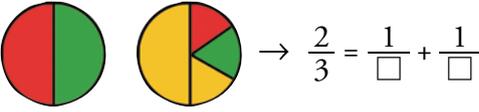


3 OPERACIONES CON FRACCIONES

Página 56

Repartos con fracciones unitarias

1 Observa el gráfico y reparte al estilo egipcio dos panes entre tres.

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$


2 ¿Qué fracción ordinaria sustituye a esta suma de fracciones unitarias?

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$


Página 57

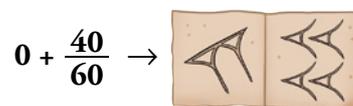
Fracciones en Mesopotamia

3 ¿Qué fracción utilizaría un matemático de Mesopotamia para escribir $\frac{1}{2}$?

$$\frac{1}{2} = \frac{30}{60}$$

4 En la tablilla de la derecha se ha grabado la fracción $\frac{40}{60}$. ¿Sabrías expresar ese mismo valor con otra fracción más sencilla?

$$\frac{4}{60} = \frac{2}{3}$$



Divisiones al estilo de la antigua China

5 Divide por el método chino y por el nuestro, y después, compara los resultados.

a) $\frac{1}{8} : \frac{1}{4}$

b) $\frac{4}{7} : \frac{3}{5}$

a) Método chino $\rightarrow \frac{1}{8} : \frac{1}{4} = \frac{1}{8} : \frac{2}{8} = \frac{1}{2}$

Método actual $\rightarrow \frac{1}{8} : \frac{1}{4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Los resultados son iguales una vez reducimos las fracciones.

b) Método chino $\rightarrow \frac{4}{7} : \frac{3}{5} = \frac{20}{35} : \frac{21}{35} = \frac{20}{21}$

Método actual $\rightarrow \frac{4}{7} : \frac{3}{5} = \frac{20}{21}$

Los resultados son iguales.

1 ▶ SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

Página 59

Para fijar ideas

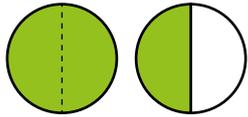
1 Observa, calcula mentalmente y contesta con una fracción.

a) $1 - \frac{1}{3}$



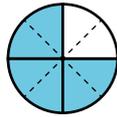
a) $\frac{2}{3}$

b) $1 + \frac{1}{2}$



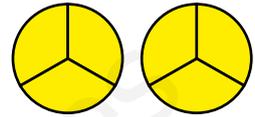
b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$



c) $\frac{5}{8}$

d) $2 - \frac{2}{3}$



d) $\frac{4}{3}$

2 Copia y completa reduciendo a denominador común 30.

a) $\frac{3}{10} + \frac{7}{15} = \frac{3 \cdot \square}{10 \cdot 3} + \frac{7 \cdot \square}{15 \cdot 2} = \frac{\square}{30} + \frac{\square}{30} = \frac{\square}{30}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{4}{5} = \frac{5 \cdot \square}{6 \cdot 5} - \frac{4 \cdot \square}{5 \cdot \square} = \frac{\square}{30} - \frac{\square}{30} = \frac{\square}{30}$

c) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot \square}{2 \cdot \square} - \frac{2 \cdot \square}{3 \cdot \square} + \frac{3 \cdot \square}{5 \cdot \square} = \frac{\square}{30} - \frac{\square}{30} + \frac{\square}{30} = \frac{\square}{30}$

a) $\frac{3}{10} + \frac{7}{15} = \frac{3 \cdot 3}{10 \cdot 3} + \frac{7 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{9}{30} + \frac{14}{30} = \frac{23}{30}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{4}{5} = \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 5} - \frac{4 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{25}{30} - \frac{24}{30} = \frac{1}{30}$

c) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 15}{2 \cdot 15} - \frac{2 \cdot 10}{3 \cdot 10} + \frac{3 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{15}{30} - \frac{20}{30} + \frac{18}{30} = \frac{13}{30}$

3 Asocia cada pregunta con las expresiones de la derecha y calcula el resultado correspondiente. Según las estadísticas, en el barrio de Marta los tres quintos de la población escolar está en Infantil o Primaria, un tercio en Secundaria y el resto en Bachillerato.

I $1 - \frac{3}{5}$

II $\frac{3}{5} + \frac{1}{3}$

III $\frac{3}{5} - \frac{15}{100}$

IV $1 - \left[\frac{3}{5} + \frac{1}{3} \right]$

a) ¿Qué fracción representa las etapas de Infantil, Primaria y Secundaria?

b) ¿Qué fracción representan Secundaria y Bachillerato?

c) ¿Qué fracción cursa Bachillerato?

d) Sabiendo que los de Infantil suponen el 15%, ¿qué fracción supone Primaria?

a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{9+5}{15} = \frac{14}{15}$

b) $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

c) $1 - \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3} \right) = 1 - \frac{14}{15} = \frac{1}{15}$

d) $\frac{3}{5} - \frac{15}{100} = \frac{60-15}{100} = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$

Para practicar

1 Copia y completa en tu cuaderno.

$$a) \frac{2}{7} - \frac{2}{\square} = 0$$

$$b) \frac{3}{4} + \frac{\square}{4} = 0$$

$$c) \frac{1}{6} + \frac{1}{\square} = 0$$

$$d) \frac{5}{8} - \frac{-5}{\square} = 0$$

$$a) \frac{2}{7} - \frac{2}{7} = 0$$

$$b) \frac{3}{4} + \frac{-3}{4} = 0$$

$$c) \frac{1}{6} + \frac{1}{-6} = 0$$

$$d) \frac{5}{8} - \frac{-5}{-8} = 0$$

2 Opera y simplifica.

$$a) \frac{7}{6} + \frac{7}{12}$$

$$b) \frac{1}{5} + \frac{3}{10}$$

$$c) \frac{2}{7} - \frac{11}{14}$$

$$d) \frac{1}{6} - \frac{1}{14}$$

$$e) \frac{7}{15} - \frac{3}{10}$$

$$f) \frac{7}{20} - \frac{4}{15}$$

$$a) \frac{14}{12} + \frac{7}{12} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$$

$$b) \frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$c) \frac{4}{14} - \frac{11}{14} = -\frac{7}{14} = -\frac{1}{2}$$

$$d) \frac{7}{42} - \frac{3}{42} = \frac{4}{42} = \frac{2}{21}$$

$$e) \frac{14}{30} - \frac{9}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

$$f) \frac{21}{60} - \frac{16}{60} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$$

3 Calcula, reduciendo al común denominador que se indica.

$$a) \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \rightarrow \text{Denominador común: 8}$$

$$b) 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \rightarrow \text{Denominador común: 6}$$

$$c) \frac{7}{9} - \frac{4}{15} - \frac{1}{5} \rightarrow \text{Denominador común: 45}$$

$$a) \frac{4}{8} - \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$b) \frac{6}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{7}{6}$$

$$c) \frac{35}{45} - \frac{12}{45} - \frac{9}{45} = \frac{14}{45}$$

4 Calcula y simplifica los resultados.

$$a) \frac{4}{9} + \frac{5}{6} - \frac{7}{18}$$

$$b) \frac{3}{7} - \frac{2}{5} + \frac{27}{35}$$

$$c) \frac{5}{6} - \frac{1}{10} - \frac{1}{5}$$

$$d) \frac{13}{12} - \frac{5}{8} - \frac{5}{6}$$

$$a) \frac{8}{18} + \frac{15}{18} - \frac{7}{18} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9}$$

$$b) \frac{15}{35} - \frac{14}{35} + \frac{27}{35} = \frac{28}{35} = \frac{4}{5}$$

$$c) \frac{25}{30} - \frac{3}{10} - \frac{6}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

$$d) \frac{26}{24} - \frac{15}{24} - \frac{20}{24} = -\frac{9}{24} = -\frac{3}{8}$$

5 Quita paréntesis y calcula.

$$a) 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3} \right)$$

$$b) \frac{3}{5} + \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3} \right)$$

$$c) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right)$$

$$d) \left(1 - \frac{1}{7} \right) - \left(\frac{9}{14} - \frac{1}{2} \right)$$

$$a) 1 - \frac{1}{4} - \frac{2}{3} = \frac{12 - 3 - 8}{12} = \frac{1}{12}$$

$$b) \frac{3}{5} + \frac{1}{6} - \frac{2}{3} = \frac{18 + 5 - 20}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

$$c) \frac{15 + 10 - 6 - 5}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

$$d) \frac{14 - 2 - 9 + 7}{14} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

6 Resuelve de dos formas:

- Quitando, primero, los paréntesis.
- Operando, primero, dentro de cada paréntesis.

a) $\left(1 - \frac{1}{4}\right) - \left(1 - \frac{5}{9}\right) - \left(1 - \frac{5}{6}\right)$

b) $\left(1 - \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{7}{15}\right)$

a) $1 - \frac{1}{4} - 1 + \frac{5}{9} - 1 + \frac{5}{6} = \frac{36 - 9 - 36 + 20 - 36 + 30}{36} = \frac{5}{36}$

$\frac{4-1}{4} - \frac{9-5}{9} - \frac{6-5}{6} = \frac{3}{4} - \frac{4}{9} - \frac{1}{6} = \frac{27-16-6}{36} = \frac{5}{36}$

b) $1 - \frac{2}{3} - \frac{4}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{7}{15} = \frac{15 - 10 - 12 + 5 + 3 - 7}{15} = -\frac{6}{15} = -\frac{2}{5}$

$\frac{3-2}{3} - \frac{12-5}{15} + \frac{3-7}{15} = \frac{1}{3} - \frac{7}{15} + \frac{-4}{15} = \frac{5-7-4}{15} = -\frac{6}{15} = -\frac{2}{5}$

7 Calcula.

a) $\frac{7}{12} - \left[1 - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)\right]$

b) $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right) - \left[\frac{7}{12} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)\right]$

c) $\left[1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right)\right] - \left[\frac{5}{12} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8}\right)\right]$

a) $\frac{7}{12} - \left[1 - \frac{8-9}{12}\right] = \frac{7}{12} - \left[1 + \frac{1}{12}\right] = \frac{7-12-1}{12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}$

b) $\frac{10-3}{15} - \left[\frac{7}{12} - \frac{5+3}{15}\right] = \frac{7}{15} - \left[\frac{7}{12} - \frac{8}{15}\right] = \frac{7}{15} - \frac{7}{12} + \frac{8}{15} = \frac{15}{15} - \frac{7}{12} = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$

c) $\left[1 - \frac{17}{12}\right] - \left[\frac{5}{12} - \frac{5}{24}\right] = \frac{12-17}{12} - \frac{10-5}{24} = \frac{-5}{12} - \frac{5}{24} = \frac{-10-5}{24} = -\frac{15}{24} = -\frac{5}{8}$

2 ▶ MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

Página 61

Para fijar ideas

1 Copia y completa.

$$a) \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot \square} = \frac{2}{\square}$$

$$b) \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6} = \frac{4 \cdot 7}{\square \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$$

$$c) 3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{\square \cdot 7} = \frac{3 \cdot \square}{7} = \frac{\square}{7}$$

$$d) \frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot \square} = \frac{14}{\square}$$

$$e) \frac{5}{4} : \frac{3}{2} = \frac{5 \cdot \square}{\square \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$$

$$f) \frac{11}{2} : 5 = \frac{11}{2} : \frac{5}{\square} = \frac{11}{2 \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$$

$$a) \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15}$$

$$b) \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6} = \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 6} = \frac{28}{30} = \frac{14}{15}$$

$$c) 3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 2}{7} = \frac{6}{7}$$

$$d) \frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{14}{15}$$

$$e) \frac{5}{4} : \frac{3}{2} = \frac{5 \cdot 2}{4 \cdot 3} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

$$f) \frac{11}{2} : 5 = \frac{11}{2} : \frac{5}{1} = \frac{11}{2 \cdot 5} = \frac{11}{10}$$

2 Copia, completa y compara los resultados en cada apartado.

$$a) \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{\square}{\square}$$

$$b) \left(\frac{1}{2} : \frac{1}{3}\right) : \frac{1}{5} = \frac{3}{2} : \frac{1}{5} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{15} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{3} : \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{2} : \frac{5}{3} = \frac{\square}{\square}$$

$$a) \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{30}$$

$$b) \left(\frac{1}{2} : \frac{1}{3}\right) : \frac{1}{5} = \frac{3}{2} : \frac{1}{5} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{3} : \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{2} : \frac{5}{3} = \frac{3}{10}$$

• Que los resultados son iguales en a) pero no en b).

• La multiplicación de fracciones tiene la propiedad asociativa, pero no la tiene la división de fracciones.

• ¿Qué observas?

• ¿Tiene la multiplicación de fracciones la propiedad asociativa? ¿Y la división?

3 Asocia cada pregunta con dos expresiones de la derecha y calcula el resultado correspondiente.

a) ¿Cuántas bolsas de cuarto de kilo se llenan con siete kilos y medio de café?

$$\text{I} \left(7 + \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{4} \quad \text{II} 2 \cdot \frac{1}{15} \cdot 5$$

$$\text{III} \frac{2}{15} \cdot 5$$

$$\text{IV} \frac{1}{3} : 5$$

b) Marta compró la tercera parte de un queso y ha consumido la quinta parte de lo que compró. ¿Qué fracción de queso ha consumido?

$$\text{V} \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$$

$$\text{VI} \left(7 + \frac{1}{2}\right) \cdot 4$$

c) En la fiesta de cumpleaños se partió la tarta en 15 trozos y cada uno de los cinco invitados comió dos trozos. ¿Qué fracción de tarta comieron entre todos?

a) I y VI. El resultado es 30.

b) IV y V. El resultado es $\frac{1}{15}$.

c) II y III. El resultado es $\frac{2}{3}$.

Para practicar

1 Multiplica y, si es posible, simplifica el resultado.

a) $\frac{3}{4} \cdot 8$

b) $\frac{5}{3} \cdot (-12)$

c) $\left(-\frac{1}{6}\right) \cdot (-18)$

d) $\frac{2}{9} \cdot \frac{9}{2}$

e) $\frac{(-3)}{5} \cdot \frac{(-5)}{3}$

f) $\frac{13}{21} \cdot \frac{7}{13}$

g) $\frac{4}{5} \cdot \frac{15}{2}$

h) $\frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{10}{3}\right)$

i) $\left(-\frac{7}{9}\right) \cdot \left(-\frac{18}{35}\right)$

a) $\frac{3}{4} \cdot 8 = \frac{24}{4} = 6$

b) $\frac{5}{3} \cdot (-12) = -\frac{60}{3} = -20$

c) $\left(-\frac{1}{6}\right) \cdot (-18) = \frac{18}{6} = 3$

d) $\frac{18}{18} = 1$

e) $\frac{15}{15} = 1$

f) $\frac{7}{21} = \frac{1}{3}$

g) $\frac{4 \cdot 15}{5 \cdot 2} = 6$

h) $-\frac{4 \cdot 10}{5 \cdot 3} = -\frac{8}{3}$

i) $\frac{7 \cdot 18}{9 \cdot 35} = \frac{2}{5}$

2 Divide.

a) $4 : \frac{1}{3}$

b) $\frac{3}{5} : 2$

c) $\frac{3}{5} : \frac{8}{7}$

d) $\frac{1}{7} : \frac{1}{2}$

e) $\frac{2}{3} : \left(-\frac{1}{7}\right)$

f) $\left(-\frac{1}{5}\right) : \left(-\frac{3}{4}\right)$

g) $\frac{2}{7} : \frac{3}{4}$

h) $\frac{2}{11} : \left(-\frac{3}{7}\right)$

i) $\frac{(-3)}{5} : \frac{2}{(-3)}$

a) 12

b) $\frac{3}{10}$

c) $\frac{21}{40}$

d) $\frac{2}{7}$

e) $-\frac{14}{3}$

f) $\frac{4}{15}$

g) $\frac{8}{21}$

h) $-\frac{14}{33}$

i) $\frac{9}{10}$

3 Divide y simplifica los resultados.

a) $6 : \frac{3}{5}$

b) $\frac{4}{7} : (-2)$

c) $(-10) : \frac{(-5)}{6}$

d) $\frac{1}{3} : \frac{1}{3}$

e) $\frac{3}{4} : \frac{(-3)}{4}$

f) $\frac{5}{9} : \frac{2}{(-3)}$

g) $\frac{4}{21} : \frac{6}{7}$

h) $\left(-\frac{6}{35}\right) : \frac{3}{5}$

i) $\left(-\frac{1}{10}\right) : \frac{3}{(-8)}$

a) $\frac{30}{3} = 10$

b) $-\frac{4}{14} = -\frac{2}{7}$

c) $\frac{60}{5} = 12$

d) $\frac{3}{3} = 1$

e) $-\frac{12}{12} = -1$

f) $-\frac{15}{18} = -\frac{5}{6}$

g) $\frac{28}{126} = \frac{2}{9}$

h) $-\frac{6 \cdot 5}{35 \cdot 3} = -\frac{2}{7}$

i) $\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

4 Ejercicio resuelto.

5 Calcula y compara los resultados de cada apartado.

a) $\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5} - \frac{3}{10}$

$$\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10} \right)$$

a) $\frac{5 \cdot 2}{2 \cdot 5} - \frac{3}{10} = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

$$\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{4-3}{10} \right) = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

b) $\frac{15}{4} \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{5}$

$$\frac{15}{4} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5} \right)$$

b) $\frac{15}{12} - \frac{2}{5} = \frac{75-24}{60} = \frac{51}{60} = \frac{17}{20}$

$$\frac{15}{4} \cdot \frac{(-1)}{15} = \frac{-15}{4 \cdot 15} = -\frac{1}{4}$$

La situación de los paréntesis afecta al resultado.

6 Opera.

a) $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5} \right) \cdot 20$

b) $\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} \right) : 7$

c) $\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right)$

d) $\frac{3}{21} : \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{3} \right)$

a) $\left(\frac{15-4}{20} \right) \cdot 20 = 11$

b) $\left(\frac{12-5}{20} \right) : 7 = \frac{7}{20} : 7 = \frac{1}{20}$

c) $\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{4-1}{6} \right) = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{7}$

d) $\frac{3}{21} : \left(\frac{12-7}{21} \right) = \frac{3}{21} : \frac{5}{21} = \frac{3}{5}$

7 Calcula.

a) $\frac{2}{5} - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{7}{10} - \frac{1}{2} \right)$

b) $\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4} \right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{7} \right) : \frac{5}{28}$

c) $\left(\frac{3}{4} - \frac{7}{8} \right) \cdot \left[\frac{5}{3} : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) \right]$

a) $\frac{2}{5} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{10} = \frac{2}{5} - \frac{3}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

b) $\frac{4}{3} \cdot \frac{13}{20} - \frac{2}{21} : \frac{5}{28} = \frac{13}{15} - \frac{8}{15} = \frac{1}{3}$

c) $-\frac{1}{8} \cdot \left[\frac{5}{3} : \frac{5}{12} \right] = -\frac{1}{8} \cdot 4 = -\frac{1}{2}$

3 ► PROBLEMAS CON FRACCIONES

Página 65

Para practicar

1 Calcula y contesta.

- a) Roberto ha necesitado 100 pasos para avanzar 80 metros. ¿Qué fracción de metro recorre en cada paso?



- b) Una liebre ha recorrido 40 metros en 25 saltos. ¿Qué fracción de metro avanza en cada salto?

a) En cada paso recorre $\frac{80}{100} = \frac{4}{5}$ de metro.

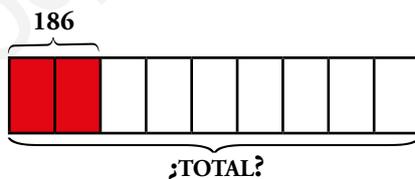
b) En cada salto avanza $\frac{40}{25} = \frac{8}{5}$ de metro.

2 Un colegio tiene matriculados 837 estudiantes, de los cuales $\frac{2}{9}$ están en primer ciclo de ESO. ¿Cuántos estudiantes hay en primer ciclo de ESO?

$$\frac{2}{9} \text{ de } 837 = \frac{2 \cdot 837}{9} = 186$$

En primer ciclo de ESO hay 186 estudiantes.

3 Un colegio tiene matriculados 186 estudiantes en primer ciclo de ESO, lo que supone los $\frac{2}{9}$ del total. ¿Cuántos estudiantes son en total?



$$186 \text{ son } \frac{2}{9} \text{ del total} \rightarrow \frac{1}{9} \text{ del total son } 186 : 2 = 93$$

$$\text{En total son } \frac{9}{9} \rightarrow 9 \cdot \frac{1}{9} = 9 \cdot 93 = 837 \text{ estudiantes en total.}$$

4 Una tienda de confección puso a la venta, la semana pasada, una partida de vestidos de señora. Ha vendido ya las dos quintas partes y aún le quedan 60 unidades. ¿Cuántos vestidos ha vendido?

Ha vendido $\frac{2}{5} \rightarrow$ le quedan $\frac{3}{5}$ que son 60 unidades $\rightarrow \frac{1}{5}$ son $60 : 3 = 20$, y los $\frac{2}{5}$ que ha vendido son $2 \cdot 20 = 40$ vestidos.

5 En un hotel, la mitad de las habitaciones están en el primer piso; la tercera parte, en el segundo piso, y el resto, en el ático, que tiene diez habitaciones.

a) ¿Qué fracción del total de las habitaciones está en el ático?

Pisos 1.º y 2.º $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$	Ático $\frac{\square}{\square}$
--	------------------------------------

b) ¿Cuántas habitaciones hay en total?

c) ¿Y en cada piso?

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5}{6}$ $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$ de las habitaciones están en el ático.

b) $\frac{1}{6}$ del total = 10 $6 \cdot 10 = 60$

Hay 60 habitaciones en total.

c) $\frac{1}{2} \cdot 60 = 30$ $\frac{1}{3} \cdot 60 = 20$

En el primer piso hay 30 habitación y en el segundo piso, 20 habitaciones.

6 En unas instalaciones deportivas, $\frac{3}{8}$ de los presentes están practicando atletismo; $\frac{2}{5}$ juegan al tenis; una décima parte, al fútbol, y los 16 restantes efectúan tareas no deportivas. ¿Cuántas personas hay en las instalaciones?

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{15 + 16 + 4}{40} = \frac{35}{40} = \frac{7}{8}$$

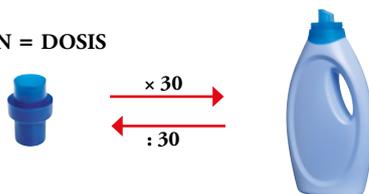
Por tanto, $\frac{8}{8} - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$ no está haciendo deporte.

Como 16 personas son $\frac{1}{8}$ del total, hay $8 \cdot 16 = 128$ personas en las instalaciones.

7 Lee, observa y contesta.

Un bote de suavizante contiene 30 dosis que se administran con su propio tapón.

TAPÓN = DOSIS



a) ¿Cuál es la capacidad del bote si la del tapón es de $\frac{3}{40}$ de litro?

b) ¿Cuál es la capacidad del tapón si la del bote es de dos litros y un cuarto?

a) $\frac{3}{40} \cdot 30 = \frac{9}{4}$

La capacidad del bote es $\frac{9}{4}$, es decir, 2 litros y un cuarto.

b) $\left(2 + \frac{1}{4}\right) : 30 = \frac{9}{4} : 30 = \frac{9}{4 \cdot 30} = \frac{3}{40}$

La capacidad del tapón es $\frac{3}{40}$ de litro.

- 8** Un bote de suavizante de dos litros y un cuarto lleva un tapón dosificador con una capacidad de $\frac{3}{40}$ de litro. ¿Cuántas dosis contiene el bote?

$$2 \text{ litros y cuarto} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4} \text{ L}$$

$$\text{El bote contiene } \frac{9}{4} : \frac{3}{40} = \frac{9 \cdot 40}{4 \cdot 3} = 30 \text{ dosis.}$$

- 9** ¿Cuántos litros de aceite son necesarios para llenar 300 botellas de tres cuartos de litro?

$$300 \cdot \frac{3}{4} = \frac{900}{4} = 225. \text{ Se necesitan 225 litros.}$$

- 10** ¿Cuántas botellas de vino de tres cuartos de litro se llenan con un tonel de 1 800 litros?

$$\text{Se llenan } 1\,800 : \frac{3}{4} = \frac{1\,800 \cdot 4}{3} = 2\,400 \text{ botellas.}$$

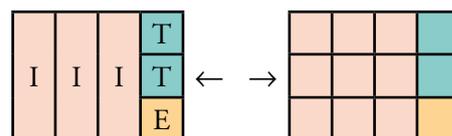
- 11** Un embalse está lleno a principios de verano. En julio pierde $\frac{3}{7}$ de su contenido, y en agosto, $\frac{3}{4}$ de lo que le quedaba. ¿Qué fracción conserva aún a principios de septiembre?



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Julio} \rightarrow \frac{3}{7} \\ \text{Quedan} \rightarrow \frac{4}{7} \left\{ \begin{array}{l} \text{Agosto} \rightarrow \frac{3}{4} \text{ de } \frac{4}{7} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7} \\ \text{Queda} \rightarrow \frac{1}{4} \text{ de } \frac{4}{7} = \frac{1}{7} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

La fracción que conserva a principios de septiembre es $1/7$.

- 12** Los $\frac{3}{4}$ de los empleados de una empresa tienen contrato indefinido; $\frac{2}{3}$ del resto tienen contrato temporal, y los demás son eventuales.



a) ¿Qué fracción suponen los eventuales?

b) Sabiendo que hay 45 fijos, ¿cuántos son eventuales y cuántos tienen contrato temporal?

$$\text{a) } \left\{ \begin{array}{l} \text{Indefinido} \rightarrow \frac{3}{4} \\ \text{Quedan} \rightarrow \frac{1}{4} \left\{ \begin{array}{l} \text{Temporal} \rightarrow \frac{2}{3} \text{ de } \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \\ \text{Quedan (Eventuales)} \rightarrow \frac{1}{3} \text{ de } \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

La fracción de eventuales es $1/12$.

$$\text{b) } \frac{3}{4} \text{ del total} = 45 \rightarrow \frac{45 \cdot 4}{3} = 60$$

En total hay 60 trabajadores, entonces:

$$\frac{1}{6} \text{ de } 60 = 10 \quad \frac{1}{12} \text{ de } 60 = 5$$

Hay 5 trabajadores eventuales y 10 trabajadores temporales.

4 ► POTENCIAS Y FRACCIONES

Página 67

Para fijar ideas

1 Copia, reduce y calcula.

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1^4}{2^4} = \frac{\square}{\square}$$

$$b) \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^{\square}}{3^{\square}} = \frac{\square}{\square}$$

$$c) \left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1^3}{10^{\square}} = \frac{\square}{\square}$$

$$d) \frac{15^3}{5^3} = \left(\frac{15}{\square}\right)^3 = \square^3 = \square$$

$$e) \frac{8^4}{16^4} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^4 = \left(\frac{1}{\square}\right)^4 = \frac{1}{\square}$$

$$f) \frac{10^2}{15^2} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^2 = \left(\frac{\square}{3}\right)^2 = \frac{\square}{\square}$$

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1^4}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$b) \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

$$c) \left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1^3}{10^3} = \frac{1}{1000}$$

$$d) \frac{15^3}{5^3} = \left(\frac{15}{5}\right)^3 = 3^3 = 27$$

$$e) \frac{8^4}{16^4} = \left(\frac{8}{16}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$f) \frac{10^2}{15^2} = \left(\frac{10}{15}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

2 Copia, reduce y calcula.

$$a) \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 8^3 = \left(\frac{1}{4} \cdot \square\right)^3 = \left(\frac{\square}{4}\right)^3 = \square^3 = \square$$

$$b) \left(\frac{5}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^3 = \left(\frac{5}{\square} \cdot \frac{3}{\square}\right)^3 = \left(\frac{15}{\square}\right)^3 = \left(\frac{\square}{2}\right)^3 = \frac{\square}{\square}$$

$$c) 5^3 : \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \left(5 : \frac{5}{4}\right)^3 = \left(\frac{\square}{5}\right)^3 = \square^3 = \square$$

$$d) \left(\frac{1}{6}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{\square} : \frac{1}{\square}\right)^2 = \left(\frac{3}{\square}\right)^2 = \left(\frac{\square}{2}\right)^2 = \frac{\square}{\square}$$

$$a) \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 8^3 = \left(\frac{1}{4} \cdot 8\right)^3 = \left(\frac{8}{4}\right)^3 = 2^3 = 8$$

$$b) \left(\frac{5}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^3 = \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{10}\right)^3 = \left(\frac{15}{30}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$c) 5^3 : \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \left(5 : \frac{5}{4}\right)^3 = \left(\frac{20}{5}\right)^3 = 4^3 = 64$$

$$d) \left(\frac{1}{6}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{6} : \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{6}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

3 Copia y completa, reduciendo a una sola potencia.

$$a) x^3 \cdot x^2 = x^{\square + \square} = x^{\square}$$

$$b) \left(\frac{1}{a}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 = \left(\frac{1}{a}\right)^{\square + \square} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^7$$

$$c) \left(\frac{x}{y}\right)^2 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^4 = \left(\frac{x}{y}\right)^{\square + \square} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^{\square}$$

$$d) x^5 : x^2 = x^{\square - \square} = x^{\square}$$

$$e) \left(\frac{1}{a}\right)^7 : \left(\frac{1}{a}\right)^4 = \left(\frac{1}{a}\right)^{\square - \square} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^3$$

$$f) \left(\frac{x}{y}\right)^6 : \left(\frac{x}{y}\right)^4 = \left(\frac{x}{y}\right)^{\square - \square} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^{\square}$$

$$g) (x^3)^2 = x^{\square \cdot \square} = x^{\square}$$

$$h) \left[\left(\frac{1}{a} \right)^4 \right]^3 = \left(\frac{1}{a} \right)^{\square \cdot \square} = \left(\frac{1}{a} \right)^{\square}$$

$$i) \left[\left(\frac{x}{y} \right)^2 \right]^2 = \left(\frac{x}{y} \right)^{\square \cdot \square} = \left(\frac{x}{y} \right)^{\square}$$

$$a) x^3 \cdot x^2 = x^{3+2} = x^5$$

$$b) \left(\frac{1}{a} \right)^4 \cdot \left(\frac{1}{a} \right)^3 = \left(\frac{1}{a} \right)^{4+3} = \left(\frac{1}{a} \right)^7$$

$$c) \left(\frac{x}{y} \right)^2 \cdot \left(\frac{x}{y} \right)^4 = \left(\frac{x}{y} \right)^{2+4} = \left(\frac{x}{y} \right)^6$$

$$d) x^5 : x^2 = x^{5-2} = x^3$$

$$e) \left(\frac{1}{a} \right)^7 : \left(\frac{1}{a} \right)^4 = \left(\frac{1}{a} \right)^{7-4} = \left(\frac{1}{a} \right)^3$$

$$f) \left(\frac{x}{y} \right)^6 : \left(\frac{x}{y} \right)^4 = \left(\frac{x}{y} \right)^{6-4} = \left(\frac{x}{y} \right)^2$$

$$g) (x^3)^2 = x^{3 \cdot 2} = x^6$$

$$h) \left[\left(\frac{1}{a} \right)^4 \right]^3 = \left(\frac{1}{a} \right)^{4 \cdot 3} = \left(\frac{1}{a} \right)^{12}$$

$$i) \left[\left(\frac{x}{y} \right)^2 \right]^2 = \left(\frac{x}{y} \right)^{2 \cdot 2} = \left(\frac{x}{y} \right)^4$$

Página 68

Para fijar ideas

4 Calcula en tu cuaderno.

$$a) 8^0 = \square$$

$$b) (-8)^0 = \square$$

$$c) \left(\frac{1}{3} \right)^0 = \square$$

$$d) \left(-\frac{1}{3} \right)^0 = \square$$

$$e) \left(\frac{3}{4} \right)^0 = \square$$

$$a) 8^0 = 1$$

$$b) (-8)^0 = 1$$

$$c) \left(\frac{1}{3} \right)^0 = 1$$

$$d) \left(-\frac{1}{3} \right)^0 = 1$$

$$e) \left(\frac{3}{4} \right)^0 = 1$$

5 Expresa en forma de fracción.

$$a) (2)^{-1} = \frac{1}{\square}$$

$$b) (3)^{-1} = \frac{\square}{\square}$$

$$c) (-2)^{-1} = \frac{\square}{-2}$$

$$d) (4)^{-1} = \frac{\square}{\square}$$

$$e) (10)^{-1} = \frac{\square}{\square}$$

$$a) (2)^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$b) (3)^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$c) (-2)^{-1} = \frac{1}{-2}$$

$$d) (4)^{-1} = \frac{1}{4}$$

$$e) (10)^{-1} = \frac{1}{10}$$

6 Expresa en forma de potencia de exponente positivo.

$$a) (5)^{-2} = \left(\frac{1}{\square} \right)^2$$

$$b) \left(\frac{1}{2} \right)^{-3} = \square^3$$

$$c) \left(\frac{2}{3} \right)^{-1} = \frac{\square}{2}$$

$$d) \left(\frac{3}{5} \right)^{-2} = \left(\frac{5}{\square} \right)^2$$

$$e) \left(\frac{3}{4} \right)^{-4} = \left(\frac{\square}{\square} \right)^{\square}$$

$$a) (5)^{-2} = \left(\frac{1}{5} \right)^2$$

$$b) \left(\frac{1}{2} \right)^{-3} = 2^3$$

$$c) \left(\frac{2}{3} \right)^{-1} = \frac{3}{2}$$

$$d) \left(\frac{3}{5} \right)^{-2} = \left(\frac{5}{3} \right)^2$$

$$e) \left(\frac{3}{4} \right)^{-4} = \left(\frac{4}{3} \right)^4$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Suma y resta de fracciones

1  Calcula mentalmente.

a) $1 - \frac{1}{10}$

b) $\frac{1}{5} - \frac{1}{10}$

c) $1 + \frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$

e) $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$

f) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

a) $\frac{9}{10}$

b) $\frac{1}{10}$

c) $\frac{4}{3}$

d) $\frac{1}{6}$

e) $\frac{1}{8}$

f) $\frac{3}{8}$

2  Calcula y simplifica.

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{2}{15}$

c) $\frac{1}{6} - \frac{5}{9} + \frac{1}{2}$

d) $\frac{4}{3} - 2 + \frac{3}{2} - \frac{5}{6}$

a) $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

c) $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$

d) $\frac{0}{6} = 0$

3  Calcula y simplifica.

a) $\frac{11}{36} - \frac{5}{12} + \frac{4}{9} - \frac{7}{24}$

b) $\frac{13}{32} - \frac{5}{24} + \frac{17}{48} - \frac{7}{12}$

c) $\frac{17}{40} - \frac{11}{30} + \frac{13}{20} - \frac{9}{8}$

d) $\frac{21}{44} - \frac{31}{66} - \frac{13}{22} + \frac{11}{12}$

e) $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} - \frac{4}{27} - \frac{2}{15}$

f) $\frac{23}{78} - \frac{5}{26} + \frac{23}{78} - \frac{25}{117}$

a) $\frac{22 - 30 + 32 - 21}{72} = \frac{3}{72} = \frac{1}{24}$

b) $\frac{36 - 20 + 34 - 56}{96} = -\frac{3}{96} = -\frac{1}{32}$

c) $\frac{51 - 44 + 78 - 135}{120} = -\frac{50}{120} = -\frac{5}{12}$

d) $\frac{63 - 62 - 78 + 121}{132} = \frac{44}{132} = \frac{1}{3}$

e) $\frac{90 - 27 - 20 - 18}{135} = \frac{25}{135} = \frac{5}{27}$

f) $\frac{69 - 45 + 69 - 50}{234} = \frac{43}{234}$

4  Opera y simplifica los resultados. ¿Qué observas?

a) $2 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

b) $2 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)$

c) $\frac{3}{5} - \frac{1}{4} - \frac{1}{10}$

d) $\frac{3}{5} - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{10}\right)$

e) $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{10}$

f) $\frac{3}{4} - \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10}\right)$

a) $\frac{12 - 4 + 3}{6} = \frac{11}{6}$

b) $2 - \left(\frac{4+3}{6}\right) = 2 - \frac{7}{6} = \frac{12-7}{6} = \frac{5}{6}$

$$c) \frac{12-5-2}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$d) \frac{3}{5} - \left(\frac{5-2}{20}\right) = \frac{3}{5} - \frac{3}{20} = \frac{12-3}{20} = \frac{9}{20}$$

$$e) \frac{15-8-6}{20} = \frac{1}{20}$$

$$f) \frac{3}{4} - \left(\frac{4-3}{10}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{10} = \frac{15-2}{20} = \frac{13}{20}$$

Que, si añadimos un paréntesis a la operación, el resultado varía.

5 Opera.

$$a) \left(1 - \frac{3}{4}\right) - \left(2 - \frac{5}{4}\right)$$

$$b) \left(\frac{5}{7} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{7} - \frac{2}{3}\right)$$

$$c) \left(3 - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{1}{10} - \frac{7}{20}\right)$$

$$d) \frac{7}{6} - \left[2 - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3}\right)\right]$$

$$e) \left[3 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6}\right)\right] - \left[2 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{8}\right)\right]$$

$$f) \left[\frac{4}{3} - \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right)\right] - \left[\frac{2}{5} - \left(\frac{7}{8} - \frac{5}{6}\right)\right]$$

$$g) \frac{7}{12} - \left[\frac{13}{20} - \left(\frac{1}{5} + \frac{8}{15}\right)\right] - \left[\frac{17}{30} + \left(\frac{1}{2} - \frac{23}{30}\right)\right]$$

$$a) \frac{1}{4} - \frac{3}{3} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$b) \frac{8}{21} - \frac{-5}{21} = \frac{8+5}{21} = \frac{13}{21}$$

$$c) \frac{8}{3} - \frac{3}{20} + \frac{-5}{20} = \frac{160-9-15}{60} = \frac{34}{15}$$

$$d) \frac{7}{6} - 2 + \frac{7}{6} = \frac{7-12+7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$e) \left[3 - \frac{7}{12}\right] - \left[2 - \frac{7}{24}\right] = \frac{58-41}{24} = \frac{17}{24}$$

$$f) \left[\frac{4}{3} - \frac{5}{24}\right] - \left[\frac{2}{5} - \frac{1}{24}\right] = \frac{27}{24} - \frac{43}{120} = \frac{135-43}{120} = \frac{92}{120} = \frac{23}{30}$$

$$g) \frac{7}{12} - \left[\frac{13}{20} - \frac{11}{15}\right] - \left[\frac{17}{30} + \frac{-8}{30}\right] = \frac{7}{12} - \frac{-5}{60} - \frac{9}{30} = \frac{7}{12} + \frac{5}{60} - \frac{9}{30} = \frac{22}{60} = \frac{11}{30}$$

6 Completa con fracciones irreducibles.

$$a) \frac{\square}{\square} - \frac{7}{15} - \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$$

$$b) \frac{6}{7} - \frac{11}{21} + \frac{\square}{\square} = 1$$

$$c) \frac{5}{9} - \frac{\square}{\square} + \frac{5}{12} = \frac{3}{4}$$

$$d) 2 - \frac{7}{24} = \frac{3}{8} + \frac{\square}{\square}$$

$$a) \frac{5}{6} - \frac{7}{15} - \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$$

$$b) \frac{6}{7} - \frac{11}{21} + \frac{2}{3} = 1$$

$$c) \frac{5}{9} - \frac{2}{9} + \frac{5}{12} = \frac{3}{4}$$

$$d) 2 - \frac{7}{24} = \frac{3}{8} + \frac{4}{3}$$

Multiplicación y división de fracciones

7   ¿Verdadero o falso?

- a) Las fracciones negativas tienen opuesta pero no inversa.
- b) Para una fracción, la opuesta de la inversa es igual que la inversa de la opuesta.
- c) Todos los números racionales tienen opuesto y también inverso.
- d) Si a es un número positivo, su opuesto es menor que su inverso.
- e) Si a es un número negativo, su opuesto es mayor que su inverso.

- a) Falso
- b) Verdadero
- c) Falso, el 0 no tiene inverso.
- d) Verdadero
- e) Verdadero

8   Calcula mentalmente y por escrito.

- a) El triple de un tercio.
- b) La mitad de un cuarto.
- c) Los tres quintos de 5.
- d) La cuarta parte de un tercio.

a) $3 \cdot \frac{1}{3} = 1$

b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

c) $\frac{3}{5}$ de 5 = 3

d) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

9   Copia y completa como en el ejemplo.

- Multiplicar por $\frac{1}{2}$ es igual que dividir entre 2.

a) Multiplicar por $\frac{1}{10}$ es igual que dividir entre...

b) Dividir entre $\frac{1}{10}$ es igual que multiplicar por...

c) Multiplicar por $\frac{2}{3}$ es igual que dividir entre...

d) Multiplicar por $\frac{1}{3}$ y dividir entre 5 es igual que dividir entre 3 y multiplicar por...

a) Multiplicar por $\frac{1}{10}$ es igual que dividir entre 10.

b) Dividir entre $\frac{1}{10}$ es igual que multiplicar por 10.

c) Multiplicar por $\frac{2}{3}$ es igual que dividir entre $\frac{3}{2}$.

d) Multiplicar por $\frac{1}{3}$ y dividir entre 5 es igual que dividir entre 3 y multiplicar por $\frac{1}{5}$.

10  **Calcula y simplifica.**

- | | | |
|--|---------------------------------------|---------------------------------------|
| a) $\frac{3}{7} \cdot 14$ | b) $\frac{2}{5} : 4$ | c) $\frac{7}{2} \cdot \frac{4}{(-7)}$ |
| d) $\frac{3}{11} : \frac{(-5)}{11}$ | e) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{20}$ | f) $\frac{4}{15} : \frac{2}{5}$ |
| g) $\frac{6}{35} \cdot \frac{(-77)}{36}$ | h) $\frac{(-48)}{55} : \frac{12}{11}$ | i) $\frac{-3}{8} : \frac{28}{(-9)}$ |
| a) $\frac{42}{7}$ | b) $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ | c) $-\frac{4}{2} = -2$ |
| d) $-\frac{3}{5}$ | e) $\frac{18}{60} = \frac{3}{10}$ | f) $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$ |
| g) $\frac{-462}{1260} = \frac{-11}{30}$ | h) $\frac{-528}{660} = \frac{-4}{5}$ | i) $\frac{27}{224}$ |

Página 71

11 Ejercicio resuelto.

12  **Calcula y reduce.**

- | | |
|--|--|
| a) $\frac{1}{\frac{1}{6}}$ | b) $\frac{6}{\frac{1}{5}}$ |
| c) $\frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{5}}$ | d) $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{4}{3}}$ |
| a) $1 : \frac{1}{6} = 6$ | b) $6 : \frac{1}{5} = 30$ |
| c) $\frac{1}{10} : \frac{1}{5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ | d) $\frac{2}{5} : \frac{4}{3} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ |

13  **Opera y reduce.**

- | | |
|--|---|
| a) $\frac{5}{11} \cdot \left(3 \cdot \frac{22}{15}\right)$ | b) $\frac{7}{2} : \left(5 : \frac{10}{21}\right)$ |
| c) $\frac{8}{9} \cdot \left(\frac{15}{26} : \frac{20}{30}\right)$ | d) $\left(\frac{7}{20} : \frac{14}{15}\right) \cdot \frac{4}{9}$ |
| a) $\frac{330}{165} = 2$ | b) $\frac{7}{2} : \frac{105}{10} = \frac{70}{210} = \frac{1}{3}$ |
| c) $\frac{8}{9} \cdot \frac{450}{520} = \frac{3600}{4680} = \frac{10}{13}$ | d) $\frac{105}{280} \cdot \frac{4}{9} = \frac{420}{2520} = \frac{1}{6}$ |

Potencias y fracciones

14  **Calcula.**

- | | | | |
|--------------------------------------|---|---------------------------------|----------------------------------|
| a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ | b) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ | c) $\left(\frac{1}{5}\right)^4$ | d) $\left(\frac{1}{10}\right)^6$ |
| a) $\frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}$ | b) $\frac{1^2}{3^2} = \frac{1}{9}$ | | |
| c) $\frac{1^4}{5^4} = \frac{1}{625}$ | d) $\frac{1^6}{10^6} = \frac{1}{1000000}$ | | |

15  Calcula, como en el ejemplo, por el camino más corto.

$$\bullet \frac{15^4}{5^4} = \left(\frac{15}{5}\right)^4 = 3^4 = 81$$

a) $\frac{12^3}{4^3}$

b) $\frac{8^5}{4^5}$

c) $\frac{5^4}{10^4}$

d) $5^2 \cdot \left(\frac{1}{15}\right)^2$

e) $(-4)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$

f) $10^2 \cdot \left(-\frac{1}{15}\right)^2$

a) $\left(\frac{12}{4}\right)^3 = 3^3 = 27$

b) $\left(\frac{8}{4}\right)^5 = 2^5 = 32$

c) $\left(\frac{5}{10}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

d) $\left(\frac{5}{15}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

e) $-\left(\frac{4 \cdot 3}{4}\right)^3 = -3^3 = -27$

f) $\left(-\frac{10}{15}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

16  Reduce y calcula.

a) $\frac{6^4 \cdot 3^4}{9^4}$

b) $\frac{2^5 \cdot 3^5}{6^5}$

c) $\frac{3^3 \cdot 3^3}{12^3}$

d) $\frac{5^7 \cdot 4^7}{(-20)^7}$

e) $\frac{4^2 \cdot (-3)^2}{18^2}$

f) $\frac{(-6)^5 \cdot (-3)^5}{36^5}$

a) $\left(\frac{6 \cdot 3}{9}\right)^4 = 2^4 = 16$

b) $\left(\frac{2 \cdot 3}{6}\right)^5 = 1^5 = 1$

c) $\frac{3^3 \cdot 3^3}{4^3 \cdot 3^3} = \frac{27}{64}$

d) $\left(\frac{5 \cdot 4}{-20}\right)^7 = (-1)^7 = -1$

e) $\left(\frac{4 \cdot (-3)}{18}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

f) $\left(\frac{(-6) \cdot (-3)}{36}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$

17  Calcula.

a) 2^0

b) 10^0

c) $\left(\frac{1}{5}\right)^0$

d) $\left(\frac{3}{7}\right)^0$

a) $2^0 = 1$

b) $10^0 = 1$

c) $\left(\frac{1}{5}\right)^0 = 1$

d) $\left(\frac{3}{7}\right)^0 = 1$

18  Calcula.

a) 2^{-2}

b) $(-2)^{-2}$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$

e) 2^{-3}

f) $(-2)^{-3}$

g) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

h) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$

a) $\frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$

c) $2^2 = 4$

d) $(-2)^2 = 4$

e) $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

f) $\frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$

g) $2^3 = 8$

h) $(-2)^3 = -8$

19  Simplifica.

a) $x^3 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^5$

b) $x^3 : \left(\frac{1}{x}\right)^5$

c) $\left(\frac{a}{b}\right)^4 \cdot b^4$

d) $\left(\frac{a}{b}\right)^3 : a^3$

e) $(a^2)^3 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^7$

f) $\left(\frac{1}{a^2}\right)^3 : \left(\frac{1}{a^3}\right)^3$

a) $\frac{x^3}{x^5} = x^{-2}$

b) $x^3 \cdot x^5 = x^8$

c) $\frac{a^4 \cdot b^4}{b^4} = a^4$

d) $\frac{a^3}{b^3 \cdot a^3} = b^{-3}$

e) $\frac{a^6}{a^7} = a^{-1}$

f) $\frac{1}{a^6} : \frac{1}{a^9} = \frac{a^9}{a^6} = a^3$

20  Expresa sin usar potencias negativas.

a) x^{-2}

b) x^{-3}

c) x^{-4}

d) $\frac{1}{x^{-2}}$

e) $\frac{1}{x^{-3}}$

f) $\frac{1}{x^{-4}}$

a) $\frac{1}{x^2}$

b) $\frac{1}{x^3}$

c) $\frac{1}{x^4}$

d) x^2

e) x^3

f) x^4

21  Reduce a una potencia única.

a) $a^5 \cdot a^2$

b) $a \cdot a^2 \cdot a^3$

c) $x^5 \cdot x^{-3}$

d) $x^{-2} \cdot x^5$

e) $a^2 \cdot \frac{1}{a^{-2}}$

f) $\frac{1}{a^{-2}} \cdot a^{-3}$

g) $x^3 \cdot x^{-2} \cdot x$

h) $x^{-2} \cdot x^{-2} \cdot x^{-2}$

i) $\frac{a^3 \cdot a^4}{a^5}$

j) $\frac{a \cdot a^4}{a^3 \cdot a^5}$

k) $\frac{x^2 \cdot x^{-4}}{x^{-3}}$

l) $\frac{x^{-1}}{x^2 \cdot x^{-4}}$

a) a^7

b) a^6

c) x^2

d) x^3

e) a^4

f) a^{-1}

g) x^2

h) x^{-6}

i) a^2

j) a^{-3}

k) x

l) x

22  Reduce.

a) $x^3 \cdot x^{-2}$

b) $\frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x^4}$

c) $\left(\frac{1}{x}\right)^{-3} \cdot x^{-3}$

d) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-1} : x^{-1}$

e) $\left(\frac{z}{m}\right)^{-2} : m^3$

f) $a^5 : \left(\frac{a}{b}\right)^{-4}$

a) $x^3 \cdot x^{-2} = x$

b) $\frac{1}{x^6} = x^{-6}$

c) $x^3 \cdot x^{-3} = x^0 = 1$

d) y

e) $\frac{z^{-2}}{m} = z^{-2}m^{-1}$

f) $\frac{a^9}{b^4} = a^9b^{-4}$

23  Escribe con todas sus cifras estas cantidades:

a) $261 \cdot 10^9$

b) $15,4 \cdot 10^8$

c) $3,28 \cdot 10^{11}$

d) $124 \cdot 10^{-7}$

e) $37,8 \cdot 10^{-7}$

f) $1,78 \cdot 10^{-10}$

a) $261 \cdot 10^9 = 261\,000\,000\,000$

b) $15,4 \cdot 10^8 = 1\,540\,000\,000$

c) $3,28 \cdot 10^{11} = 328\,000\,000\,000$

d) $124 \cdot 10^{-7} = 0,0000124$

e) $37,8 \cdot 10^{-7} = 0,00000378$

f) $1,78 \cdot 10^{-10} = 0,000000000178$

24  Expresa en notación científica, igual que en los ejemplos.

- $5\,360\,000\,000 = 5,36 \cdot 10^9$

- $0,0000004384 = 4,384 \cdot 10^{-7}$

a) $8\,420\,000$

b) $61\,500\,000\,000$

c) $0,0000074$

d) $0,000000128$

a) $8\,420\,000 = 8,42 \cdot 10^6$

b) $61\,500\,000\,000 = 6,15 \cdot 10^{10}$

c) $0,0000074 = 7,4 \cdot 10^{-6}$

d) $0,000000128 = 1,28 \cdot 10^{-7}$

Página 72

Interpreta, describe, exprésate

25  Observa las resoluciones de David y Olga.

Una empresa de vehículos usados recibe un lote de 180 coches. El primer mes vende las tres cuartas partes y el siguiente mes, la quinta parte del lote. ¿Cuántos coches le quedan aún por vender?

Solución de David

- $\frac{3}{4}$ de 180 = $(180 : 4) \cdot 3 = 135$

- $\frac{1}{5}$ de 180 = $180 : 5 = 36$

- $135 + 36 = 171$

- $180 - 171 = 9$

Solución de Olga

- $\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{15+4}{20} = \frac{19}{20}$

- $\frac{20}{20} - \frac{19}{20} = \frac{1}{20}$

- $\frac{1}{20}$ de 180 = $180 : 20 = 9$

Indica el significado de cada operación y el resultado obtenido en cada caso.

Solución de David

- Coches vendidos el primer mes $\rightarrow \frac{3}{4}$ de 180 = $(180 : 4) \cdot 3 = 135$

- Coches vendidos el segundo mes $\rightarrow \frac{1}{5}$ de 180 = $180 : 5 = 36$

- Total de coches vendidos $\rightarrow 135 + 36 = 171$

- Coches sin vender $\rightarrow 180 - 171 = 9$

Solución de Olga

- Fracción de coches vendidos $\rightarrow \frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{15+4}{20} = \frac{19}{20}$

- Fracción de coches sin vender $\rightarrow \frac{20}{20} - \frac{19}{20} = \frac{1}{20}$

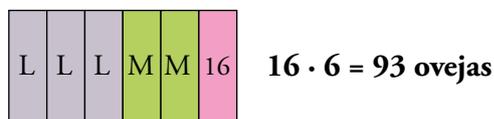
- Cantidad de coches sin vender $\rightarrow \frac{1}{20}$ de 180 = $180 : 20 = 9$

- 26**  Observa estos problemas que pueden parecer similares por su enunciado pero que son muy diferentes.

Problema 1

Un granjero esquila, un lunes, la mitad de sus ovejas, y el martes, la tercera parte de ellas. El miércoles esquila las 16 últimas y termina la faena. ¿Cuántas ovejas tiene en total?

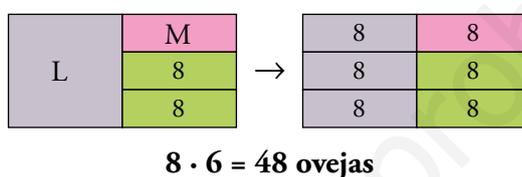
Resolución



Problema 2

Un granjero esquila, un lunes, la mitad de sus ovejas, y el martes, la tercera parte de las que quedaban. El miércoles esquila las 16 últimas y termina la faena. ¿Cuántas ovejas tiene en total?

Resolución



Explica la diferencia entre ambos y el proceso seguido en la resolución de cada uno.

La diferencia entre ambos problemas está en la fracción de rebaño que se esquila el martes. En el primer problema se esquila la tercera parte del total, y en el segundo, la tercera parte de las que quedaban. Es decir, la tercera parte de la mitad.

Ambos problemas se han resuelto representando en un gráfico la parte esquilada y la parte restante.

En el primero, la parte restante es $\frac{1}{6}$ del total, ocupada por 16 ovejas. Por tanto, el total son $16 \cdot 6 = 96$ ovejas.

En el segundo, la parte restante son $\frac{2}{6}$ del total, ocupada por 16 ovejas. Por tanto, $\frac{1}{6}$ del total son 8 ovejas y el total, $8 \cdot 6 = 48$ ovejas.

Resuelve problemas

- 27**  Un pilón de riego con una capacidad de $2\,800\text{ m}^3$ guarda en este momento $1\,600\text{ m}^3$ de agua. ¿Qué fracción del pilón falta por completar?

La cantidad en m^3 que falta por completar es $2\,800 - 1\,600 = 1\,200$, que representa una fracción de $\frac{1\,200}{2\,800} = \frac{3}{7}$ del total.

- 28**  Una furgoneta de reparto llevaba 36 cajas con 30 botellas de refrescos en cada una. Si en el trayecto se han roto 162 botellas por un frenazo, ¿qué fracción de las botellas se ha roto?

Calculamos el total de botellas que llevaba la furgoneta, que son $36 \cdot 30 = 1\,080$ botellas.

La fracción de botellas rotas es $\frac{162}{1\,080} = \frac{3}{20}$.

- 29**  Un incendio ha arrasado las tres décimas partes de un monte de 1 700 hectáreas. ¿Cuántas hectáreas se han salvado de la quema?

Se han salvado $\frac{10}{10} - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ del total, esto es $\frac{7}{10}$ de 1 700 = 1 190 hectáreas.

- 30**  Se ha volcado un palé que tenía 5 cajas con 30 docenas de huevos en cada una y se han estropeado dos quintas partes. ¿Cuántos huevos se han salvado?

El número total de huevos que había en el palé era $5 \cdot 30 \cdot 12 = 1 800$, y al estropearse las dos quintas partes, se han salvado tres quintas partes del total, que son $\frac{3}{5}$ de 1 800 = 1 080 huevos.

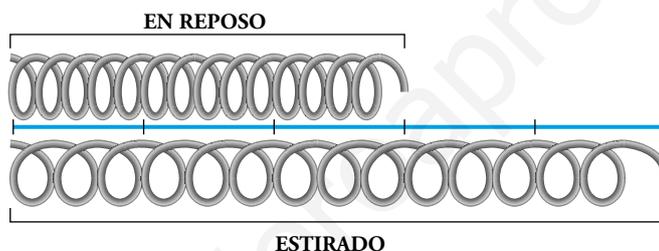
- 31**  Por tres cuartos de kilo de cerezas hemos pagado 1,80 €. ¿A cómo sale el kilo?

$$\frac{3}{4} \rightarrow 1,80 \text{ €}$$

$$\frac{1}{4} \rightarrow 1,80 : 3 = 0,60 \text{ €}$$

$$1 \text{ kilo} = \frac{4}{4} \rightarrow 0,60 \cdot 4 = 2,40 \text{ €}$$

- 32**  El muelle de un resorte alcanza, estirado, $\frac{5}{3}$ de su longitud inicial. Si estirado mide 4,5 cm, ¿cuánto mide en reposo?



El resorte en reposo mide 2,7 cm.

$$\frac{5}{3} \text{ de la longitud son } 4,5 \text{ cm} \rightarrow \frac{1}{3} \text{ es } \frac{4,5}{5} = 0,9 \text{ cm}$$

$$\text{El total, } \frac{3}{3}, \text{ es } 3 \cdot 0,9 = 2,7 \text{ cm.}$$

- 33**  Un pilón de riego está lleno en sus cuatro séptimas partes y contiene 1 600 m³ de agua. ¿Cuántos metros cúbicos caben en el pilón?

$$\frac{4}{7} \rightarrow 1 600 \text{ m}^3$$

$$\frac{1}{7} \rightarrow 1 600 : 4 = 400 \text{ m}^3$$

$$\frac{7}{7} \rightarrow 400 \cdot 7 = 2 800 \text{ m}^3$$

La capacidad del pilón es de 2 800 m³.

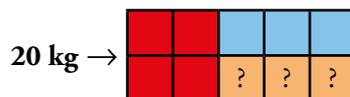
- 34**  Amelia ha gastado $\frac{3}{8}$ de sus ahorros en la compra de un teléfono móvil que le ha costado 90 €. ¿Cuánto dinero le queda todavía?

Le quedan 150 €.

$$\text{Si } \frac{3}{8} \text{ son } 90 \text{ €, } \frac{1}{8} \text{ son } \frac{90}{3} = 30 \text{ €.}$$

$$\text{Le quedan } \frac{5}{8}, \text{ que son } 5 \cdot 30 \text{ €} = 150 \text{ €.}$$

- 35**  Un decorador ha hecho una mezcla de 20 kilos de pintura que lleva dos quintas partes de rojo, tres décimas partes de azul y el resto de naranja. ¿Cuántos kilos de pintura amarilla llevará la mezcla?



$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10} \quad \frac{10}{10} - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$$

La mezcla llevará $\frac{3}{10}$ de 20 = 6 kilos de pintura amarilla.

- 36**  La tercera parte de los 240 viajeros que ocupan un avión son europeos y $\frac{2}{5}$ africanos. El resto son americanos. ¿Cuántos americanos viajan en el avión?

Viajan 64 americanos.

Europeos y africanos: $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{11}{15}$ de 240 pasajeros.

El resto serán $\frac{4}{15}$ de 240 → $\frac{4}{15} \cdot 240 = 64$ americanos.

Página 73

- 37**  Begoña gasta $\frac{3}{8}$ de sus ahorros en arreglar la moto y $\frac{3}{10}$ del resto en un concierto. ¿Qué fracción de lo que tenía ahorrado le queda?



 Aunque puedas resolverlo observando el gráfico, escribe y explica las operaciones que llevan a la solución.

Moto → $\frac{3}{8}$

Quedan → $\frac{5}{8}$ → {Concierto → $\frac{3}{10}$ de $\frac{5}{8} = \frac{15}{80} = \frac{3}{16}$

Total de gastos → $\frac{3}{8} + \frac{3}{16} = \frac{9}{16}$

Le quedan $\frac{7}{16}$ de lo que tenía ahorrado.

- 38**  Javier ha gastado $\frac{3}{5}$ de sus ahorros en un viaje y $\frac{3}{4}$ del resto en reponer el vestuario. Si aún le quedan 140 euros, ¿cuánto tenía ahorrado?

Viaje → $\frac{3}{5}$

Quedan → $\frac{2}{5}$ {Vestuario → $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

Total de gastos → $\frac{3}{5} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$

$\frac{1}{10}$ → 140 €

$\frac{10}{10}$ → 1400 €

Tenía ahorrados 1400 €.

- 39**  Una confitería ha recibido un pedido de varias bolsas de caramelos. Dos quintas partes de las bolsas son de naranja, tres décimas partes de limón y el resto de fresa. Si había 6 bolsas de fresa, ¿cuántas bolsas formaban el pedido?

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

Fresa: $1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$ de las bolsas, que son 6 bolsas.

$\frac{1}{10}$ de las bolsas son $\frac{6}{3} = 2$ bolsas.

Como el total son $\frac{10}{10}$, el pedido lo formaban $10 \cdot \frac{1}{10} = 10 \cdot 2$ bolsas = 20 bolsas.

- 40**  Sara avanza 4 metros en 5 pasos. ¿Qué fracción de metro avanza en cada paso? ¿Y en 100 pasos?

En cada paso avanza $\frac{4}{5}$ de metro. En 100 pasos avanza 80 metros.

- 41**  Un frasco de perfume tiene una capacidad de $\frac{1}{20}$ de litro. ¿Cuántos frascos se pueden llenar con un bidón que contiene tres litros y medio?

$3,5 \text{ L} = \left(3 + \frac{1}{2}\right) \text{ L} = \frac{7}{2} \text{ L}$ en el bidón.

Se pueden llenar $\frac{7}{2} : \frac{1}{20} = 70 \rightarrow 70$ frascos.

- 42**  ¿Cuántos litros de zumo se necesitan para llenar 200 botellas de $\frac{3}{8}$ de litro cada una?

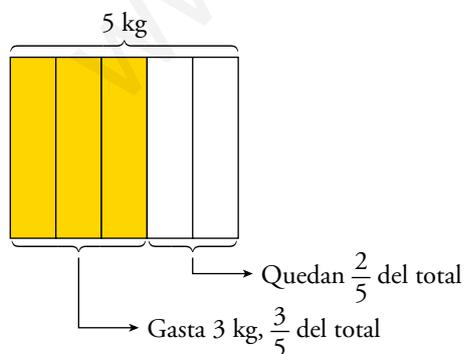
Se necesitan $200 \cdot \frac{3}{8} = 75 \rightarrow 75$ litros.

- 43**  Dos problemas similares.

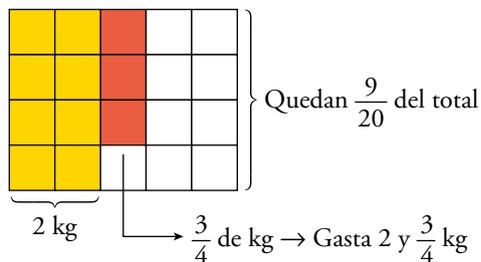
a) De un detergente de 5 kg se han consumido 3 kg. ¿Qué fracción queda del contenido original?

b) De un detergente de 5 kg se han consumido dos kilos y tres cuartos. ¿Qué fracción queda del contenido original?

a) Quedan $\frac{2}{5}$ del tambor.



b) Quedan $\frac{9}{20}$ del tambor.



- 44**  **ODS** Meta 6.3. Una planta potabilizadora trata tres metros cúbicos de agua en cinco horas. ¿Cuántos metros cúbicos de agua trata en hora y cuarto?

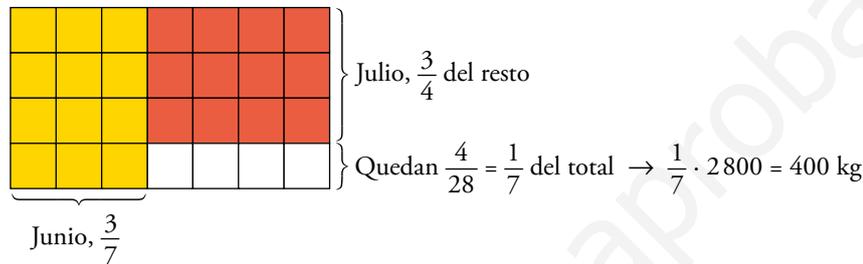
En una hora tratará $3 : 5 = \frac{3}{5}$.

En una hora y cuarto, que es $1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ h, tratará $\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{4}$ m³.

- 45**  Un manantial arroja nueve décimas partes de un metro cúbico de agua cada hora. ¿Cuánto tardará en llenar un depósito de 30 metros cúbicos?

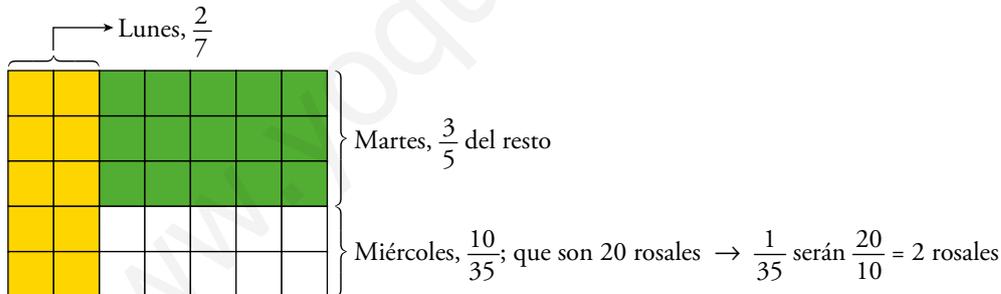
Tardará $30 : \frac{9}{10} = \frac{100}{3}$ h = $\frac{99}{3} + \frac{1}{3} = 33$ h + $\frac{1}{3}$ h

- 46**  Un granjero tiene a finales de mayo unas reservas de 2 800 kg de pienso para alimentar a su ganado. En junio gasta $\frac{3}{7}$ de sus existencias, y en julio, $\frac{3}{4}$ de lo que le quedaba. ¿Cuántos kilos de pienso tiene a primeros de agosto?



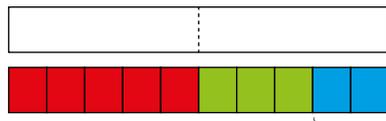
Tiene 400 kg de pienso.

- 47**  Un jardinero poda el lunes $\frac{2}{7}$ de sus rosales, el martes $\frac{3}{5}$ del resto y el miércoles finaliza el trabajo podando los 20 que faltaban. ¿Cuántos rosales tiene en total en el jardín?



El jardín tiene $35 \cdot 2 = 70$ rosales.

- 48**  En una bolsa hay bolas rojas, verdes y azules. La mitad son rojas, las verdes igualan a los tres quintos de las rojas y las azules son 14. ¿Cuántas hay en total?



$\frac{2}{10}$, que son 14 bolas $\rightarrow \frac{1}{10}$ serán 7 bolas

Hay 70 bolas en total.

49 Las tres octavas partes de las personas residentes en cierta población tienen más de 50 años y de ellos, uno de cada veinte es una persona de más de ochenta años. ¿Cuántos residentes tiene esa población sabiendo que los mayores de ochenta son 48?

$$\left\{ \begin{array}{l} > 50 \rightarrow \frac{3}{8} \\ < 50 \rightarrow \frac{5}{8} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} > 80 \rightarrow \frac{1}{20} \text{ de } \frac{3}{8} = \frac{3}{160} \rightarrow 48 \\ < 80 \rightarrow \frac{19}{20} \text{ de } \frac{3}{8} = \frac{57}{160} \end{array} \right.$$

Como $\frac{3}{160} \rightarrow 48$, entonces $\frac{1}{160} \rightarrow 48 : 3 = 16$.

La población tiene $16 \cdot 160 = 2560$ residentes.

50 Una empresa de transportes trabaja con camiones de largo recorrido, furgonetas de reparto y motos de mensajería. De cada doce vehículos, siete son furgonetas y tres motos. Si los camiones son ocho, ¿cuántos vehículos tiene la empresa en total?

Furgonetas $\rightarrow \frac{7}{12}$

Motos $\rightarrow \frac{3}{12}$

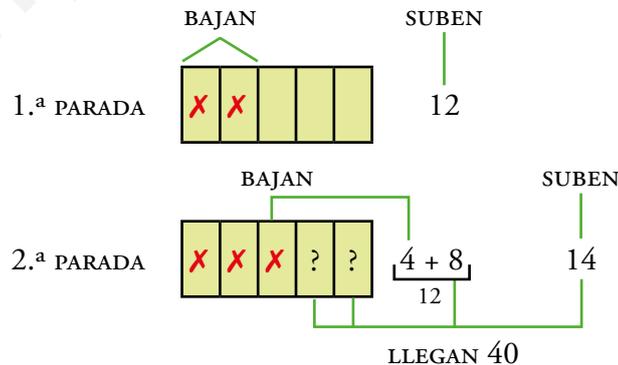
Camiones $\rightarrow \frac{12}{12} - \left(\frac{7}{12} + \frac{3}{12} \right) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} = \frac{8}{x} \rightarrow x = 48$

La empresa tiene en total 48 vehículos.

Problemas «+»

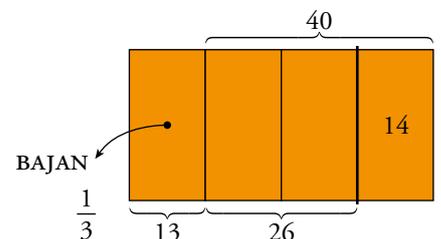
51 Un autobús cubre el recorrido entre dos ciudades, entre las que hace dos paradas intermedias. Hoy, en la primera parada, ha dejado dos quintas partes de los viajeros y han subido 12. En la segunda parada, ha dejado la tercera parte de los que llevaba en ese momento, y han subido 14. Finalmente, llega a su destino con 40 ocupantes. ¿Con cuántos viajeros salió del origen?

💡 *Apóyate en un esquema.*



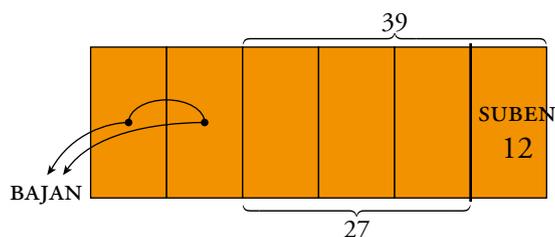
SEGUNDA PARADA

- Salió de ella con 40 viajeros.
- Antes de subir en esta parada los 14 viajeros, había 26. Y se habían bajado $\frac{1}{3}$ de ellos. Llegó, por tanto, a la segunda parada, con 39 viajeros.



PRIMERA PARADA

- Salió con 39 viajeros.
 - Antes de subir los 12, había 27, que son $\frac{3}{5}$ del número de viajeros con los que llegó el autobús.
 - Llegó con $(27 : 3) \cdot 5 = 45$
- El autobús salió del origen con 45 viajeros.



52 En un hotel, el lunes se marcharon dos terceras partes de los clientes y se registraron 20 nuevos ingresos. Y el martes se marcharon las tres cuartas partes, registrándose 7 ingresos. Así, el martes durmieron en el hotel 48 clientes. ¿Cuántos pernoctaron el domingo?

MARTES

- Durmieron en el hotel 48 clientes.
- Llegaron 7 nuevos, por lo que antes había 41.
- Se habían ido $\frac{3}{4}$ por lo que había $41 \cdot 4 = 164$ clientes.

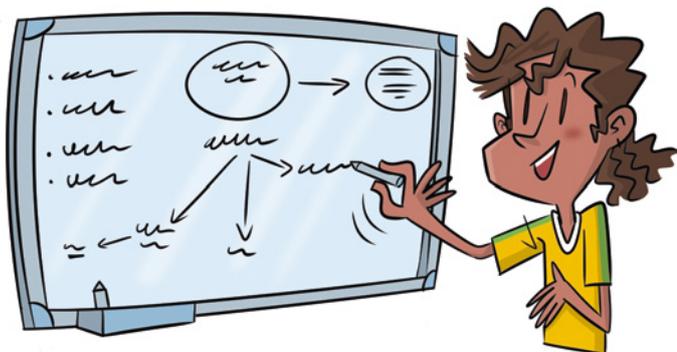
LUNES

- Durmieron 164 clientes.
- Llegaron 20 nuevos, por lo que antes había 144.
- Se habían ido $\frac{2}{3}$ por lo que había $144 \cdot 3 = 432$.

El domingo pernoctaron 432 clientes.

LEE E INFÓRMATE

La utilidad de hacer esquemas



En la resolución de algunos problemas es de gran utilidad la elaboración de esquemas para:

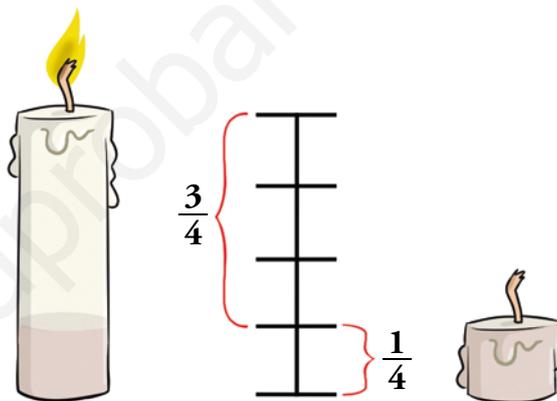
- Ordenar y visualizar globalmente los datos.
- Organizar las ideas.
- Facilitar la exposición del proceso y de la solución.

- Analiza e interpreta el esquema que explica este problema:

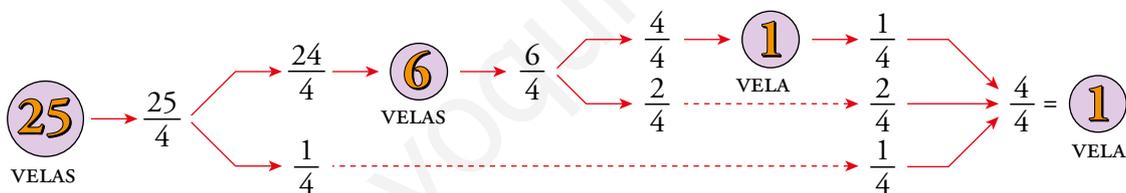
Problema

Una vela alumbra mientras se consumen tres cuartas partes de su longitud. Pero el cabo sobrante no se desaprovecha: con cuatro cabos, hacemos una vela nueva.

Si cada vela dura «una velada», ¿cuántas veladas podemos alumbrar con un paquete de 25 velas?

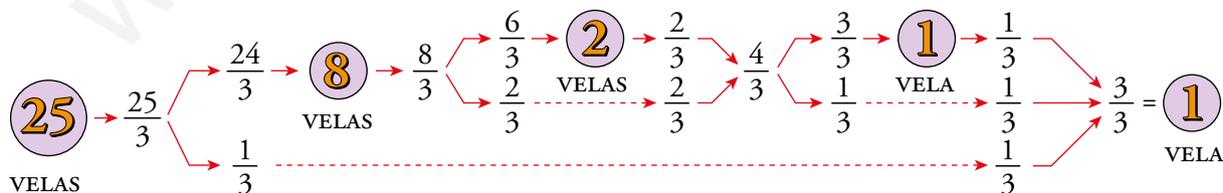


Esquema



Solución: $25 + 6 + 1 + 1 = 33$ velas \rightarrow Podemos alumbrar 33 veladas.

- Construye un esquema similar para el problema anterior, suponiendo que de cada vela se consumen solamente sus $\frac{2}{3}$.



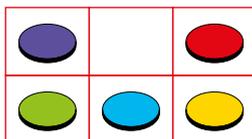
$25 + 8 + 2 + 1 + 1 = 37$ velas \rightarrow 37 veladas

INVESTIGA

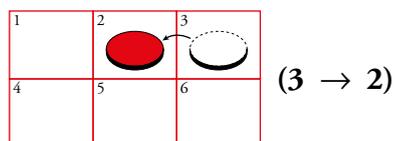
Un juego solitario

Intercambia la ficha amarilla y la ficha roja con el mínimo número de movimientos.

Explica cómo hacerlo.



Para explicar la solución, inventa un código. Por ejemplo, numerando las casillas:



(3 → 2): Significa que la ficha que ocupa la casilla n.º 3, pasa a la n.º 2.

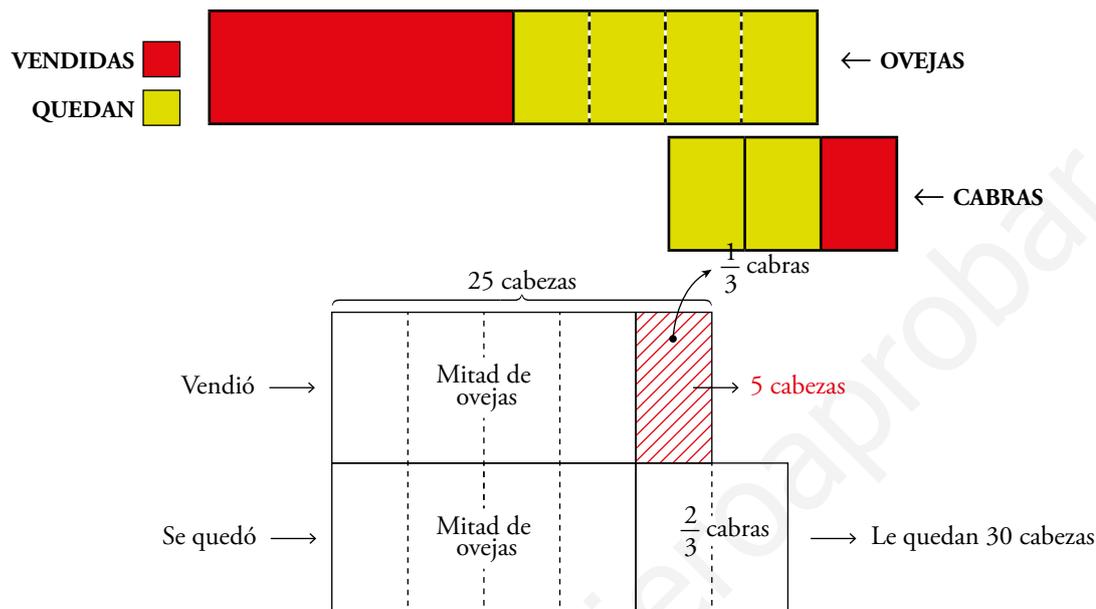
Siguiendo el código que se da en el ejemplo.

3 → 2	2 → 1	3 → 2	2 → 1	3 → 2
6 → 3	3 → 2	6 → 3	5 → 2	6 → 3
5 → 6	6 → 3	5 → 6	4 → 5	5 → 6
4 → 5	5 → 6	4 → 5	1 → 4	
1 → 4	2 → 5	1 → 4	2 → 1	

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Apóyate en un gráfico 

En un rebaño hay ovejas y cabras. El pastor vende la mitad de las ovejas y la tercera parte de las cabras y, aun así, las primeras doblan a las segundas. ¿Cuántas cabezas le quedan sabiendo que ha vendido 25?



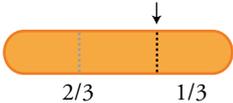
Le quedan 30 cabezas.

¡Echa cuentas!

Hoy es el último día de acampada y tenemos para merendar perritos calientes. El caso es que somos 18, todos con buen apetito, y solo nos quedan 30 perritos. A mí me ha tocado repartir. ¿Cuál es el mínimo número de cortes que necesito hacer para dar a todos lo mismo?

A cada persona le corresponde una salchicha entera y $\frac{2}{3}$ de salchicha.

Dejamos 18 salchichas enteras y quedan 12.

Estas últimas las dividimos así: 

Doce personas recibirán sus $\frac{2}{3}$ de salchicha así: 

Las 6 restantes las recibirán así: 

AUTOEVALUACIÓN

1 Calcula.

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9}$

b) $\frac{5}{9} - \frac{7}{12} + \frac{11}{18}$

a) $\frac{12}{18} + \frac{3}{18} - \frac{2}{18} = \frac{13}{18}$

b) $\frac{20}{36} - \frac{21}{36} + \frac{22}{36} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

2 Opera.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6}$

b) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$

c) $\frac{2}{3} \cdot 6$

d) $\frac{2}{3} : 4$

a) $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$

b) $\frac{12}{3} = 4$

c) $\frac{12}{3} = 4$

d) $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

3 Resuelve.

a) $\frac{2}{\frac{1}{3}}$

b) $\frac{10}{\frac{3}{6}}$

c) $\frac{2}{\frac{5}{4}}$

d) $\frac{\frac{1}{3} \cdot 5}{\frac{1}{6} \cdot 10}$

a) $\frac{2}{\frac{1}{3}} = 2 : \frac{1}{3} = 6$

b) $\frac{10}{\frac{3}{6}} = \frac{10}{3} : 6 = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$

c) $\frac{2}{\frac{5}{4}} = \frac{2}{5} : \frac{2}{4} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

d) $\frac{\frac{1}{3} \cdot 5}{\frac{1}{6} \cdot 10} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{10}{6}} = \frac{5}{3} : \frac{10}{6} = \frac{30}{30} = 1$

4 Resuelve.

a) $\frac{11}{12} - \left[1 - \left(\frac{1}{6} - \frac{3}{4} \right) \right]$

b) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \cdot \left(2 - \frac{2}{5} \right)$

a) $\frac{11}{12} - \left[1 + \frac{7}{12} \right] = \frac{11}{12} - \frac{19}{12} = -\frac{8}{12} = -\frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{6} \cdot \frac{8}{5} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

5 Reduce.

a) $\left(\frac{a}{b} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{a}{b} \right)^3$

b) $\left(\frac{2}{x} \right)^2 : \left(\frac{x}{2} \right)^2$

c) $\left[\left(\frac{1}{y} \right)^2 \right]^3$

a) $\frac{a}{b}$

b) $\left(\frac{2}{x} \right)^4$

c) $\left(\frac{1}{y} \right)^6$

6 Calcula.

a) $\left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot 6^3$

b) $\left(\frac{3}{5} \right)^2 : \left(\frac{3}{5} \right)^3$

a) $\frac{2^3}{3^3} \cdot 2^3 \cdot 3^3 = 2^6 = 64$

b) $\frac{3^2}{5^2} \cdot \frac{5^3}{3^3} = \frac{5}{3}$

7 Escribe la descomposición polinómica de estos números:

- a) 1 238 600 b) 0,07586 c) 340,578

a) $1\,238\,600 = 1 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2$

b) $0,07586 = 7 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-5}$

c) $340,578 = 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2}$

8 Escribe con todas sus cifras.

- a) $1,38 \cdot 10^6$ b) $8,451 \cdot 10^{-7}$
a) $1,38 \cdot 10^6 = 1\,380\,000$ b) $8,451 \cdot 10^{-7} = 0,0000008451$

9 Expresa en notación científica.

- a) 24 700 000 000 b) 0,0000000238
a) $24\,700\,000\,000 = 2,47 \cdot 10^{10}$ b) $0,0000000238 = 2,38 \cdot 10^{-8}$

10 Un quiosco vendió por la mañana $\frac{1}{3}$ del total de diarios recibidos y por la tarde $\frac{2}{5}$ también del total. Si le quedan sin vender 20 periódicos, ¿cuántos había recibido?

Vendió $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{11}{15}$

Quedan sin vender $1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$, que son 20 periódicos $\rightarrow \frac{1}{15}$ son $20 : 4 = 5$

Había recibido $15 \cdot 5 = 75$ periódicos.

11 Un señor sale de compras y gasta $\frac{1}{3}$ de su dinero en una americana y $\frac{2}{5}$ de lo que le quedaba en el mercado. Si aún tiene 30 euros, ¿con cuánto dinero salió de casa?

Americana $\rightarrow \frac{1}{3}$

Quedan $\rightarrow \frac{2}{3}$ { Mercado $\rightarrow \frac{2}{5}$ de $\frac{2}{3} = \frac{4}{15}$

Le quedan $\rightarrow \frac{15}{15} - \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{15}\right) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ que son 30 euros.

Entonces $\frac{1}{5}$ son $30 : 2 = 15$ euros. Y salió de casa con $\frac{5}{5}$ que son $15 \cdot 5 = 75$ euros.

12 En una bolsa hay bolas blancas, negras y rojas. Las blancas suponen tres quintos del total y las rojas igualan a los dos tercios de las negras. ¿Qué fracción del total suponen las negras?

			R	R
			R	R
B	B	B	N	N
			N	N
			N	N

$N = \frac{6}{25}$

La fracción de bolas negras es $\frac{6}{25}$.