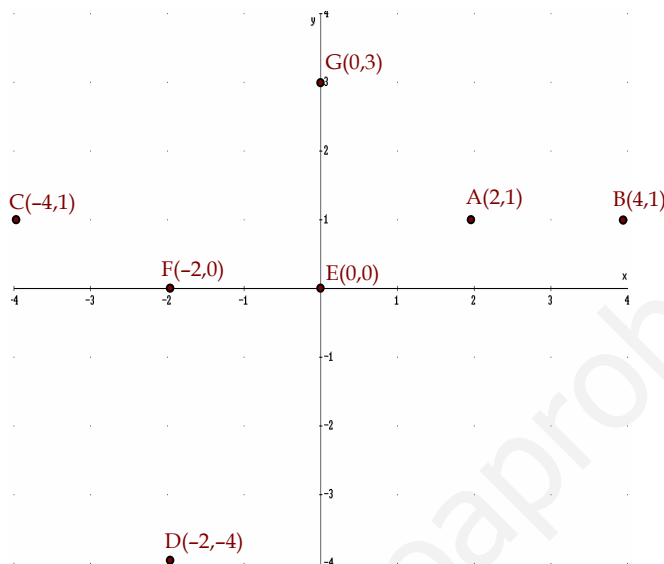


FUNCIONES. EJERCICIOS RESUELTOS

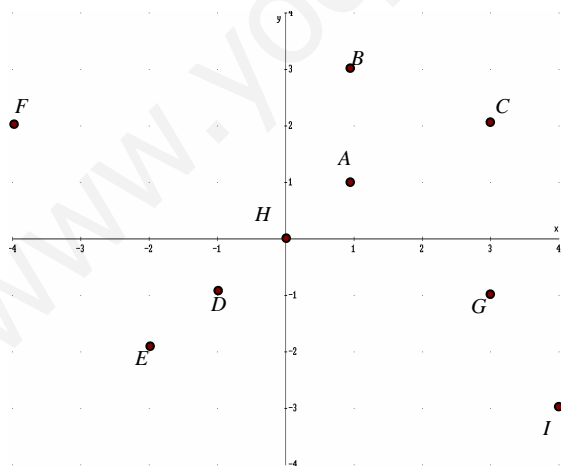
1) Representa los siguientes puntos en el plano cartesiano adjunto:

$A(2,1)$, $B(4,1)$, $C(-4,1)$, $D(-2,-4)$, $E(0,0)$, $F(-2,0)$ y $G(0,3)$

Solución:



2) Escribe las coordenadas de cada punto señalado en el plano cartesiano adjunto:



Solución:

$A(1,1)$

$B(1,3)$

$C(3,2)$

$D(-1,-1)$

$E(-2,-2)$

$F(-4,2)$

$G(3,-1)$

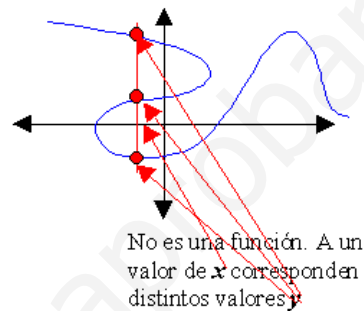
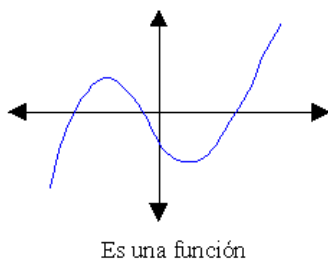
$H(0,0)$

$I(4,-3)$

3) ¿Qué es una función? ¿Qué es el dominio? ¿Qué es el recorrido? Dibuja una curva que sea una función y otra que no lo sea, argumentando la respuesta.

Solución:

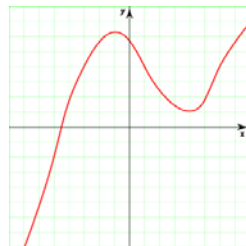
Una función, $f(x)$ es una relación matemática que transforma unos números, llamados dominio, en otros, llamados recorrido, de tal forma que a cada número del dominio le corresponde, como máximo, uno del recorrido.



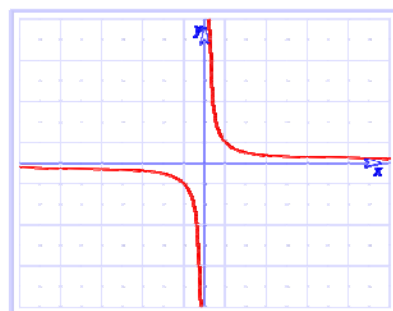
4) ¿Qué es una función continua? ¿Y qué es una función discontinua? Dibuja un ejemplo de cada una de ellas.

Solución:

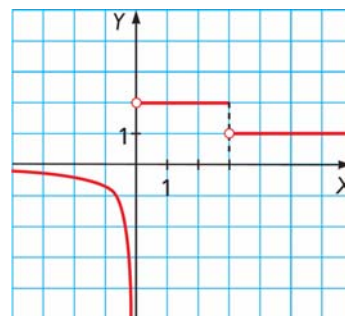
-Una función continua no presenta saltos en su gráfica, como es el caso siguiente:



-Por otro lado, en una función discontinua sí hay saltos, como se ve a continuación:

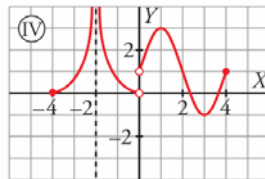
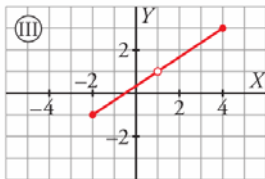
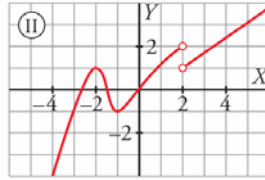
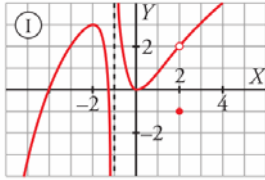


Discontinuidad en $x=0$



Discontinuidad en $x=0$ y en $x=3$

- 5) Explica por qué las siguientes funciones son discontinuas. Indica los valores de x en donde cada una de ellas es discontinua.



Solución:

I) Es una función discontinua en $x = -2$ y en $x = 2$, porque en esos puntos la gráfica de la función sufre saltos.

II) Es una función discontinua en $x = 2$, porque en ese valor de x la función tiene un salto

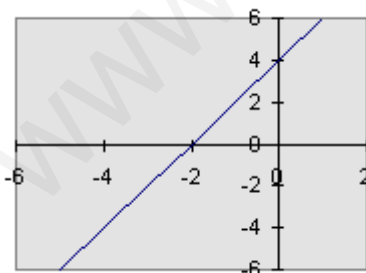
III) Es una función discontinua en $x = 1$. Para ese valor, la función sufre un salto.

IV) En este caso, la función es discontinua en dos valores: $x = -2$ y $x = 0$. Presenta saltos en esos valores.

- 6) ¿Qué es una función creciente? ¿Y una función decreciente? Dibuja un ejemplo de cada una de ellas para explicar mejor los dos conceptos.

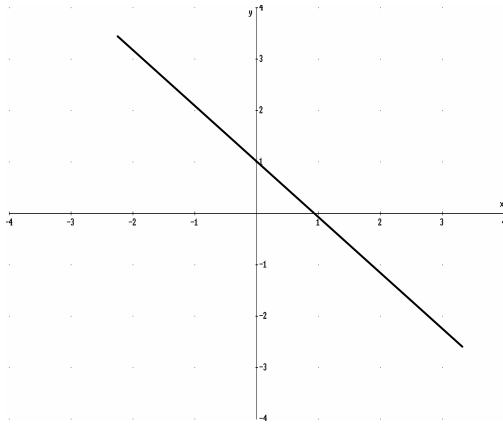
Solución:

Una función es creciente cuando a valores crecientes de x les corresponden valores de $f(x)$ también crecientes.



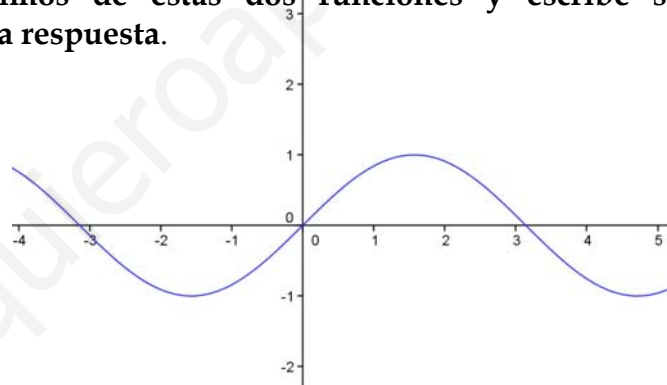
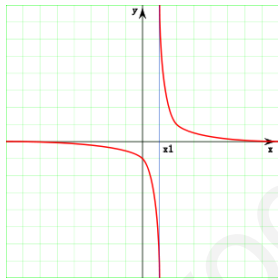
La función de la izquierda es una función creciente. Como se ve en la gráfica, para $x = -4$, $x = -2$ y $x = 0$ la función vale -4 , 0 y 4 , respectivamente. Es decir, para valores crecientes de x , tenemos valores crecientes de $f(x)$.

Una función es decreciente cuando a valores crecientes de x les corresponden valores decrecientes de $f(x)$.



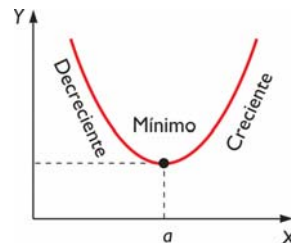
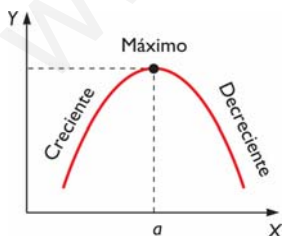
La función de la izquierda es decreciente. Puedes ver que para los valores $x=0$, $x=1$ y $x=2$, los valores de $f(x)$ son 1, 0 y -1 , es decir, cuanto más grandes son los valores de x más pequeños son los valores de $f(x)$.

7) ¿Qué son máximos de una función? ¿Y los mínimos? Indica dónde están los máximos y los mínimos de estas dos funciones y escribe sus coordenadas. Argumenta la respuesta.



Una función tiene un máximo en un punto $x=a$ si a la izquierda y a la derecha de éste los valores de $f(x)$ son menores que en x .

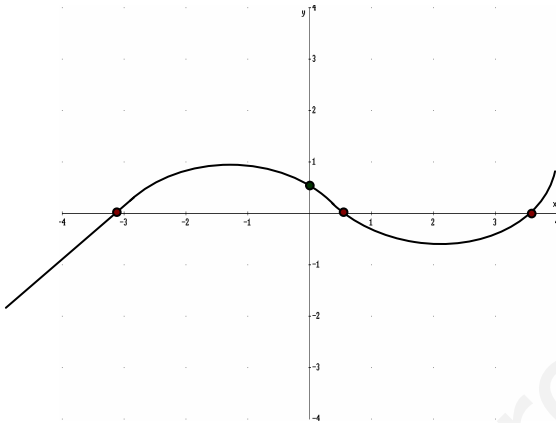
Una función tiene un mínimo en un punto $x=a$ si a la izquierda y a la derecha de éste los valores de $f(x)$ son mayores que en x .



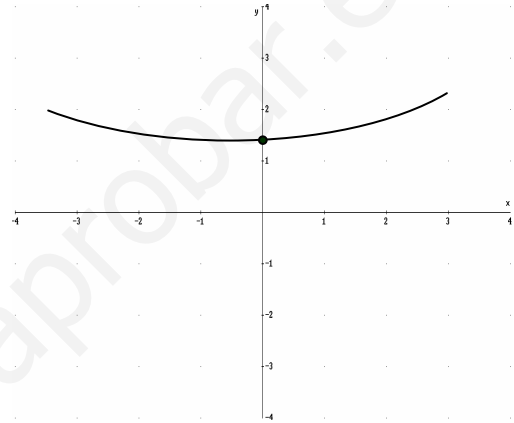
- 8) Dibuja una función que tenga tres puntos de corte con el eje x y un punto de corte con el eje y . Luego dibuja una función que tenga un punto de corte con el eje y y ninguno con el eje x . Por último, intenta dibujar una función que no tenga ningún punto de corte. Explica lo que ocurriría si una función tuviese dos puntos de corte con el eje y .

Solución:

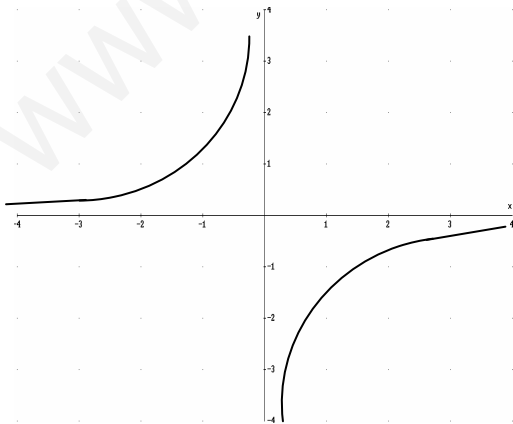
Función que tiene tres puntos de corte en el eje x y un punto de corte en el eje y .



Función que tiene un punto de corte en el eje y y ninguno en el eje x .

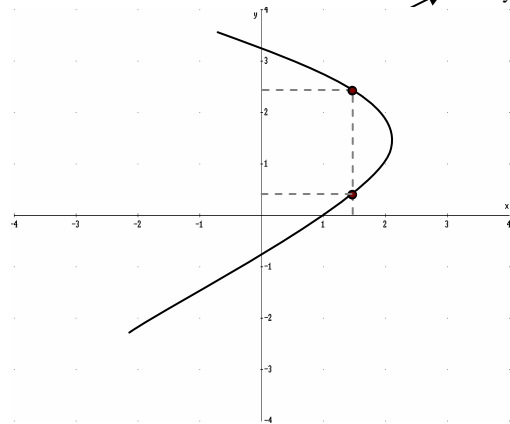


Función que no tiene ningún punto de corte con los ejes x e y .



Una función que tenga dos puntos de corte con el eje y no puede ser una función, ya que para el valor $x=0$ tendríamos dos valores de y , lo cual está prohibido para las funciones.

Para $x=1/2$ vemos que $f(x)$ es $3/2$ y $1/2$



9) Representa las siguientes funciones usando sólo dos puntos

a) $y = \frac{2x}{3}$ b) $y = -2x + 3$ c) $y = -\frac{4}{x}$

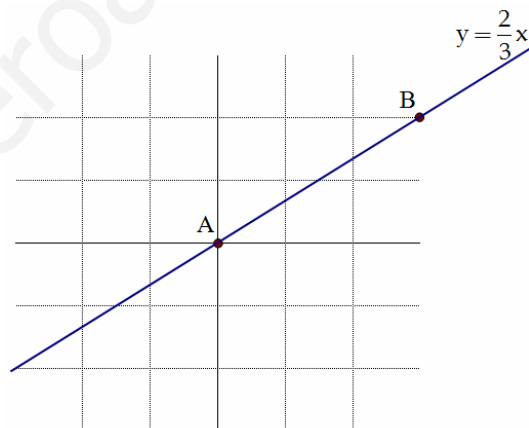
Solución:

a) Representación de $y = \frac{2x}{3}$

- La función dada es una línea recta, ya que es de la forma $y = mx+n$, en dónde m es la pendiente. En nuestro caso, $m=2/3$ y $n=0$.
- Construimos una tabla de valores para obtener dos puntos (para dibujar una línea recta no hacen falta más puntos):

x	$2x/3$	
0	0	$\Rightarrow A(0,0)$
3	2	$\Rightarrow B(3,2)$

- Por último, representamos los dos puntos en un plano cartesiano y por ellos trazamos la línea recta que buscamos:

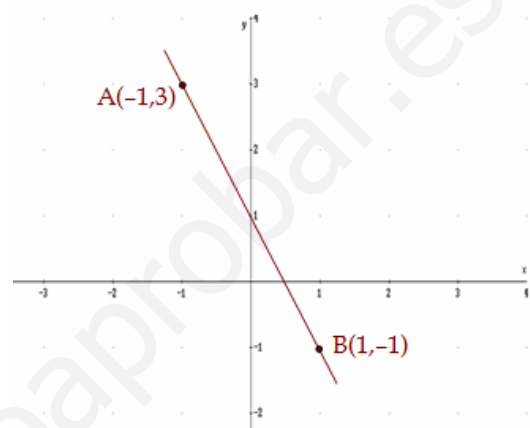


b) Representación de $y = -2x + 3$

- La función dada es una línea recta, ya que es de la forma $y = mx + n$, en donde m es la pendiente. En nuestro caso, $m = -2$ y $n = 3$. Como $n = 3$ ello quiere decir que la recta cortará al eje y en $y = 3$.

x	y = -2x + 3
-1	$-2(-1) + 3 = 5 \Rightarrow A(-1, 5)$
1	$-2 \cdot 1 + 3 = 1 \Rightarrow B(1, 1)$

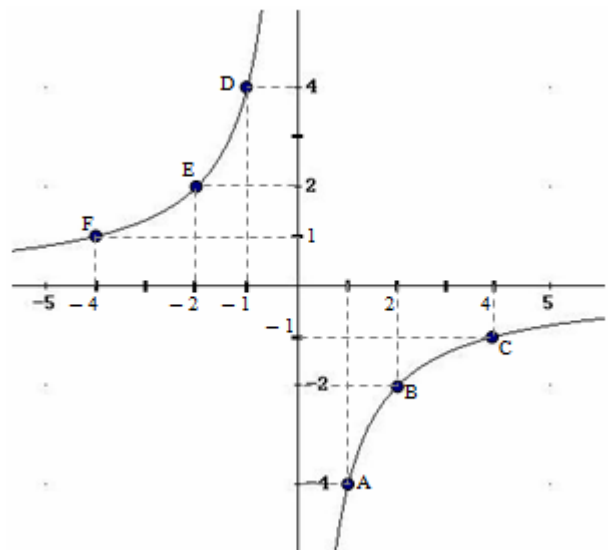
- Construimos una tabla de valores y representamos los puntos:



c) Representación de $y = -\frac{4}{x}$

- La función dada es una hipérbola, ya que es de la forma $y = \frac{k}{x}$.
- Construimos una tabla de valores, pero en esta ocasión de seis puntos y representamos:

x	y = -\frac{4}{x}
1	$-\frac{4}{1} = -4 \Rightarrow A(1, -4)$
2	$-\frac{4}{2} = -2 \Rightarrow B(2, -2)$
4	$-\frac{4}{4} = -1 \Rightarrow C(4, -1)$
-1	$-\frac{4}{-1} = 4 \Rightarrow D(-1, 4)$
-2	$-\frac{4}{-2} = 2 \Rightarrow E(-2, 2)$
-4	$-\frac{4}{-4} = 1 \Rightarrow F(-4, 1)$



10) Extrae 5 puntos de la siguiente función:

$$f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 5$$

Solución:

Hacemos una tabla de valores

x	f(x)	Puntos buscados
2	$2 \cdot 2^3 - 2^2 + 3 \cdot 2 + 5 = 13$	→ A(2,13)
1	$2 \cdot 1^3 - 1^2 + 3 \cdot 1 + 5 = 9$	→ B(1,9)
0	$2 \cdot 0^3 - 0^2 + 3 \cdot 0 + 5 = 5$	→ C(0,5)
-1	$2 \cdot (-1)^3 - (-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 5 = -1$	→ D(-1,-1)
-2	$2 \cdot (-2)^3 - (-2)^2 + 3 \cdot (-2) + 5 = -21$	→ E(-2,-21)