FÍSICA Y QUÍMICA

1º Bachillerato

I. FÍSICA

Trabajo Experimental

Capítulo 1

UNIDADES, DIMENSIONES Y ERRORES

La física y la química operan con aquellas propiedades y caracteristicas que además de ser observables son susceptibles de medida, de ahí que estas propiedades pueden expresarse mediante expresiones matemáticas y como consecuencia, se pueda operar con ellas como cualquier magnitud matemática.

1.1. MAGNITUDES, DIMENSIONES y UNIDADES EN LAS CIENCIAS

Estas propiedades observabes en la naturaleza se denominan **magnitudes**. Las magnitudes pueden ser escalares (si queda definida mediante un escalar, por ejemplo el tiempo, la masa,la temperatura,...), vectoriales (cuando se definen mediante un vector, como la aceleración, la posición, la velocidad, ...), tensoriales (al definirla con un tensor, así, la tensión o el momento de inercia de un sólido rígido pertenecen a esta clasificación) e incluso intensivas (si no dependen de la masa o forma del cuerpo, como el punto de fusión o ebullición) o extensivas (si dependen de la masa o forma del cuerpo, como la masa).

A cada magnitud de la Física y la Química se le asigna una **dimensión** y a ésta una unidad. La dimensión representa la naturaleza cualitativa de una cantidad física. Para definir las magnitudes, su dimensión y su unidad se debe de proponer un sistema de unidades. El más común, aunque existen otros, es el Sistema Internacional (SI) de unidades, para él se definen unas magnitudes fundamentales a partir de las cuales se pueden generar cualquier otro tipo de magnitud denominadas secundariaso derivadas. En el SI, se definen como magnitudes fundamentales las siguientes:

Magnitudes fundamentales	**Dimensión**	**Unidad**
Longitud	L	metro (m)
Masa	M	Kilogramo (kg)
Tiempo	θ	segundo (s)
Temperatura	K	Kelvin (K)
Intensidad de corriente eléctrica	I	Amperio (A)
Intensidad Luminosa	J	Candela (cd)
Cantidad de Sustancia	N	mol (m)

Además de las magnitudes fundamentales y derivadas existen las magnitudes suplementarias como son el angulo plano, cuya unidad es el radian y el ángulo sólido con el estereoradian como unidad. El resto de magnitudes que se utilizan en física, química o cotidianamente vienen definidas por las magnitudes fundamentales. Así la velocidad se define como la razón de la longitud y el tiempo, por tanto tendrá como dimensiones y unidades $\frac{L}{M} = \frac{m}{s}$.

Normalmente, para indicar las dimensiones de una magnitud, se escribe el símbolo que representa ésta entre [ ]. Por ejemplo:

$$[v] = LT^{-1} \qquad [a] = LT^{-2} \qquad [F] = MLT^{-2} \qquad [q] = IT$$

Al generar un sistema de unidades también hay que definir los multiplos y submultiplos de éstas,

10^n	**Prefijo**	**Simbolo**
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k 10^2
hecto	h	
10^1	deca	da
unidad	–	–
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

Las ventajas de utilizar el SI de unidades vienen dadas fundamentalmente por una mayor generalidad y coherencia. Así

- Coherencia: El producto o el cociente de dos o más de sus dimensiones da como resultado la unidad derivada correspondiente.
- Generalidad: La unidad de fuerza es independiente de la aceleración debida al campo gravitatorio terrestre y por tanto será unidad derivada, en cambio en sistemas gravitacionales, la fuerza es una cantidad física fundamental y su unidad estará definida estrictamente.
- Los factores de proporcionalidad para obtener unidades derivadas de las básicas son siempre la unidad.
- Se utiliza exclusivamente el sistema arábigo de numeración con base 10 y se usan prefijos para facilitar el trabajo.

1.1.1. ANALISIS DIMENSIONAL

El analisis dimensional es una disciplina que tiene más importancia de lo que parece, por un lado nos sirve para comprobar la coherencia de una expresión física o química comprobando la homogeneidad de terminos dimensionales y por otro nos puede ayudar a deducir las dimensiones de cualquier fenómeno estudiado a partir de una serie de suposiciones.

Por ejemplo queremos conocer de que magnitudes depende la velocidad de salida del agua por un orificio practica en el fondo del deposito, esto es, la ecuación de Torricelli que gobierna la difución de un líquido en una vasija abierta. En un principio podemos pensar que la velocidad puede depender de la presión del líquido y de la densidad. Siendo así, tendríamos:

$$v = f(P, \rho) \quad \Rightarrow \quad v \; \alpha \; P^n \rho^m$$

Sustituyendo las dimensiones,

$$LT^{-1} = (ML^{-1}T^{-2})^n (ML^{-3})^m$$

Teniendo entonces un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas,de donde se deduce qur $n = \frac{1}{2}$ y $m = -\frac{1}{2}$, quedando entonces que,

$$v \; \alpha \; P^{1/2} \rho^{-1/2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{P}{\rho}}$$

A cuya ecuación final para ser la correcta le falta el factor numérico.

1.2. LA MEDIDA. ERRORES

La observación de un fenómeno es en general incompleta excepto que dé lugar a una información cuantitativa. Para obtener esta información se requiere la medida de una propiedad física (magnitud) directamente observable. Todas las medidas experimentales están afectadas por una cierta imprecisión inevitable, y el objetivo principal del denominado cálculo de errores consiste en acotar el valor de estas imprecisiones, denominadas errores experimentales.

Al utilizar cualquier aparato de medida hay que tener en cuenta tres factores que indica la validez de las medidas realizadas en su utilización:

- Exactitud: Indica el grado de coincidencia de una medida con el valor verdadero. La exactitud nos permite determinar el número de cifras que tiene sentido asociar con una cantidad.

- Precisión: Es el grado de reproducibilidad de la medida.

- Sensibilidad: Se relaciona con el valor mínimo de la magnitud que es capaz de medir.

Como errores fenomenológicos en los aparatos de medida y en su propio uso tenemos,

- Sistemáticos: Errores que se producen en la misma dirección en cada medida. En este caso el aparato de medida necesitará una calibración adecuada.

- Accidentales: Estos erroresson inherentes a la medida experimental. Su distribución obedece las leyes del azar y alteran en uno u otro sentido la medida. Pueden ser debidos a variaciones d Temperatura o de presión, ...

- Personales: En este caso la inexperiencia del experimentador con los aparatos de medida perjudican de forma notable la medida. Son los más dificiles de detectar pero los más faciles de corregir.

1.2.1. CIFRAS SIGNIFICATIVAS

El uso de **cifras significativas** expresa el grado de imprecisión de un dato. Así, Por ejemplo, una magnitud medida con una incertidumbre del 0,1 % se deberá expresar con un máximo de cuatro cifras significativas. Por norma, de todas las cifras significativas de un dato, la última es imprecisa en al menos ± 1 unidad. El uso de cifras significativas implica una perdidad de error sobre el valor.

El número de cifras significativas de un dato viene dado por todas aquellas exceptuando los ceros por la izquierda y tmbién los ceros por la derecha sin punto decimal. Así por ejemplo, las medidas siguientes tienen como cifras significativas

125,3 kg	$\longrightarrow$	4 cifras significativas
0,00012 g	$\longrightarrow$	2 cifras significativas
13000 m	$\longrightarrow$	2 cifras significativas
13000. m	$\longrightarrow$	5 cifras significativas

Para aplicar las cifras significativas nos apoyamos en una serie de reglas básicas:

1. El resultado de multiplicar o dividir dos números tiene el mismo número de cifras significativas que aquel de los operantes que tiene menos. Por ejemplo: $(7,8 \cdot 23,4562)/3,1416 = 58$.

2. El resultado de la suma o resta de dos números no puede tener cifras significativas más allá de la última cifra en la que ambos números originales tienen la cifra significativa. Por ejemplo: $3,141592 + 2,10 = 5,24$.

3. Si la primera cifra no significativa es más pequeña que 5, la última conservada no se modifica. Por ejemplo, 42,2626 con 4 cifras significativas será 42,26, dado que 0,0026 $<$ 0,005.

4. Si la primera cifra no significativa es más grande que 5, la última conservada se incrementa en una unidad. Por ejemplo, 15,27 con 3 cifras significativas será 15,3, ya que 0,07 $>$ 0,05.

5. Si la primera cifra no significativa es igual a 5, la última cifra conservada no se modifica cuando es par, y se incrementa en una unidad si es impar, de manera que posteriormente sea par. Por ejemplo, 0,3725 se redondea a 0,372 y 15,4135 se redondea a 15,414.

1.2.2. ERROR ABSOLUTO Y RELATIVO

Para expresar el resultado de una medida o un cálculo cogeremos en cada caso un valor representativo del "valor verdadero", acompañado de la cota de error, esto es:

$$\textit{valor representativo} \pm \textit{cota de error} \quad \text{unidad}$$

La expresión anterior expresa que el valor real de un dato se encuentra en el entorno del valor representativo con radio la cota de error. La cota de error puede venir dada por un error absoluto ΔV o un error relativo $\epsilon = 100 \cdot \frac{\Delta V}{V}\,\%$.

Los errores absolutos tienen las mismas unidades que el valor representativo que acompañan. En cambio, los relativos no tienen unidades. Como norma el error se expresa con una sóla cifra significativa.

La Teoría de errores calcula la cota de error, y esta puede calculo puede ser realmente complicado. Cada tipo de experimento puede necesitar un tratamiento especial de los errores y, en general, cuando se da un resultado, es interesante explicar cómo se ha encontrado la cota de error. Para hallar el valor reresentativo de un cierto número de medidas se realiza la media de todos los valores ($\overline{x}$) y, a grandes rasgos, el calculo del error absoluto ϵ puede venir dado por,

$$\Delta V = \frac{\sum(x_i - \overline{x})}{n}$$

Donde x_i hace referencia al número individual de cada medida y n al total de medidas realizadas. Finalmente nos quedará:

$$1,383 \pm 0,005 \ mm \qquad\qquad 1,383 \pm 4\,\%$$

1.3. PROBLEMAS RESUELTOS

1. Convierte a las unidades pedidas:

   a) 23,6 mg a g.

   $$23,6\ mg \cdot \frac{1\ g}{1000\ mg} = 0,0236\ g$$

   b) 160 GB a bits.

   $$160\ GB \cdot \frac{1 \cdot 10^9\ bits}{1\ GB} = 1,6 \cdot 10^{11}\ bits$$

   c) 2,8 mL a L.

   $$2,8\ mL \cdot \frac{1\ L}{1000\ mL} = 0,0028\ L$$

   d) 2010 años a s.

   $$2010\ años \cdot \frac{365\ dias}{1\ año} \cdot \frac{24\ horas}{1\ dia} \cdot \frac{3600\ s}{1\ hora} = 6,33 \cdot 10^{10}\ s$$

2. Comprobar la coherencia dimensional de la energía cinética, $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.

   Comprobar la coherencia dimensional significa analizar dimensionalmente cada miembro de la expresión para obtener el mismo resultado dimensional. Así pués, el miembro de la derecha nos quedan las siguientes dimensiones,

   $$\frac{1}{2}\ M\ \frac{L^2}{T^2}$$

   Ahora si desglosamos la unidad de energía (Julio), que es una unidad derivada, en el producto de las unidad de fuerza y espacio, nos queda

   $$E_c = F \cdot s \Rightarrow [E_c] = M\frac{L}{T^2} \cdot L = M\frac{L^2}{T^2}$$

   Como podemos observar ambos miembros dan las mismos dimensiones y por tanto, queda demostrada lacoherencia de la ecuación.

3. Calcular las unidades de la constante universal de los gases mediante el uso del análisis dimensional.

   Despejamos la constante de los gases y sustituimos las dimensiones por sus unidades en el S.I.

$$PV = nRT \Rightarrow R = \frac{PV}{nT} \;\Rightarrow\; [R] = \frac{Pas \cdot m^3}{n \cdot T}$$

4. Mediante un análisis dimensional deducir un expresión que relacione la presión de un fluido con su densidad y su velocidad de movimiento del mismo.

   Según el enunciado, la presión podemos expresarla como función de la densidad del fluido y de su velocidad,

$$P = cte\rho^{\alpha}v^{\beta}$$

   Reescribiendo la ecuación en función de las dimensiones de sus magnitudes físicas,

$$\frac{M}{Lt^2} = cte\left(\frac{M}{L^3}\right)^{\alpha}\left(\frac{L}{t}\right)^{\beta}$$

   Por equivalencia de dimensiones en ambos miembros de la ecuación tenemos que,

$$\alpha = 1 \quad \beta = 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{P = cte\rho v^2}$$