿Cuántos años tengo?


- Mi edad $\rightarrow x$
- La de mi hermana $\rightarrow x - 5$
- La edad de mi madre $\rightarrow x + 28$

$$x \cdot (x - 5) = 3(x + 28) \rightarrow x^2 - 8x - 84 = 0$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 336}}{2} = \frac{8 \pm 20}{2} \rightarrow x = 14; x = -6$$

La solución -6 la descartamos porque no puedo tener una edad negativa.

Tengo 14 años.

50  Esta mañana han salido del aparcamiento de mi bloque seis coches más de los que han entrado. Si el producto de los unos por los otros es igual al número de ruedas de todos ellos, ¿cuántos coches han salido y cuántos han entrado?

Coches que han entrado $\rightarrow x$

Coches que han salido $\rightarrow x + 6$


$$x \cdot (x + 6) = 4 \cdot (x + x + 6) \rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 96}}{2} = \frac{2 \pm 10}{2} \rightarrow x = -4; x = 6$$

Descartamos la solución negativa.

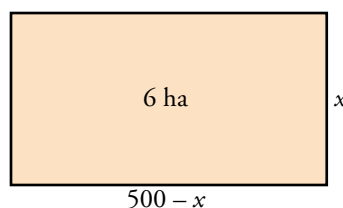
Han entrado 6 coches y han salido 12.

Página 155

51  Ejercicio resuelto.

52  Una finca rectangular ocupa una superficie de 6 hectáreas y tiene un perímetro de 1 000 metros. Calcula las dimensiones de la finca.

 Recuerda: 1 ha = 10 000 m²




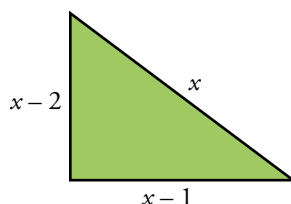
$$(500 - x) \cdot x = 60\,000$$

$$500x - x^2 = 60\,000 \rightarrow x^2 - 500x + 60\,000 = 0$$

$$x = \frac{500 \pm \sqrt{250\,000 - 240\,000}}{2} = \frac{500 \pm 100}{2} \rightarrow x = 300; x = 200$$

Las dimensiones de la finca son 200 metros \times 300 metros.

53  En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide un metro más que el cateto mayor, y este, un metro más que el cateto menor. Calcula la medida de los lados.




Aplicamos el teorema de Pitágoras:

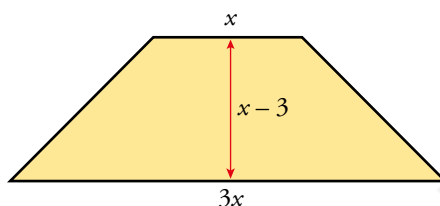
$$x^2 = (x-1)^2 + (x-2)^2 \rightarrow x^2 = x^2 - 2x + 1 + x^2 - 4x + 4 \rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} \rightarrow x = 5; x = 1$$

Descartamos la solución $x = 1$ porque no podemos restarle 2 y quedarnos con números negativos.

Los lados miden 5, 4 y 3.

- 54**  En un trapecio con eje de simetría, la base mayor es el triple de la menor, y esta, supera en 3 cm a la altura. Sabiendo que ocupa una superficie de 216 cm^2 , calcula el perímetro.



$$216 = \frac{x+3x}{2} \cdot (x-3) \rightarrow 432 = x^2 - 3x + 3x^2 - 9x \rightarrow 4x^2 - 12x - 432 = 0$$

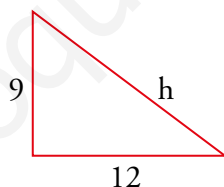
$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 16 \cdot 432}}{8} = \frac{12 \pm 84}{8} \rightarrow x = 12; x = -9$$

Base menor: 12 cm

Base mayor: 36 cm

Altura: 9 cm

Nos falta encontrar la medida de los lados no paralelos, y para ello usaremos el teorema de Pitágoras en el siguiente triángulo:




$$h^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 \rightarrow h = 15$$

$$\text{Perímetro} \rightarrow 15 + 36 + 15 + 12 = 78 \text{ cm}$$

El perímetro es 78 cm.


Problemas «+»

- 55**  Problema resuelto.

- 56**  Una fuente dispone de dos grifos. Abriendo solamente el primero, se llena en 8 horas, y abriendo ambos, en 3 horas. ¿Cuánto tarda en llenarse si se abre solamente el segundo grifo?

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{x} = \frac{1}{3} \rightarrow x = \frac{24}{5}$$

Si se abre solamente el segundo grifo, la fuente tarda en llenarse $\frac{24}{5} \text{ h} = 4 \text{ h y } 48 \text{ minutos}$.


57  Los miembros del equipo vamos a hacer un regalo al entrenador que cuesta 80 €. Nos sale un poco caro, pero si fuéramos dos más, tocaríamos a dos euros menos cada uno. ¿Cuántos somos en el equipo?

- N.º de componentes del equipo $\rightarrow x$
- Cada uno debe pagar $\rightarrow \frac{80}{x}$
- Si fueran dos más, cada uno pagaría $\rightarrow \frac{80}{x+2}$

$$\boxed{\text{LO QUE PAGA CADA UNO}} - 2 = \boxed{\text{LO QUE PAGARÍA CADA UNO SI FUERAN DOS MÁS}}$$

$$\frac{80}{x} - 2 = \frac{80}{x+2} \rightarrow x^2 + 2x - 80 = 0 \rightarrow x = 8; x = -10$$

En el equipo somos 8 jugadores.

58  Un automóvil parte de A hacia B a la misma hora que un camión lo hace desde B hacia A y tardan en cruzarse 2 horas en un punto intermedio del camino. ¿Cuánto tiempo ha invertido el coche en el viaje completo si el camión lo ha hecho en 5 horas?

| | TODO EL CAMINO | EN UNA HORA |
|----------------|----------------|---------------|
| CAMIÓN | 5 h | $\frac{1}{5}$ |
| COCHE | x h | $\frac{1}{x}$ |
| COCHE + CAMIÓN | 2 h | $\frac{1}{2}$ |

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$$

El coche recorre $\frac{3}{10}$ del camino en una hora, por tanto, tardará $10 : 3 = 3$ h y 20 min en recorrer todo el camino.

INVESTIGA

Pero tú puedes 

Sin embargo, tú puedes resolver algunas ecuaciones de grado tres o superior.

Por ejemplo, observa las ecuaciones:

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0 \quad (x-1) \cdot (x+2) \cdot (x-3) = 0$$

Para resolver la primera, con lo que has estudiado hasta ahora, solo tienes el recurso del tanteo, que es poco seguro.

Sin embargo, puedes ver que las soluciones de la segunda son:

$$x = 1 \quad x = -2 \quad x = 3$$

Y esas son también las soluciones de la primera. Compruébalo y constata también, multiplicando los paréntesis, que se trata de la misma ecuación.

- ¿Te atreves ahora a resolver estas otras tres?

$$(x+1) \cdot (x+3) \cdot (2x-1) = 0 \quad x^3 - 9x = 0 \quad x^3 - 9x^2 = 0$$

Las soluciones de $(x+1) \cdot (x+3) \cdot (2x-1) = 0$ son $x = -1$; $x = -3$; $x = 1/2$.

$$x^3 - 9x = 0 \rightarrow x \cdot (x^2 - 9) = 0 \rightarrow x \cdot (x+3) \cdot (x-3) = 0$$

$$\text{Soluciones: } x = 0; x = -3; x = 3$$

$$x^3 - 9x^2 = 0 \rightarrow x^2 \cdot (x-9) = 0$$

$$\text{Soluciones: } x = 0; x = 0; x = 9$$

- ¿Sabrías construir una ecuación que tenga por soluciones $x = 5$, $x = \frac{1}{5}$ y $x = -2$?

$$(x-5) \cdot \left(x - \frac{1}{5}\right) \cdot (x+2) = 0$$

$$\left(x^2 - 5x - \frac{1}{5}x + 1\right) \cdot (x+2) = 0$$

$$\left(x^2 - \frac{26}{5}x + 1\right) \cdot (x+2) = 0$$

$$x^3 - \frac{16}{5}x^2 - \frac{47}{5}x + 2 = 0$$



ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Dibuja un esquema, echa cuentas, tantea

- **El reloj de la torre, al dar las horas, tarda segundo y medio entre campanada y campanada. ¿Cuánto tarda en dar las doce del mediodía?**

Entre las 12 campanadas hay 11 espacios $\rightarrow 11 \cdot 1,5 = 16,5$ segundos.

- **Un aizkolari tarda un cuarto de hora en cortar un tronco en tres partes. ¿Cuánto tardará en cortar otro tronco igualmente grueso en seis partes?**

Tres partes \rightarrow Dos cortes

En hacer dos cortes tarda 15 minutos \rightarrow En un corte tarda 7 min 30 s.

Seis partes \rightarrow 5 cortes

5 cortes los hace en $5 \cdot (7 \text{ min } 30 \text{ s}) = 37 \text{ min } 30 \text{ s}$

- **Una agricultora vende sus tomates a un mayorista. El mayorista los vende a un intermediario, ganando un 20%. El intermediario los vende a un almacén, ganando un 20%. El almacén los vende a un minorista, y este, al público, ganando cada uno de ellos, también, un 20%. ¿En qué porcentaje ha aumentado lo que cobró la agricultora cuando el producto llega, finalmente, al público?**

Supongamos que el hortelano vende los tomates a 100.

— El mayorista los vende ganando un 20%, es decir, a 120.

— El intermediario también gana el 20%: 20% de 120 = $\frac{20 \cdot 120}{100} = 24$

El intermediario vende a $120 + 24 = 144$.

— El almacén también gana el 20%: 20% de 144 = $\frac{20 \cdot 144}{100} = 28,80$

El almacén vende a $144 + 28,80 = 172,80$.

— El minorista vuelve a ganar el 20%: 20% de 172,80 = 34,56

El minorista vende a $172,80 + 34,56 = 207,36$.

Los tomates pasan de 100 a 207,36. El aumento es del 107,36%.

- **Coloca los números del 1 al 9, uno en cada círculo, de modo que cada lado del triángulo sume 23. Hay dos soluciones.**

La suma del 1 al 9 es: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$

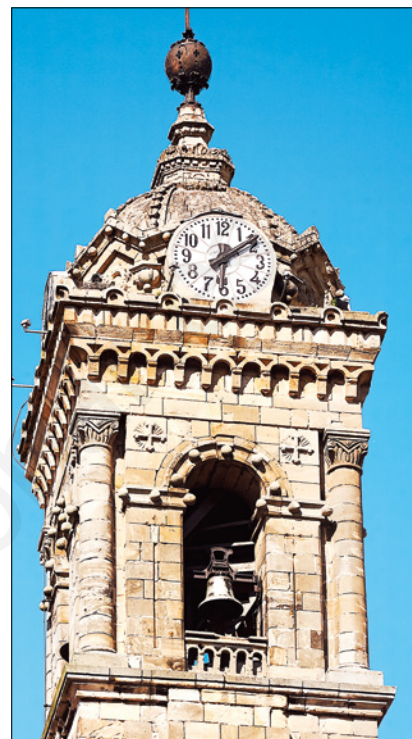
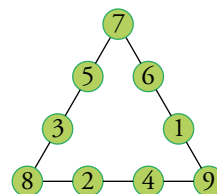
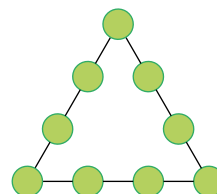
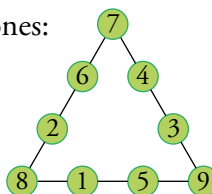
Los números que están en las esquinas se suman dos veces.

Si cada lado suma 23, $23 \cdot 3 = 69$.

$69 - 45 = 24$, que es la suma de los números que están en las esquinas.

Estos números solo pueden ser 7, 8 y 9.

Poniendo 7, 8 y 9 en las esquinas, hay dos soluciones:



AUTOEVALUACIÓN

1 Indica cuál de los valores que ves abajo son solución de la ecuación:

$$\frac{x^2-1}{5} = \sqrt{x}-1$$

$$x = 1$$

$$x = 2$$

$$x = 4$$

$$x = 9$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

El valor $x = 1$ es solución de la ecuación: $\frac{1^2-1}{5} = \sqrt{1}-1$

2 Resuelve.

a) $7x - 3 - 2x = 6 + 3x + 1$

b) $1 - 4x - 6 = x - 3(2x - 1)$

a) $2x = 10 \rightarrow x = 5$

b) $-4x - 5 = -5x + 3 \rightarrow x = 8$

3 Resuelve.

a) $\frac{3}{4}(2x + 4) = x + 19$

b) $x - \frac{x+1}{5} = \frac{x+3}{2} - 2$

c) $x - \frac{1}{2} = \frac{5x}{8} - \frac{3}{4}$

d) $\frac{2x}{3} - 4\left(\frac{x}{5} - \frac{1}{6}\right) = \frac{2}{15}$

a) $6x + 12 = 4x + 76 \rightarrow x = 32$

b) $10x - 2(x + 1) = 5(x + 3) - 20 \rightarrow x = -1$

c) $8x - 4 = 5x - 6 \rightarrow x = -\frac{2}{3}$

d) $20x - 24x + 20 = 4 \rightarrow -4x = -16 \rightarrow x = 4$

4 Resuelve.

a) $3a^2 - 5 = 70$

b) $6x^2 - 3x = x$

c) $x^2 - 2x - 3 = 0$

d) $8x^2 - 6x + 1 = 0$

a) $3a^2 = 75 \rightarrow a^2 = 25 \rightarrow a = \pm 5$

b) $6x^2 - 4x = 0 \rightarrow x(6x - 4) = 0 \rightarrow x = 0; x = \frac{2}{3}$

c) $x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$

d) $x = \frac{6 \pm \sqrt{36-32}}{16} = \frac{6 \pm 2}{16} \begin{cases} x = 1/2 \\ x = 1/4 \end{cases}$

5 Pasa a la forma general y encuentra las soluciones de la ecuación:

$$\frac{3x}{2} - \frac{8}{x} = x - 3$$

Multiplicando todo por $2x$ queda:

$$3x^2 - 16 = 2x^2 - 6x \rightarrow x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36+64}}{2} = \frac{-6 \pm 10}{2} \rightarrow x = 2; x = -8$$

- 6** Por tres kilos de peras y dos de manzanas, Ramón ha pagado 7,80 €. Averigua el precio de unas y otras, sabiendo que un kilo de peras cuesta lo que un kilo y medio de manzanas.

Manzanas $\rightarrow x$

Peras $\rightarrow 1,5x$

$$3 \cdot 1,5x + 2x = 7,80 \rightarrow 6,5x = 7,80 \rightarrow x = 1,2$$

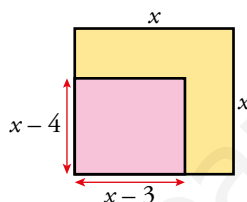
Un kilo de manzanas cuesta 1,20 €, y uno de peras, 1,80 €.

- 7** Un hortelano ha plantado $\frac{1}{3}$ de la superficie de su huerta de acelgas y $\frac{3}{10}$ de zanahorias. Si aún le quedan 110 m² libres, ¿cuál es la superficie total de la huerta?

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{10} = \frac{19}{30}. \text{ Le quedan libres } \frac{11}{30} \text{ de la huerta.}$$

$$\frac{11}{30}x = 110 \rightarrow x = \frac{110 \cdot 30}{11} = 300. \text{ La superficie total de la huerta es de } 300 \text{ m}^2.$$

- 8** Acortando un cuadrado 4 cm en un lado y 3 cm en el otro, se reduce su superficie a la mitad. ¿Cuál era el lado del cuadrado?



$$\text{Área rectángulo pequeño} \rightarrow (x - 4) \cdot (x - 3) = x^2 - 7x + 12$$

$$\text{Área cuadrado grande} \rightarrow x \cdot x = x^2$$

La superficie del rectángulo es la mitad que la del cuadrado:

$$x^2 = 2 \cdot (x^2 - 7x + 12) \rightarrow x^2 - 14x + 24 = 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 96}}{2} = \frac{14 \pm 10}{2} \rightarrow x = 12; x = 2$$

Descartamos $x = 2$ porque el rectángulo no puede tener lados con medidas negativas. El lado del cuadrado era 12 cm.