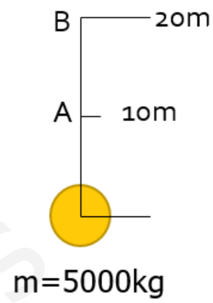
EL CAMPO GRAVITATORIO

1.- Calcula:

a) El potencial gravitatorio creado por una masa m = 5000 kg en los puntos A y B situados a 10m y 20m, respectivamente, de m (considera la masa como una partícula).

b) El trabajo realizado por la fuerza del campo para desplazar otra masa de 25 kg desde A hasta B (Dato: G = 6,67·10⁻¹¹Nm²kg⁻²)



a) $$V_A = -\frac{GM}{r_A} = \frac{-6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5\cdot 10^{3}}{10} = -3,3\cdot 10^{-8}\ \frac{J}{kg}$$

$$V_B = -\frac{GM}{r_B} = \frac{-6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5\cdot 10^{3}}{20} = -1,6\cdot 10^{-8}\ \frac{J}{kg}$$

b) $$W = -\Delta E_P = -(V_B - V_A)m = -\left[-1,6\cdot 10^{-8} - \left(-3,3\cdot 10^{-8}\right)\right]\frac{J}{kg}\cdot 25kg = -4,25\cdot 10^{-7}J$$

2.- Calcula la diferencia de potencial gravitatorio entre la superficie terrestre y un punto situado a 100m sobre ella. (Dato: g_0 = 9,8m/s²)

La diferencia de potencial gravitatorio entre la superficie terrestre y un punto situado a una altura sobre ella es:

$$V_h - V_0 = -GM_T\left(\frac{1}{R_T+h} - \frac{1}{R_T}\right) = GM_T\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T+h}\right) = GM_T\left(\frac{R_T+h}{R_T(R_T+h)} - \frac{R_T}{R_T(R_T+h)}\right) =$$

$$= GM_T\left(\frac{(R_T \quad h) - R_T}{R_T(R_T+h)}\right) = GM_T\left(\frac{h}{R_T(R_T+h)}\right)$$

Haciendo la aproximación $R_T(R_T+h) \approx R_T\cdot R_T = R_T{}^2$

$$V_h - V_0 = GM_T\left(\frac{\quad}{R_T{}^2}\right) = \frac{G \quad _T}{R_T{}^2}h = g_0\cdot h = 9,8\cdot 100 = 980\frac{J}{kg}$$

En este ejercicio bastaría con escribir que debido a que h<<<R_T podríamos utilizar la fórmula:

$$\Delta E_P = mg_0h$$

$$\text{Y como } \Delta V = \frac{\Delta E_P}{m} \Rightarrow \Delta V = g_0h$$

$$V_h - V_0 = \Delta V = g_0\cdot h = 9,8\cdot 100 = 980\frac{J}{kg}$$

3.- Se sitúa un cuerpo a una altura tal de la superficie terrestre que pierde el 20 % de su peso.

a) Calcula esa altura.

b) ¿Cuánto vale el potencial gravitatorio terrestre en ese punto?

c) ¿Qué diferencia de potencial existe entre ese punto y la posición inicial del cuerpo, la superficie terrestre? (Datos: R_T = 6370km; M_T = 5,98·10²⁴ kg ; G = 6,67·10⁻¹¹Nm²kg⁻²)

a) Teniendo en cuenta que pierde el 20% del peso, la fuerza de atracción gravitatoria a la que está sometido el cuerpo a esa altura es el 80% del peso que tenía en la superficie terrestre:

$$Peso_h = G\cdot\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)^2} = 0,8\cdot G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T{}^2} \Rightarrow \frac{1}{(R_T+h)^2} = \frac{0,8}{R_T{}^2} \Rightarrow R_T{}^2 = 0,8\cdot(R_T+h)^2$$

$$R_T = \sqrt{0,8}(R_T+h) \Rightarrow R_T = 0,894(R_T+h) \Rightarrow R_T = 0,894\cdot R_T + 0,894\cdot h \Rightarrow R_T - 0,894\cdot R_T = 0,894\cdot h \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0,106\cdot R_T = 0,894\cdot h$$

$$h = \frac{0,106\cdot \quad _T}{0,894} = \frac{0,106\cdot 6370km}{0,894} = 755km$$

b) Utilizamos la fórmula que nos permite calcular el potencial en un punto:

$$V_h = -\frac{GM_T}{R_T + h} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{7125 \cdot 10^3} = -5,6 \cdot 10^7 \frac{J}{kg}$$

c) Primero calculamos el potencial en la superficie terrestre (V_0) y a continuación hacemos el cálculo de la diferencia de potencial entre los dos puntos:

$$V_0 = -\frac{GM_T}{R_T} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^3} = -6,26 \cdot 10^7 \frac{J}{kg}$$

$$V_h - V_0 = -5,6 \cdot 10^7 - (-6,26 \cdot 10^7) = (6,26 - 5,6) \cdot 10^7 = 0,66 \cdot 10^7 = 6,6 \cdot 10^6 \frac{J}{kg}$$

4.- Sea un sistema doble formado por una estrella y un planeta. El planeta gira alrededor de la estrella siguiendo una órbita circular con un periodo de 210 días y posee una masa igual a 5·10^{-6} M, donde M es la masa de la estrella. Determine:

a) El radio de la órbita del planeta.

b) El vector campo gravitatorio total en un punto entre la estrella y el planeta que dista 4,6·10^5 km del centro del planeta.

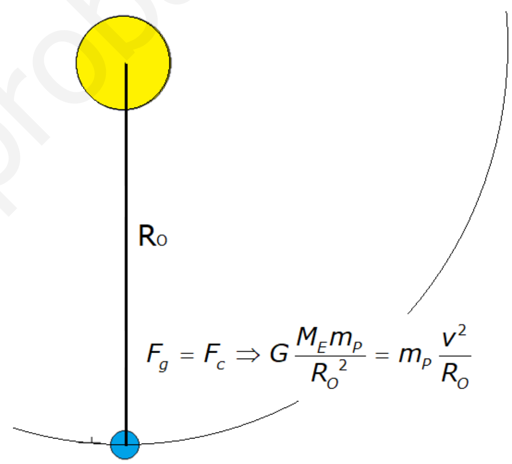
Dato: Constante de Gravitación Universal, G = 6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2}; Masa de la estrella 1,3·10^{30} kg

a)

$$F_g = F_c \Rightarrow G\frac{M_E m_P}{R_O^2} = m_P \frac{v^2}{R_O} \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{GM_E}{R_O}$$

$$v = \frac{\pi \cdot R_O}{T} \Rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 \cdot R_O^2}{T^2}$$

$$\frac{4\pi^2 \cdot R_O^2}{T^2} = \frac{GM_E}{R_O} \Rightarrow R_O^3 = \frac{G \cdot M_E \cdot T^2}{4\pi^2}$$



$$R_O = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_E \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,3 \cdot 10^{30} \cdot (210 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}} = 8,97 \cdot 10^{10} m = 8,97 \cdot 10^7 km$$

b) El campo gravitatorio será la suma de los campos gravitatorios creados por la estrella y el planeta:

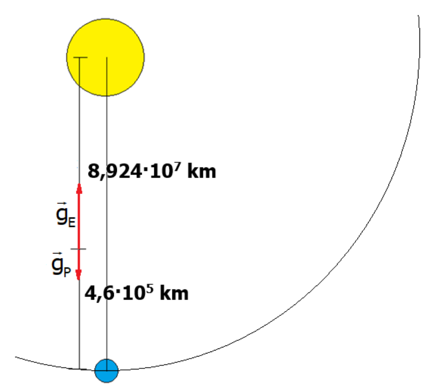
Distancia entre el punto y el planeta = 4,6·10^5 km

Distancia entre el punto y la estrella = 8,97·10^7 – 4,6·10^5= 8,97·10^7 – 0,046·10^7 = 8,924·10^7 km

$$\vec{g} = \vec{g}_E + \vec{g}_P$$

$$|\vec{g}| = G\frac{M_E}{d_E^2} - G\frac{M_P}{d_P^2} = G\frac{M_E}{d_E^2} - G\frac{5 \cdot 10^{-6} M_E}{d_P^2} = G \cdot M_E \cdot \left(\frac{1}{d_E^2} - \frac{5 \cdot 10^{-6}}{d_P^2}\right)$$

$$|\vec{g}| = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,3 \cdot 10^{30} \cdot \left(\frac{1}{(8,924 \cdot 10^{10})^2} - \frac{5 \cdot 10^{-6}}{(4,6 \cdot 10^8)^2}\right) = 8,83 \cdot 10^{-3} \frac{N}{kg}$$



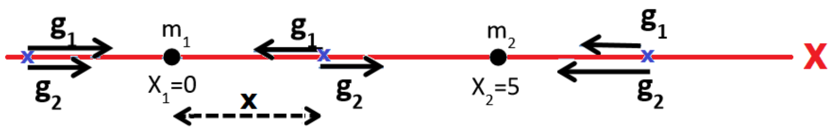
En la dirección estrella-planeta, y en el sentido hacia la estrella.

Vectorialmente:

$$\vec{g} = 8,83 \cdot 10^{-3} \vec{j} \frac{N}{kg}$$

5.- Dos partículas puntuales de masas m_1 = 2 kg y m_2 = 10 kg se encuentran situadas a lo largo del eje X. La masa m_1 está en el origen, x_1 = 0, y la masa m_2 en el punto x_2 = 5 m. a) Determine el punto en el eje X en el que el campo gravitatorio debido a ambas masas es nulo. b) ¿Cuál es el potencial gravitatorio debido a ambas masas en el punto para el que el campo gravitatorio es cero? Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

a) Como puede verse en la figura, únicamente en la región situada entre ambas masas el campo gravitatorio total puede ser nulo, pues solo en esta zona los campos gravitatorios creados por una y otra masa son opuestos.



$$g_1 = G\frac{m_1}{x^2}$$

$$g_2 = G\frac{m_2}{(x_2 - x)^2}$$

$$g_{RES} = 0 = G\frac{m_2}{(x_2 - x)^2} - G\frac{m_1}{x^2}$$

$$G\frac{m_1}{x^2} = G\frac{m_2}{(x_2 - x)^2} \Rightarrow \frac{m_1}{x^2} = \frac{m_2}{(x_2 - x)^2}$$

$$m_1 \cdot (x_2 - x)^2 = m_2 \cdot x^2$$

Sustituyendo las variables por sus valores:

$$2(5-x)^2 = 10x^2 \Rightarrow (5-x)^2 = 5x^2 \Rightarrow x^2 + 25 - 10x = 5x^2 \Rightarrow 4x^2 + 10x - 25 = 0$$

Si resolvemos la ecuación de segundo grado:

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100+400}}{8}$$

sólo la solución con x>0 es aceptable, luego

$$x = \frac{-10 + \sqrt{100+400}}{8} = 1{,}5450$$

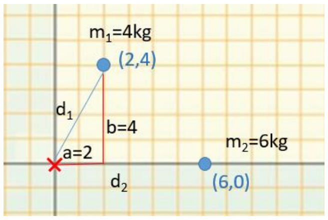
Por tanto, x = 1,55 m.

b) El potencial gravitatorio cumple el principio de superposición, luego:

$$V_h = -\frac{Gm_1}{x} - \frac{Gm_2}{x_2 - x} = -G\left(\frac{m_1}{x} + \frac{m_2}{x_2 - x}\right) = -6{,}67\cdot10^{-11}\left(\frac{2}{1{,}55} + \frac{10}{5-1{,}55}\right) = -27{,}939\cdot10^{-11}\,\frac{J}{kg}$$

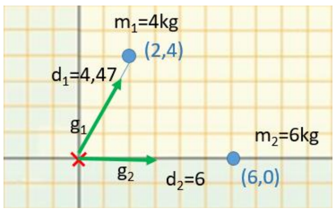
Luego el potencial gravitatorio es $-2{,}79\cdot10^{-10}$ J/kg.

6.- Una partícula de masa m_1 = 4kg está situada en el punto A = (2,4) de un sistema de referencia y otra partícula de masa m_2 = 6kg está colocada en el punto B = (6,0) (Longitudes en metros). Calcula la intensidad y el potencial del campo gravitatorio en el origen de coordenadas.
Dato: Constante de Gravitación Universal, G = $6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}



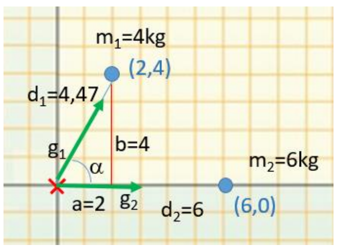
Valores de las distancias:

$$d_1 = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{2^2+4^2} = \sqrt{20} = 4{,}47$$
$$d_2 = 6$$



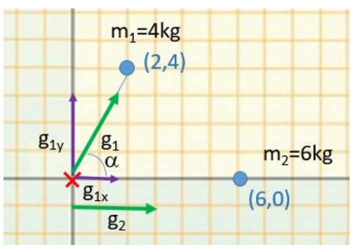
Valores de cada uno de los campos creados por cada masa:

$$g = G\frac{m}{d^2}$$
$$g_1 = G\frac{m_1}{d_1^{\,2}} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ \ 4}{20} = 1{,}334\cdot10^{-11}\ \frac{N}{kg}$$
$$g_2 = G\frac{m_2}{d_2^{\,2}} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ \ 6}{36} = 1{,}112\cdot10^{-11}\ \frac{N}{kg}$$



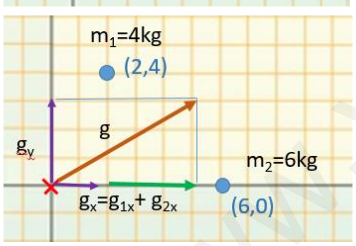
Valor del ángulo α:

$$tg\alpha = \frac{4}{2} \Rightarrow \alpha = 63{,}43^{o}$$



Componentes de los vectores g_1 y g_2:

$$g_{1x} = g_1\cos\alpha = 1{,}334\cdot10^{-11}\cdot\cos 63{,}43^{o} = 5{,}967\cdot10^{-12}$$
$$g_{1y} = g_1 sen\alpha = 1{,}334\cdot10^{-11}\cdot sen 63{,}43^{o} = 1{,}193\cdot10^{-11}$$
$$g_{2x} = 1{,}112\cdot10^{-11}$$
$$g_{2y} = 0$$



Componentes del vector g:

$$g_x = g_{1x} + g_{2x} = 5{,}967\cdot10^{-12} + 1{,}112\cdot10^{-11} = 1{,}709\cdot10^{-11}$$
$$g_y = g_{1y} + g_{2y} = 1{,}193\cdot10^{-11} + 0 = 1{,}193\cdot10^{-11}$$

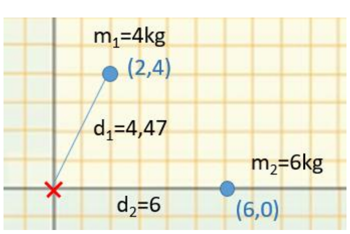
Expresión vectorial del vector g:

$$\vec{g} = g_x\vec{i} + g_y\vec{j} = \left(1{,}709\cdot10^{-11}\,\vec{i} + 1{,}193\cdot10^{-11}\,\vec{j}\right)\frac{N}{kg}$$

Módulo del vector g:

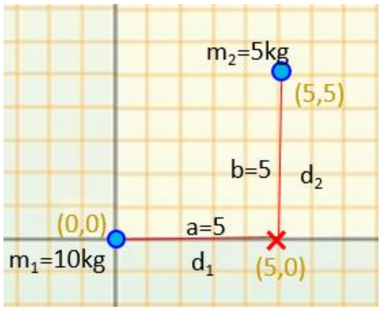
$$|\vec{g}| = \sqrt{g_x^{\,2} + g_y^{\,2}} = \sqrt{\left(1{,}709\cdot10^{-11}\right)^2 + \left(1{,}193\cdot10^{-11}\right)^2} = 2{,}084\cdot10^{-11}\ \frac{N}{kg}$$

b) Sumamos los valores del potencial que crea cada masa sobre el punto:



$$V = -G\frac{m}{d} \qquad V_1 = -G\frac{m_1}{d_1} = -\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ \ 4}{4{,}47} = -5{,}97\cdot10^{-11}\ \frac{J}{kg}$$
$$V_2 = -G\frac{m_2}{d_2} = -\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ \ 6}{6} = -6{,}67\cdot10^{-11}\ \frac{J}{kg}$$
$$V = V_1 + V_2 = -5{,}97\cdot10^{-11} - 6{,}67\cdot10^{-11} = -12{,}64\cdot10^{-11} = -1{,}264\cdot10^{-10}\ \frac{J}{kg}$$

7.- Una partícula de masa m_1 = 10kg está situada en el origen de coordenadas de un sistema de referencia, y otra partícula de masa m_2 = 5kg está colocada en el punto A = (5,5). Calcula la intensidad y el potencial del campo gravitatorio en el punto B = (5,0). (Longitudes en metros). ¿Cuál es la fuerza a la que estaría sometida una masa de 2,5 kg situada en el punto B? Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$

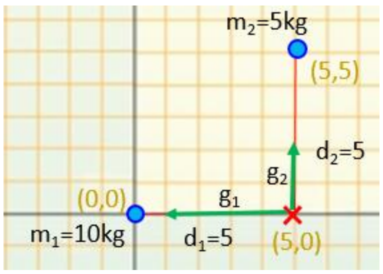


Valores de las distancias:

$d_1 = 5$

$d_2 = 5$

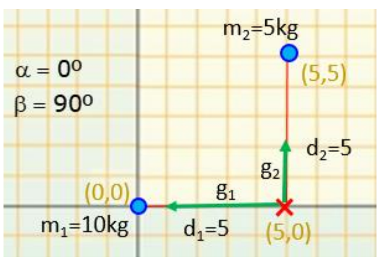
$g = G\dfrac{m}{d^2}$



Valores de cada uno de los campos creados por cada masa:

$$g_1 = G\frac{m_1}{{d_1}^2} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ \ 10}{25} = 2{,}668\cdot10^{-11}\ \frac{\,}{kg}$$

$$g_2 = G\frac{m_2}{{d_2}^2} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ \ 5}{25} = 1{,}334\cdot10^{-11}\ \frac{\,}{kg}$$



Valores de los ángulos α y β:

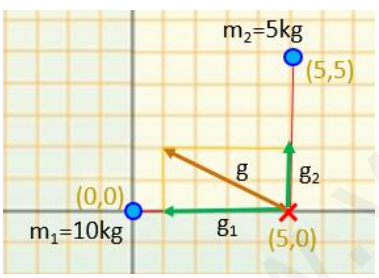
$\alpha = 0º$

$\beta = 90º$

Componentes de los vectores g_1 y g_2:

$g_{1x} = -2{,}668\cdot10^{-11};\ g_{1y} = 0$

$g_{2x} = 0;\ g_{2y} = 1{,}334\cdot10^{-11}$



Componentes del vector g:

$g_x = -2{,}668\cdot10^{-11}$

$g_y = 1{,}334\cdot10^{-11}$

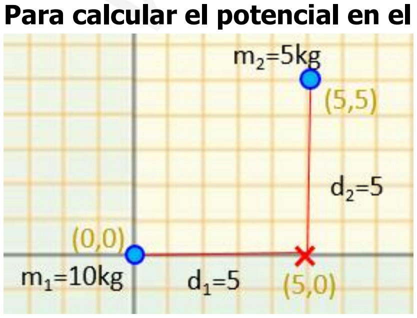
Expresión vectorial del vector g:

$$\vec{g} = g_x\vec{i} + g_y\vec{j} = \left(-2{,}668\cdot10^{-11}\vec{i} + 1{,}334\cdot10^{-11}\vec{j}\right)\frac{N}{kg}$$

Módulo del vector g:

$$|\vec{g}| = \sqrt{{g_x}^2 + {g_y}^2} = \sqrt{\left(-2{,}668\cdot10^{-11}\right)^2 + \left(1{,}334\cdot10^{-11}\right)^2} = 2{,}983\cdot10^{-11}\ \frac{N}{kg}$$

Para calcular el potencial en el punto (5,0) sumamos los valores del potencial que crea cada masa sobre el punto:



$V = -G\dfrac{m}{d}$

$$V_1 = -G\frac{m_1}{d_1} = -\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ \ 10}{5} = -13{,}34\cdot10^{-11}\ \frac{J}{kg}$$

$$V_2 = -G\frac{m_2}{d_2} = -\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ \ 5}{5} = -6{,}67\cdot10^{-11}\ \frac{J}{kg}$$

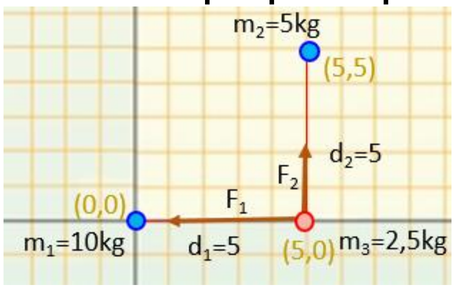
$$V = V_1 + V_2 = -13{,}34\cdot10^{-11} - 6{,}67\cdot10^{-11} = -20{,}01\cdot10^{-11} = -2{,}001\cdot10^{-10}\ \frac{J}{kg}$$

Para calcular el valor de la fuerza nos basta utilizar la fórmula: $\vec{F} = m\vec{g}$

$$\vec{F} = m\left(-2,668\cdot 10^{-11}\vec{i} + 1,334\cdot 10^{-11}\vec{j}\right) = 2,5\cdot\left(-2,668\cdot 10^{-11}\vec{i} + 1,334\cdot 10^{-11}\vec{j}\right) = \left(-6,67\cdot 10^{-11}\vec{i} + 3,335\vec{j}\right)N$$

$$\left|\vec{F}\right| = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}} = \sqrt{\left(-6,67\cdot 10^{-11}\right)^2 + \left(3,335\cdot 10^{-11}\right)^2} = 7,457\cdot 10^{-11}N$$

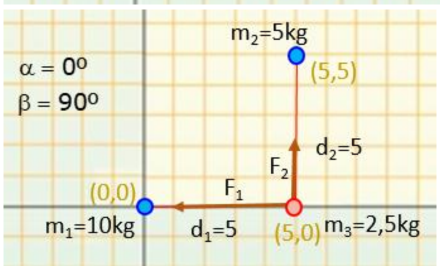
Si tuviéramos que aplicar el principio de superposición actuaríamos de la siguiente forma:



$$F = G\frac{m_a\cdot m_b}{d^2}$$

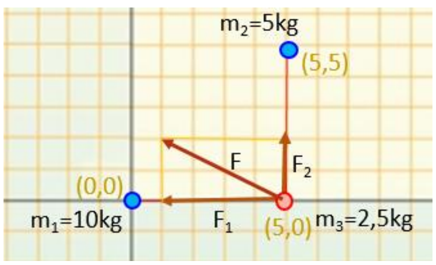
$$F_1 = G\frac{m_1\cdot m_3}{d_1^{\,2}} = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 10\cdot 2,5}{25} = 6,67\cdot 10^{-11}N$$

$$F_2 = G\frac{m_2\cdot m_3}{d_2^{\,2}} = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5\cdot 2\ 5}{25} = 3,335\cdot 10^{-11}N$$



$$\alpha = 0º$$
$$\beta = 90º$$

$$F_{1x} = -6,67\cdot 10^{-11}N; \qquad F_{1y} = 0$$
$$F_{2x} = 0; \qquad F_{2y} = 3,335\cdot 10^{-11}N$$
$$F_x = -6,67\cdot 10^{-11}N$$



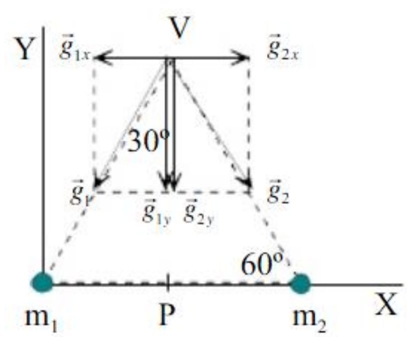
$$F_y = 3,335\cdot 10^{-11}N$$

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} = \left(-6,67\cdot 10^{-11}\vec{i} + 3,335\cdot 10^{-11}\vec{j}\right)N$$

$$\left|\vec{F}\right| = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}} = \sqrt{\left(-6,67\cdot 10^{-11}\right)^2 + \left(3,335\cdot 10^{-11}\right)^2} = 7,457\cdot 10^{-11}N$$

8.- En los vértices de un triángulo equilátero de 1 m de lado hay colocadas sendas masas iguales de 3 kg cada una.
a) Calcula el vector campo gravitatorio en el otro vértice.
b) Determina el vector fuerza que actúa sobre una masa de 5 kg colocada en ese vértice.
c) Indica el valor de la energía transformada al trasladar la masa de 5 kg desde el vértice hasta el punto medio del lado que une las masas de 3 kg.
Dato: Constante de Gravitación Universal, G = $6,67\cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

a) Se elige un sistema de referencia con el lado del triángulo que contiene las masas sobre el eje X y en el origen una de ellas. Se denominan m_1 y m_2 a los dos masas iguales y m a la masa que se traslada. Las dos masas generan un campo gravitatorio del mismo módulo en el otro vértice V.



$$g_1 = g_2 = \frac{G\cdot m_1}{r_1^2} = \frac{G\cdot 3kg}{1m^2}$$

Las componentes en el eje X de los campos anteriores se anulan por simetría y las componentes en el eje Y se refuerzan. Como los ángulos de un triángulo equilátero son de 60º, resulta que:

$$g_{1y} = g_{2y} = g_1\cdot \text{sen } 60º = \frac{G\cdot 3kg}{1m^2}\cdot \text{sen}60º$$

El módulo del campo gravitatorio en el otro vértice es:

$$g_T = 2\cdot g_{1y} = 2\cdot\frac{Gm_1}{r_1^{\,2}}\cdot \text{sen}60º = 2\cdot\frac{6,67\cdot 10^{-11}\ \ 3}{1}\cdot 0,866 = 3,46\cdot 10^{-10}\frac{N}{kg}$$

Vectorialmente: $\vec{g}_t = -3{,}46 \cdot 10^{-10} \cdot \vec{j}\, N/kg$

b) El vector fuerza que actúa sobre la masa de 5 kg colocada en el vértice libre es:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} = 5\,kg \cdot (-3{,}46 \cdot 10^{-10} \cdot \vec{j}\, N/kg) = -1{,}72 \cdot 10^{-9} \cdot \vec{j}\, N$$

c) La energía involucrada en el proceso se resuelve a través del cálculo del potencial.

El potencial gravitatorio que generan las dos masas iguales m_1 y m_2 en el otro vértice es una magnitud escalar (siempre de signo negativo) y cuyo valor es:

$$V_v = V_1 + V_2 = 2 \cdot \left(-\frac{G \cdot m_1}{r_V} \right) = -2 \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2/kg^2 \cdot 3\,kg}{1\,m} = -4{,}0 \cdot 10^{-10}\, J/kg$$

El potencial en el punto, P, medio del lado que contiene las masas iguales es:

$$V_P = V_1 + V_2 = 2 \cdot \left(-\frac{G \cdot m_1}{r_P} \right) = -2 \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2/kg^2 \cdot 3\,kg}{0{,}5\,m} = -8{,}0 \cdot 10^{-10}\, J/kg$$

Aplicando las relaciones entre el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria y el potencial, resulta que:

$$W_{F_{gravitatoria}\, v \to p} = -\Delta E_p = -m \cdot \Delta V = -m \cdot (V_P - V_V) =$$

$$= -5\,kg \cdot [-8{,}0 \cdot 10^{-10}\, J/kg - (-4{,}0 \cdot 10^{-10}\, J/kg)] = +2{,}00 \cdot 10^{-9}\, J$$

El proceso es espontáneo. La fuerza gravitatoria realiza un trabajo a costa de disminuir la energía potencial asociada al sistema.

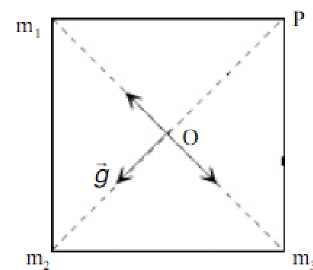
9.- Tres masas iguales de 1 kg cada una están situadas en los vértices de un cuadrado de 1 m de lado.

a) Calcula el módulo del campo gravitatorio en el centro del cuadrado.

b) Determina el potencial gravitatorio en el vértice libre y en el centro del cuadrado.

c) Calcula el trabajo realizado al trasladar un objeto de 10 kg de masa desde el centro del cuadrado hasta el vértice libre.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\, N\, m^2\, kg^{-2}$



a) La geometría del ejercicio indica que los campos creados por las masas situadas en la misma diagonal se anulan. El campo gravitatorio total es igual al creado por la masa situada en el vértice opuesto al vértice libre P.

Este campo tiene la dirección de la diagonal que pasa por el punto P y sentido hacia la masa. Su módulo es:

$$g = \frac{G \cdot m}{r^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2/kg^2 \cdot 1\,kg}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} m \right)^2} = 1{,}33 \cdot 10^{-10} \frac{N}{kg}$$

b) El potencial gravitatorio en un punto es igual a la suma de los potenciales generados por cada una de las masas en ese punto. Como la distancia de m_1 y de m_3 a P es la misma, la llamamos r_1 (su valor es 1 metro). La distancia de m_2 a P la llamamos r_2 (aplicando Pitágoras vemos que su valor es $\sqrt{2}$) La distancia de las tres masas al punto O es la misma (r′) (aplicando Pitágoras vemos que su valor es $\sqrt{2}/2$)

$$V_P = -\frac{G \cdot m_1}{r_1} - \frac{G \cdot m_3}{r_1} - \frac{G \cdot m_2}{r_2} = -\frac{G \cdot 1}{1} - \frac{G \cdot 1}{1} - \frac{G \cdot 1}{\sqrt{2}} = -G \cdot \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = -1{,}80 \cdot 10^{-10} \frac{J}{kg}$$

$$V_O = -\frac{G \cdot m_1}{r'} - \frac{G \cdot m_2}{r'} - \frac{G \cdot m_3}{r'} = -\frac{G \cdot 1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} - \frac{G \cdot 1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} - \frac{G \cdot 1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{3G}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{3 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -2{,}83 \cdot 10^{-10} \frac{J}{kg}$$

c) Aplicando la ley de la energía potencial:

$$W_{O \to P} = -m \cdot \Delta V = -m \cdot (V_P - V_O) = -10\,kg \cdot (-1{,}80 \cdot 10^{-10}\, J/kg + 2{,}83 \cdot 10^{-10}\, J/kg) = -1{,}03 \cdot 10^{-9}\, J$$

10.- El potencial gravitatorio en el punto medio del segmento que une a dos masa de 1 kg situadas a 4 m de distancia es: a) 0 J/kg; b) 6,67·10^{-11} J/kg; c) – 6,67·10^{-11} J/kg; d) 0,5 J/kg

La distancia de las masas al punto es de 2 m. El potencial gravitatorio es igual a la suma de los potenciales creados por cada una de las masas.

$$V = V_1 + V_2 = -2 \cdot \frac{G \cdot m}{r} = -2 \cdot \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2/kg^2 \cdot 1kg}{2m} = -\,6{,}67 \cdot 10^{-11}\ J/kg$$

La solución correcta es la c)