



Aclaraciones previas

Tiempo de duración de la prueba: 1 hora

Contesta cinco de los seis ejercicios propuestos (cada ejercicio vale 2 puntos)

1.- En una reunión hay 6 mujeres y 10 hombres. Si se escogen a 3 personas al azar, hallar la probabilidad de:

- Seleccionar 3 hombres.
- Seleccionar 2 hombres y una mujer.
- Seleccionar, al menos, un hombre.

2.- Entre varias personas se quiere comprar un regalo que cuesta un total de 300 euros. Cada persona aporta una misma cantidad. Por diversas razones, a última hora, cinco de las personas no participan en la compra del regalo, lo que incrementa en 3 euros la aportación de cada uno de los restantes. ¿Cuántas personas participan en el regalo y cuánto aporta cada uno de ellos?

3.- Calcular el área del recinto limitado por la parábola $y = -x^2 + 4$ y la recta $x + y = 2$. Dibuja el recinto.

4.- Dada la parábola $y = ax^2 + bx + c$, calcular los valores a , b y c de manera que la gráfica de la función pase por el punto $(0, 1)$ y tenga un mínimo en $(2,5 ; -1.5)$

5.- Una estudiante va en bicicleta todos los días de su casa al Instituto. El tiempo promedio para un viaje de ida es 24 minutos, con una desviación estándar de 3,8 minutos. Suponiendo que la distribución de los tiempos de viaje está distribuida normalmente. ¿Cuál es la probabilidad de que un viaje tenga una duración de al menos 30 minutos?

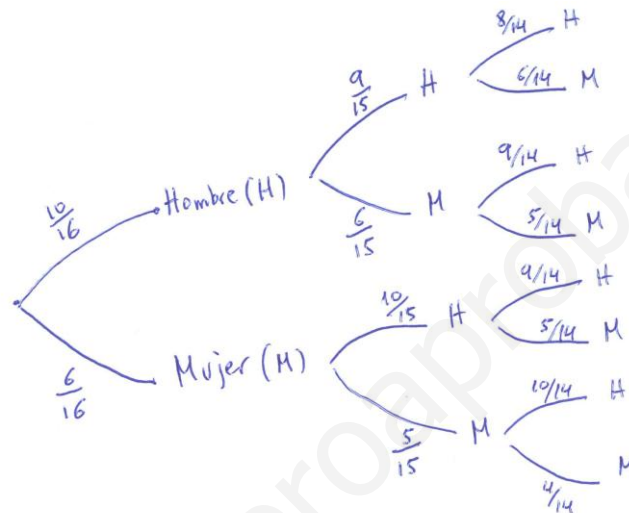
6.- Una academia quiere presentar a 240 estudiantes al examen de matemáticas de mayores de 25 años. La academia tiene un porcentaje de aprobados del 95%. de los estudiantes que presenta. Calcula la probabilidad de que aprueben

- Más de 200 estudiantes.
- Más de 235 estudiantes.



SOLUCIONARIO

1.- Para resolver el problema estudiamos el siguiente diagrama en árbol:



a) $P(3 \text{ hombres}) = \frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{14} = 0,214$

b) $P(2 \text{ hombres} - 1 \text{ mujer}) = \frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{6}{14} + \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{9}{14} + \frac{6}{16} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} = 0,482$

c) $P(\text{Al menos 1 hombre}) = 1 - \frac{6}{16} \cdot \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} = 0,964$

2.- Llamando x al número de personas e y a la cantidad aportada inicialmente por cada persona podemos poner el siguiente sistema de ecuaciones:

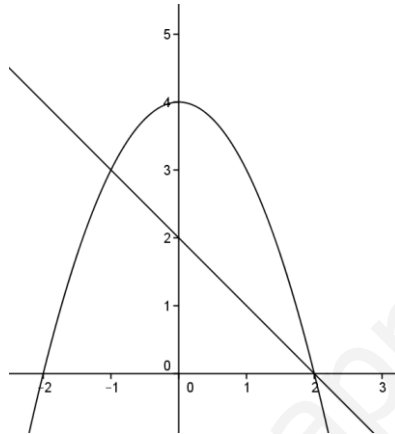
$$x \cdot y = 300$$

$$(x - 5)(y + 3) = 300$$

Resolviendo el sistema tenemos que $x = 25$ personas $y = 12$ euros por persona. Por tanto al regalo aportan 20 personas con 15 euros cada una de ellas.



3.- Los cortes de la parábola y la recta se produce en los puntos de abscisa $x = -1$ y $x = 2$.



Por tanto el área pedida es

$$\int_{-1}^2 (-x^2 + 4) - (2 - x) = 27/6 \text{ unidades cuadradas.}$$

4.- Al imponer la condición de que la parábola pase por el punto $(0, 1)$ nos queda $c = 1$.

Si además pasa por el punto $(2, 5)$ tenemos que: $-1,5 = 6,25 + 2,5b + 1$. Como en ese punto tiene un mínimo, se verifica que $5 + a + b = 0$. Resolviendo este sistema de ecuaciones obtenemos que $a = 0,4$ y $b = -2$.

5.- Como la distribución normal tiene por parámetros 24 y 3,8 de media y desviación típica respectivamente, mirando a las tablas tenemos que:

$$P(x \geq 30) = 0,0572 .$$

6.- La distribución binomial con $p = 0,95$ la podemos estudiar aproximándola a una distribución Normal, con parámetros de media igual a np y de desviación típica igual a la raíz cuadrada de npq (con $n = 240$, $p = 0,95$ y $q = 0,05$) por tanto la distribución normal será $N(228; 3,08)$. Empleando las tablas de la Normal tipificada tenemos que:

a) $P(x \geq 200) = P(z \geq -8.13) = 1$

b) $P(x \geq 235) = P(z \geq 2.22) = 0,00132$