



### Aclaraciones previas

Tiempo de duración de la prueba: 1 hora.

- Contesta **cinco** de los seis ejercicios propuestos.
- Cada ejercicio vale 2 puntos.

1.- Tenemos tres urnas: la urna A con 3 bolas rojas y 5 negras, la B con 2 bolas rojas y 1 negra y la C con 2 bolas rojas y 3 negras. Escogemos una urna al azar y extraemos al azar una bola. Si la bola ha sido roja ¿cuál es la probabilidad de haber sido extraída de la urna A?

2.- Un examen tipo test contiene 40 preguntas. Si la respuesta a cada pregunta ha sido contestada correctamente se puntúa con 0,75 puntos positivos y si la contestación es incorrecta su puntuación es de 0,20 puntos negativos. En un examen fueron contestadas todas las preguntas y su puntuación total fue de 16,7 puntos ¿cuántas preguntas fueron contestadas correctamente?

3- Calcular el área del recinto limitado por las curvas

$$f(x) = -x^2 + 4 \quad \text{e} \quad g(x) = x^2$$

Realiza un dibujo del recinto.

4.- a) Obtén los máximos y mínimos de la función

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

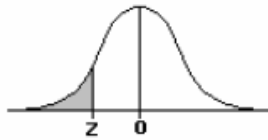
b) Realiza un dibujo aproximado de la función.

5.- Una empresa de automóviles de lujo ha estudiado el tiempo que se tarda en fabricar un coche. El tiempo en horas sigue una distribución normal  $N(10, 2)$  (10 es la media y 2 es la desviación típica). Se pide la probabilidad de que un coche escogido al azar se fabrique en:

- a) Menos de 7 horas,
- b) Entre 8 y 13 horas.

6. Un dado cúbico corriente (tiene seis caras) se lanza 200 veces. Hallar la probabilidad de que el número 5 salga entre 30 y 33 veces.





**TABLA I (A)**

**DISTRIBUCIÓN NORMAL TIPIFICADA  $N(0, 1)$**

La tabla proporciona, para cada valor de  $z$ , el área que queda a su izquierda.

$z$	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
-4'4	0'00001	0'00001	0'00001	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000	0'00000
-4'3	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001
-4'2	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001	0'00001
-4'1	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002	0'00001
-4'0	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00003	0'00002	0'00002	0'00002	0'00002
-3'9	0'00005	0'00005	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00004	0'00003	0'00003
-3'8	0'00007	0'00007	0'00007	0'00006	0'00006	0'00006	0'00006	0'00005	0'00005	0'00005
-3'7	0'00011	0'00010	0'00010	0'00010	0'00009	0'00009	0'00009	0'00008	0'00008	0'00008
-3'6	0'00016	0'00015	0'00015	0'00014	0'00014	0'00013	0'00013	0'00012	0'00012	0'00011
-3'5	0'00023	0'00023	0'00022	0'00021	0'00020	0'00019	0'00019	0'00018	0'00017	0'00017
-3'4	0'00034	0'00033	0'00032	0'00030	0'00029	0'00028	0'00027	0'00026	0'00025	0'00024
-3'3	0'00049	0'00047	0'00045	0'00044	0'00042	0'00041	0'00039	0'00038	0'00036	0'00035
-3'2	0'00069	0'00067	0'00064	0'00062	0'00060	0'00058	0'00056	0'00054	0'00052	0'00050
-3'1	0'00097	0'00094	0'00091	0'00088	0'00085	0'00082	0'00079	0'00077	0'00074	0'00071
-3'0	0'00135	0'00131	0'00127	0'00123	0'00119	0'00115	0'00111	0'00107	0'00104	0'00101
-2'9	0'00187	0'00181	0'00175	0'00169	0'00164	0'00159	0'00154	0'00149	0'00144	0'00139
-2'8	0'00256	0'00248	0'00240	0'00233	0'00226	0'00219	0'00212	0'00205	0'00199	0'00193
-2'7	0'00347	0'00336	0'00326	0'00317	0'00307	0'00298	0'00289	0'00280	0'00272	0'00264
-2'6	0'00466	0'00453	0'00440	0'00427	0'00415	0'00402	0'00391	0'00379	0'00368	0'00357
-2'5	0'00621	0'00604	0'00587	0'00570	0'00554	0'00539	0'00523	0'00508	0'00494	0'00480
-2'4	0'00820	0'00798	0'00776	0'00755	0'00734	0'00714	0'00695	0'00676	0'00657	0'00639
-2'3	0'01072	0'01044	0'01017	0'00990	0'00964	0'00939	0'00914	0'00889	0'00866	0'00842
-2'2	0'01390	0'01355	0'01321	0'01287	0'01255	0'01222	0'01191	0'01160	0'01130	0'01101
-2'1	0'01786	0'01743	0'01700	0'01659	0'01618	0'01578	0'01539	0'01500	0'01463	0'01426
-2'0	0'02275	0'02222	0'02169	0'02118	0'02068	0'02018	0'01970	0'01923	0'01876	0'01831
-1'9	0'02872	0'02807	0'02743	0'02680	0'02619	0'02559	0'02500	0'02442	0'02385	0'02330
-1'8	0'03593	0'03515	0'03438	0'03362	0'03288	0'03216	0'03144	0'03074	0'03005	0'02938
-1'7	0'04457	0'04363	0'04272	0'04182	0'04093	0'04006	0'03920	0'03836	0'03754	0'03673
-1'6	0'05480	0'05370	0'05262	0'05155	0'05050	0'04947	0'04846	0'04746	0'04648	0'04551
-1'5	0'06681	0'06552	0'06426	0'06301	0'06178	0'06057	0'05938	0'05821	0'05705	0'05592
-1'4	0'08076	0'07927	0'07780	0'07636	0'07493	0'07353	0'07214	0'07078	0'06944	0'06811
-1'3	0'09680	0'09510	0'09342	0'09176	0'09012	0'08851	0'08692	0'08534	0'08379	0'08226
-1'2	0'11507	0'11314	0'11123	0'10935	0'10749	0'10565	0'10383	0'10204	0'10027	0'09853
-1'1	0'13567	0'13350	0'13136	0'12924	0'12714	0'12507	0'12302	0'12100	0'11900	0'11702
-1'0	0'15866	0'15625	0'15386	0'15150	0'14917	0'14687	0'14457	0'14231	0'14007	0'13786
-0'9	0'18406	0'18141	0'17879	0'17619	0'17361	0'17106	0'16853	0'16602	0'16354	0'16109
-0'8	0'21186	0'20897	0'20611	0'20327	0'20045	0'19766	0'19489	0'19215	0'18925	0'18673
-0'7	0'24196	0'23885	0'23576	0'23270	0'22965	0'22663	0'22363	0'22065	0'21770	0'21476
-0'6	0'27425	0'27093	0'26763	0'26435	0'26109	0'25785	0'25463	0'25143	0'24825	0'24510
-0'5	0'30854	0'30503	0'30153	0'29806	0'29550	0'29116	0'28774	0'28434	0'28096	0'27760
-0'4	0'34446	0'34090	0'33724	0'33360	0'32997	0'32636	0'32276	0'31918	0'31561	0'31207
-0'3	0'38209	0'37828	0'37448	0'37070	0'36693	0'36317	0'35942	0'35569	0'35197	0'34827
-0'2	0'42074	0'41683	0'41294	0'40905	0'40517	0'40129	0'39743	0'39358	0'38974	0'38591
-0'1	0'46017	0'45620	0'45234	0'44828	0'44433	0'44038	0'43644	0'43251	0'42858	0'42465
-0'0	0'50000	0'49601	0'49202	0'48803	0'48405	0'48006	0'47608	0'47210	0'46812	0'46414



**SOLUCIONARIO MATEMÁTICAS PARA LAS CIENCIAS SOCIALES Y DE LA SALUD (Mayo 2018)**

1.-

**Solución:**

**Solución:**

Llamamos  $R$ = "sacar bola roja" y

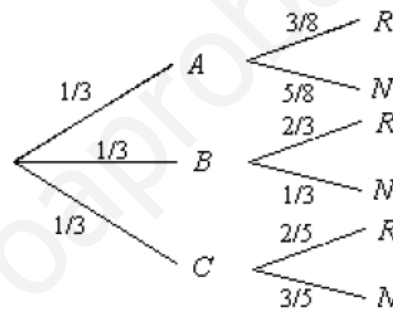
$N$ = "sacar bola negra".

En el diagrama de árbol adjunto

pueden verse las distintas

probabilidades de ocurrencia de los sucesos  $R$  o  $N$  para cada una de las tres urnas.

La probabilidad pedida es  $P(A/R)$ . Utilizando el teorema de Bayes, tenemos:



$$P(A/R) = \frac{P(A) \cdot P(R/A)}{P(A) \cdot P(R/A) + P(B) \cdot P(R/B) + P(C) \cdot P(R/C)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}} = \frac{45}{173} = 0.260$$

2.-

**Solución:**

Planteamos el siguiente sistema:

$$X+Y=40$$

$$0,75X-0,20Y=16,7$$

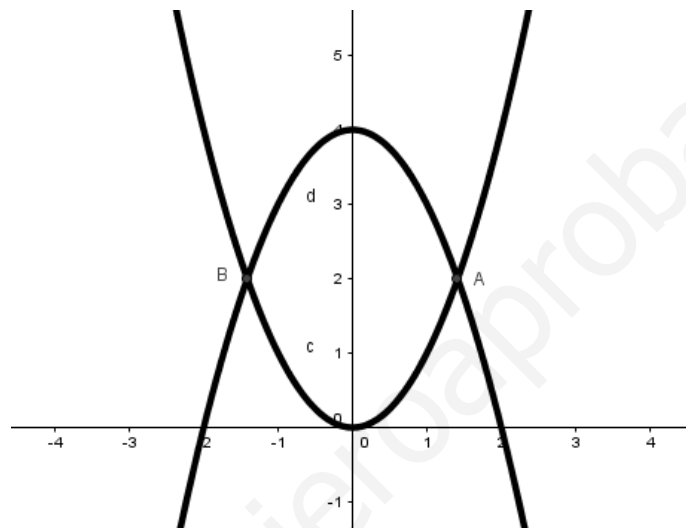
Las X son las preguntas acertadas y las Y las falladas.

Nos da como resultado: X= 26 aciertos e Y = 14 fallos.



3 -

Solución:



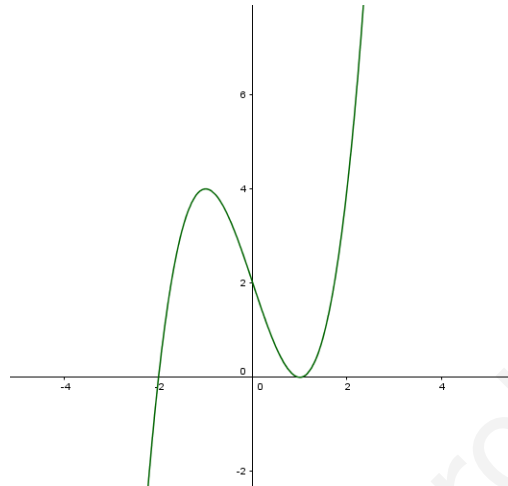
Las dos funciones se cortan en los puntos  $x = \pm\sqrt{2}$ .

Por tanto el área buscada es :  $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (-x^2 + 4 - x^2) dx = 16\sqrt{2}/3$ ,

4.-

Solución:

- a) Hallamos la derivada primera y calculamos sus raíces, estos serán los puntos a estudiar  $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$ , por tanto,  $x = -1$  y  $x = 1$ . Realizamos la 2ª derivada, y calculamos el signo que toman en ella los ceros de derivada primera. Como  $f''(x) = 6x$ ,  $f''(-1) = -6$  Máximo en  $x=-1$ ,  $f''(1) = 6$ , Mínimo en  $x=1$ .

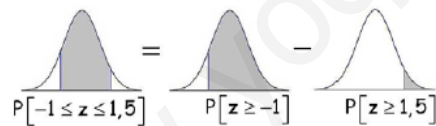


5.-

Solución:

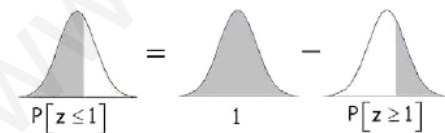
$$a) P[X < 7] \underset{\text{tipificando}}{=} P\left[\frac{X-10}{2} < \frac{7-10}{2}\right] = P[Z < -1,5] = P[Z > 1,5] = 0,0668$$

$$a) P[8 \leq X \leq 13] \underset{\text{tipificando}}{=} P\left[\frac{8-10}{2} \leq \frac{X-10}{2} \leq \frac{13-10}{2}\right] = P[-1 \leq Z \leq 1,5]$$



$$P[-1 \leq z \leq 1,5] = P[z \geq -1] - P[z \geq 1,5]$$

$$P[-1 \leq z \leq 1,5] = P[z \geq -1] - P[z \geq 1,5] = P[z \leq 1] - P[z \geq 1,5]$$



$$P[z \leq 1] = 1 - P[z \geq 1]$$

$$P[-1 \leq z \leq 1,5] = P[z \geq -1] - P[z \geq 1,5] = P[z \leq 1] - P[z \geq 1,5] = 1 - P[z \geq 1] - P[z \geq 1,5] = 1 - 0,1587 - 0,0668 = 0,7745$$



6.

**Solución:**

Evidentemente la distribución es binomial, y se puede aproximar por una Normal ya que su media  $n \cdot p = 33.3$  es mayor que 5, y por tanto estudiaremos la Normal  $N(33,33; 5,27)$

siendo

$$\mu = n \cdot p = 200 * \frac{1}{6} = 33.33$$
$$\sigma = +\sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{200 * \frac{1}{6} * \frac{5}{6}} = 5.27$$

Sustituyendo:

$$p[30 \leq X \leq 33] \simeq p\left[\frac{29.5 - \mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{33.5 - \mu}{\sigma}\right] = p[-0.726 \leq Z \leq 0.032]$$
$$p[30 \leq X \leq 33] \simeq p[Z \leq 0.032] - p[Z \leq -0.726] = p[Z \leq 0.032] + p[Z \leq 0.726] - 1$$
$$p[30 \leq X \leq 33] \simeq 0.5120 + 0.7642 - 1 = \mathbf{0.2762}$$



## CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

1. El examen se valorará con una puntuación entre 0 y 10 puntos.
2. Todos los problemas tienen el mismo valor: hasta 2 puntos.
3. Se valora el planteamiento correcto, tanto global como de cada una de las partes, si las hubiere.
4. No se tomarán en consideración errores numéricos, de cálculo, etc., siempre que no sean de tipo conceptual.
5. Las ideas, gráficos, presentaciones, esquemas, etc., que ayuden a visualizar mejor el problema y su solución se valorarán positivamente.
6. Se valora la buena presentación del examen.

### Crterios particulares para cada uno de los problemas

#### Problema 1 (2 puntos)

Para puntuar el problema se tendrán en cuenta:

- Planteamiento del problema por medio del diagrama en árbol o similar (0,75 puntos).
- Resolución adecuada del problema (1.25 puntos).

#### Problema 2 (2 puntos)

Para puntuar el problema se tendrán en cuenta:

- Planteamiento del problema (1 punto).
- Solución del mismo (1 punto).

#### Problema 3 (2 puntos)

Para puntuar el problema se tendrán en cuenta:

- Dibujo del recinto y obtención de los puntos de corte (1 punto).
- Aplicación del Teorema de Barrow. (0,25 puntos).
- Exactitud de los cálculos realizados. (0,75 puntos).

#### Problema 4 (2 puntos)

Para puntuar el problema se tendrán en cuenta:

- Derivación correcta de la derivada (0.5 punto).
- Discusión de los intervalos de crecimiento y obtención de puntos críticos (1 puntos).
- Dibujo aproximado (0,5 puntos).



**Problema 5** (2 puntos)

Para puntuar el problema se tendrán en cuenta en cada apartado:

- Cálculos asociados a la distribución normal y la probabilidad pedida (1 punto).

**Problema 6** (2 puntos)

Para puntuar el problema se tendrán en cuenta:

- Reconocimiento de que es una distribución binomial (0,5 puntos).
- Cálculos de la media, desviación típica (0,5 puntos).
- Cálculos asociados a la distribución normal como límite de la binomial (1 punto).

**CORRESPONDENCIA ENTRE LAS PREGUNTAS DE LA PRUEBA Y LOS INDICADORES DE CONOCIMIENTO**

Pregunta	Indicador de conocimiento
1	3.7; 3.6 y 3.9
2	1.4; 1.6 y 1.8
3	2.12 y 2.13
4	2.8; 2.9; 2.10 y 2.11
5	3.6
6	3.5 y 3.6