

Problemas con Ecuaciones de 2º Grado

Algoritmo de resolución de Problemas

- a) Leer y comprender el enunciado del problema.
- b) Traducir el problema al lenguaje algebraico.
- c) Plantear la ecuación
- d) Resolver la ecuación con precisión.

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \leftrightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

- e) Evaluar e interpretar los resultados.
- f) Responder a las cuestiones planteadas.

01.- La suma de un número y su cuadrado es 30. Hallar dicho número. Sol: Pueden ser el -6 y el 5.

02.- La suma de los cuadrados de dos números naturales consecutivos es igual a 4.141. ¿Cuáles son esos dos números naturales? Sol: El 45 y el 46.

03.- ¿Qué número positivo multiplicado por 3 es 40 unidades menor que su cuadrado? Sol: El 8.

04.- El triple del cuadrado de un número aumentado en su duplo es 85. ¿Cuál es el número? Sol: El número 5.

05.- Un lado de un rectángulo mide 10 cm más que el otro. Sabiendo que el área del rectángulo es de 200 cm², hallar las dimensiones. Sol: 10 x 20 cm.

06.- Si al cuadrado de un número le quitas su doble, obtienes su quíntuplo. ¿Cuál es ese número? Sol: El número 7.

Calcula la longitud de los catetos de un triángulo rectángulo sabiendo que uno de ellos es 7 cm más largo que el otro y que su superficie es de 15 cm².

Si llamamos x a la longitud de uno de los catetos, el otro medirá $x+7$. Como el área es la mitad del producto de la base y la altura de un triángulo, con esto, podemos plantear la ecuación:

$$A = \frac{x(x+7)}{2} = 15 \quad \rightarrow \quad x^2 + 7x - 30 = 0$$

Cuya solución es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 1 \cdot (-30)}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{-7 \pm 13}{2}$$

De donde: $x_1 = -10$ y $x_2 = 3$

Por tanto, los catetos miden 3 y 10 cm.

07.- Si la hipotenusa de un triángulo mide 10 cm, halla la medida de los catetos sabiendo que se diferencian en 2 cm. Sol: 6 y 8.

08.- Halla las dimensiones de un campo rectangular de 80 m² de área si mide 2 metros de largo más que de ancho. Sol: 8 x 10 m.

09.- Hallar el perímetro de un cuadrado sabiendo que su área es de 64 m². Sol: 32 m.

10.- Si aumentamos el lado de un cuadrado en 2 m, su área aumenta en 16 m². Calcula lo que medía inicialmente el lado del cuadrado. Sol: 3 metros.

11.- Determina el valor de k para que las dos soluciones de la ecuación $x^2 - kx + 36 = 0$ sean iguales. Sol: 12 y -12.

12.- ¿Cuál es la edad de una persona si al multiplicarla por 15 le faltan 100 unidades para completar su cuadrado? Sol: 20 años.

13.- Si a un número positivo se le resta 3, y también se le añade 3, el producto de estos dos resultados es 72. Hallar dicho número. Sol: Se trata del número 9.

14.- Se tiene un lote de baldosas cuadradas. Si se forma un cuadrado de x baldosas de lado, sobran 87 y si se toman $x+1$ baldosas de lado, faltan 40. ¿Cuántas baldosas hay en el lote? Sol: 4.056 baldosas

15.- Dentro de 11 años la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. Calcula la edad de Pedro. Sol: 21 Años.

16.- Calcula las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 75 m, sabiendo que es semejante a otro rectángulo cuyos lados miden 36 y 48 m respectivamente. Sol: 60 x 45 metros

17.- Para vallar una finca rectangular de 750 m² se han utilizado 110 m de cerca. Calcula sus dimensiones. Sol: 30x25 m.

18.- Si el lado de un cuadrado aumenta 3 cm, su superficie aumenta en 81 cm². Halla el lado del cuadrado. Sol: 12.

19.- Un jardín rectangular de 50 m de largo por 34 m de ancho está rodeado por un camino de arena uniforme. Halla la anchura de dicho camino si se sabe que el área total del camino es de 540 m². Sol: 6 metros.

Halla las dimensiones de un rectángulo de área 30 cm², sabiendo que la base mide la mitad de la altura.

Si llamamos x a la base, entonces la altura, que es el doble, medirá $2x$. Además, como el área de un rectángulo se calcula multiplicando su base x su altura, ya podemos plantear la ecuación:

$$x \cdot 2x = 30 \quad \rightarrow \quad 2x^2 = 30 \quad \rightarrow \quad x^2 = \frac{30}{2} = 15$$

Cuya solución es:

$$x^2 = 15 \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{15}$$

Por tanto, la base mide $\sqrt{15}$ cm u la altura $2\sqrt{15}$ cm.

20.- La edad de Ali será dentro de tres años un cuadrado perfecto y hace tres años su edad era precisamente la raíz cuadrada de este cuadrado. Halla la edad de Ali. Sol: 6 años.

21.- Los lados de un triángulo miden 5, 6 y 7 cm. Determina qué cantidad igual se debe restar a cada uno para que resulte un triángulo rectángulo. Sol: Hay que restar 2.

22.- Calcula el radio de un círculo sabiendo que si se aumenta dicho radio en 4 cm, su área se cuadruplica. Sol: R=4 cm.

23.- ¿Cuál es la edad de una persona si al multiplicarla por 15 le faltan 100 unidades para completar su cuadrado? Sol: 20 años.

24.- Calcula el valor de m sabiendo que $x=3$ es solución de la ecuación $x^2 - mx + 27 = 0$ Sol: $m=12$.

¿Cuál es la edad de Mohamed, si al multiplicarla por 15 le faltan 100 años para completar su cuadrado?

Si llamamos x a la edad de Mohamed, cuando la multiplicamos por 15, será $15x$, y si dice que le faltan 100 años para completar su cuadrado, esto quiere decir que si a $15x$ le sumo 100 tendré el cuadrado de la edad de Mohamed, por tanto, con todo esto ya podemos escribir la ecuación:

$$15x + 100 = x^2 \quad \rightarrow \quad x^2 - 15x - 100 = 0$$

Cuya solución es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-100)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{225 + 400}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{625}}{2} = \frac{15 \pm 25}{2}$$

$$x_1 = \frac{15 + 25}{2} = \frac{40}{2} = 20 \quad \quad x_2 = \frac{15 - 25}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

Por tanto, la edad de Mohamed es de 20 años.

25.- La edad actual de un hijo es la raíz cuadrada de la edad de su padre y dentro de 24 años, la edad del padre será el doble que la del hijo. Hallas sus edades actuales. Sol: 6 y 36 años.

26.- De un tablero de 2.400 cm² se cortan dos piezas cuadradas, una de ellas con 5 cm más de lado que la otra. Si las tiras de madera que sobran miden 1.283 cm², ¿cuánto miden los lados de las piezas cuadradas? Sol: 21 y 26 cm.

27.- Si se alargan dos lados opuestos de un cuadrado en 5m y se acortan los otros dos en 2m, se obtiene un rectángulo de 120 m² de área. Averigua el lado y el área del cuadrado original. Sol: l=10 m; A= 100 m²

Problemas con Ecuaciones de 2º Grado

28.- Una pieza rectangular es 4 cm más larga que ancha. Con ella se construye una caja de 840 cm^3 de volumen cortando un cuadrado de 6 cm de lado en cada esquina y doblando los bordes. Halla las dimensiones de la caja.

Sol: $10 \times 14 \times 6 \text{ cm}$

29.- Calcular la medida de la base de un triángulo cuya altura excede en 2 cm a su base, si su área es de 84 cm^2 .

Sol: 12 y 14 cm.

Determinar dos números naturales y pares consecutivos cuyo producto sea 2024.

Si llamamos $2x$ al primer número, su consecutivo par será $2x+2$.

Con esto, ya podemos plantear la ecuación: $2x(2x+2) = 2024$

Cuya solución es:

$$\begin{aligned} 2x(2x+2) &= 2024 \rightarrow 4x^2 + 4x - 2024 = 0 \rightarrow \\ \rightarrow x^2 + x - 506 &= 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 1 \cdot 506}}{2} \rightarrow \\ \rightarrow x &= \frac{-1 \pm 45}{2} \rightarrow x = 22 \end{aligned}$$

Los números pedidos son el 44 y el 46.

30.- El área de una plaza de toros mide 2.827 m^2 , calcula el radio de la plaza.

Sol: 30 m.

31.- Tenemos un alambre de 17 cm. ¿Cómo hemos de doblarlo para que forme un ángulo recto de modo que sus extremos queden a 13 cm?

Sol: Formando una L de 5 y 12 cm.

32.- Paco tiene dos años más que Juan y la suma de los cuadrados de ambas edades es 130 años. Halla las edades de cada uno.

Sol: 7 y 9 años.

33.- En un rectángulo, la base mide 2 unidades más que la altura. Si unimos el punto medio del lado mayor con los vértices de los lados opuestos, obtenemos un triángulo isósceles. ¿Qué longitud tienen los lados del rectángulo si el área del triángulo es de 4 unidades de superficie?

Sol: 4×2 unidades de longitud

34.- Si al cuadrado de un número le quitas su doble, obtienes su quintuplo. ¿Cuál es ese número?

Sol: El 7

35.- Calcular el área de un cuadrado de diagonal 50 cm.

Sol: 1250 cm^2

36.- La edad actual de una madre es el cuadrado de la que tendrá su hija dentro de dos años, momento en el que la edad de la hija será la sexta parte de la edad que tiene actualmente la madre. Calcula la edad de ambas.

Sol: 4 y 36.

Las edades de dos hermanos son números consecutivos y la suma de sus cuadrados es 145. ¿Qué edades tienen?

Si llamamos x a la edad de uno, $x+1$ será la del otro:

Si la suma de sus cuadrados es 145, con esto podemos plantear la ecuación:

$$x^2 + (x+1)^2 = 145 \rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = 145$$

De donde: $2x^2 + 2x - 144 = 0 \rightarrow x^2 + x - 72 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-72)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 288}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{-1 \pm 17}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 17}{2} = \frac{16}{2} = 8 \quad x_2 = \frac{-1 - 17}{2} = \frac{-18}{2} = -9$$

Por tanto, las edades de los hermanos son 8 y 9 años.

37.- Si se añade 49 al cuadrado de cierto número natural, dicha suma es igual al cuadrado de 11 más dicho número. ¿De qué número se trata?

Sol: Del número 9.

38.- En un triángulo rectángulo el cateto mayor mide 3 metros menos que la hipotenusa y 3 m. más que el otro. Halla los lados y el área del triángulo.

Sol: 12, 9, 15: 54 m^2 .

39.- Los lados de un triángulo rectángulo tienen por medida en centímetros tres números enteros consecutivos. Halla dichos números.

Sol: 3, 4 y 5.

40.- El cateto mayor de un triángulo rectángulo es 2 cm más corto que la hipotenusa y esta mide 4 cm más que el cateto menor. Averigua las dimensiones del triángulo.

Sol: 6, 8 y 10 cm.

41.- Tenemos un alambre de 17 cm. ¿Cómo hemos de doblarlo para que forme un ángulo recto de modo que sus extremos queden a 13 cm?

Sol: Uno 12 cm y el otro 5 cm.

42.- El cuadrado de la edad actual de Arturo es igual a seis veces su edad ¿Cuál es la edad de Arturo?

Sol: 6 años.

43.- Halla un número entero sabiendo que, si lo multiplicamos por su consecutivo, el resultado excede en 40 unidades a la tercera parte de dicho número.

Sol: 6.

44.- ¿Qué número menor que uno multiplicado por 3 es 40 unidades menor que su cuadrado?

Sol: -5.

45.- Descompón 8 en dos factores, cuya suma sea 6.

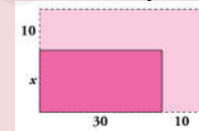
Sol: 4 y 2.

46.- El cuadrado de un número entero menos su mitad, es igual a su doble. ¿De qué número se trata?

Sol: El cero.

De una parcela rectangular se han cedido, para calles, 10 m a lo largo y otros 10 m a lo ancho, por lo que la parcela ha perdido una superficie de 480 m^2 . Si el rectángulo resultante mide 30 metros de largo, ¿cuál es su anchura?

Si representamos la situación con un dibujo:



Si llamamos x a la altura del nuevo rectángulo, tenemos que, si sumamos el área del nuevo más los 480 m^2 que se han perdido, nos dará el área del antiguo rectángulo, así que ya podemos plantear la ecuación:

$$30x + 480 = 40(x + 10) \rightarrow 30x + 480 = 40x + 400$$

Cuya solución es:

$$30x - 40x = 400 - 480 \rightarrow -10x = -80 \rightarrow x = 8$$

Por tanto, la anchura resultante es 8 metros.

47.- Los lados de un triángulo miden 5, 6 y 7 cm. Determina qué cantidad igual se debe restar a cada uno para que resulte un triángulo rectángulo.

Solución: 2

48.- Determina, sin resolverla, cuántas soluciones tiene la ecuación $x^2 - 6x + 9 = 0$.

49.- El dividendo de una división es 136 y el cociente y el resto son iguales. Si el divisor es el doble que el cociente, ¿cuál es el divisor?

Sol: El divisor es 16.

50.- La suma de dos números es 5 y su producto es -84 . Hallar dichos números.

Sol: Los números son -7 y 12 .

51.- El cuadrado de un número positivo más el doble de su opuesto es 960. ¿Cuál es el número?

Sol: El nº 32.

52.- Aumentando un lado de una plaza cuadrada en 8 m y el lado contiguo en 12 m, se obtendría una plaza de doble área que la dada. Halla el lado de la plaza.

Sol: 24 m.

53.- Uno de los ángulos de un triángulo mide 70° . Halla los otros dos si se sabe que la amplitud de uno es el cuadrado de la amplitud del otro.

Sol: 10° y 100° .

54.- Una habitación rectangular tiene una superficie de 28 m^2 y su perímetro de 22 metros. Halla las dimensiones de la habitación.

Sol: La habitación mide 7×4 metros.

55.- Una pieza rectangular es 4 cm más larga que ancha y con ella se construye una caja de 840 cm^3 cortando un cuadrado de 6 cm de lado en cada esquina y recortando los bordes. Halla las dimensiones de la caja.

Sol: $20 \times 14 \times 6 \text{ cm}$.