



Contesta cinco de los seis ejercicios propuestos. (Cada ejercicio vale 2 puntos.)

1.- Hemos mezclado dos tipos de detergentes; el primero de 0,94 €/litro, y el segundo, de 0,86 €/litro, obteniendo 40 litros de mezcla a 0,89 €/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?

2.- Entre todos los rectángulos de perímetro 12 cm. ¿cuál es el que tiene la diagonal de menor longitud?

3.- Calcular el área del recinto limitado por las parábolas

$$y = -x^2 + 4x \quad ; \quad y = x^2 - 2x.$$

4.- Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos de la función y haz un dibujo aproximado de la función

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$$

5.- Dada una distribución estadística que viene dada por la siguiente tabla:

xi	61	64	67	70	73
Frecuencia (fi)	5	18	42	27	8

Calcula la moda, mediana, media y la desviación típica de la distribución.

6.- Resuelve el sistema y la ecuación exponencial

$$\begin{array}{l} x - y + z = 3 \\ 2y + 3z = 15 \\ 3x + y = 12 \end{array} \quad \text{a) } \quad \text{b) } \quad 4^{x+1} + 2^{x+3} = 320$$



SOLUCIONARIO MATEMÁTICAS (Mayo 2017)

1.-

SOLUCION

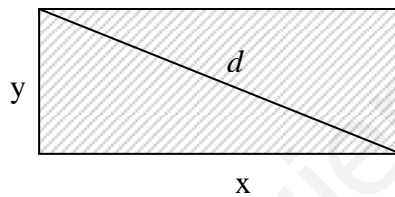
Planteando un sistema tenemos:

$$\begin{aligned} X+Y &= 40 \\ 0.94X+0.86Y &= 40. \quad (0.89) \end{aligned}$$

Resolviendo $X = 15$ litros e $Y = 25$ litros

2.-

SOLUCION



Perímetro: $2x + 2y = 12 \Rightarrow x + y = 6 \Rightarrow y = 6 - x$ (condición que se ha de cumplir)

Función a minimizar: $x^2 + y^2 = d^2 \Rightarrow d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (6 - x)^2}$

Es decir, $d(x) = \sqrt{2x^2 - 12x + 36}$ que es la función a estudiar.

$$d'(x) = \frac{4x - 12}{2\sqrt{2x^2 - 12x + 36}} = \frac{2x - 6}{\sqrt{2x^2 - 6x + 18}}$$

Igualando $d'(x)$ a cero y resolviendo la ecuación resultante se obtiene $x = 3$

$$\text{Segunda derivada: } d''(x) = \frac{2\sqrt{2x^2 - 6x + 18} - \frac{4x - 6}{\sqrt{2x^2 - 6x + 18}} \cdot (2x - 6)}{2x^2 - 6x + 18}$$

Valor de la segunda derivada para $x = 3$:

$$d''(3) = \frac{2\sqrt{2 \cdot 3^2 - 18 + 18} - 0}{2 \cdot 3^2 - 18 + 18} = \frac{2\sqrt{2 \cdot 3^2}}{2 \cdot 3^2} = \frac{\sqrt{2}}{3} > 0 \text{ (mínimo, se trata de un cuadrado)}$$



3.-

SOLUCION

– Límites de integración.

$$x^2 - 2x = -x^2 + 4x \rightarrow 2x^2 - 6x = 0 \rightarrow 2x(x - 3) = 0.$$

Los límites son: 0 y 3. Un recinto.

– Función diferencia y primitiva.

$$f(x) - g(x) = x^2 - 2x + x^2 - 4x \rightarrow f(x) - g(x) = 2x^2 - 6x$$

$$G(x) = \int (2x^2 - 6x) dx = \frac{2x^3}{3} - 3x^2$$

– $G(3)$ y $G(0)$

$$G(3) = \frac{2x^3}{3} - 3x^2 = -9 \quad \text{y} \quad G(0) = 0$$

– Área = $G(3) - G(0) = |-9| = 9$

$$A = \int_0^3 (2x^2 - 6x) dx = \left[\frac{2x^3}{3} - 3x^2 \right]_0^3 = |-9| = 9 \text{ u}^2$$

4.-

SOLUCION

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$$

Vamos a estudiar los **intervalos de crecimiento y decrecimiento** que tiene.

Derivamos, obteniendo:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

Hallamos las **raíces** de la derivada:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3(x^2 - 2x) = 3x(x - 2)$$

$$\text{Raíces: } x = 0 \quad \text{y} \quad x = 2$$

Los **intervalos abiertos** con extremos las raíces de f' serán:



$$]-\infty, 0[\quad , \quad]0, 2[\quad y \quad]2, +\infty[$$

Estudiamos el **signo** que toma la derivada en los valores interiores de cada **intervalo**, por ejemplo en el -1, el 1 y el 3:

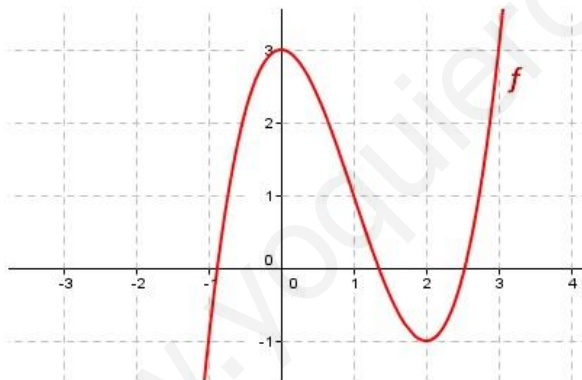
$$f'(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 6 \cdot (-1) = 3 \cdot 1 + 6 = 9 > 0$$

$$f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 = 3 - 6 = -3 < 0$$

$$f'(3) = 3 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 = 27 - 18 = 9 > 0$$

Hallamos que:

- f es **creciente** en $]-\infty, 0[$ y en $]2, +\infty[$.
- f es **decreciente** en $]0, 2[$.



5.-

SOLUCION

x_i	f_i	F_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
61	5	5	305	18 605



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
PROBAK 25 URTETIK
GORAKOAK

2017ko MAIATZA

MATEMATIKA

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD PARA MAYORES
DE 25 AÑOS

MAYO 2017

MATEMÁTICAS

64	18	23	1152	73 728
67	42	65	2814	188 538
71	27	92	1890	132 300
73	8	100	584	42 632
TOTAL	100		6745	455 803

Moda , Mo = 67

Mediana, $100/2 = 50$, luego la mediana es Me = 67

Media

$$\bar{x} = \frac{6745}{100} = 67.45$$

Desviación media

$$D_{\bar{x}} = \frac{226.5}{100} = 2.265$$

6.-

SOLUCION

- Resolviendo $X = Y = Z = 3$
- $X = 3$