Universidad del País Vasco / Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO HAUTAPROBAK 25 URTETIK GORAKOAK
2012ko MAIATZA
MATEMATIKA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS
MAYO 2012
MATEMÁTICAS

Aclaraciones previas

Tiempo de duración de la prueba: **1 hora**

Contesta cinco de los seis ejercicios propuestos.
(Cada ejercicio vale 2 puntos.)

1.- Una cooperativa farmacéutica distribuye un producto en tres formatos distintos A, B y C. Las cajas de tipo A tienen un peso de 250 gramos y un precio de 0.6 € por caja, las de tipo B pesan 500 gramos y su precio es de 1.08 € por caja, mientras que las C pesan 1 kilogramo y cuestan 1.98 € por caja. A una farmacia se le ha suministrado un lote de 5 cajas, con un peso total de 2.5 kilogramos, por un importe de 5.34 €. ¿Cuántas cajas de cada tipo ha comprado la farmacia?

2.- En el intervalo [0,2], dos magnitudes (v y x) están relacionadas mediante la función: $v(x)= (2-x).e^x$
Calcular el punto de ese intervalo en el que alcanza su valor máximo y cuál es ese valor máximo. Determinar, así mismo, los intervalos en los que crece y decrece la función v(x) en función de x. ¿Se anuló para algún valor del intervalo?

3.- Hallar el área de la región limitada por las gráficas de las tres ecuaciones:

$$y=\frac{(x-2)^2}{9}-1;\, y=\frac{2}{5}(x+1);\, x=4$$

Realiza un dibujo del recinto

4.- Calcula a, b, c y d de modo que la función

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$$

tenga dos puntos de tangente horizontal en los puntos (0,0) y en (1, -4)

5.- A un grupo de 30 personas se le ha tomado el número de pulsaciones por minuto.
(ritmo cardíaco), obteniéndose como resultado el siguiente conjunto de datos:

87	**85**	**61**	**51**	**64**	**76**	**72**	**73**	**63**	**65**
75	**80**	**70**	**69**	**82**	**67**	**71**	**88**	**76**	**68**
80	**79**	**82**	**74**	**90**	**73**	**70**	**76**	**71**	**86**

a) Determinar la media aritmética y la desviación típica de esta serie de datos.
b) Representar gráficamente esta distribución agrupando los datos en intervalos de longitud 6, comenzando en 50 y acabando en 92.
c) Calcula, con los datos agrupados, la media y la desviación típica y compáralos con los valores obtenidos en el primer apartado.

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $3^{1-x^2} = 1/27$
b) $\sqrt{2x-3}+\sqrt{x+7} = 4$

SOLUCIONARIO MATEMÁTICAS (Mayo 2012)

Aclaraciones previas

Tiempo de duración de la prueba: **1 hora**

Contesta cinco de los seis ejercicios propuestos.
(Cada ejercicio vale 2 puntos.)

1.- Una cooperativa farmacéutica distribuye un producto en tres formatos distintos A, B y C. Las cajas de tipo A tienen un peso de 250 gramos y un precio de 0.6 € por caja, las de tipo B pesan 500 gramos y su precio es de 1.08 € por caja, mientras que las C pesan 1 kilogramo y cuestan 1.98 € por caja. A una farmacia se le ha suministrado un lote de 5 cajas, con un peso total de 2.5 kilogramos, por un importe de 5.34 €. ¿Cuántas cajas de cada tipo ha comprado la farmacia?

Respuesta:
Si llamamos x, y , z al número de cajas del tipo A, B y C respectivamente podemos escribir el siguiente sistema de ecuaciones:

$$x+y+z=5$$
$$0{,}25x+0{,}5y+z=2{,}50$$
$$0{,}6x+1{,}08y+1{,}98z=5{,}35$$

Resolviendo el sistema nos da x = 2, y =2 , z=1

2.- En el intervalo [0,2], dos magnitudes (v y x) están relacionadas mediante la función: $v(x)= (2-x).e^x$
Calcular el punto de ese intervalo en el que alcanza su valor máximo y cuál es ese valor máximo. Determinar, así mismo, los intervalos en los que crece y decrece la función v(x) en función de x. ¿Se anuló para algún valor del intervalo?

Respuesta:
Nos piden que estudiemos el crecimiento y decrecimiento y el máximo de la función v. Por eso utilizamos la derivada, ya que sabemos que si la derivada da positiva la función crece y si da negativa decrece.)
La derivada es:
$v'(x)= -1\cdot e^x + e^x \cdot(2-x)= -e^x + 2e^x - x\cdot e^x = e^x - x\cdot e^x$, sacando factor común e^x se llega a: $v'(x)= (1-x)e^x$

Igualando a 0 nos da $(1-x) \cdot e^x = 0$, de donde $1-x = 0$ y por tanto $x = 1$, (ya que e^x nunca puede ser cero)
Estudiamos v en los alrededores de 1

v '	+	1	-	2
v	crece		decrece	

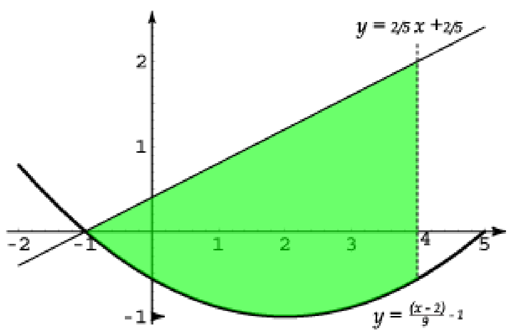
Por lo tanto, en x=1 hay máximo y la función crece de 0 a 1 y decrece de 1 a 2, veamos los valores en ese punto y en el extremo:
$v(x) = (2-x)\, e^x$
$v(1) = (2-1) \cdot e = e$ (aquí está el máximo como, justificamos antes)
$v(0) = (2-0) \cdot 1 = 2$
$v(2) = (2-2) \cdot 1 = 0$

3.- Hallar el área de la región limitada por las gráficas de las tres ecuaciones:

$$y = \frac{(x-2)^2}{9} - 1;\; y = \frac{2}{5}(x+1);\; x = 4$$

Realiza un dibujo del recinto.

Respuesta:
El recinto es el siguiente:



Las dos primeras gráficas se intersecan en el punto (-1, 0), aplicando la regla de Barrow calculamos el área pedida, por tanto:

$$A = \int_{-1}^{4} \left[\frac{2}{5}x + \frac{2}{5} - \frac{(x-2)^2}{9} + 1 \right] dx$$

Después de calcular la integral su valor es igual a 235/27 unidades cuadradas.

4.- Calcula a, b, c y d de modo que la función

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

tenga dos puntos de tangente horizontal en los puntos (0,0) y en (1, -4).

Respuesta:
Al derivar e igualar a cero en los puntos x= 0 y x=1 obtenemos dos condiciones. Además como la función contiene a los puntos (0,0) y (1,-4), obtenemos otras dos condiciones, entre todas ellas podremos calcular los valores pedidos.
En nuestro caso nos da: a = 8, b =-12, c = 0 y d = 0 y la función pedida será por tanto igual a: $f(x) = 8x^3 - 12x^2$

5.- A un grupo de 30 personas se le ha tomado el número de pulsaciones por minuto (ritmo cardíaco), obteniéndose como resultado el siguiente conjunto de datos:

87	**85**	**61**	**51**	**64**
75	**80**	**70**	**69**	**82**
80	**79**	**82**	**74**	**90**
76	**72**	**73**	**63**	**65**
67	**71**	**88**	**76**	**68**
73	**70**	**76**	**71**	**86**

a) Determinar la media aritmética y la desviación típica de esta serie de datos.

b) Representar gráficamente esta distribución agrupando los datos en intervalos de longitud 6, comenzando en 50 y acabando en 92.

c) Calcula, con los datos agrupados, la media y la desviación típica y compáralos con los valores obtenidos en el primer apartado.

Respuesta:
a) Media = 74,13;   Desviación típica= 8,7
b) La tabla con datos agrupados es la siguiente

Intervalos	Frecuencias
[50, 56)	1
[56, 62)	1
[62, 68)	4
[68, 74)	9
[74, 80)	6
[80, 86)	5
[86, 92)	4
TOTAL	30

c) La media en este caso nos da = 74,8; mientras que la desviación típica es igual a 8,9

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $3^{1-x^2} = 1/27$
b) $\sqrt{2x-3} + \sqrt{x+7} = 4$

Respuesta:

a) Está claro que $1 - x^2 = -3$, de donde resolviendo obtenemos dos posibles soluciones x = 2 y x = -2

b) Al separar una de las raíces y elevar al cuadrado nos da lugar a otra ecuación irracional que tenemos que volver a elevar al cuadrado, dándonos lugar a la ecuación.
$x^2 - 116x + 228 = 0$, obteniéndose dos raíces x = 2 (que sí es válida) y x = 114 (que no es solución de la ecuación original)