Matemáticas 1 ESO

Biblioteca del profesorado

SOLUCIONARIO

El Solucionario de **Matemáticas** para 1.º de ESO es una obra colectiva concebida, diseñada y creada en el departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L., dirigido por **Enrique Juan Redal**.

En su realización ha participado el siguiente equipo:

Ana María Gaztelu
Augusto González

EDICIÓN
Angélica Escoredo
Pilar García
Carlos Pérez

DIRECCIÓN DEL PROYECTO
Domingo Sánchez Figueroa

Proyecto **Los Caminos del Saber**

Santillana

Índice

1 Números naturales

El profeta de los números

Ramanujan se levantó, dio tres pasos que le colocaron en el centro del despacho de Hardy, en el Trinity College de Cambridge, y continuó el relato de su viaje.

En un alarde de equilibrio, el barco, un vapor que hace la ruta entre la India e Inglaterra, continuaba su camino sobre una imaginaria línea recta que el temporal parecía querer quebrar.

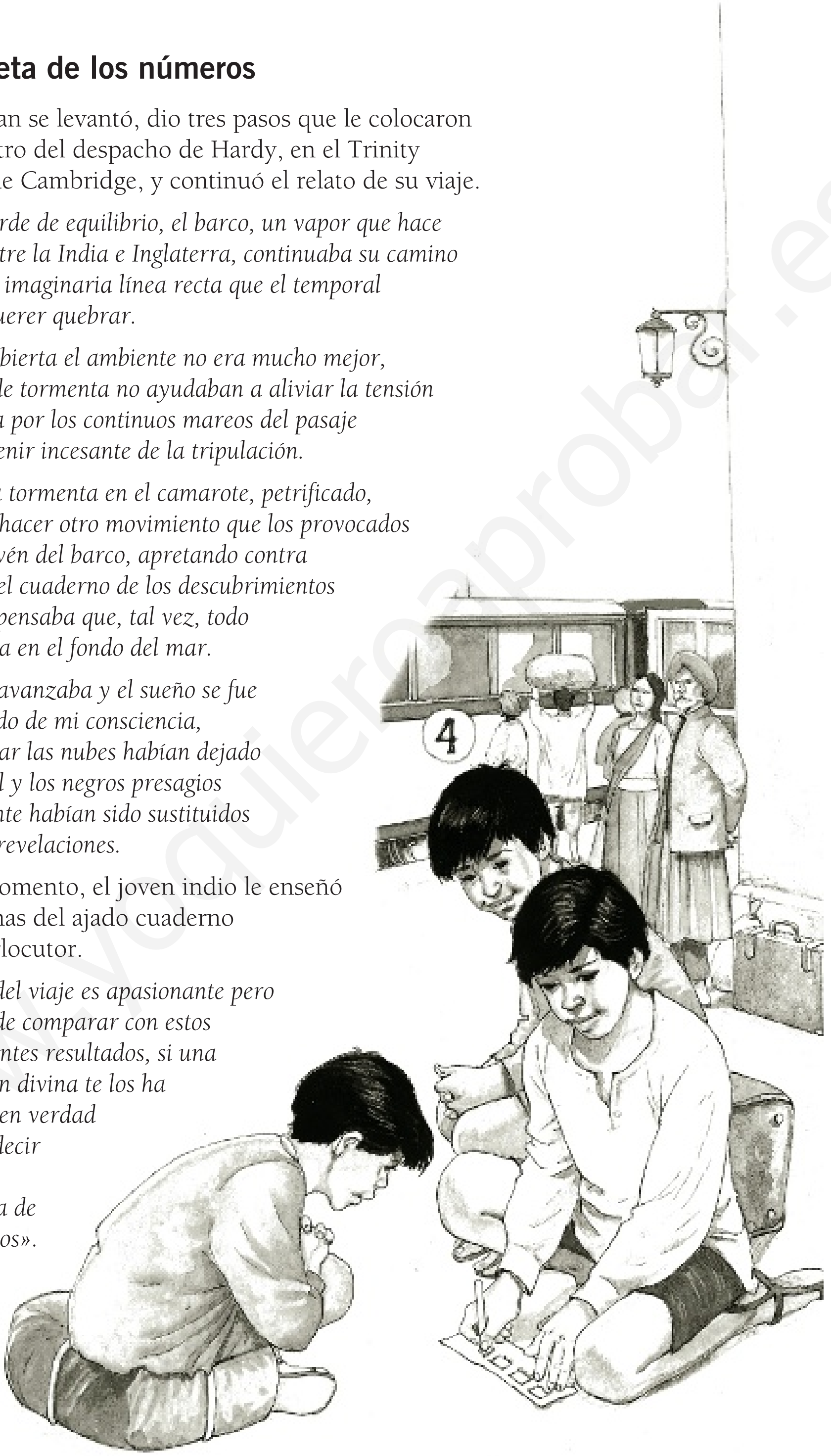
Bajo la cubierta el ambiente no era mucho mejor, tres días de tormenta no ayudaban a aliviar la tensión provocada por los continuos mareos del pasaje y el ir y venir incesante de la tripulación.

Yo pasé la tormenta en el camarote, petrificado, sin poder hacer otro movimiento que los provocados por el vaivén del barco, apretando contra mi pecho el cuaderno de los descubrimientos mientras pensaba que, tal vez, todo se perdería en el fondo del mar.

La noche avanzaba y el sueño se fue apoderando de mi consciencia, al despertar las nubes habían dejado paso al sol y los negros presagios de mi mente habían sido sustituidos por estas revelaciones.

En ese momento, el joven indio le enseñó dos páginas del ajado cuaderno a su interlocutor.

El relato del viaje es apasionante pero no se puede comparar con estos sorprendentes resultados, si una inspiración divina te los ha revelado, en verdad se puede decir que eres «el profeta de los números».



DESCUBRE LA HISTORIA...

1 **Busca información sobre los personajes que aparecen en el texto: Harold Hardy y Srinivasa Ramanujan.**

Hay una extensa biografía de Ramanujan en la página:
http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Biografias/07-1-b-r.html#presen

Los detalles sobre la vida y la obra del matemático Harold Hardy se pueden consultar en:

http://www.biografiasyvidas.com/
donde se puede consultar su biografía buscando su nombre en un índice alfabético.

También se pueden encontrar algunas anécdotas sobre estos dos matemáticos en:

http://www.epsilones.com/paginas/t-anecdotas.html

2 **¿A qué episodio de la vida de estos dos personajes crees que corresponde el relato? ¿A qué viaje se refiere el joven Ramanujan?**

Algunos datos sobre el episodio que se narra se pueden encontrar en:

http://ciencia.astroseti.org/matematicas/articulo.php?num=3677&nobar=1

3 **Investiga las aportaciones de Srinivasa Ramanujan al estudio de los números naturales.**

Algunas de las aportaciones de Ramanujan a las matemáticas y los libros que escribió aparecen en:

http://sauce.pntic.mec.es/~rmarti9/WebBabilonia/Biografias/Ramanujan.htm#Curiosidades

EVALUACIÓN INICIAL

1 **Completa estas sumas, resuélvelas e indica qué propiedad se está utilizando.**

a) 47 + **96** = **96** + 47 = 143 → Propiedad conmutativa

b) 138 + **407** = 407 + **138** = 545 → Propiedad conmutativa

c) (85 + **68)** + **12** = **85** + **(**68 + **12)** = 85 + 80 = 165 → Propiedad asociativa

d) 4 + **(46** + **137)** = **(4** + 46**)** + 137 = 50 + 137 = 187 → Propiedad asociativa

2 **Resuelve las siguientes operaciones.**

a) 87 − **13** + **42** − **4** + **98** = 210

b) 34 − **23** + **11** − **(8** − **6)** + **21** = 41

c) 27 + **34** + **6** − **41** − **5** − **17** = 4

d) (26 − **14)** + **45** − **(27** − **9)** + **14** = 53

e) 18 + **[(26** − **14)** − **5]** + **26** − **(26** − **19** + **12)** − **9** = 23

Números naturales

EJERCICIOS

001 **Señala el valor de la cifra 5 en estos números.**

a) 15 890 900 **b) 509 123 780** **c) 163 145 900**

a) 5 unidades de millón.
b) 5 centenas de millón.
c) 5 unidades de millar.

002 **Escribe tres números que tengan 4 unidades de millar, 7 decenas y 4 unidades.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: 4 074, 24 574, 134 874…

003 **Escribe cinco números mayores que 29 000 y menores que 29 100 cuya cifra de las decenas sea igual que la cifra de las unidades.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: 29 011, 29 022, 29 033, 29 044, 29 055…

004 **Si *n* es un número natural, ¿qué valores puede tomar *n* si sabemos que es menor que 7? ¿Y si es mayor que 12?**

Si *n* es un número natural menor que 7, puede ser: 1, 2, 3, 4, 5 o 6.
Y si *n* es mayor que 12, puede ser cualquier número mayor que 12.

005 **Traduce al sistema de numeración decimal estos números romanos.**

a) XCII **b) DCCXL** **c) $\overline{\text{VIII}}$IX**

a) 92 b) 740 c) 8 009

006 **Escribe en números romanos.**

a) 194 **b) 426** **c) 2 046** **d) 12 311**

a) CXCIV b) CDXXVI c) MMXLVI d) $\overline{\text{XII}}$CCCXI

007 **Escribe un número romano que tenga 4 unidades de millar, 7 decenas y 4 unidades.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: 4074 → $\overline{\text{IV}}$LXXIV

008 **Realiza estas operaciones.**

a) XXII + XVIII **c) VI · XII**
b) XLIII − XXVI **d) XXVII : III**

No es posible realizar operaciones en el sistema de numeración romano. Es necesario expresar primero los números en el sistema de numeración decimal.

a) $22 + 18 = 40$ c) $6 \cdot 12 = 72$
b) $43 - 26 = 17$ d) $27 : 3 = 9$

009 **Expresa como un producto.**

a) 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 **b) 11 + 11 + 11 + 11 + 11**

a) $6 \cdot 6 = 36$ b) $11 \cdot 5 = 55$

010 **Aplica la propiedad distributiva.**

a) 7 · (4 + 10) **b) 18 · (7 − 2)**

a) $7 \cdot 4 + 7 \cdot 10 = 98$ b) $18 \cdot 7 - 18 \cdot 2 = 90$

011 **Mario ha comprado 5 cajas de pinturas. Si en cada caja hay 18 pinturas, ¿cuántas pinturas tiene en total?**

$18 \cdot 5 = 90$ pinturas tiene en total.

012 **Aplica la propiedad distributiva del producto a las siguientes operaciones.**

a) 21 · 9 + 7 · 9 **b) 9 · 21 − 9 · 7**

a) $21 \cdot 9 + 7 \cdot 9 = (21 + 7) \cdot 9$ b) $9 \cdot 21 - 9 \cdot 7 = 9 \cdot (21 - 7)$

013 **Halla el cociente y el resto de la división 6712 : 23. Haz la prueba.**

Cociente 291 y resto 19.

Dividendo = divisor · cociente + resto → $6712 = 23 \cdot 291 + 19$

014 **Calcula el dividendo de una división exacta si el cociente es 13 y el divisor es 6.**

Dividendo $= 13 \cdot 6 = 78$

015 **Da valores a *d* hasta que calcules el divisor de estas divisiones.**

a) $\begin{array}{r|l} 34 & d \\ \hline 0 & 17 \end{array}$ **b)** $\begin{array}{r|l} 89 & d \\ \hline 1 & 22 \end{array}$ **c)** $\begin{array}{r|l} 102 & d \\ \hline 2 & 20 \end{array}$

Para ello, ayúdate de la prueba de la división.

a) $d = 2$ b) $d = 4$ c) $d = 5$

016 **Escribe y calcula.**

a) Siete al cubo. **c) Diez a la cuarta.**

b) Cuatro a la quinta. **d) Diez a la octava.**

a) $7^3 = 343$ c) $10^4 = 10\,000$

b) $4^5 = 1\,024$ d) $10^8 = 100\,000\,000$

017 **Indica la base y el exponente de estas potencias. Escribe cómo se leen.**

a) 3^6 **b)** 10^2 **c)** 5^4 **d)** 4^5

a) Base: 3 Exponente: 6 Se lee: 3 elevado a la sexta

b) Base: 10 Exponente: 2 Se lee: 10 al cuadrado

c) Base: 5 Exponente: 4 Se lee: 5 elevado a la cuarta

d) Base: 4 Exponente: 5 Se lee: 4 elevado a la quinta

018 **Escribe en forma de potencia y calcula su valor.**

a) $10 \cdot 10 \cdot 10$ **b)** $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

a) $10^3 = 1000$ b) $6^5 = 7776$

019 **Escribe, si se puede, en forma de potencia.**

a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ **b)** $5 \cdot 5 \cdot 4$ **c)** $5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3$ **d)** $1 \cdot 4 \cdot 4$

a) 7^4 b) $5^2 \cdot 4$ c) $5^2 \cdot 3^2$ d) 4^2

020 **Escribe como una sola potencia.**

a) $7^4 \cdot 7^5$ **b)** $5^3 \cdot 5^3$ **c)** $9^3 \cdot 9^5 \cdot 9^4$ **d)** $4^2 \cdot 4^3 \cdot 4^4$

a) 7^9 b) 5^6 c) 9^{12} d) 4^9

021 **Halla el valor de estos productos de potencias.**

a) $10^4 \cdot 10^5$ **b)** $10^3 \cdot 10 \cdot 10^2$

a) $10^9 = 1000000000$ b) $10^6 = 1000000$

022 **Calcula el número de baldosas de una habitación cuadrada, si cada fila contiene 14 baldosas.**

$14 \cdot 14 = 14^2 = 196$ baldosas

023 **Completa el exponente que falta.**

a) $6^7 \cdot 6^{\square} = 6^9$ **b)** $5^2 \cdot 5^{\square} \cdot 5^7 = 5^{12}$

a) $6^7 \cdot 6^2 = 6^9$ b) $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^7 = 5^{12}$

024 **Halla el resultado de estos cocientes de potencias.**

a) $7^8 : 7^5$ **c)** $9^7 : 9^5$

b) $20^6 : 20^6$ **d)** $12^7 : 12^6$

a) $7^3 = 343$ c) $9^2 = 81$

b) $20^0 = 1$ d) 12

025 **Calcula el valor de las potencias.**

a) 15^1 **b)** 14^0

a) 15 b) 1

026 **Calcula.**

a) $(3^4 : 3^2) \cdot 3^3$ **b)** $(5^6 \cdot 5^2) : 5^7$

a) $3^2 \cdot 3^3 = 3^5$ b) $5^8 : 5^7 = 5$

027 **Completa el exponente que falta.**

a) $7^{\square} : 7^3 = 7^5$ **b)** $8^6 : 8^{\square} = 8^3$

a) $7^8 : 7^3 = 7^5$ b) $8^6 : 8^3 = 8^3$

028 **Calcula.**

a) $(2^4)^3$ **b)** $(6^3)^5$ **c)** $(14 \cdot 16)^5$ **d)** $(216 : 24)^3$

a) 2^{12} b) 6^{15} c) 224^5 d) 9^3

029 **Expresa como una sola potencia.**

a) $(3^2)^5 \cdot (3^4)^2$ **b)** $(5^3)^4 : (5^2)^3$

a) $3^{10} \cdot 3^8 = 3^{18}$ b) $5^{12} : 5^6 = 5^6$

030 **Expresa como producto o cociente de potencias.**

a) $(3 \cdot 2)^4 \cdot (3 \cdot 2)^5$ **b)** $(14 \cdot 5)^7 : (14 \cdot 5)^4$

a) $6^4 \cdot 6^5 = 6^9$ b) $70^7 : 70^4 = 70^3$

031 **Sustituye las letras por su valor para que se cumpla la igualdad.**

a) $(3^5)^n = 3^{25}$ **b)** $(12^n)^6 = 12^{18}$ **c)** $(8^3)^n = 8^6$

a) $(3^5)^5 = 3^{25}$ b) $(12^3)^6 = 12^{18}$ c) $(8^3)^2 = 8^6$

032 **Comprueba si estas raíces cuadradas están bien resueltas.**

a) $\sqrt{225} = 15$ **b)** $\sqrt{255} = 16$ **c)** $\sqrt{1\,000} = 100$ **d)** $\sqrt{40\,000} = 200$

a) Bien resuelta, porque $15^2 = 225$.
b) Mal resuelta, porque $16^2 = 256$.
c) Mal resuelta, porque $100^2 = 10\,000$.
d) Bien resuelta, porque $200^2 = 40\,000$.

033 **Halla con tu calculadora.**

a) $\sqrt{289}$ **b)** $\sqrt{10\,000}$ **c)** $\sqrt{15\,625}$ **d)** $\sqrt{135\,424}$

a) 17 b) 100 c) 125 d) 368

034 **Calcula el lado de un cuadrado de 400 cm² de área.**

Lado $= \sqrt{400} = 20$ cm

035 **¿Puede existir algún cuadrado perfecto que acabe en las siguientes cifras?**

a) 2 **b)** 3 **c)** 4 **d)** 7

Ningún cuadrado perfecto puede acabar en 2, 3 o 7.
Terminará en 4 si el cuadrado perfecto de un número acaba en 2 o en 8.

036 **Comprueba si estas raíces enteras están bien resueltas.**

a) $\sqrt{37} \approx 7$
b) $\sqrt{18} \approx 4$
c) $\sqrt{92} \approx 8$
d) $\sqrt{20} \approx 5$
e) $\sqrt{30} \approx 5$
f) $\sqrt{40} \approx 7$
g) $\sqrt{50} \approx 7$
h) $\sqrt{60} \approx 8$
i) $\sqrt{23} \approx 8$

a) Mal resuelta, porque $\sqrt{37} \approx 6$.
b) Bien resuelta.
c) Mal resuelta, porque $\sqrt{92} \approx 9$.
d) Mal resuelta, porque $\sqrt{20} \approx 4$.
e) Bien resuelta.
f) Mal resuelta, porque $\sqrt{40} \approx 6$.
g) Bien resuelta.
h) Mal resuelta, porque $\sqrt{60} \approx 7$.
i) Mal resuelta, porque $\sqrt{23} \approx 4$.

037 **Calcula la raíz cuadrada entera y el resto.**

a) 103 **b)** 119 **c)** 87 **d)** 77 **e)** 66 **f)** 55

a) $\sqrt{103} \approx 10$; resto 3
b) $\sqrt{119} \approx 10$; resto 19
c) $\sqrt{87} \approx 9$; resto 6
d) $\sqrt{77} \approx 8$; resto 13
e) $\sqrt{66} \approx 8$; resto 2
f) $\sqrt{55} \approx 7$; resto 6

038 **Completa: $\sqrt{23} = \square$ y resto = 7.**

$\sqrt{23} = 4$ y resto $= 7$

039 **¿Es posible colocar 32 botones formando un cuadrado? ¿Por qué?**

No es posible, porque la raíz cuadrada de 32 no es exacta.

040 **Escribe todos los números que tengan como raíz entera 5.**
¿Cuántos números hay? ¿Cuántos números tendrán como raíz entera 6? ¿Y 7?

Tienen como raíz entera 5 todos los números comprendidos entre 25 y 36.
Tienen como raíz entera 6 todos los números comprendidos entre 36 y 49, y tienen como raíz entera 7 todos los números comprendidos entre 49 y 64.

041 **Calcula.**

a) $7 \cdot 4 - 12 + 3 \cdot 6 - 2$
b) $(11 - 7) \cdot 4 + 2 \cdot (8 + 2)$
c) $3 \cdot (14 + 12 - 20) : 9 + 2$
d) $6^3 - 5 \cdot (3^3 - 2)$
e) $(12 + \sqrt{9}) : \sqrt{25}$
f) $(\sqrt{9} - \sqrt{4}) \cdot (\sqrt{9} + \sqrt{4})$
g) $(5^2 - 1) : \sqrt{144}$
h) $\sqrt{16} \cdot (2^3 - 1)$
i) $5^2 + \sqrt{81} : 3$
j) $4^2 - \sqrt{25} : 5$
k) $\sqrt{81} : (\sqrt{16} + 5)$
l) $\sqrt{196} : (2^2 + 3)$

a) $7 \cdot 4 - 12 + 3 \cdot 6 - 2 = 32$
b) $(11 - 7) \cdot 4 + 2 \cdot (8 + 2) = 36$
c) $3 \cdot (14 + 12 - 20) : 9 + 2 = 4$
d) $6^3 - 5 \cdot 25 = 216 - 125 = 91$
e) $(12 + 3) : 5 = 3$
f) $(3 - 2) \cdot (3 + 2) = 9 - 4 = 5$
g) $24 : 12 = 2$
h) $4 \cdot 7 = 28$
i) $25 + 9 : 3 = 28$
j) $16 - 1 = 15$
k) $9 : (4 + 5) = 1$
l) $14 : 7 = 2$

042 **Si el área de un cuadrado de 3 cm de lado fuera cuatro veces mayor, ¿cuánto mediría el lado?**

Área de un cuadrado de 3 cm de lado $= 3^2 = 9$ cm^2
Si fuera cuatro veces mayor $\rightarrow 4 \cdot 9 = 36$ cm^2
Lado $= \sqrt{36} = 6$ cm

043 **Determina los errores que se han cometido en la resolución de esta operación, y corrígelos.**

$$\sqrt{4} \cdot 4 + 12 : (6 - 2^2) = 2 \cdot 4 + 12 : (6 - 4) = 2 \cdot 16 : 2 = 2 \cdot 8 = 16$$

El primer error se comete al realizar la suma 4 + 12 antes que las multiplicaciones y divisiones, que tienen mayor prioridad.
El segundo error está en $2 \cdot 16 : 2$, donde se debe operar de izquierda a derecha.
$\sqrt{4} \cdot 4 + 12 : (6 - 2^2) = 2 \cdot 4 + 12 : (6 - 4) = 2 \cdot 4 + 12 : 2 = 8 + 6 = 14$

044 **Trunca a las decenas.**

a) 12 349 **b) 435 677**

a) 12 340 b) 435 670

045 **Redondea estos números a las decenas de millar.**

a) 24 760 **b) 56 822**

a) 20 000 b) 60 000

046 **Escribe dos números que, truncados a las centenas, den como resultado 9 300.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: 9 345 y 9 398.

047 **Si aproximamos el número 15 723 a 16 000, ¿hemos redondeado o truncado?**

Hemos redondeado a las unidades de millar.

ACTIVIDADES

048 ● **Indica el valor posicional que tiene la cifra 1 en estos números.**

a) 122578 **b) 438231** **c) 1432000** **d) 32181120**

a) Centena de millar.
b) Unidad.
c) Unidad de millón.
d) Centena de millar, unidad de millar y centena.

049 ● **Indica el valor posicional de todas las cifras de estos números.**

a) 987654 **c) 887787** **e) 8080008**
b) 656565 **d) 3004005** **f) 2222222**

a) 9 centenas de millar, 8 decenas de millar, 7 unidades de millar, 6 centenas, 5 decenas, 4 unidades.
b) 6 centenas de millar, 5 decenas de millar, 6 unidades de millar, 5 centenas, 6 decenas, 5 unidades.
c) 8 centenas de millar, 8 decenas de millar, 7 unidades de millar, 7 centenas, 8 decenas, 7 unidades.
d) 3 unidades de millón, 4 unidades de millar, 5 unidades.
e) 8 unidades de millón, 8 decenas de millar, 8 unidades.
f) 2 unidades de millón, 2 centenas de millar, 2 decenas de millar, 2 unidades de millar, 2 centenas, 2 decenas, 2 unidades.

050 ●● **Un número capicúa de cuatro cifras tiene 5 centenas y 3 unidades. ¿De qué número se trata?**

3553

051 ●● **Si sumamos dos números de tres cifras, ¿el resultado tiene siempre tres cifras? ¿Y si los restamos? Explica tu razonamiento.**

Al sumar números de 3 cifras pueden obtenerse números de 3 o 4 cifras. Será un número de 4 cifras cuando la suma de las centenas, más lo que nos llevamos de la suma de las decenas, sea mayor o igual que 10. En caso contrario, tendrá 3 cifras.

Al restar se obtienen números de 2 cifras cuando el número de las centenas del minuendo sea igual que el número de las centenas del sustraendo más lo que nos llevamos de restar las decenas; en caso contrario, tendrá 3 cifras.

052 ● **Escribe las siguientes cantidades en números romanos.**

a) 167 **b) 3107** **c) 99** **d) 909**

a) CLXVII b) MMMCVII c) XCIX d) CMIX

053 ● **Expresa en números romanos estas cantidades.**

a) 166 **c) 2654** **e) 449** **g) 911** **i) 82775**
b) 49 **d) 45123** **f) 2106** **h) 5487** **j) 136821**

a) CLXVI
b) XLIX
c) MMDCLIV
d) $\overline{\text{XLV}}$CXXIII
e) CDXLIX
f) MMCVI
g) CMXI
h) $\overline{\text{V}}$CDLXXXVII
i) $\overline{\text{LXXXII}}$DCCLXXV
j) $\overline{\text{CXXXVI}}$DCCCXXI

054 Expresa en el sistema de numeración decimal estos números romanos.

a) XXVI **b) DCXLVI** **c) MCCXXV** **d) DXXX**

a) 26 b) 646 c) 1225 d) 530

055 Expresa los siguientes números romanos en el sistema de numeración decimal.

a) $\overline{\text{XIX}}$ **b) $\overline{\text{CD}}$XL** **c) $\overline{\text{M}}$MCCIX** **d) CMXC**

a) 19000 b) 400040 c) 1001209 d) 990

056 Expresa en el sistema de numeración decimal.

a) XLVI
b) CXCII
c) CMXXXIV
d) XXXIV
e) $\overline{\text{M}}$MMDLXXX
f) $\overline{\text{IV}}$CDXXX
g) DCCXCIII
h) $\overline{\text{MM}}$CCII
i) $\overline{\text{XC}}$XL
j) MXXIX

a) 46
b) 192
c) 934
d) 34
e) 1002580
f) 4430
g) 793
h) 2000202
i) 9940
j) 1029

057 Aplica la propiedad distributiva y calcula.

a) $6 \cdot (11 + 4)$
b) $25 \cdot (37 - 12)$
c) $8 \cdot (17 + 12 + 10)$
d) $15 \cdot (20 - 7 - 8)$
e) $(20 + 14 - 15) \cdot 17$
f) $(18 + 3 - 2) \cdot 5$

a) $66 + 24 = 90$
b) $925 - 300 = 625$
c) $136 + 96 + 80 = 312$
d) $300 - 105 - 120 = 75$
e) $340 + 238 - 255 = 323$
f) $90 + 15 - 10 = 95$

058 Completa la tabla.

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
173	**3**	57	2
267	**4**	66	3
1329	**9**	147	6

059 Halla el cociente y el resto de 45456 : 22. Realiza la prueba de la división.

```
45456 |22
 145   2066
  136
    4
```

$D = d \cdot c + r$
$45456 = 22 \cdot 2066 + 4$
$45456 = 45452 + 4$
$45456 = 45456$

060 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA UN TÉRMINO DE LA DIVISIÓN CONOCIENDO LOS DEMÁS?

Sin realizar la división, halla el resto de 453 : 23, si el cociente es 19.

PRIMERO. Se sustituye cada letra por su valor en la prueba de la división.

$$D = d \cdot c + r$$
$$453 = 23 \cdot 19 + r \rightarrow 453 = 437 + r$$

SEGUNDO. El resto es un número tal que, al sumarlo a 437, da 453.

$r = 453 - 437 = 16$. El resto de la división es 16.

061 **El dividendo de una división es 1512, el divisor es 8 y el cociente es 189. Halla el resto sin efectuar la división.**

$D = 1512 \quad d = 8 \quad c = 189$

$D = d \cdot c + r \rightarrow 1512 = 8 \cdot 189 + r \rightarrow 1512 = 1512 + r$
$\rightarrow 1512 - 1512 = r \rightarrow 0 = r$

El resto es 0.

062 **Sin realizar la división, indica cuáles de estas divisiones son exactas.**

a) $D = 6099 \quad d = 19 \quad c = 321 \quad r = ?$

b) $D = 986 \quad d = 17 \quad c = 58 \quad r = ?$

a) $6099 = 19 \cdot 321 \rightarrow$ Es exacta.

b) $986 = 17 \cdot 58 \rightarrow$ Es exacta.

063 **El dividendo de una división es 1349, el divisor es 27 y el resto es 26. Halla el cociente sin efectuar la división.**

$D = d \cdot c + r \rightarrow 1349 = 27 \cdot c + 26 \rightarrow c = 49$

064 **El dividendo de una división es 5623, el cociente es 122 y el resto es 11. Calcula el divisor sin efectuar la división.**

$D = d \cdot c + r \rightarrow 5623 = d \cdot 122 + 11 \rightarrow d = 46$

065 **Escribe como producto de factores.**

a) 4^3 **b)** 10^4 **c)** 27^2 **d)** 102^5

a) $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$

b) $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

c) $27^2 = 27 \cdot 27$

d) $102^5 = 102 \cdot 102 \cdot 102 \cdot 102 \cdot 102$

066 **Expresa estas multiplicaciones en forma de potencia, si se puede.**

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

b) $37 \cdot 37$

c) $4 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 4$

d) 25

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^8$
b) $37 \cdot 37 = 37^2$
c) $4 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 4 \rightarrow$ No se puede expresar como una sola potencia.
d) $25 = 25^1$

067 **Indica cuál es la base y el exponente.**

a) 2^8 Base = $\square$ Exponente = $\square$
b) 3^{12} Base = $\square$ Exponente = $\square$

a) Base: 2 Exponente: 8 b) Base: 3 Exponente: 12

068 **Expresa con números.**

a) Once a la quinta. b) Nueve a la cuarta.

a) 11^5 b) 9^4

069 **Escribe cómo se leen estas potencias.**

a) 12^3 b) 7^4 c) 21^2 d) 14^{12}

a) 12 elevado a 3.
b) 7 a la cuarta.
c) 21 al cuadrado.
d) 14 elevado a 12.

070 **Calcula las siguientes potencias.**

a) 2^8 b) 7^4 c) 9^3 d) 13^1

a) 256 b) 2401 c) 729 d) 13

071 **Completa la tabla.**

	Al cuadrado	Al cubo	A la cuarta
9	81	729	6561
11	121	1331	14641

072 **Completa.**

a) $\square^4 = 81$ b) $5^{\square} = 1$ c) $\square^5 = 32$

a) $3^4 = 81$ b) $5^0 = 1$ c) $2^5 = 32$

073 **Expresa como una sola potencia.**

a) $7^2 \cdot 7^3$ b) $11^4 \cdot 8^4$ c) $8^3 \cdot 5^3$ d) $4^5 \cdot 4$

a) 7^5 b) 88^4 c) 40^3 d) 4^6

074 **Escribe como una sola potencia.**

a) $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^3$ b) $5^4 \cdot 5 \cdot 5^6$ c) $6^3 \cdot 6^2 \cdot 6^5$ d) $4^3 \cdot 5^3 \cdot 6^3$

a) 3^9 b) 5^{11} c) 6^{10} d) 120^3

075 Completa.

a) $9^2 \cdot 9^{\square} = 9^6$ **c)** $5^{\square} \cdot 5^3 = 5^8$
b) $2^{\square} \cdot 2^3 = 2^9$ **d)** $3^{\square} \cdot 3^9 = 3^{11}$

a) $9^2 \cdot 9^4 = 9^6$ c) $5^5 \cdot 5^3 = 5^8$
b) $2^6 \cdot 2^3 = 2^9$ d) $3^2 \cdot 3^9 = 3^{11}$

076 Completa.

a) $7^4 \cdot 7^{\square} \cdot 7 = 7^7$ **c)** $13 \cdot 13^6 \cdot 13^{\square} = 13^9$
b) $5^{\square} \cdot 5 \cdot 5^3 = 5^8$ **d)** $8^3 \cdot 8^5 \cdot 8^{\square} = 8^{12}$

a) $7^4 \cdot 7^2 \cdot 7 = 7^7$ c) $13 \cdot 13^6 \cdot 13^2 = 13^9$
b) $5^4 \cdot 5 \cdot 5^3 = 5^8$ d) $8^3 \cdot 8^5 \cdot 8^4 = 8^{12}$

077 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE EXPRESA UNA POTENCIA COMO PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE?

Escribe 7^9 como producto de dos potencias de igual base.

PRIMERO. Se descompone el exponente como una suma de dos números.

$$9 = 8 + 1 \qquad 9 = 7 + 2 \qquad 9 = 6 + 3\ldots$$

SEGUNDO. Se expresa la potencia como un producto de potencias con la misma base, y exponentes, los sumandos que se han calculado.

Una solución sería: $7^9 = 7^8 \cdot 7^1 = 7^8 \cdot 7$

También es solución: $7^9 = 7^7 \cdot 7^2$ $\qquad 7^9 = 7^6 \cdot 7^3\ldots$

078 Escribe cada potencia como producto de dos potencias de igual base.

a) 8^5 **b)** 4^6 **c)** 14^{13} **d)** 3^9

Hay que tener en cuenta que la suma de los exponentes sea igual al exponente de cada apartado.

a) $8^3 \cdot 8^2$ b) $4^4 \cdot 4^2$ c) $14^9 \cdot 14^4$ d) $3^5 \cdot 3^4$

079 Expresa como una sola potencia.

a) $6^8 : 6^3$ **b)** $2^{15} : 2^7$ **c)** $6^5 : 3^5$ **d)** $4^6 : 2^6$

a) 6^5 b) 2^8 c) 2^5 d) 2^6

080 Expresa como una potencia.

a) $(2^7 : 2^4) : 2^2$ **c)** $11^5 : (11^6 : 11^3)$
b) $(7^9 : 7^3) : 7^4$ **d)** $4^3 : (4^5 : 4^2)$

a) $2^3 : 2^2 = 2$ c) $11^5 : 11^3 = 11^2$
b) $7^6 : 7^4 = 7^2$ d) $4^3 : 4^3 = 1$

081 **Completa.**

a) $\square^7 : 5^3 = 5^4$
b) $12^{\square} : 12^6 = 12^9$
c) $9^5 : 9^{\square} = 9^3$
d) $3^8 : 3^{\square} = 3^2$

a) $5^7 : 5^3 = 5^4$
b) $12^{15} : 12^6 = 12^9$
c) $9^5 : 9^2 = 9^3$
d) $3^8 : 3^6 = 3^2$

082 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE EXPRESA UNA POTENCIA COMO COCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE?

Escribe 7^9 como cociente de dos potencias de igual base.

PRIMERO. Se expresa el exponente como una resta de dos números.

$$9 = 11 - 2 \qquad 9 = 15 - 6 \qquad 9 = 20 - 11\ldots$$

En este caso existen varias soluciones.

SEGUNDO. Se expresa la potencia como un cociente de potencias con la misma base, y exponentes, los números que forman la resta que se ha calculado.

Una solución sería: $7^9 = 7^{11} : 7^2$

También es solución: $7^9 = 7^{15} : 7^6 \qquad 7^9 = 7^{20} : 7^{11}\ldots$

083 **Escribe cada potencia como cociente de dos potencias de igual base.**

a) 4^{10}
b) 7^9
c) 5^3
d) 12^6

Hay que tener en cuenta que la resta de los exponentes sea igual al exponente de cada apartado.

a) $4^{13} : 4^3$
b) $7^{15} : 7^6$
c) $5^5 : 5^2$
d) $12^{13} : 12^7$

084 **Expresa como una potencia.**

a) $(5^4)^2$
b) $(7^3)^3$
c) $(6^5)^2$
d) $(8^2)^6$

a) 5^8
b) 7^9
c) 6^{10}
d) 8^{12}

085 **Completa.**

a) $(3^2)^{\square} = 3^6$
b) $(4^5)^{\square} = 4^{25}$
c) $(11^{\square})^3 = 11^{12}$
d) $(15^{\square})^2 = 15^{18}$

a) $(3^2)^3 = 3^6$
b) $(4^5)^5 = 4^{25}$
c) $(11^4)^3 = 11^{12}$
d) $(15^9)^2 = 15^{18}$

086 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE EXPRESA UNA POTENCIA COMO POTENCIA DE OTRA POTENCIA?

Escribe 17^{18} como potencia de una potencia.

PRIMERO. Se expresa el exponente como producto de dos números.

$$18 = 9 \cdot 2 \qquad 18 = 3 \cdot 6\ldots$$

SEGUNDO. Se expresa la potencia como una potencia con la misma base, y exponentes, los factores del producto que se ha calculado.

Una solución es: $17^{18} = (17^9)^2$

También es solución: $17^{18} = (17^3)^6\ldots$

087 **Escribe como potencia de una potencia.**

a) 4^9 **b)** 5^8 **c)** 12^6 **d)** 30^{12}

a) $(4^3)^3$
c) $(12^3)^2$
b) $(5^2)^4$
d) $(30^4)^3$

088 **Escribe como producto de una potencia por la potencia de una potencia.**

a) 7^8 **b)** 12^{12} **c)** 23^{24} **d)** 101^{102}

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $7^8 = 7^2 \cdot (7^2)^3$
c) $23^{24} = 23^{10} \cdot (23^2)^7$
b) $12^{12} = 12^2 \cdot (12^2)^5$
d) $101^{102} = 101^2 \cdot (101^2)^{50}$

089 **Escribe como cociente de una potencia entre la potencia de una potencia.**

a) 7^8 **b)** 12^{12} **c)** 23^{24} **d)** 101^{102}

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $7^8 = 7^{14} : (7^2)^3$
c) $23^{24} = 23^{38} : (23^2)^7$
b) $12^{12} = 12^{22} : (12^2)^5$
d) $101^{102} = 101^{202} : (101^2)^{50}$

090 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE RESUELVEN OPERACIONES COMBINADAS CON POTENCIAS?

Calcula $4^3 \cdot (4^9 : (4^2)^3) : 4^5$.

La jerarquía de las operaciones con potencias es la misma que al operar con números naturales.

PRIMERO. Se resuelven los paréntesis.

$$4^3 \cdot (4^9 : (4^2)^3) : 4^5 = 4^3 \cdot (4^9 : 4^{2\cdot 3}) : 4^5 = 4^3 \cdot (4^9 : 4^6) : 4^5 =$$
$$= 4^3 \cdot 4^{9-6} : 4^5 = 4^3 \cdot 4^3 : 4^5$$

SEGUNDO. Se hacen las multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha.

$$4^3 \cdot 4^3 : 4^5 = 4^{3+3} : 4^5 = 4^6 : 4^5 = 4^{6-5} = 4^1 = 4$$

091 Calcula.

a) $(3^5 \cdot 3^2) : 3^3$ **b)** $4^3 \cdot (4^7 : 4^4)$ **c)** $(8^5 : 8^3) \cdot 8^2$ **d)** $7^5 : (7^2 \cdot 7^2)$

a) $3^7 : 3^3 = 3^4$ b) $4^3 \cdot 4^3 = 4^6$ c) $8^2 \cdot 8^2 = 8^4$ d) $7^5 : 7^4 = 7$

092 Resuelve.

a) $(3^5)^2 \cdot (3^2)^4$
b) $(7^3)^3 \cdot (7^2)^4$
c) $(9^5)^3 \cdot (9^4)^3$
d) $(11^6)^2 \cdot (11^3)^4$

a) $3^{10} \cdot 3^8 = 3^{18}$
b) $7^9 \cdot 7^8 = 7^{17}$
c) $9^{15} \cdot 9^{12} = 9^{27}$
d) $11^{12} \cdot 11^{12} = 11^{24}$

093 Indica como una sola potencia.

a) $(6^2)^5 : (6^3)^3$ **b)** $(8^7)^2 : (8^3)^4$ **c)** $(10^8)^3 : (10^4)^5$ **d)** $(2^9)^2 : (2^3)^5$

a) $6^{10} : 6^9 = 6^1$
b) $8^{14} : 8^{12} = 8^2$
c) $10^{24} : 10^{20} = 10^4$
d) $2^{18} : 2^{15} = 2^3$

094 Calcula las siguientes expresiones.

a) $3^9 : ((3^2)^5 : 3^7) \cdot 3^3$ **b)** $(7^2)^3 \cdot (7^5 : 7^2) : (7^2)^4$

a) $3^9 : (3^{10} : 3^7) \cdot 3^3 = 3^9 : 3^3 \cdot 3^3 = 3^6 \cdot 3^3 = 3^9$
b) $7^6 \cdot 7^3 : 7^8 = 7^9 : 7^8 = 7$

095 Completa.

a) $35^2 = 1\,225$, entonces $\sqrt{1\,225} = \square$
b) $\sqrt{9\,025} = 95$, entonces $95^2 = \square$

a) $\sqrt{1\,225} = 35$ b) $95^2 = 9\,025$

096 Calcula las raíces cuadradas de estos números.

a) 64 **b)** 100 **c)** 169 **d)** 196

a) 8 b) 10 c) 13 d) 14

097 Completa.

a) $\sqrt{\square} = 5$ **b)** $\sqrt{\square} = 9$ **c)** $\sqrt{\square} = 15$ **d)** $\sqrt{\square} = 20$

a) $\sqrt{25} = 5$ b) $\sqrt{81} = 9$ c) $\sqrt{225} = 15$ d) $\sqrt{400} = 20$

098 Halla la raíz cuadrada entera y el resto.

a) 83 **b)** 52 **c)** 12 **d)** 131

a) $\sqrt{83} \approx 9$; resto 2
b) $\sqrt{52} \approx 7$; resto 3
c) $\sqrt{12} \approx 3$; resto 3
d) $\sqrt{131} \approx 11$; resto 10

099 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA EL RADICANDO DE UNA RAÍZ CONOCIENDO SU RAÍZ ENTERA Y SU RESTO?

La raíz entera de un número es 5 y su resto es 10. Halla el radicando.

PRIMERO. En la fórmula que da el resto de una raíz entera se sustituye cada término por su valor.

$$\text{RESTO} = \text{RADICANDO} - (\text{RAÍZ ENTERA})^2$$
$$10 = \text{RADICANDO} - 5^2$$
$$10 = \text{RADICANDO} - 25$$

SEGUNDO. Se busca un número tal que, al restarle 25, dé 10.

$$\text{RADICANDO} = 10 + 25 = 35$$

El número 35 tiene como raíz entera 5 y su resto es 10.

100 ●●

Calcula el radicando en cada uno de los siguientes casos.

a) Raíz entera = 11, resto = 12

b) Raíz entera = 15, resto = 5

a) Radicando $= 11^2 + 12 = 133$

b) Radicando $= 15^2 + 5 = 230$

101 ●●

Halla el resto.

a) Raíz entera = 12, radicando = 149

b) Raíz entera = 22, radicando = 500

a) Resto $= 149 - 12^2 = 5$

b) Resto $= 500 - 22^2 = 16$

102 ●

Resuelve estas operaciones.

a) $9 \cdot (15 + 4 - 7)$

b) $12 + 4 \cdot (3 + 19)$

c) $55 - 3 \cdot (27 - 9)$

d) $33 + 6 \cdot 5 + 21$

a) $9 \cdot (15 + 4 - 7) = 9 \cdot (19 - 7) = 9 \cdot 12 = 108$

b) $12 + 4 \cdot (3 + 19) = 12 + 4 \cdot 22 = 12 + 88 = 100$

c) $55 - 3 \cdot (27 - 9) = 55 - 3 \cdot 18 = 55 - 54 = 1$

d) $33 + 6 \cdot 5 + 21 = 33 + 30 + 21 = 63 + 21 = 84$

103 ●

Calcula.

a) $15 + (12 + 6) : 3$

b) $31 - (13 + 8) : 7$

c) $4 + 15 : 5 + 17$

d) $42 - (3 + (32 : 4) : 2)$

a) $15 + (12 + 6) : 3 = 15 + 18 : 3 = 15 + 6 = 21$

b) $31 - (13 + 8) : 7 = 31 - 21 : 7 = 31 - 3 = 28$

c) $4 + 15 : 5 + 17 = 4 + 3 + 17 = 24$

d) $42 - (3 + (32 : 4) : 2) = 42 - (3 + 8 : 2) = 42 - (3 + 4) = 42 - 7 = 35$

104 **Realiza estas operaciones.**

a) $8 \cdot 3 + 36 : 9 + 5$

b) $144 : (24 : 6) + 4 \cdot 7$

c) $48 - 5 \cdot 7 + 9 \cdot 3 - 19$

d) $14 - 21 : 7 + 105 : 5$

a) $8 \cdot 3 + 36 : 9 + 5 = 24 + 4 + 5 = 33$

b) $144 : (24 : 6) + 4 \cdot 7 = 144 : 4 + 4 \cdot 7 = 36 + 28 = 64$

c) $48 - 5 \cdot 7 + 9 \cdot 3 - 19 = 48 - 35 + 27 - 19 = 75 - 54 = 21$

d) $14 - 21 : 7 + 105 : 5 = 14 - 3 + 21 = 35 - 3 = 32$

105 **Resuelve.**

a) $42 \cdot 3 - 124 : 4 - (180 : 9) : 5$

b) $(241 - 100 + 44) : 5 + 20 \cdot 7$

c) $7 + 8 \cdot (17 - 5) - 28 : 2$

d) $(12 + 3 \cdot 5) : 9 + 8$

a) $42 \cdot 3 - 124 : 4 - (180 : 9) : 5 = 42 \cdot 3 - 124 : 4 - 20 : 5 =$
$= 126 - 31 - 4 = 126 - 35 = 91$

b) $(241 - 100 + 44) : 5 + 20 \cdot 7 = (285 - 100) : 5 + 20 \cdot 7 =$
$= 185 : 5 + 140 = 37 + 140 = 177$

c) $7 + 8 \cdot (17 - 5) - 28 : 2 = 7 + 8 \cdot 12 - 28 : 2 = 7 + 96 - 14 =$
$= 103 - 14 = 89$

d) $(12 + 3 \cdot 5) : 9 + 8 = (12 + 15) : 9 + 8 = 27 : 9 + 8 = 3 + 8 = 11$

106 **Calcula el valor de estas expresiones.**

a) $3 \cdot (100 - 90) + 12 \cdot (5 + 2)$

b) $7 \cdot (26 : 2) - (6 : 3) \cdot 6 + 4$

c) $66 : (15 - 9) + 7 \cdot (6 : 2) - 12 : 2$

d) $7 \cdot (4 + 8 - 5) : (12 - 5) + 7 \cdot (8 - 6 + 1)$

e) $3 \cdot (15 : 3 - 2) + (8 + 20) : 4 - 1$

f) $38 - (30 : 6 + 5) \cdot 2 - 6 \cdot 3 : 2$

g) $8 \cdot (28 - 14 : 7 \cdot 4) : (22 + 5 \cdot 5 - 31)$

h) $[200 - 3 \cdot (12 : 4 - 3)] - 6 + 37 - 35 : 7$

a) $3 \cdot 10 + 12 \cdot 7 = 30 + 84 = 114$

b) $7 \cdot 13 - 2 \cdot 6 + 4 = 91 - 12 + 4 = 83$

c) $66 : 6 + 7 \cdot 3 - 6 = 11 + 21 - 6 = 26$

d) $7 \cdot 7 : 7 + 7 \cdot 3 = 49 : 7 + 21 = 7 + 21 = 28$

e) $3 \cdot (5 - 2) + 28 : 4 - 1 = 3 \cdot 3 + 7 - 1 = 9 + 7 - 1 = 15$

f) $38 - (5 + 5) \cdot 2 - 18 : 2 = 38 - 10 \cdot 2 - 9 = 38 - 20 - 9 = 9$

g) $8 \cdot (28 - 2 \cdot 4) : (22 + 25 - 31) = 8 \cdot (28 - 8) : 16 = 8 \cdot 20 : 16 =$
$= 160 : 16 = 10$

h) $[200 - 3 \cdot (3 - 3)] - 6 + 37 - 5 = [200 - 3 \cdot 0] - 6 + 37 - 5 =$
$= 200 - 6 + 37 - 5 = 226$

107 Calcula mentalmente el número que falta.

a) $3 \cdot 5 + 3 \cdot \square = 60$

b) $13 \cdot 40 - 13 \cdot \square = 260$

c) $15 \cdot \square + 7 \cdot \square - 15 \cdot 6 = 150$

a) 15 b) 20 c) 9, 15

108 Realiza las operaciones combinadas.

a) $\sqrt{49} + 3 \cdot (12 - 7)$

b) $7 + \sqrt{9} - 18 : 3$

c) $8 \cdot (12 - 5) + \sqrt{25}$

d) $3 + 4 \cdot (\sqrt{36} - 4)$

a) $7 + 3 \cdot 5 = 7 + 15 = 22$

b) $7 + 3 - 6 = 4$

c) $8 \cdot 7 + 5 = 56 + 5 = 61$

d) $3 + 4 \cdot 2 = 3 + 8 = 11$

109 Calcula.

a) $5^2 \cdot (3 + 28 : 4)$

b) $3^4 : \sqrt{9} - 2^2$

c) $3^3 \cdot \sqrt{4} - 4^2$

d) $2^4 \cdot (5 + \sqrt{36} : 3)$

e) $4^2 : 2^3 + \sqrt{64} : 2$

f) $(\sqrt{81} : 3) \cdot 2^3 - (4^2 + 3)$

a) $25 \cdot (3 + 7) = 250$

b) $3^4 : 3 - 2^2 = 3^3 - 2^2 = 27 - 4 = 23$

c) $27 \cdot 2 - 16 = 38$

d) $16 \cdot (5 + 2) = 16 \cdot 7 = 112$

e) $16 : 8 + 8 : 2 = 2 + 4 = 6$

f) $(9 : 3) \cdot 8 - 19 = 3 \cdot 8 - 19 = 5$

110 Efectúa estas operaciones.

a) $2^4 - 2^3 + 2^2 - 2$

b) $\sqrt{100} : 5 + 3^3 : 3$

c) $7 \cdot (5 + 3) - 5^2 \cdot \sqrt{4}$

d) $12 - 18 : 2 + 4 \cdot \sqrt{121}$

e) $7^2 : (\sqrt{36} + 1) - 2^2$

f) $(3^2 - \sqrt{25}) : (4^2 - 12)$

g) $2^5 : [(\sqrt{81} - 3^2) + 4^2]$

h) $5 \cdot 4^3 - (10^2 : 5^2) + \sqrt{100}$

a) $16 - 8 + 4 - 2 = 10$
b) $10 : 5 + 27 : 3 = 2 + 9 = 11$
c) $7 \cdot 8 - 25 \cdot 2 = 56 - 50 = 6$
d) $12 - 9 + 4 \cdot 11 = 3 + 44 = 47$
e) $49 : (6 + 1) - 4 = 49 : 7 - 4 = 7 - 4 = 3$
f) $(9 - 5) : (16 - 12) = 4 : 4 = 1$
g) $32 : (0 + 16) = 2$
h) $5 \cdot 64 - 4 + 10 = 326$

111 **Aproxima, mediante truncamiento, estos números a las centenas y decenas de millar.**

a) 18 935 **c) 761 012**
b) 35 781 **d) 1 999 999**

a) Centenas → 18 900 Decenas de millar → 10 000
b) Centenas → 35 700 Decenas de millar → 30 000
c) Centenas → 761 000 Decenas de millar → 760 000
d) Centenas → 1 999 900 Decenas de millar → 1 990 000

112 **Aproxima, mediante redondeo, estos números a las unidades de millar y a las decenas.**

a) 1 204 **b) 3 999 999** **c) 98 621** **d) 777 777**

a) Unidades de millar → 1 000 Decenas → 1 200
b) Unidades de millar → 4 000 000 Decenas → 4 000 000
c) Unidades de millar → 99 000 Decenas → 98 620
d) Unidades de millar → 778 000 Decenas → 777 780

113 **Copia esta tabla en tu cuaderno.**

a) Complétala con truncamientos. **b) Complétala con redondeos.**

a)

	A las decenas	A las centenas
345	340	300
8 999	8 990	8 900
62 000	62 000	62 000
125 589	125 580	125 500
2 326 001	2 326 000	2 326 000

b)

	A las decenas	A las centenas
345	350	300
8 999	9 000	9 000
62 000	62 000	62 000
125 589	125 590	125 600
2 326 001	2 326 000	2 326 000

114 Realiza las operaciones y aproxima su resultado a las unidades de millar, por truncamiento y redondeo.

a) 6070 − 1234
b) 365079 + 89301
c) 37213 − 15842
d) 101145 + 14402
e) 12763 − 10841
f) 24073 − 391

a) 4836	Redondeo: 5000	Truncamiento: 4000
b) 454380	Redondeo: 454000	Truncamiento: 454000
c) 21371	Redondeo: 21000	Truncamiento: 21000
d) 115547	Redondeo: 116000	Truncamiento: 115000
e) 1922	Redondeo: 2000	Truncamiento: 1000
f) 23682	Redondeo: 24000	Truncamiento: 23000

115 Escribe tres números cuyo redondeo y truncamiento a las centenas sean el mismo número.

Respuesta abierta. Por ejemplo: 1232, 345438, 404

116 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE RESUELVE UN PROBLEMA EN EL QUE LOS DATOS ESTÁN RELACIONADOS?

La factura telefónica del mes pasado fue de 34 €, la de este mes ha sido 5 € más cara y la de hace dos meses fue 4 € menos. ¿A cuánto ha ascendido el gasto en teléfono en los últimos tres meses?

PRIMERO. Se toma el dato conocido del problema.

«El mes pasado» → 34 €

SEGUNDO. Se calculan los demás datos del problema.

«Este mes 5 € más» → 34 + 5 = 39 €
«Hace dos meses 4 € menos» → 34 − 4 = 30 €

TERCERO. Se resuelve el problema.

34 + 39 + 30 = 103 €

El gasto en teléfono ha sido de 103 €.

117 En un partido de baloncesto, los máximos anotadores han sido Juan, Jorge y Mario. Juan ha logrado 19 puntos, Jorge 5 puntos más que Juan y Mario 7 puntos menos que Jorge. ¿Cuántos puntos han obtenido entre los tres?

19 + (19 + 5) + (19 + 5 − 7) = 19 + 24 + 17 = 60 puntos entre los tres.

118 Si ganase 56 € más al mes podría gastar: 420 € en el alquiler de la casa, 102 € en gasolina para el coche, 60 € en la manutención y 96 € en gastos generales, y ahorraría 32 €. ¿Cuánto gano al mes?

420 + 102 + 60 + 96 + 32 − 56 = 654 € gana al mes.

119 **Mario tiene 11 años y es 4 años menor que su hermana. Entre los dos tienen 19 años menos que su madre. ¿Cuántos años tiene la madre?**

Mario tiene 11 años.

Su hermana: $11 + 4 = 15$ años

Y su madre: $11 + 15 + 19 = 45$ años

120 **Se ha enseñado a un grupo de jóvenes a sembrar trigo. El primer día sembraron 125 kilos y el segundo día sembraron el doble de kilos que el primero.**

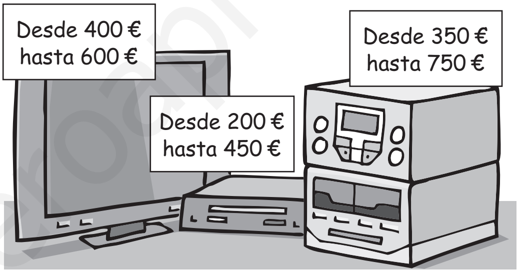
a) ¿Cuántos kilos sembraron el segundo día?

b) ¿Y entre los dos días?

a) $2 \cdot 125 = 250$ kg sembraron el segundo día.

b) $125 + 250 = 375$ kg sembraron entre los dos días.

121 **Observa estos precios.**



a) ¿Se pueden adquirir los tres artículos con 900 €?

b) ¿Cuál es la cantidad mínima necesaria para comprar los tres artículos?

c) ¿Cuánto sobra, con seguridad, si se dispone de 2 000 € para comprar los tres artículos?

a) Si compramos los artículos más baratos, los tres costarían: $400 + 200 + 350 = 950$ €. No se pueden adquirir los tres artículos.

b) La cantidad mínima necesaria sería de 950 €.

c) El mayor coste posible será: $600 + 450 + 750 = 1\,800$ €, luego sobran, con seguridad: $2\,000 - 1\,800 = 200$ €

122 **Un generador eléctrico consume 9 litros de gasolina a la hora y una bomba de agua 7 veces más. ¿Cuántos litros consumen entre los dos al cabo de 4 horas?**

En 1 hora consumen: $9 + 9 \cdot 7 = 72$ litros

En 4 horas consumen: $72 \cdot 4 = 288$ litros

123 **Cada fin de semana Luis recibe 6 € y se gasta 4 €. ¿Cuántas semanas han de pasar hasta que ahorre 18 €?**

$$\frac{18}{6-4} = 9 \text{ semanas}$$

124 **Pedro tiene 79 € para comprar sillas. Sabiendo que cada una cuesta 7 €, ¿cuántas sillas puede comprar? ¿Cuánto le sobra?**

Puede comprar $79 : 7 = 11$ sillas y le sobran 2 €.

125 ●●
Una botella de 1 litro de aceite cuesta 3 €. Si la garrafa de 6 litros cuesta 12 €, ¿cuánto dinero nos ahorramos comprando garrafas?

El litro de aceite de la garrafa cuesta 2 €, es decir, nos ahorramos 1 € en cada litro.

126 ●●●
Un coche va a 110 km/h y otro a 97 km/h. ¿Cuántos kilómetros le llevará de ventaja el primer coche al segundo al cabo de 9 horas?

Le llevará de ventaja: $110 - 97 = 13$ km en 1 hora, y en 9 horas, $13 \cdot 9 = 117$ km.

127 ●●
Vamos a repartir 720 € entre tres personas y se sabe que la primera recibirá 280 €. ¿Cuánto recibirán las otras dos si el resto se reparte en partes iguales?

$\frac{720 - 280}{2} = 220$ € recibirá cada persona.

128 ●●
Nacho y Ana están preparando una fiesta y compran 12 botellas de 2 litros de naranja, 12 de limón y 12 de cola.

a) ¿Cuántos litros han comprado?

b) Si cada botella de 2 litros cuesta 2 €, ¿cuánto dinero se han gastado?

a) $12 \cdot 2 + 12 \cdot 2 + 12 \cdot 2 = 72$ litros han comprado.

b) $(12 + 12 + 12) \cdot 2 = 72$ € se han gastado.

129 ●●●
En un vivero tienen plantados 1 752 pinos.

a) Si los venden en grupos de 12 pinos a 4 € cada grupo, ¿cuánto dinero obtienen?

b) ¿Cuántos pinos más necesitarían para vender pinos por un valor de 600 €?

a) $(1\,752 : 12) \cdot 4 = 584$ €

b) $(600 - 584) : 4 \cdot 12 = 48$ pinos

130 ●●●
En España cada persona recicla, por término medio, 14 kg de vidrio cada año.

a) Si en España hay 40 millones de personas, ¿cuántos kilos de vidrio se reciclan al año?

b) Para reciclar 680 000 000 000 kg, ¿cuántos kilos más debería reciclar cada persona?

a) $40\,000\,000 \cdot 14 = 560\,000\,000$ kg

b) $680\,000\,000\,000 : 40\,000\,000 = 17\,000$ kg

131 ●● **El tablero del ajedrez es un cuadrado formado por 8 filas, con 8 cuadraditos en cada fila. ¿Cuántos cuadraditos hay en total?**

$8^2 = 64$ cuadraditos

132 ●● **Marta quiere saber cuántos melocotones hay en el almacén. Para ello hace 5 montones con 5 cajas en cada montón, y en cada caja, 5 filas con 5 melocotones en cada fila. ¿Cuántos melocotones hay?**

$5^4 = 625$ melocotones

133 ●● **Luis acaba de recibir cuatro cajas cuadradas llenas de vasos que debe colocar. La caja tiene cuatro filas y hay cuatro vasos en cada fila. ¿Cuántos vasos tiene que colocar?**

Tiene que colocar $4^3 = 64$ vasos.

134 ●● **¿Cuántos azulejos necesita Jorge para cubrir una pared cuadrada, si en la primera fila ha colocado 5 azulejos?**

$5^2 = 25$ azulejos

135 ●●● **Una fotografía cuadrada de 16 cm² la queremos ampliar en cuatro veces su tamaño. ¿Cuál será la longitud de un lado de la foto?**

Como $16 \cdot 4 = 64$ cm², entonces $\sqrt{64} = 8$ cm será la longitud del lado de la foto.

136 ●●● **Para repartir 27 caramelos en bolsas de 4, 5 o 6 caramelos sin que sobre ninguno, ¿cuántas bolsas necesitamos como mínimo?**

Calculamos cuántos caramelos podríamos meter en las bolsas mayores, las bolsas de 6 caramelos:

$$\begin{array}{r|l} 27 & 6 \\ \hline 3 & 4 \end{array}$$

Si usamos 4 bolsas de 6 caramelos, sobran 3.

Como no tenemos bolsas de 3 caramelos, utilizaremos 3 bolsas de 6 caramelos, $3 \cdot 6 = 18$, y nos quedan por envasar $27 - 18 = 9$.

Ahora calculamos cuántos caramelos de los que nos sobran, 9, podríamos meter en la siguiente bolsa mayor, la de 5 caramelos.

$$\begin{array}{r|l} 9 & 5 \\ \hline 4 & 1 \end{array}$$

Usamos una bolsa de 5 caramelos y nos sobran 4.

Como tenemos bolsas de 4 caramelos, utilizaremos una bolsa de este tamaño.

Por tanto, necesitaríamos como mínimo 5 bolsas: tres de 6 caramelos, una de 5 caramelos y otra de 4 caramelos.

137 Tenemos 320 kg de naranjas que se quieren empaquetar en bolsas de 12 kg, 5 kg y 3 kg. ¿Cuántas bolsas se necesitan como mínimo?

Primero usamos 320 : 12 = 26 bolsas y sobran 8 kg, luego usamos 8 : 5 = 1 bolsa y sobran 3 kg, y finalmente usamos 3 : 3 = 1 bolsa.
En total usaremos 26 bolsas de 12 kg, 1 bolsa de 5 kg y 1 bolsa de 3 kg.

138 Se quieren repartir 31 alumnos en grupos. Cada grupo debe tener al menos 3 alumnos y como máximo 5. ¿Cuántos grupos se pueden formar como mínimo? ¿Y como máximo?

31 : 6 → $c = 5$, $r = 1$. No se pueden hacer grupos con 1 alumno.

31 : 5 → $c = 5$, $r = 6$; 6 : 3 = 2
Como mínimo se pueden hacer 5 grupos de 5 alumnos y 2 grupos de 3 alumnos.

31 : 3 → $c = 9$, $r = 4$; 4 : 4 = 1
Como máximo se pueden hacer 9 grupos de 3 alumnos y 1 grupo de 4 alumnos.

139 Las siguientes operaciones representan una división.

a) $19 = 3 \cdot 5 + 4$

b) $19 = 3 \cdot 6 + 1$

Identifica el dividendo, el divisor, el cociente y el resto.

a) Dividendo = 19 Resto = 4
Como Resto < Divisor → Divisor = 5 Cociente = 3

b) Dividendo = 19 Resto = 1
Como Resto < Divisor, existen dos posibilidades:
Divisor = 3 Cociente = 6
Divisor = 6 Cociente = 3

140 Creamos un número escribiendo en fila todos los números desde el 1 hasta el 2006.
¿Qué cifra ocupará la posición 2006?

Hasta el número 1000 tendremos:

$$\left.\begin{array}{l}\bullet\ \text{9 números de 1 cifra} \longrightarrow 9\\ \bullet\ \text{90 números de 2 cifras} \rightarrow 180\end{array}\right\} \rightarrow 9 + 180 = 189$$

A partir de la posición 189 comienzan los números de 3 cifras. Los números de 3 cifras son: 2006 − 189 = 1817

La división 1817 : 3 tiene 605 de cociente y 2 de resto. Por tanto, necesitamos 605 números de 3 cifras, siendo la cifra de las decenas del siguiente número la que ocupará la posición 2006.

El último número entero de 3 cifras es: 99 + 605 = 704, luego la cifra de las decenas del número 705 es 0.

141 **Escribiendo un 3 al comienzo y un 2 al final de cierto número, este aumenta en 37 328. ¿De qué número estamos hablando?**

El número debe ser de 3 cifras, pues si fuera de 2 cifras la diferencia se aproximaría a 3000, y si fuera de 5 cifras la diferencia se aproximaría a 300 000.

Por tanto, el número es *abc* y 3*abc*2 − *abc* = 37 328.

El 2 menos las unidades debe ser 8, por lo que las unidades serán 4 y nos llevamos 1.

El 4 (*c*) menos las decenas más 1 tiene que ser 2, luego las decenas son 1.

El 1 (*c*) menos las centenas debe ser 3, siendo las centenas 8 y nos llevamos 1.

El número es 814.

38 142 − 814 = 37 328

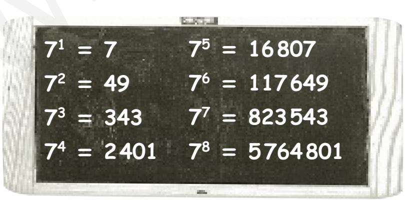
142 **Un número capicúa es un número que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda: por ejemplo, 15 951.**

¿Cuántos números naturales comprendidos entre 100 y 1 000 son capicúas?

Entre 100 y 110 hay un número capicúa, 101; entre 110 y 120, está 111…, es decir, en cada decena completa hay un número capicúa. Por tanto, entre 100 y 1 000 hay 900 : 10 = 90 decenas, luego hay 90 números capicúas.

Haciéndolo de otro modo: por estar entre 100 y 1 000 los capicúas son de tres cifras, luego su forma es *aba*, siendo *a* una cifra del 1 al 9 y *b* del 0 al 9, por lo que las combinaciones son 9 · 10 = 90 números capicúas.

143 **Mira estas potencias. ¿En qué cifra acaba 7^{2006}?**



2006 = 4 · 501 + 2. Las potencias que son de la forma $7^{4 \cdot x + 2}$ terminan en 9. Luego la potencia 7^{2006} termina en 9.

144 **Observa la suma:**

$$1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + \ldots + 10^{2006} + 10^{2007}$$

¿Sabrías decir cuánto suman las cifras de este número?

El número estará formado por 2007 números 1, luego su suma será 2007.

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

145 ●●●

A Sofía le ha llegado este mensaje telefónico.

Sofía no se lo ha creído, pero le ha dado una idea…

En su grupo ecologista quieren hacer una campaña para concienciar a la gente del deterioro de los fondos marinos.

Sofía va a mandar este mensaje a tres amigos. Cada uno de ellos, al día siguiente, mandará el mensaje a otros tres amigos. Así, la cadena no se rompe.

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) ¿Cuántos mensajes enviará Sofía? ¿Y cada uno de sus amigos?

b) Si Sofía envía hoy los mensajes, ¿cuándo se enviarán el resto de mensajes?

c) ¿Cuántos mensajes se enviarán el tercer día?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

d) Si falta una semana para el acto y todas las personas mandan sus mensajes, ¿a cuántas personas, como máximo, llegará el mensaje?

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

e) ¿Qué ocurriría si Sofía hubiera mandado solo 2 mensajes? ¿Y si hubieran sido 4? ¿Y 5?

a) Sofía enviará 3 mensajes. Cada uno de sus amigos enviará también 3 mensajes.

b) Los tres amigos a los que Sofía envía los mensajes mandarán sus mensajes al día siguiente.

c) El primer día se enviarán: 3 mensajes
El segundo día: $3^2 = 9$ mensajes
El tercer día: $3^3 = 27$ mensajes

d) El mensaje llegará a:
$3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7 =$
$= 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729 + 2187 = 3279$ personas

e) • Si Sofía manda 2 mensajes:
$2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^5 + 2 \cdot 3^6 =$
$= 2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486 + 1458 = 3158$ personas

• Si Sofía manda 4 mensajes:
$4 + 4 \cdot 3 + 4 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3^3 + 4 \cdot 3^4 + 4 \cdot 3^5 + 4 \cdot 3^6 =$
$= 2 \cdot (2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^5 + 2 \cdot 3^6) =$
$= 2 \cdot 3158 = 6316$ personas

• Si Sofía manda 5 mensajes:
$5 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3^3 + 5 \cdot 3^4 + 5 \cdot 3^5 + 5 \cdot 3^6 =$
$= 5 + 15 + 45 + 135 + 405 + 1215 + 3645 = 5465$ personas

146 ●●●

El consejo directivo del Polideportivo NUEVO CENTRO ha decidido incluir publicidad en su campo de hockey.

La pista de hockey tiene una superficie de 800 m², y los bordes de la pista están rodeados por vallas publicitarias. Se propone cobrar una cuota anual de 400 €/m.

Los miembros del consejo directivo quieren calcular el dinero anual que recibirían por la publicidad, pero desconocen las dimensiones exactas de los lados del campo.

A un miembro del consejo se le ha ocurrido una forma de calcularlo, pues el campo de hockey está formado por dos cuadrados iguales.

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) ¿Dónde se va a colocar la publicidad? Haz un gráfico en tu cuaderno y señala la parte del campo de hockey que ocupará la publicidad.

b) ¿Cuál es la superficie del campo? ¿Cuáles serán los ingresos del polideportivo anualmente por cada metro de publicidad?

c) Dibuja en tu cuaderno un campo de hockey con las características que indica el enunciado.

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

d) Si alquilan todas las vallas publicitarias del campo, ¿cuánto dinero recibirán anualmente?

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

e) Si el presupuesto para unas obras de reforma que necesitan hacer es de 54 000 €, ¿a cuánto tienen que cobrar el metro de publicidad para cubrir los gastos?

a) En las vallas que delimitan los lados del campo de hockey.

b) La superficie del campo es de 800 m². Los ingresos anuales serán de 400 €/m.

c) El campo de hockey que se dibuje tendrá que tener el doble de longitud de largo que de ancho.

d) Si el campo está compuesto por dos cuadrados iguales, cada cuadrado tiene una superficie de $800 : 2 = 400$ m². Por tanto, cada cuadrado tiene de lado:

Lado del cuadrado $= \sqrt{400} = 20$ m

Dimensiones del campo: 20 m de ancho
40 m de largo

Longitud de valla publicitaria = Perímetro del campo =
$= 20 \cdot 2 + 40 \cdot 2 = 120$ m

Ingresos anuales $= 120 \cdot 400 = 48\,000$ €

e) $54\,000 : 120 = 450$ €/m

2 Divisibilidad

Después del jueves..., otro jueves

En la Navidad de 1582, Gregorio XIII atendía distante a un jesuita que estaba visiblemente alterado.

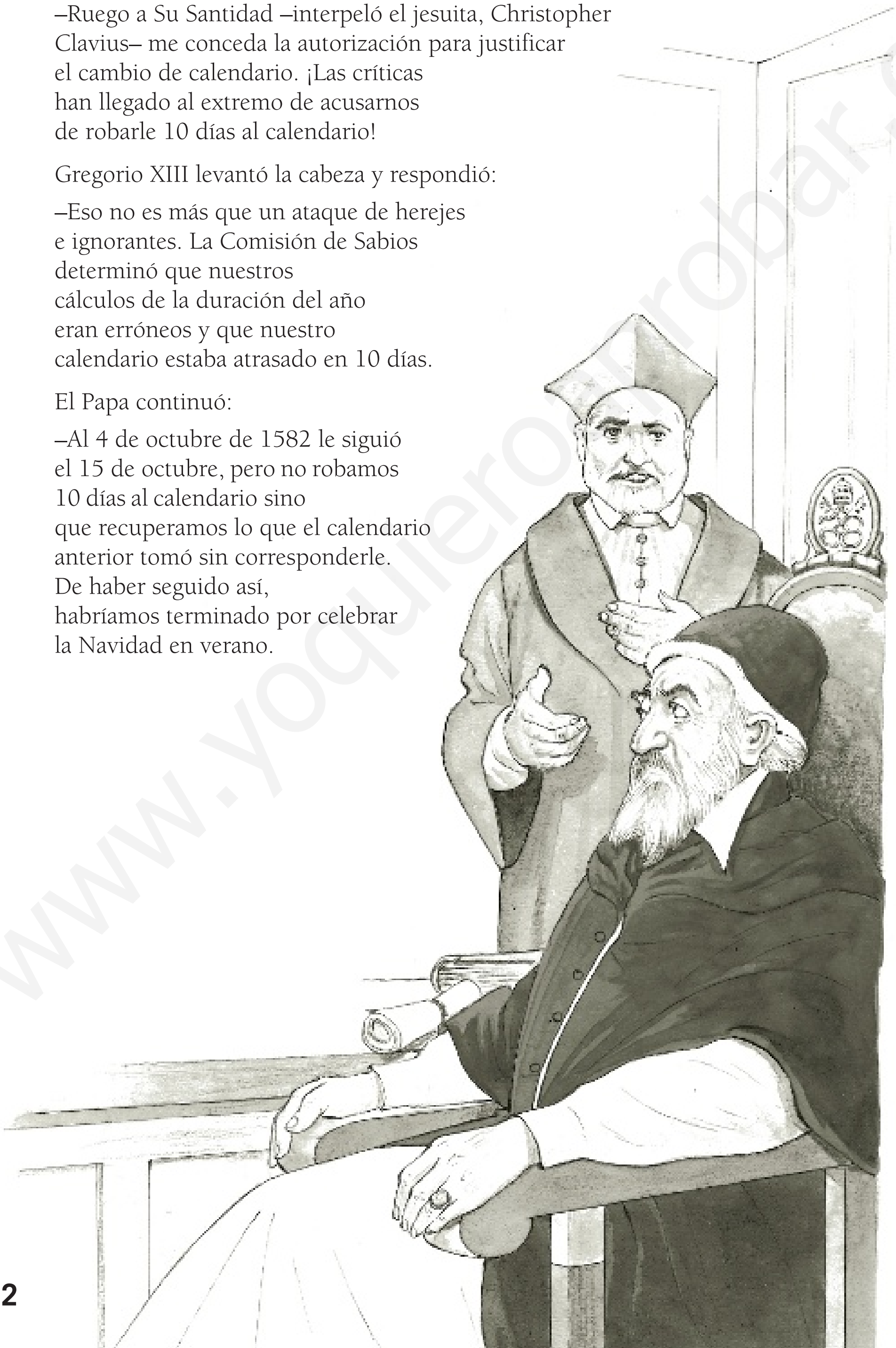
–Ruego a Su Santidad –interpeló el jesuita, Christopher Clavius– me conceda la autorización para justificar el cambio de calendario. ¡Las críticas han llegado al extremo de acusarnos de robarle 10 días al calendario!

Gregorio XIII levantó la cabeza y respondió:

–Eso no es más que un ataque de herejes e ignorantes. La Comisión de Sabios determinó que nuestros cálculos de la duración del año eran erróneos y que nuestro calendario estaba atrasado en 10 días.

El Papa continuó:

–Al 4 de octubre de 1582 le siguió el 15 de octubre, pero no robamos 10 días al calendario sino que recuperamos lo que el calendario anterior tomó sin corresponderle. De haber seguido así, habríamos terminado por celebrar la Navidad en verano.



DESCUBRE LA HISTORIA...

1 **Busca información sobre Christopher Clavius y su relación con el papa Gregorio XIII.**

Pinchando en el enlace Biografías, de la siguiente página web, podrás encontrar la biografía de Christopher Clavius: http://abalontico.matem.unam.mx/cprieto

En esta página en inglés también puedes completar la biografía de Christopher Clavius buscando por su apellido o por la fecha en que vivió: http://www.gap-system.org/~history/BiogIndex.html

Para obtener información sobre Gregorio XIII puedes introducir su nombre en el buscador de esta página: http://www.artehistoria.jcyl.es/historia/index.html

2 **Investiga qué calendario se utilizaba hasta que se estableció el calendario actual y por qué se produjo la diferencia de 10 días al cambiarlo.**

Para ampliar la información sobre el cambio del calendario juliano al gregoriano puedes visitar esta página web: http://www.sabercurioso.com/2007/11/14/calendario-gregoriano/

3 **Explica el criterio de divisibilidad que establece el calendario gregoriano para los años bisiestos.**

Para obtener más información sobre la regla de los años bisiestos puedes visitar esta página: http://enroquedeciencia.blogspot.com/2009/09/nueva-regla-para-los-anos-bisiestos.html

EVALUACIÓN INICIAL

1 **Decide si las siguientes divisiones son exactas o no.**

a) 146 : 5 c) 120 : 2 e) 842 : 6 g) 1 526 : 7
b 630 : 3 d) 300 : 4 f) 475 : 12 h) 2 310 : 5

a) No exacta. c) Exacta. e) No exacta. g) Exacta.
b) Exacta. d) Exacta. f) No exacta. h) Exacta.

2 **Halla el cociente y el resto de estas divisiones. Realiza la prueba de la división de cada una de ellas.**

a) 128 : 2 c) 720 : 5 e) 642 : 5 g) 1 511 : 7
b) 910 : 4 d) 800 : 9 f) 470 : 3 h) 6 450 : 11

a) Cociente: 64 Resto: 0
$128 = 2 \cdot 64 + 0$

b) Cociente: 227 Resto: 2
$910 = 4 \cdot 227 + 2$

c) Cociente: 144 Resto: 0
$720 = 5 \cdot 144 + 0$

d) Cociente: 88 Resto: 8
$800 = 9 \cdot 88 + 8$

e) Cociente: 128 Resto: 2
$642 = 5 \cdot 64 + 2$

f) Cociente: 156 Resto: 2
$470 = 3 \cdot 156 + 2$

g) Cociente: 215 Resto: 6
$1511 = 7 \cdot 215 + 6$

h) Cociente: 586 Resto: 4
$6450 = 11 \cdot 586 + 4$

3 **Expresa, si se puede, en forma de potencia:**

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ b) $10 \cdot 10 \cdot 10$ c) $2 \cdot 7 \cdot 11$ d) $3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2$

a) 5^5 b) 10^3 c) No es posible. d) $3^2 \cdot 2^2$

Divisibilidad

EJERCICIOS

001 **Comprueba si entre estas parejas de números existe relación de divisibilidad.**

a) 500 y 20 **c) 252 y 18** **e) 770 y 14**
b) 350 y 23 **d) 79 y 3** **f) 117 y 12**

a) 500 es divisible por 20.
b) 350 no es divisible por 23.
c) 252 es divisible por 18.
d) 79 no es divisible por 3.
e) 770 es divisible por 14.
f) 117 no es divisible por 12.

002 **Si un número es divisible por otro, ¿cuál es el resto de la división?**

El resto de la división es cero.

003 **¿Es divisible 144 por alguno de los siguientes números?**

a) 2 **c) 6** **e) 10**
b) 3 **d) 8** **f) 144**

144 es divisible por 2, por 3, por 6, por 8 y por 144.

004 **El dividendo de una división es 196, el divisor es 16 y el cociente es 12. ¿Es divisible 196 por 16? Contesta sin realizar la operación.**

$16 \cdot 12 = 192 \neq 196$, luego no es divisible.

005 **Aplica los criterios de divisibilidad que conoces a estos números.**

a) 33 **c) 616** **e) 1 100** **g) 3 322**
b) 5 025 **d) 900** **f) 812** **h) 785**

a) 33 es divisible por 3 y 11.
b) 5 025 es divisible por 3 y 5.
c) 616 es divisible por 2.
d) 900 es divisible por 2, 3, 5 y 10.
e) 1 100 es divisible por 2, 5 y 10.
f) 812 es divisible por 2.
g) 3 322 es divisible por 2 y 11.
h) 785 es divisible por 5.

006 **Completa los siguientes números para que sean divisibles por 3.**

a) 45☐ **c) 6☐2** **e) 1☐14**
b) ☐78 **d) 19☐4** **f) 20☐1**

a) Puede ser: 450, 453, 456, 459.
b) Puede ser: 378, 678, 978.
c) Puede ser: 612, 642, 672.
d) Puede ser: 1914, 1944, 1974.
e) Puede ser: 1314, 1614, 1914, 1014.
f) Puede ser: 2031, 2061, 2091, 2001.

007 **De los números 230, 455, 496, 520, 2 080, 2 100 y 2 745:**

a) ¿Cuáles son divisibles por 2? ¿Y por 3?

b) ¿Cuáles son divisibles por 5? ¿Y por 11?

a) Múltiplos de 2: 230, 496, 520, 2 080 y 2 100.
Múltiplos de 3: 2 100 y 2 745.

b) Múltiplos de 5: 230, 455, 520, 2 080, 2 100 y 2 745.
Ninguno es múltiplo de 11.

008 **Cualquier número divisible por 9 es divisible también por 3. Un número divisible por 3, ¿es divisible por 9? Pon un ejemplo.**

Un número divisible por 3 no tiene necesariamente que ser divisible por 9. Por ejemplo, 12 es divisible por 3 y no es divisible por 9.

009 **Sabiendo que un número es divisible por 4 si el número formado por las dos últimas cifras es divisible por 4, ¿son divisibles por 4 estos números?**

a) 824 **b) 1 206** **c) 180**

a) 824 es divisible por 4, porque 24 es divisible por 4.

b) 1 206 no es divisible por 4, porque 6 no es divisible por 4.

c) 180 es divisible por 4, porque 80 es divisible por 4.

010 **¿Es 35 múltiplo de 5? Razona la respuesta.**

Sí es múltiplo, porque la división 35 : 5 es una división exacta.

011 **¿Es 48 múltiplo de 6? Razona la respuesta.**

Sí es múltiplo, porque la división 48 : 6 es una división exacta.

012 **Completa los diez primeros múltiplos de 8.**

8, 16, □, 32, □, □, □, □, □, 80

8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80

013 **Si 18 es múltiplo de 9, ¿$18 \cdot 4$ es múltiplo de 9? ¿Es 18 múltiplo de $9 \cdot 4$? Compruébalo.**

Como $18 = 9 \cdot 2$, $18 \cdot 4 = 9 \cdot 2 \cdot 4 = 9 \cdot 8$, luego $18 \cdot 4$ es múltiplo de 9.
18 no es múltiplo de $9 \cdot 4$, porque 18 : 36 no es una división exacta.

014 **Halla un número entre 273 y 339 que sea múltiplo de 34.**

$34 \cdot 10 = 340$, que es mayor que 339, luego $34 \cdot (10 - 1) = 34 \cdot 9 = 306$ es un múltiplo de 34 y está entre 273 y 339.

Divisibilidad

015 **¿Cuáles son divisores de 36?**

2 7 12 36 15 20 1 4 40 9

Son divisores de 36: 2, 12, 36, 1, 4 y 9.

016 **Calcula todos los divisores de:**

a) 30 **d) 55** **g) 90**
b) 27 **e) 100** **h) 79**
c) 45 **f) 89** **i) 110**

a) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30
b) 1, 3, 9 y 27
c) 1, 3, 5, 9, 15 y 45
d) 1, 5, 11 y 55
e) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 y 100
f) 1 y 89
g) 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45 y 90
h) 1 y 79
i) 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55 y 110

017 **Di si es cierto o no.**

a) 12 es divisor de 3. **b) 12 es múltiplo de 3.**

a) Falso, porque 3 : 12 no es una división exacta.
b) Cierto, $12 = 3 \cdot 4$ es múltiplo de 3.

018 **Si 45 es múltiplo de 9, ¿es cierto lo siguiente?**

a) 45 es divisor de 9. **c) 9 es divisor de 45.**
b) 45 es divisible por 9. **d) 9 es múltiplo de 45.**

a) Falsa. b) Cierta. c) Cierta. d) Falsa.

019 **¿Es 101 un número primo? ¿Por qué?**

Es primo, porque sus únicos divisores son él mismo y la unidad.

020 **Calcula todos los números primos comprendidos entre 100 y 150.**

101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139 y 149

021 **Descompón los números 8, 20, 45, 70 y 100 en producto de:**

a) Dos factores. **b) Tres factores.** **c) Cuatro factores.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $8 = 2 \cdot 4$; $20 = 4 \cdot 5$; $45 = 5 \cdot 9$; $70 = 7 \cdot 10$; $100 = 10 \cdot 10$
b) $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$; $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$; $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$; $70 = 7 \cdot 2 \cdot 5$; $100 = 4 \cdot 5 \cdot 5$
c) $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1$; $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 1$; $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1$; $70 = 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 1$;
$100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

022 **Descompón en producto de factores primos los siguientes números.**

a) 36 **c) 24** **e) 180**
b) 100 **d) 98** **f) 120**

a) $36 = 2^2 \cdot 3^2$
b) $100 = 2^2 \cdot 5^2$
c) $24 = 2^3 \cdot 3$
d) $98 = 2 \cdot 7^2$
e) $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
f) $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

023 **Descompón en producto de factores primos y escribe cómo son estos números.**

a) 13 **c) 29**
b) 61 **d) 97**

a) $13 = 1 \cdot 13$
b) $61 = 1 \cdot 61$
c) $29 = 1 \cdot 29$
d) $97 = 1 \cdot 97$

Todos estos números son primos.

024 **Completa para que se cumplan las igualdades.**

a) $2^3 \cdot 3^2 \cdot \square = 360$ **b)** $\square^2 \cdot 7^2 \cdot 11 = 4\,851$

a) 5
b) 3

025 **La descomposición en factores primos de un número es $2 \cdot 3 \cdot 5$. ¿Cuál sería la factorización si lo multiplicamos por 6? ¿Y si lo multiplicamos por 10? ¿Y por 15?**

Multiplicamos por 6: $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
Multiplicamos por 10: $2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$
Multiplicamos por 15: $3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

026 **Calcula el máximo común divisor de cada pareja de números.**

a) 42 y 21 **c) 13 y 90** **e) 60 y 24**
b) 24 y 102 **d) 12 y 35** **f) 72 y 11**

a) $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$	$21 = 3 \cdot 7$	m.c.d. $(42, 21) = 3 \cdot 7 = 21$
b) $24 = 2^3 \cdot 3$	$102 = 2 \cdot 3 \cdot 17$	m.c.d. $(24, 102) = 2 \cdot 3 = 6$
c) $13 = 13$	$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$	m.c.d. $(13, 90) = 1$
d) $12 = 2^2 \cdot 3$	$35 = 5 \cdot 7$	m.c.d. $(12, 35) = 1$
e) $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$	$24 = 2^3 \cdot 3$	m.c.d. $(60, 24) = 2^2 \cdot 3 = 12$
f) $72 = 2^3 \cdot 3^2$	$11 = 11$	m.c.d. $(72, 11) = 1$

027 **Halla el máximo común divisor de 18, 30 y 54.**

$18 = 2 \cdot 3^2$, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, $54 = 2 \cdot 3^3$; m.c.d. $(18, 30, 54) = 2 \cdot 3 = 6$

028 **Calcula *x*, sabiendo que m.c.d. $(x, 28) = 14$. ¿Es única la solución?**

m.c.d. $(x, 28) = 14 \rightarrow$ Como $14 = 7 \cdot 2$ y $28 = 7 \cdot 2^2$, $x = 7 \cdot 2 \cdot n$, siendo n cualquier número natural que no sea par, porque si no el máximo común divisor sería 28. Por tanto, hay infinitas soluciones.

029 **Halla el m.c.m. (12, 18), calculando sus múltiplos.**

Múltiplos de 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, …

Múltiplos de 18: 18, 36, 54, 72, …

m.c.m. $(12, 18) = 36$

030 **Determina el mínimo común múltiplo de estas parejas de números.**

a) 5 y 12 **b) 6 y 14**

a) $5 = 5$ $12 = 2^2 \cdot 3$ m.c.m. $(5, 12) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

b) $6 = 2 \cdot 3$ $14 = 2 \cdot 7$ m.c.m. $(6, 14) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$

031 **Halla el mínimo común múltiplo de 15, 25 y 9.**

$15 = 3 \cdot 5$ $25 = 5^2$ $9 = 3^2$ m.c.m. $(15, 25, 9) = 3^2 \cdot 5^2 = 225$

032 **¿Qué valores tendrá *x* si m.c.m. $(x, 8) = 40$? ¿Es única la solución?**

$40 = 2^3 \cdot 5$, $8 = 2^3$. Los valores que puede tomar x son $2^n \cdot 5$, siendo n un número entero comprendido entre 0 y 3.
Por tanto, x puede ser 5, 10, 20 o 40.

ACTIVIDADES

033 **¿Es divisible por 7 el número 1 547?**

Sí, porque la división $1\,547 : 7 = 221$ es exacta.

034 **¿Es divisible por 9 el número 3 726?**

Sí, porque la división $3\,726 : 9 = 414$ es exacta.

035 **¿Es divisible por 10 el número 4 580?**

Sí, porque la división $4\,580 : 10 = 458$ es exacta.

036 **Comprueba si entre las siguientes parejas de números existe relación de divisibilidad.**

a) 476 y 16 **c) 147 y 17** **e) 322 y 18**

b) 182 y 19 **d) 288 y 24** **f) 133 y 19**

a) $476 : 16 \rightarrow c = 29$ $r = 12 \rightarrow$ No existe relación de divisibilidad.
b) $182 : 19 \rightarrow c = 9$ $r = 11 \rightarrow$ No existe relación de divisibilidad.
c) $147 : 17 \rightarrow c = 8$ $r = 11 \rightarrow$ No existe relación de divisibilidad.
d) $288 : 24 \rightarrow c = 12$ $r = 0 \rightarrow$ Sí existe relación de divisibilidad.
e) $322 : 18 \rightarrow c = 17$ $r = 16 \rightarrow$ No existe relación de divisibilidad.
f) $133 : 19 \rightarrow c = 7$ $r = 0 \rightarrow$ Sí existe relación de divisibilidad.

037 **El dividendo de una división es 214, el divisor es 21 y el cociente es 10. ¿Es divisible 214 por 21?**

$21 \cdot 10 = 210 \neq 214$, luego 214 no es divisible por 21.

038 **El número 186 es divisible por 31. Comprueba si 2 · 186 y 3 · 186 son también divisibles por 31.**

$2 \cdot 186 = 372$ $372 : 31 = 12$ (división exacta)
$3 \cdot 186 = 558$ $558 : 31 = 18$ (división exacta)
Son también divisibles por 31.

039 **Averigua cuáles de los siguientes números son divisibles por 2, 3, 5, 10 y 11.**
a) 258 b) 1 176 c) 2 420 d) 55 030

a) Divisible por 2 y 3.
b) Divisible por 2 y 3.
c) Divisible por 2, 5, 10 y 11.
d) Divisible por 2, 5 y 10.

040 **Calcula el menor número que debemos sumar a 3 456 para obtener un múltiplo de 11.**

La suma de las cifras pares es $3 + 5 = 8$, y la suma de las impares, $4 + 6 = 10$, siendo la diferencia 2, por lo que hay que sumarle 9 para que dé 11. $3456 + 9 = 3465$, que es divisible por 11.

041 **El número 6 345 no es divisible por 11. Intercambia sus cifras para que lo sea.**

3 465, 3 564, 4 356, 4653, 5 346, 5 643, 6 435 y 6 534

042

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA UNA CIFRA PARA QUE UN NÚMERO SEA DIVISIBLE POR OTRO?

¿Cuánto debe valer *a* para que el número 3*a*2 sea múltiplo de 3?

PRIMERO. Se aplica el criterio de divisibilidad. En este caso, la suma de las cifras del número debe ser un múltiplo de 3.

$$3 + a + 2 = 5 + a$$

La suma $5 + a$ tiene que ser múltiplo de 3.

SEGUNDO. Se tantean los valores de *a* para que se cumpla el criterio de divisibilidad. Los valores que puede tomar *a* son:

- $a = 1$, ya que $5 + 1 = 6$.
- $a = 4$, ya que $5 + 4 = 9$.
- $a = 7$, ya que $5 + 7 = 12$.

043 ¿Cuánto debe valer *a* para que el número 3*a*2 sea múltiplo de 2?

Puede tener cualquier valor, porque el número acaba en 2 y ya es múltiplo de 2.

044 ¿Cuánto debe valer *a* para que el número 3*a*2 sea múltiplo de 5?

El número 3*a*2 no puede ser múltiplo de 5 porque termina en 2.

045 ¿Cuánto debe valer *a* para que el número 3*a*2 sea múltiplo de 7?

El valor de *a* es 2 o 9.

046 **Completa los siguientes números, para que:**

a) 35☐ sea divisible por 2.
b) ☐31 sea divisible por 3.
c) 84☐ sea divisible por 5.

a) La última cifra puede ser cualquier número par: 0, 2, 4, 6 u 8.
b) La primera cifra puede ser $2 + 3 \cdot n$, es decir, 2, 5 u 8.
c) La última cifra puede ser: 0 o 5.

047 **Calcula cuánto ha de valer *n* para que:**

a) *n*05 sea divisible por 3 y por 5.
b) 5*n*8 sea divisible por 2 y por 3.
c) *n*30 sea divisible por 2, por 3 y por 5.

a) El valor de *n* puede ser: 1, 4 o 7.
b) El valor de *n* puede ser: 2, 5 u 8.
c) El valor de *n* puede ser: 3, 6 o 9.

048 **HAZLO ASÍ**

¿CUÁLES SON LOS CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD DE ALGUNOS NÚMEROS COMPUESTOS?

¿Es divisible por 15 el número 8085?

PRIMERO. Se expresa 15 como producto de factores primos.

$$15 = 3 \cdot 5$$

Para que un número sea divisible por 15, tiene que serlo por 3 y por 5.

SEGUNDO. Se estudia si el número es divisible por sus factores primos.

$$8 + 0 + 8 + 5 = 21 \;\rightarrow\; \text{Múltiplo de 3}$$

También es divisible por 5, porque termina en 5.

El número 8085 es divisible por 3 y por 5, y por tanto, también por 15.

049 **¿Es divisible por 15 el número 4 920?**

El número 4 920 es divisible por 3 y por 5, luego es divisible por 15.

050 **Sin efectuar la división, di cuál de los números es divisible por 6.**

824 413 1 206 3 714

$6 = 2 \cdot 3$, luego un número es divisible por 6 si lo es por 2 y por 3.
Son divisibles por 6: 1 206 y 3 714.

051 **Sin hacer las divisiones, averigua cuáles de los siguientes números son divisibles por 6 y por 9.**

a) 7 200 **b) 2 100** **c) 1 089**

a) Es divisible por 6 porque es divisible por 2 (termina en 0) y por 3 $(7 + 2 + 0 + 0 = 9)$, y es divisible por 9 porque la suma de sus cifras es 9, que es múltiplo de 9.

b) Es divisible por 6 porque es divisible por 2 (termina en 0) y por 3 $(2 + 1 + 0 + 0 = 3)$, y no es divisible por 9 porque la suma de sus cifras es 3, que no es múltiplo de 9.

c) No es divisible por 6 porque no es divisible por 2 (termina en 9), y es divisible por 9 porque la suma de sus cifras es 18, que es múltiplo de 9.

052 **Halla con la calculadora los diez primeros múltiplos de 11 y los ocho primeros múltiplos de 12.**

Múltiplos de 11: 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99 y 110.

Múltiplos de 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84 y 96.

053 **Contesta si es verdadero o falso, y razona las respuestas.**

a) 35 es múltiplo de 5. **c) 56 es múltiplo de 8.**
b) 49 es múltiplo de 6. **d) 72 es múltiplo de 9.**

a) Verdadero, porque $35 = 5 \cdot 7$.
c) Verdadero, porque $56 = 7 \cdot 8$.
b) Falso.
d) Verdadero, porque $72 = 8 \cdot 9$.

054 **¿Cuál de estas series está formada por múltiplos de 4? ¿Y por múltiplos de 5?**

a) 1, 4, 9, 16, 25 … **d) 4, 8, 16, 24, 32, 40 …**
b) 5, 10, 15, 20 … **e) 1, 5, 10, 20, 30 …**
c) 8, 10, 12, 14, 16 … **f) 20, 40, 60, 80 …**

Múltiplos de 4: las series d) y f), y múltiplos de 5: las series b) y f).

055 **Halla los múltiplos de 4 menores que 50.**

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44 y 48

056 **¿Cuáles son los múltiplos comunes de 5 y 8 y menores que 50?**

Múltiplos de 5 menores que 50: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 y 45.
Múltiplos de 8 menores que 50: 8, 16, 24, 32, 40 y 48.
El único múltiplo común de 5 y 8 menor que 50 es 40.

057 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA UN MÚLTIPLO DE UN NÚMERO COMPRENDIDO ENTRE OTROS DOS NÚMEROS?

Encuentra un múltiplo de 26 que esté comprendido entre 660 y 700.

PRIMERO. Se divide el menor de los dos números, 660, entre el número del que se quiere hallar el múltiplo, 26.

$$\begin{array}{r|l} 660 & 26 \\ \hline 10 & 25 \end{array}$$

SEGUNDO. Se aumenta en una unidad el cociente, y se multiplica por el número del que se quiere obtener el múltiplo.

$$\text{MÚLTIPLO} = (25 + 1) \cdot 26 = 676$$

Se comprueba que el número obtenido cumple la condición pedida: el número 676 es múltiplo de 26 y está comprendido entre 660 y 700.

058 **Determina un número entre 235 y 289 que sea múltiplo de 29.**

$235 : 29 \rightarrow$ Cociente $= 8$ $\quad (8 + 1) \cdot 29 = 261$ es el múltiplo buscado.

059 **Halla los múltiplos de 11 comprendidos entre 40 y 100.**

Múltiplos de 11: 44, 55, 66, 77, 88 y 99.

060 **Calcula cuatro números que sean múltiplos de 7 y que estén comprendidos entre 60 y 110.**

Múltiplos de 7: 63, 70, 77, 84, 91, 98 y 105.

061 **Escribe el primer múltiplo de 32 que sea mayor que 2000.**

$2000 : 32 \rightarrow$ Cociente $= 62$
$(62 + 1) \cdot 32 = 2016$ es el primer múltiplo mayor que 2000.

062 **¿Qué número comprendido entre 100 y 200 es múltiplo de 5 y la suma de sus cifras es igual a 6?**

Los múltiplos de 5 comprendidos entre 100 y 200 y cuya suma de sus cifras es igual a 6 son 105 y 150.

063 Pon varios ejemplos de múltiplos de 9.

a) ¿Son todos múltiplos de 3?

b) ¿Y todos los múltiplos de 3 son múltiplos de 9?

Razona las respuestas.

a) Múltiplos de 9: 9, 18, 27, 36, 45… Todos son múltiplos de 3.

b) Todos los múltiplos de 3 no son necesariamente múltiplos de 9; por ejemplo, 3 y 6 son múltiplos de 3 y no son múltiplos de 9.

064 ¿Todos los múltiplos de 15 son múltiplos de 3? Razona la respuesta.

Sí, todos los múltiplos de 15 son múltiplos de 3, porque $15 = 3 \cdot 5$.

065 Encuentra el menor y el mayor número de tres cifras que sea múltiplo de:

a) 2 y 3 **b)** 2 y 5 **c)** 3 y 5 **d)** 3 y 7

a) Menor múltiplo 102 y mayor 996.

b) Menor múltiplo 100 y mayor 990.

c) Menor múltiplo 105 y mayor 990.

d) Menor múltiplo 105 y mayor 987.

066 Contesta si es verdadero o falso, y razona las respuestas.

a) 12 es divisor de 48.

b) 15 es divisor de 3.

c) 9 es divisor de 720.

d) 7 es divisor de 777.

e) 44 es divisor de 44.

f) 100 es divisor de 10.

g) 123 es divisor de 123.

h) 1 es divisor de 17.

a) Verdadero, porque la división $48 : 12 = 4$ es exacta.

b) Falso, 15 es múltiplo de 3.

c) Verdadero, porque la división $720 : 9 = 80$ es exacta.

d) Verdadero, porque la división $777 : 7 = 111$ es exacta.

e) Verdadero, porque la división $44 : 44 = 1$ es exacta.

f) Falso, 100 es múltiplo de 10.

g) Verdadero, porque la división $123 : 123 = 1$ es exacta.

h) Verdadero, porque la división $17 : 1 = 17$ es exacta.

067 Completa los divisores de 24, 16, 36 y 54.

Div (24) = {1, 2, □, 4, □, 8, □, □}

Div (16) = {1, 2, □, □, 16}

Div (36) = {1, 2, □, 4, □, □, □, □, 36}

Div (54) = {1, 2, □, □, □, □, □, 54}

Div (24) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

Div (16) = {1, 2, 4, 8, 16}

Div (36) = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}

Div (54) = {1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54}

068 Halla todos los divisores de 42. ¿Cuántos divisores tiene 42?

Div (42) = {1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42}. Tiene 8 divisores.

069 Calcula todos los divisores de:

a) 28 b) 64 c) 54 d) 96

a) Div (28) = {1, 2, 4, 7, 14, 28}
b) Div (64) = {1, 2, 4, 8, 16, 32, 64}
c) Div (54) = {1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54}
d) Div (96) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96}

070 Si 63 es múltiplo de 9, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

a) 63 es divisor de 9.
b) 63 es divisible por 9.
c) 9 es divisor de 63.
d) 9 es múltiplo de 63.

a) Falsa b) Verdadera c) Verdadera d) Falsa

071 Si 28 es divisible por 7, ¿cuáles de las afirmaciones son ciertas?

a) 28 es múltiplo de 7.
b) 4 es divisor de 28.
c) 28 es múltiplo de 4.
d) 7 es divisor de 28.

a) Verdadera b) Verdadera c) Verdadera d) Verdadera

072 Al hacer la división 57 : 5, vemos que no es exacta. Decide si es verdadero o falso.

a) 57 es divisible por 5.
b) 5 no es divisor de 57.
c) 57 es múltiplo de 5.
d) 57 no es divisible por 5.

a) Falso b) Verdadero c) Falso d) Verdadero

073 Si $175 = 5 \cdot 35$, ¿cuáles de las afirmaciones son ciertas?

a) 175 es divisible por 5.
b) 175 es divisible por 35.
c) 175 es múltiplo de 35.
d) 5 es divisor de 175.

a) Verdadera b) Verdadera c) Verdadera d) Verdadera

074 Dada la relación $104 = 4 \cdot 26$, ¿qué afirmaciones son verdaderas?

a) 104 es divisible por 4.
b) 104 es múltiplo de 4.
c) 26 es divisor de 104.
d) 104 es divisible por 26.

a) Verdadera b) Verdadera c) Verdadera d) Verdadera

075 El número *a* es divisible por 4. Halla *a* si el cociente de la división es 29.

$a = 29 \cdot 4 = 116$

076 **El número *a* no es divisible por 5. Halla *a* si el cociente de la división es 38 y el resto es 9.**

$a = 38 \cdot 5 + 9 = 199$

077 **Completa la siguiente tabla:**

Números	Divisores	Primo/Compuesto
33	**1, 3, 11, 33**	Compuesto
61	1, 61	Primo
79	1, 79	Primo
72	1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72	Compuesto
39	1, 3, 13, 39	Compuesto

078 **¿Cuáles de estos números son primos? ¿Y cuáles son compuestos?**

a) 46 **b) 31** **c) 17** **d) 43**

a) Compuesto b) Primo c) Primo d) Primo

079 **Escribe los números primos mayores que 30 y menores que 100.**

31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97

080 **Sabiendo que un número de dos cifras es divisible por 3, ¿se puede decir que es primo? Pon un ejemplo.**

No es primo, porque al menos tiene un divisor, 3. Por ejemplo, 21.

081 **Escribe estos números como suma de dos números primos.**

a) 12 **b) 20** **c) 36** **d) 52**

a) 7 + 5 b) 13 + 7 c) 19 + 17 d) 47 + 5

082 **Descompón estos números en producto de factores primos.**

a) 56	f) 77	k) 138
b) 100	g) 98	l) 102
c) 187	h) 47	m) 325
d) 151	i) 99	n) 226
e) 155	j) 79	ñ) 402

a) $56 = 2^3 \cdot 7$	f) $77 = 7 \cdot 11$	k) $138 = 2 \cdot 3 \cdot 23$
b) $100 = 2^2 \cdot 5^2$	g) $98 = 2 \cdot 7^2$	l) $102 = 2 \cdot 3 \cdot 17$
c) $187 = 11 \cdot 17$	h) $47 = 47 \cdot 1$	m) $325 = 5^2 \cdot 13$
d) $151 = 151 \cdot 1$	i) $99 = 3^2 \cdot 11$	n) $226 = 2 \cdot 113$
e) $155 = 5 \cdot 31$	j) $79 = 79 \cdot 1$	ñ) $402 = 2 \cdot 3 \cdot 67$

083 ¿A qué números corresponden estas descomposiciones en factores primos?

a) $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ **c)** $5 \cdot 7^2 \cdot 11$ **e)** $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$ **g)** $3 \cdot 5^3 \cdot 7^2$

b) $2 \cdot 3^2 \cdot 7$ **d)** $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$ **f)** $3^2 \cdot 5 \cdot 7^2$ **h)** $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^3$

a) 120 c) 2695 e) 1400 g) 18375

b) 126 d) 1470 f) 2205 h) 123480

084 ¿Cuál es la descomposición en factores primos de un número primo? Pon un ejemplo.

El producto de él mismo y la unidad. Por ejemplo: $13 = 13 \cdot 1$.

085 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA LA FACTORIZACIÓN DE UN PRODUCTO?

Calcula la factorización del siguiente producto:

$$120 \cdot 10$$

PRIMERO. Se descomponen en factores los dos números.

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \qquad 10 = 2 \cdot 5$$

SEGUNDO. Se multiplican ambas factorizaciones.

$$(2^3 \cdot 3 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$$

La factorización del producto es $2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$.

086 La factorización de un número es $2^2 \cdot 3 \cdot 5$. Si multiplicamos este número por 6, ¿cuál es su factorización? ¿Y si lo multiplicamos por 8?

Multiplicamos por 6: $2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

Multiplicamos por 8: $2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2^3 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$

087 La factorización de 8 es 2^3. Calcula las factorizaciones de los siguientes números sin hacer la división.

a) 16 **c)** 24 **e)** 40

b) 32 **d)** 4 **f)** 56

a) $2 \cdot 8 = 2^4$

b) $2 \cdot 16 = 2 \cdot 2^4 = 2^5$

c) $3 \cdot 8 = 3 \cdot 2^3$

d) $8 : 2 = 2^3 : 2 = 2^2$

e) $2^3 \cdot 5$

f) $2^3 \cdot 7$

088 La descomposición en factores primos de 10 es $2 \cdot 5$, la de 100 es $2^2 \cdot 5^2$… ¿Cuál será la descomposición de 100000?

$100000 = 100 \cdot 100 \cdot 10 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^5 \cdot 5^5$

089 Halla el máximo común divisor de los siguientes pares de números.

a) 16 y 24 **d)** 18 y 27
b) 45 y 72 **e)** 28 y 49
c) 12 y 36 **f)** 18 y 28

a) $16 = 2^4$ $24 = 2^3 \cdot 3$ m.c.d. $(16, 24) = 2^3 = 8$
b) $45 = 3^2 \cdot 5$ $72 = 2^3 \cdot 3^2$ m.c.d. $(45, 72) = 3^2 = 9$
c) $12 = 2^2 \cdot 3$ $36 = 2^2 \cdot 3^2$ m.c.d. $(12, 36) = 2^2 \cdot 3 = 12$
d) $18 = 2 \cdot 3^2$ $27 = 3^3$ m.c.d. $(18, 27) = 3^2 = 9$
e) $28 = 2^2 \cdot 7$ $49 = 7^2$ m.c.d. $(28, 49) = 7$
f) $18 = 2 \cdot 3^2$ $28 = 2^2 \cdot 7$ m.c.d. $(18, 28) = 2$

090 Calcula el máximo común divisor de estos pares de números.

a) 4 y 15 **c)** 3 y 17 **e)** 21 y 2
b) 9 y 13 **d)** 12 y 7 **f)** 18 y 47

a) m.c.d. $(4, 15) = 1$
b) m.c.d. $(9, 13) = 1$
c) m.c.d. $(3, 17) = 1$
d) m.c.d. $(12, 7) = 1$
e) m.c.d. $(21, 2) = 1$
f) m.c.d. $(18, 47) = 1$

091 Obtén el máximo común divisor de los siguientes números.

a) 8, 12 y 18 **c)** 8, 20 y 28 **e)** 75, 90 y 105
b) 16, 20 y 28 **d)** 45, 54 y 81 **f)** 40, 45 y 55

a) m.c.d. $(8, 12, 18) = 2$
b) m.c.d. $(16, 20, 28) = 2^2 = 4$
c) m.c.d. $(8, 20, 28) = 2^2 = 4$
d) m.c.d. $(45, 54, 81) = 3^2 = 9$
e) m.c.d. $(75, 90, 105) = 3 \cdot 5 = 15$
f) m.c.d. $(40, 45, 55) = 5$

092 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE PUEDE SABER SI DOS NÚMEROS SON PRIMOS ENTRE SÍ?

Comprueba si los números 8 y 15 son primos entre sí.

PRIMERO. Se factorizan los números.

$$8 = 2^3 \qquad 15 = 3 \cdot 5$$

SEGUNDO. Se comprueba si el m.c.d. de los números es 1.
Como no tienen divisores comunes, el m.c.d. es 1, y los números son primos entre sí.

093 Halla cuáles de estos números son primos entre sí.

a) 24 y 26 **c) 13 y 39** **e) 18 y 63**
b) 25 y 27 **d) 35 y 91** **f) 77 y 105**

a) $24 = 2^3 \cdot 3$ $26 = 2 \cdot 13$
m.c.d. $(24, 26) = 2$
No son primos entre sí.

b) $25 = 5^2$ $27 = 3^3$
m.c.d. $(25, 27) = 1$
Son primos entre sí.

c) $13 = 13 \cdot 1$ $39 = 3 \cdot 13$
m.c.d. $(13, 39) = 13$
No son primos entre sí.

d) $35 = 5 \cdot 7$ $91 = 7 \cdot 13$
m.c.d. $(35, 91) = 7$
No son primos entre sí.

e) $18 = 2 \cdot 3^2$ $63 = 7 \cdot 3^2$
m.c.d. $(18, 63) = 9$
No son primos entre sí.

f) $77 = 7 \cdot 11$ $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$
m.c.d. $(77, 105) = 7$
No son primos entre sí.

094 Calcula el mínimo común múltiplo de:

a) 12 y 24 **b) 16 y 18** **c) 27 y 54** **d) 21 y 49**

a) m.c.m. $(12, 24) = 2^3 \cdot 3 = 24$
b) m.c.m. $(16, 18) = 2^4 \cdot 3^2 = 144$
c) m.c.m. $(27, 54) = 2 \cdot 3^3 = 54$
d) m.c.m. $(21, 49) = 3 \cdot 7^2 = 147$

095 Halla el mínimo común múltiplo de:

a) 5 y 12 **b) 7 y 14** **c) 12 y 25** **d) 8 y 15**

a) m.c.m. $(5, 12) = 5 \cdot 2^2 \cdot 3 = 60$
b) m.c.m. $(7, 14) = 2 \cdot 7 = 14$
c) m.c.m. $(12, 25) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300$
d) m.c.m. $(8, 15) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

096 Determina el mínimo común múltiplo de:

a) 12, 15 y 18 **c) 6, 30 y 42**
b) 10, 20 y 30 **d) 9, 14 y 21**

a) m.c.m. $(12, 15, 18) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$
b) m.c.m. $(10, 20, 30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$
c) m.c.m. $(6, 30, 42) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$
d) m.c.m. $(9, 14, 21) = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 126$

097 José está haciendo una colección de cromos. Los cromos se venden en sobres con 5 cromos cada uno. ¿Puede comprar 15 cromos? ¿Y 17?

Sí puede comprar 15 cromos, porque 15 es múltiplo de 5.
No puede comprar 17 cromos, porque 17 no es múltiplo de 5.

098 **Ana tiene un álbum de 180 cromos. Los cromos se venden en sobres de 5 cromos cada uno. Suponiendo que no se repita ningún cromo, ¿cuántos sobres tiene que comprar como mínimo?**

180 : 5 = 36. Como mínimo tiene que comprar 36 sobres.

099 **Luis quiere pegar las 49 fotos de sus vacaciones en filas de 3 fotos cada una. ¿Cuántas filas enteras obtendrá? ¿Le sobra alguna foto? Razona la respuesta.**

49 : 3 → Cociente = 16; resto = 1. Obtendrá 16 filas y le sobra una foto.

100 **Cristina tiene 24 coches de juguete y quiere colocarlos en fila, de modo que en cada fila haya la misma cantidad de coches. ¿De cuántas maneras puede hacerlo?**

De tantas maneras como divisores tenga 24.
Buscamos los divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24.
Puede colocarlos en 1 fila con 24 coches, en 2 filas con 12 coches cada una, en 3 filas con 8 coches cada una, etc.

101 **Carmen cuenta sus 24 coches de juguete de 3 en 3 y Alberto lo hace de 4 en 4. ¿Coinciden en algún número? ¿Qué tienen en común dichos números?**

Carmen: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24.

Alberto: 4, 8, 12, 16, 20, 24.

Coinciden en los números 12 y 24, que son los múltiplos comunes de 3 y 4.

Otra forma de hacerlo es con el m.c.m. (3, 4) = 12.
Coinciden cada 12 números.

102 **Eduardo trabaja en una tienda de animales. Hay 8 canarios y quiere ponerlos en jaulas, con el mismo número de canarios en cada una, sin que sobre ninguno. ¿De cuántas formas puede colocar los canarios en las jaulas?**

De tantas maneras como divisores tenga 8. Buscamos los divisores de 8: 1, 2, 4 y 8. Esas son las agrupaciones posibles.

103 **Marta tiene 15 piñas y desea repartirlas en cestos, con el mismo número de piñas en cada uno, sin que le sobre ninguna. ¿De cuántas maneras distintas puede repartirlas?**

De tantas maneras como divisores tenga 15. Buscamos los divisores de 15: 1, 3, 5 y 15. Esas son las agrupaciones posibles.

104 **María ha hecho 45 pasteles y los quiere guardar en cajas. ¿De cuántas maneras los puede guardar para que no sobre ninguno?**

De tantas maneras como divisores tenga 45. Buscamos los divisores de 45: 1, 3, 5, 9, 15 y 45. Esas son las agrupaciones posibles.

105 ●●
Paco tiene 20 láminas de madera y tiene que ponerlas en montones, con el mismo número de láminas en cada uno, sin que le sobre ninguna. ¿Cuántas láminas puede poner en cada montón?

De tantas maneras como divisores tenga 20. Buscamos los divisores de 20: 1, 2, 4, 5, 10 y 20. Esas son las agrupaciones posibles.

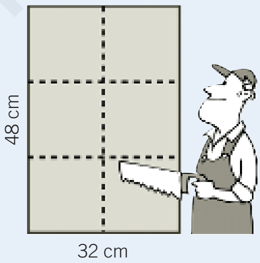
106 ●●
Ana tiene 7 macetas de geranios y las quiere colocar en grupos, de manera que cada grupo tenga el mismo número de macetas y no sobre ninguna. ¿Cuántas macetas puede poner en cada grupo?

Los únicos divisores de 7 son 1 y 7. Luego las puede colocar en 1 fila con 7 macetas o en 7 filas con 1 maceta cada una.

107
HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVE UN PROBLEMA UTILIZANDO EL m.c.d.?

Un carpintero corta una tabla de 48 cm de largo y 32 cm de ancho, sin que le sobre madera, en cuadrados iguales lo más grandes posible. ¿Cómo lo ha hecho?



Si no puede sobrar madera, el lado de los cuadrados tiene que ser un divisor de 48 y 32.

Como tienen que ser lo más grandes posible, la longitud del lado debe ser el mayor de los divisores comunes de 48 y 32, es decir, su máximo común divisor.

PRIMERO. Se factorizan los números.

$$48 = 2^4 \cdot 3 \qquad 32 = 2^5$$

SEGUNDO. Se calcula su m.c.d.

$$\text{m.c.d.}\ (48, 32) = 2^4 = 16$$

Ha cortado la tabla en cuadrados de 16 cm de lado.

108 ●●
Queremos dividir una nave rectangular de 140 m de ancho y 200 m de largo en compartimentos cuadrados con la máxima superficie posible. ¿Cuánto debe medir el lado de cada compartimento?

m.c.d. $(140, 200) = 2^2 \cdot 5 = 20$
El lado de cada compartimento debe medir 20 m.

109 ●●
Se van a poner plaquetas cuadradas del mayor tamaño posible en un aula rectangular de 12 m de largo y 10 m de ancho.

a) ¿Cuál será el tamaño de cada plaqueta?

b) ¿Cuántas plaquetas se pondrán?

a) m.c.d. $(12, 10) = 2$. El lado de la plaqueta debe medir 2 m.

b) Superficie del aula: $12 \cdot 10 = 120$ m^2. Superficie de la plaqueta: 4 m^2.
$120 : 4 = 30$ plaquetas se pondrán.

110 ●● **Mercedes tiene 8 bolitas amarillas, 16 blancas, 16 rojas y 10 azules. Con todas las bolitas desea fabricar el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna bolita.**

a) ¿Cuántos collares iguales puede hacer?

b) ¿Qué número de bolitas de cada color tendrán los collares?

a) m.c.d. (8, 16, 10) = 2. Puede hacer 2 collares iguales.

b) Cada collar tendrá 8 : 2 = 4 bolas amarillas, 16 : 2 = 8 blancas, 16 : 2 = 8 rojas y 10 : 2 = 5 azules.

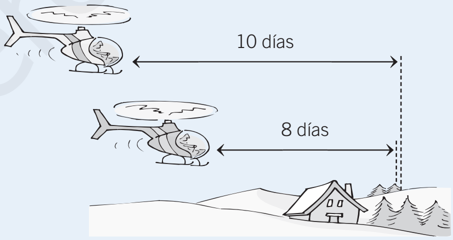
111 ●●● **Luis tiene 40 sellos de Europa y 56 de Asia. Quiere hacer el mínimo número posible de lotes iguales, sin mezclar sellos de Europa y Asia y sin que le sobre ninguno. ¿Cuántos lotes hará? ¿Cuántos sellos tendrá cada lote?**

m.c.d. (40, 56) = 8. Puede hacer 40 : 8 = 5 lotes de sellos de Europa y 56 : 8 = 7 lotes de sellos de Asia.
En total hará 7 + 5 = 12 lotes de 8 sellos cada uno.

112 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE RESUELVE UN PROBLEMA UTILIZANDO EL m.c.m.?

Un helicóptero transporta víveres a un refugio de la montaña cada 10 días y otro, cada 8 días. Si los dos helicópteros han coincidido hoy, ¿cuántos días tardarán en volver a coincidir?



El número de días que han de transcurrir tiene que ser un múltiplo de 10 y de 8. Además, será el menor de los múltiplos comunes de ambos: el mínimo común múltiplo de 10 y 8.

PRIMERO. Se factorizan los números.

$$10 = 2 \cdot 5 \qquad 8 = 2^3$$

SEGUNDO. Se calcula su m.c.m.

$$\text{m.c.m. } (10, 8) = 2^3 \cdot 5 = 40$$

Coincidirán cuando hayan transcurrido 40 días.

113 ●● **María y Juan se turnan para ir a ver a sus padres. María va cada 5 días y Juan, cada 6. Si coincidieron el día de Nochebuena:**

a) ¿Cuándo volverán a coincidir?

b) ¿Cuántas visitas habrá hecho cada uno antes de que coincidan?

a) m.c.m. (5, 6) = 30. Volverán a coincidir cada 30 días, el 23 de enero.

b) Cuando coincidan la primera vez María habrá hecho 30 : 5 = 6 visitas y Juan 30 : 6 = 5.

114 ●●

En un árbol de Navidad hay bombillas rojas, verdes y amarillas. Las primeras se encienden cada 15 segundos, las segundas cada 18 y las terceras cada 10.

a) ¿Cada cuántos segundos coinciden las tres clases de bombillas encendidas?

b) En una hora, ¿cuántas veces se encienden a la vez?

a) m.c.m. (15, 18, 10) = 90. Coinciden encendidas cada 90 segundos.

b) 1 hora = 3600 segundos
3600 : 90 = 40 veces coincidirán encendidas en una hora.

115 ●●●

Andrés tiene una colección de monedas que puede agrupar de 6 en 6, de 8 en 8 y de 10 en 10, sin que falte ninguna. ¿Cuál es el menor número de monedas que puede tener?

m.c.m. (6, 8, 10) = 120 monedas es el menor número de monedas que puede tener.

116 ●●●

Eva tiene una caja de caramelos y le dice a su amiga que se la regala si acierta cuántos caramelos tiene. Le da estas pistas:

«La caja tiene menos de 60 caramelos. Si los reparto entre 9 amigos, no sobra ninguno; pero si los reparto entre 11, me falta 1».

¿Cuántos caramelos hay en la caja?

Múltiplos de 9 menores que 60: 9, 18, 27, 36, 45, 54. Si le falta uno al repartir entre 11 es porque la cifra de las unidades es una unidad menor que la cifra de las decenas.

De estos múltiplos, el que cumple esta condición es 54. Por tanto, hay 54 caramelos.

117 ●●●

Dado el número $2^7 \cdot 5$, ¿es divisible por 2? ¿Y por 5? ¿Y por 25? ¿Y por 80? ¿Y por 6?

El número es divisible por 2, por ser factor 2^7; por 5, por ser factor 5, y por 80, porque es $2^4 \cdot 5$ y el m.c.d. $(2^7 \cdot 5, 80) = 2^4 \cdot 5 = 80$.
No es divisible por $25 = 5^2$, porque el m.c.d. $(2^7 \cdot 5, 25) = 5$ y no 25.
No es divisible por $6 = 2 \cdot 3$, porque el m.c.d. $(2^7 \cdot 5, 6) = 2$ y no 6.

118 ●●●

Si un número es divisible por 3 y por 4, lo es también por $3 \cdot 4 = 12$. Pero si es divisible por 6 y por 4, ¿es divisible por $6 \cdot 4 = 24$?

Si es divisible por dos números, lo es por su m.c.m.; en este caso m.c.m. (6, 4) = 12, pero no podemos asegurar que lo sea por otro de sus múltiplos. Por ejemplo, 60 es múltiplo de 6 y 4, pero no de 24.

119 ●●●

Si un número no es divisible por 3, ¿puede ser su doble divisible por 3?

Si no es divisible por 3 en su descomposición factorial no aparece el 3. Considerando su doble, la descomposición factorial estará multiplicada por 2, por lo que seguirá sin tener un 3. Por lo tanto, no será divisible por 3.

120 ●●● **Si un número es par, ¿es divisible por 6 el triple de ese número?**

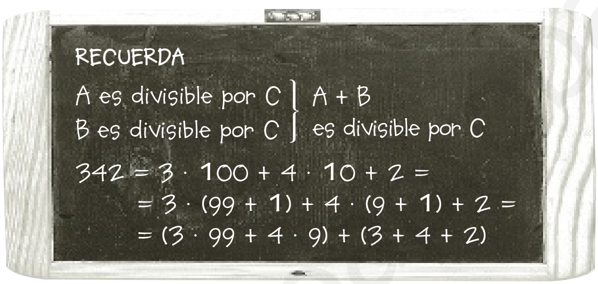
Sí, ya que si un número es par será de la forma $2 \cdot n$. El triple de dicho número será de la forma $3 \cdot 2 \cdot n = 6 \cdot n$, y $6 \cdot n$ es divisible por 6.

121 ●●● **Razona la regla de formación de los criterios de divisibilidad por 2, 3, 5 y 11.**

a) ¿En qué tipo de cifra (par o impar) acaba el doble de cualquier número? ¿Cuál será el criterio de divisibilidad por 2?

b) ¿Cuál es el criterio de divisibilidad por 5? Razónalo.

c) Estudia los criterios de la divisibilidad por 3.



Como 99 y 9 son divisibles por 3, el número del primer paréntesis es divisible por 3.

Así, 342 será divisible por 3 solo si lo es el número del segundo paréntesis, pero ¿qué número es el del segundo paréntesis?

d) Investiga la divisibilidad por 11.

10 + 1 es múltiplo de 11
100 − 1 es múltiplo de 11
1 000 + 1 es múltiplo de 11...

Siguiendo este razonamiento, justifica el criterio de divisibilidad por 11.

a) Si el número termina en una cifra par o impar, el doble del número siempre terminará en una cifra par; y si termina en 0, será 0. Luego el criterio de divisibilidad por 2 es que un número es divisible por 2 si termina en 0 o cifra par.

b) Si multiplicamos un número acabado en una cifra par o 0 por 5, el resultado acabará en 0. Si multiplicamos un número acabado en una cifra impar por 5, el resultado acabará en 5. Un número es múltiplo de 5 si acaba en 0 o 5.

c) El número del segundo paréntesis es la suma de las cifras del número inicial.

d) Por ejemplo, consideramos el número 4 235.

$$4\,235 = 4 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5 =$$
$$= 4 \cdot (1\,000 + 1 - 1) + 2 \cdot (100 - 1 + 1) + 3 \cdot (10 + 1 - 1) + 5 =$$
$$= 4 \cdot (1\,000 + 1) + 2 \cdot (100 - 1) + 3 \cdot (10 + 1) + (5 - 4 + 2 - 3)$$

Como en el primer paréntesis todos los sumandos son múltiplos de 11, el segundo también debe ser múltiplo de 11. El segundo paréntesis es la diferencia entre las cifras de posiciones impares menos las cifras de las posiciones pares, que será 0 o múltiplo de 11.

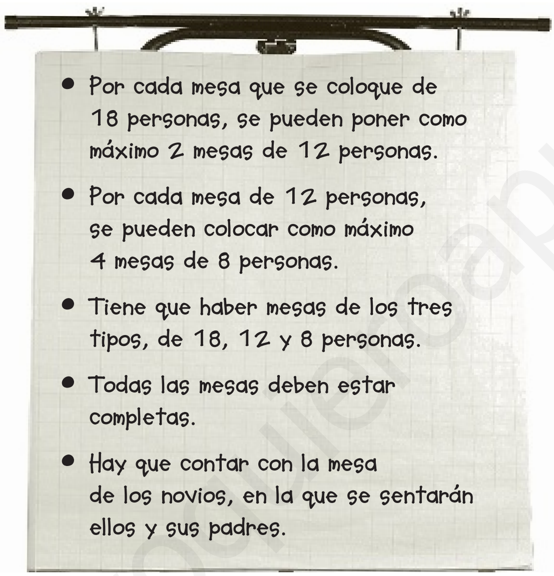
PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

122 ●●●

Marta y Daniel se van a casar y están organizando el banquete.

El banquete tiene un total de 212 invitados contando a los novios, y en el salón de bodas en el que se celebrará les han dicho que pueden elegir entre mesas de 18, 12 y 8 comensales.

Pero existen algunas restricciones:



Al examinar la lista de invitados han decidido que elegirán 3 mesas de 18 personas y para el resto de invitados utilizarán mesas de 12 y 8 personas.

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) Una vez que reservan la mesa de los novios, las de las familias y la de amigos comunes, ¿cuántas personas quedan por colocar?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

b) ¿Cuántas posibilidades de elección tienen para organizar a estos invitados?

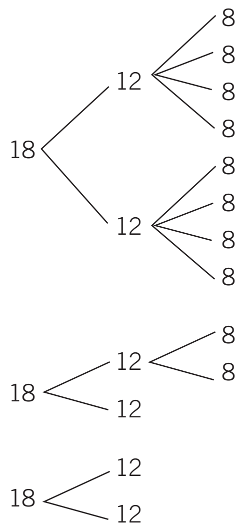
ERES CAPAZ DE… DECIDIR

c) ¿Consideras que la elección de mesas es la adecuada? ¿Qué otros factores deben tener en cuenta en la organización?

a) De los 212 invitados, la mesa de los novios tiene 6 personas y quedan $212 - 6 = 206$ personas por colocar.

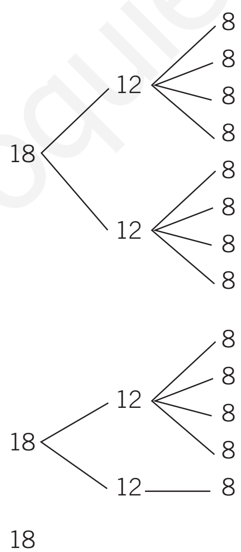
b) Hay dos posibilidades:

PRIMERA POSIBILIDAD



3 mesas de 18, 6 de 12 y 10 de 8 personas.

SEGUNDA POSIBILIDAD



3 mesas de 18, 4 de 12 y 13 de 8 personas.

c) Al tener dos posibilidades puede haber problemas a la hora de colocarlos, teniendo en cuenta otros factores como relaciones familiares, amigos… Podría ser conveniente negociar alguna de las restricciones.

123 ●●●

Para las elecciones municipales de una localidad se han constituido siempre dos colegios electorales, pero esta vez se ha añadido uno más debido al aumento de población que se ha producido en los últimos años. En esta ocasión figuran 1 218 electores y hay que seleccionar unos 400 por colegio.

Al presidente de la junta electoral se le ha ocurrido una idea.

Eres capaz de... Comprender

a) Si figuro en la lista de electores en el número 27, ¿en qué colegio votaré?

b) ¿Y si estoy en el lugar 648?

c) ¿Y si aparezco en el lugar 1 114?

Eres capaz de... Resolver

d) ¿Cuántas personas votarán en cada colegio?

Eres capaz de... Decidir

e) ¿De qué modo podría plantearse un reparto más adecuado?

Colegio 1: múltiplos de 6 y 8.

Colegio 2: los 400 primeros que no son múltiplos de 6 y 8.

Colegio 3: el resto.

a) En el colegio 2.

b) Múltiplo de 6 → En el colegio 1.

c) En el colegio 3.

d) Múltiplos de 6 → 1 218 : 6 = 203

Múltiplos de 8 → 1 218 : 8 = 152,25

Los múltiplos de 6 y de 8 son los multiplos del m.c.m. (6, 8) = 24,
1 218 : 24 = 50.

Votarán en el primer colegio: 203 + 152 − 50 = 305 personas.

$400 : 6 = 66,\widehat{6}$

$400 : 8 = 50$

$400 : 24 = 16,\widehat{6}$

Votarán en el colegio 2: 66 + 50 − 16 = 100

En el colegio 3 votarán: 1 218 − 305 − 100 = 813

e) Respuesta abierta. Por ejemplo:

En el colegio 1 los múltiplos de 3, en el 2 los 600 primeros que no sean múltiplos de 3 y el resto, en el colegio 3.

3 Fracciones

Entre la proporción divina y la humana

Da Vinci entró en la sala donde estaba Luca Pacioli examinando las ilustraciones de su libro.

–Vuestro trabajo me parece fantástico, Leonardo –dijo el fraile ordenando los dibujos geométricos.

–Gracias, padre Pacioli –respondió Da Vinci e hizo una leve inclinación–. Vuestra obra, La divina proporción, lo merecía.

–Acerté al encargaros las ilustraciones del libro, pues sabía que el tema de las proporciones os apasionaría desde el momento en que me enseñasteis el boceto del Hombre de Vitruvio –remarcó Pacioli.

–Las proporciones humanas que Vitruvio recoge en su tratado se ajustan a los cánones de belleza del arte actual –explicó Da Vinci–. ¿Sabéis que la distancia del codo al extremo de la mano es un quinto de la altura de un hombre, que la distancia del codo a la axila es un octavo o que la longitud de la mano es un décimo?

DESCUBRE LA HISTORIA...

1 Aunque Leonardo da Vinci es más conocido por su pintura, su contribución a las matemáticas también es importante. Averigua alguna de sus aportaciones.

Pinchando en el enlace Historia de las Matemáticas y ahí en Así lo hicieron de la siguiente página web podrás encontrar la biografía de Luca Pacioli:
http://divulgamat.ehu.es
En esta página en inglés también puedes completar las biografías de Luca Pacioli y de Leonardo da Vinci buscando por su apellido o por la fecha en que vivieron:
http://www.gap-system.org/~history/BiogIndex.html
Para obtener más información sobre el hombre de Vitruvio puedes visitar esta página:
http://webs.adam.es/rllorens/picuad/leonardo.htm

2 Busca información sobre Luca Pacioli y los trabajos que realizó con Leonardo da Vinci.

Para obtener información sobre las fracciones a lo largo de la historia puedes visitar esta página web:
http://www.unabvirtual.edu.co/related/atees/colombia/documentos/atees_juan/nacional_mat/Racionales/concepto.html
Para obtener información sobre las fracciones en Egipto puedes visitar esta página:
http://olmo.pntic.mec.es/dmas0008/perlasmatematicas/numerosegipto.htm

3 Investiga sobre las aportaciones a las matemáticas de Luca Pacioli y su relación con las fracciones.

Para obtener más información sobre los trabajos realizados por Luca Pacioli puedes visitar esta página:
http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/pacioli/pacioli.html

EVALUACIÓN INICIAL

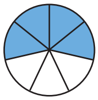
1 Escribe en forma de fracción.

a) Siete novenos. b) Dos décimos. c) Diez doceavos. d) Trece sextos.

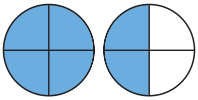
a) $\frac{7}{9}$ b) $\frac{2}{10}$ c) $\frac{10}{12}$ d) $\frac{13}{6}$

2 Representa las siguientes fracciones, e indica si son mayores o menores que la unidad. **a)** $\frac{4}{7}$ **b)** $\frac{6}{4}$ **c)** $\frac{9}{7}$ **d)** $\frac{1}{4}$

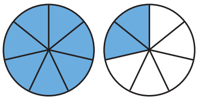
a) Menor que la unidad



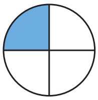
b) Mayor que la unidad



c) Mayor que la unidad



d) Menor que la unidad



3 Resuelve: $6 + (4 \cdot 6 + 4) + 30 : (7 + 8)$

$6 + 24 + 4 + 30 : 15 = 34 + 2 = 36$

EJERCICIOS

001 **Indica cuál es el numerador y el denominador.**

a) $\frac{9}{4}$ **b)** $\frac{6}{11}$ **c)** $\frac{1}{22}$

a) $\frac{9}{4}$ ← Numerador ← Denominador

b) $\frac{6}{11}$ ← Numerador ← Denominador

c) $\frac{1}{22}$ ← Numerador ← Denominador

002 **Calcula.**

a) $\frac{2}{5}$ **de 60** **b)** $\frac{1}{3}$ **de 36** **c)** $\frac{5}{9}$ **de 72**

a) $\frac{2}{5}$ de $60 = (2 \cdot 60) : 5 = 120 : 5 = 24$

b) $\frac{1}{3}$ de $36 = (1 \cdot 36) : 3 = 12$

c) $\frac{5}{9}$ de $72 = (5 \cdot 72) : 9 = 360 : 9 = 40$

003 **Expresa qué representa $\frac{4}{2}$ como parte de la unidad y como cociente entre dos números.**

Como parte de la unidad representa la división de cada unidad en dos partes y tomamos cuatro, y como cociente es el valor que resulta de dividir 4 entre 2.

004 **De 12 alumnos, 3 son rumanos, 4 marroquíes y el resto rusos. Exprésalo con fracciones.**

Rumanos → $\frac{3}{12}$ Marroquíes → $\frac{4}{12}$ Rusos → $\frac{5}{12}$

005 **Indica si estas fracciones son propias, impropias o iguales a la unidad.**

a) $\frac{17}{35}$ **b)** $\frac{43}{42}$ **c)** $\frac{5}{5}$ **d)** $\frac{13}{18}$

a) Menor que la unidad. Propia.

b) Mayor que la unidad. Impropia.

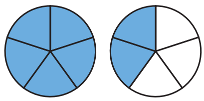
c) Igual a la unidad.

d) Menor que la unidad. Propia.

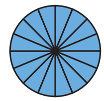
006 **Representa gráficamente las fracciones, y di si son menores, iguales o mayores que la unidad.**

a) $\frac{7}{5}$ **b)** $\frac{4}{7}$ **c)** $\frac{16}{16}$ **d)** $\frac{9}{3}$

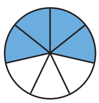
a) Mayor que la unidad.



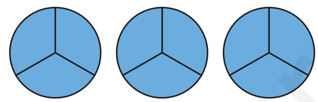
c) Igual a la unidad.



b) Menor que la unidad.



d) Mayor que la unidad.



007 **Expresa cada fracción como la suma de un número natural más una fracción propia.**

a) $\frac{17}{3}$ **b)** $\frac{43}{5}$ **c)** $\frac{68}{13}$ **d)** $\frac{134}{11}$

a) $5 + \frac{2}{3}$

b) $8 + \frac{3}{5}$

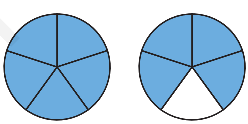
c) $5 + \frac{3}{13}$

d) $12 + \frac{2}{11}$

008 **¿Cómo representarías gráficamente $1 + \frac{4}{5}$? Exprésalo con una sola fracción.**

Tomamos una unidad, dividimos la segunda unidad en 5 partes y tomamos 4.

$1 + \frac{4}{5} = \frac{9}{5}$



009 **Comprueba si las fracciones son equivalentes.**

a) $\frac{3}{4}$ **y** $\frac{15}{20}$ **b)** $\frac{6}{8}$ **y** $\frac{4}{10}$

a) $3 \cdot 20 = 4 \cdot 15 = 60$. Son equivalentes.

b) $6 \cdot 10 \neq 8 \cdot 4$. No son equivalentes.

010 **Completa para que sean equivalentes.**

a) $\frac{4}{6} = \frac{6}{x}$ **b)** $\frac{9}{15} = \frac{x}{5}$

a) $\frac{4}{6} = \frac{6}{x} \rightarrow x = \frac{36}{4} = 9$

b) $\frac{9}{15} = \frac{x}{5} \rightarrow x = \frac{45}{15} = 3$

011 **Completa estas fracciones para que sean equivalentes.**

a) $\frac{x}{4} = \frac{15}{6}$ **b)** $\frac{8}{x} = \frac{6}{9}$

a) $\frac{x}{4} = \frac{15}{6} \rightarrow x = \frac{60}{6} = 10$

b) $\frac{8}{x} = \frac{6}{9} \longrightarrow x = \frac{72}{6} = 12$

012 **Si el numerador y el denominador de una fracción los multiplicamos por un mismo número y, después, los dividimos entre otro, ¿es equivalente la fracción resultante?**

Sí es equivalente, porque al multiplicar o dividir el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número, la fracción que se obtiene es equivalente a la primera.

013 **Obtén tres fracciones equivalentes por amplificación.**

a) $\frac{11}{2}$ **b)** $\frac{9}{7}$

a) Ejemplos: $\frac{22}{4} = \frac{33}{6} = \frac{44}{8}$ b) Ejemplos: $\frac{18}{14} = \frac{27}{21} = \frac{36}{28}$

014 **Obtén, si es posible, dos fracciones equivalentes por simplificación.**

a) $\frac{125}{75}$ **b)** $\frac{48}{60}$

a) $\frac{125}{75} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$ b) $\frac{48}{60} = \frac{24}{30} = \frac{12}{15}$

015 **¿Son irreducibles estas fracciones? En caso de que no lo sean, obtén su fracción irreducible.**

a) $\frac{40}{60}$ **b)** $\frac{72}{90}$

a) No es irreducible: $\frac{40}{60} = \frac{20}{30} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

b) No es irreducible: $\frac{72}{90} = \frac{36}{45} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

016 **¿Se puede encontrar una fracción equivalente a una fracción irreducible? Compruébalo poniendo varios ejemplos.**

Sí, por ejemplo la fracción $\frac{1}{3}$ es irreducible y una fracción equivalente a esta fracción es $\frac{2}{6}$.

017 **Compara estas fracciones.**

a) $\frac{5}{6}$ **y** $\frac{4}{6}$ **b)** $\frac{3}{7}$ **y** $\frac{3}{5}$

a) $\frac{5}{6} > \frac{4}{6}$ b) $\frac{3}{7} < \frac{3}{5}$

018 **Completa:** $\frac{1}{5} < \frac{\square}{5} < \frac{4}{5}$

$\frac{1}{5} < \frac{2}{5} < \frac{4}{5}$ o $\frac{1}{5} < \frac{3}{5} < \frac{4}{5}$

019 **Completa:** $\frac{3}{4} > \frac{3}{\square} > \frac{3}{7}$

$\frac{3}{4} > \frac{3}{5} > \frac{3}{7}$ o $\frac{3}{4} > \frac{3}{6} > \frac{3}{7}$

020 **¿Qué condición tiene que cumplir *a* para que** $\frac{a}{7} < \frac{5}{7}$**?**

a debe ser menor que 5.

021 **Reduce a común denominador.**

a) $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}$ **b)** $\frac{4}{5}, \frac{1}{10}, \frac{3}{4}$

a) $\frac{8}{12}, \frac{3}{12}, \frac{10}{12}$ b) $\frac{16}{20}, \frac{2}{20}, \frac{15}{20}$

022 **Compara estas fracciones.**

a) $\frac{5}{6}$ **y** $\frac{3}{4}$ **b)** $\frac{7}{4}$ **y** $\frac{3}{9}$

a) $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} > \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ b) $\frac{7}{4} = \frac{63}{36} > \frac{12}{36} = \frac{3}{9}$

023 **Ordena, de menor a mayor.**

a) $\frac{7}{18}, \frac{3}{10}, \frac{5}{12}$ **b)** $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{9}{8}$

a) $\frac{7}{18} = \frac{70}{180}, \frac{3}{10} = \frac{54}{180}, \frac{5}{12} = \frac{75}{180} \rightarrow \frac{3}{10} < \frac{7}{18} < \frac{5}{12}$

b) $\frac{3}{2} = \frac{36}{24}, \frac{4}{3} = \frac{32}{24}, \frac{9}{8} = \frac{27}{24} \rightarrow \frac{9}{8} < \frac{4}{3} < \frac{3}{2}$

024 **¿Es cierto que $\frac{3}{5} < \frac{7}{10} < \frac{9}{4}$?**

Sí es cierto, porque $\frac{3}{5} = \frac{12}{20} < \frac{7}{10} = \frac{14}{20} < \frac{9}{4} = \frac{45}{20}$

025 **Calcula.**

a) $\frac{4}{3} - \frac{5}{6}$ **b)** $\frac{9}{8} + \frac{1}{3}$

a) $\frac{4}{3} - \frac{5}{6} = \frac{8}{6} - \frac{5}{6} = \frac{3}{6}$ b) $\frac{9}{8} + \frac{1}{3} = \frac{27}{24} + \frac{8}{24} = \frac{35}{24}$

026 **Realiza estas operaciones.**

a) $\frac{3}{8} + \frac{13}{8} - \frac{1}{8}$ **b)** $2 + \frac{4}{5} - \frac{3}{5}$

a) $\frac{3}{8} + \frac{13}{8} - \frac{1}{8} = \frac{3 + 13 - 1}{8} = \frac{15}{8}$

b) $2 + \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{10 + 4 - 3}{5} = \frac{11}{5}$

027 **En el desayuno, Luisa toma $\frac{2}{8}$ de litro de leche, mientras que Juan toma $\frac{3}{4}$ de litro.**

a) ¿Cuánta leche toman entre los dos? **b) ¿Quién toma más? ¿Cuánto?**

a) $\frac{2}{8} + \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1 + 3}{4} = \frac{4}{4}$

b) $\frac{3}{4} > \frac{1}{4} = \frac{2}{8}$; $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ litro toma más Juan.

028 **Halla la fracción que falta.**

a) $\frac{7}{5} + \boxed{} = \frac{11}{5}$ **b)** $\frac{11}{9} - \boxed{} = \frac{7}{9}$

a) $\frac{7}{5} + \frac{4}{5} = \frac{11}{5}$ b) $\frac{11}{9} - \frac{4}{9} = \frac{7}{9}$

029 **Calcula y simplifica.**

a) $\frac{3}{8} \cdot \frac{11}{9}$ **b)** $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{12}$

a) $\frac{33}{72} = \frac{11}{24}$ b) $\frac{28}{60} = \frac{7}{15}$

030 **Resuelve y simplifica.**

a) $10 \cdot \frac{4}{5}$ **b)** $15 \cdot \frac{7}{6}$

a) $\frac{40}{5} = 8$ b) $\frac{105}{6} = \frac{35}{2}$

031 **Opera y simplifica.**

a) $\frac{2}{3}$ **de** $\frac{6}{5}$ **b)** $\frac{1}{4}$ **de 12**

a) $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ b) $\frac{12}{4} = 3$

032 **Calcula y simplifica.**

a) $\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{7}$ **c)** $3 \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{5}{6}$

b) $\frac{10}{3} \cdot \frac{8}{5} \cdot \frac{6}{7}$ **d)** $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} \cdot 4$

a) $\frac{180}{126} = \frac{90}{63} = \frac{30}{21} = \frac{10}{7}$ c) $\frac{105}{24} = \frac{35}{8}$

b) $\frac{480}{105} = \frac{160}{35} = \frac{32}{7}$ d) $\frac{48}{21} = \frac{16}{7}$

033 **Halla la fracción que falta.**

a) $\frac{3}{4} \cdot \boxed{} \frac{15}{28}$ **b)** $\boxed{} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$ b) $3 \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$

034 **Halla la fracción inversa.**

a) $\frac{7}{10}$ **b)** $\frac{15}{4}$ **c)** 7 **d)** $\frac{1}{14}$

a) $\frac{10}{7}$ b) $\frac{4}{15}$ c) $\frac{1}{7}$ d) 14

035 **Efectúa las divisiones.**

a) $\frac{9}{10} : \frac{3}{4}$ **b)** $\frac{15}{4} : 6$

a) $\frac{36}{30} = \frac{6}{5}$ b) $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

036 **Completa.**

a) $\frac{4}{3} : \frac{5}{\square} = \frac{8}{15}$ **b)** $\square : \frac{9}{7} = \frac{14}{9}$

a) $\frac{4}{3} : \frac{5}{2} = \frac{8}{15}$ b) $2 : \frac{9}{7} = \frac{14}{9}$

037 **Calcula las fracciones, si sus inversas son:**

a) $\frac{3}{11}$ **b)** $\frac{19}{9}$ **c)** 6 **d)** 10

a) $\frac{11}{3}$ b) $\frac{9}{19}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{10}$

038 **Calcula indicando los pasos que sigues.**

$\frac{4}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{2} - \frac{1}{3}$

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{2} - \frac{1}{3} =$$

Multiplicaciones y divisiones

$$= \frac{4}{5} + \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 2} - \frac{1}{3} = \frac{4}{5} + \frac{21}{4} - \frac{1}{3} =$$

Sumas y restas

$$\frac{48}{60} + \frac{315}{60} - \frac{20}{60} = \frac{343}{60}$$

039 **Opera.**

a) $\left(\frac{14}{5} - \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{5}{12} + \frac{11}{3}$ **b)** $\frac{9}{7} - \left(\frac{17}{8} + \frac{3}{5}\right) : \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{9}$

a) $$\left(\frac{14}{5} - \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{5}{12} + \frac{11}{3} = \left(\frac{98 - 15}{35}\right) \cdot \frac{5}{12} + \frac{11}{3} = \frac{83}{35} \cdot \frac{5}{12} + \frac{11}{3} =$$
$$= \frac{83 \cdot 5}{35 \cdot 12} + \frac{11}{3} = \frac{415}{420} + \frac{11}{3} = \frac{415}{420} + \frac{1540}{420} = \frac{1955}{420} = \frac{391}{84}$$

b) $$\frac{9}{7} - \left(\frac{17}{8} + \frac{3}{5}\right) : \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{9} = \frac{9}{7} - \left(\frac{85 + 24}{40}\right) : \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{9} =$$
$$= \frac{9}{7} - \frac{109}{40} : \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{9} = \frac{9}{7} - \frac{109 \cdot 2}{40 \cdot 3} \cdot \frac{1}{9} = \frac{9}{7} - \frac{218}{120} \cdot \frac{1}{9} =$$
$$= \frac{9}{7} - \frac{218 \cdot 1}{120 \cdot 9} = \frac{9}{7} - \frac{218}{1080} = \frac{9720}{7560} - \frac{1526}{7560} = \frac{8194}{7560} = \frac{4097}{3780}$$

040 **Realiza estas operaciones.**

a) $\frac{5}{7} + 6 : \frac{1}{4}$ **b)** $3 + \frac{11}{4} - \frac{1}{7}$

a) $\frac{5}{7}+6:\frac{1}{4}=\frac{5}{7}+\frac{6}{1}:\frac{1}{4}=\frac{5}{7}+\frac{6\cdot 4}{1\cdot 1}=\frac{5}{7}+\frac{24}{1}=\frac{5}{7}+\frac{168}{7}=\frac{173}{7}$

b) $3+\frac{11}{4}-\frac{1}{7}=\frac{3}{1}+\frac{11}{4}-\frac{1}{7}=\frac{84}{28}+\frac{77}{28}-\frac{4}{28}=\frac{157}{28}$

041 **Determina los errores que se han cometido en la resolución de esta operación y corrígelos.**

$$\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{7}{5}+\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{6}\cdot\left(\frac{7}{5}+\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{6}\cdot\frac{26}{15}=\frac{13}{9}$$

Se ha realizado primero la resta, cuando habría que haber realizado el paréntesis. Y al calcular la multiplicación se ha multiplicado en cruz, procedimiento que corresponde a la división.

La operación realizada correctamente sería:

$$\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{7}{5}+\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{21}{15}+\frac{5}{15}\right)=\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\cdot\frac{26}{15}=$$

$$=\frac{3}{2}-\frac{2\cdot 26}{3\cdot 15}=\frac{3}{2}-\frac{52}{45}=\frac{135}{90}-\frac{104}{90}=\frac{31}{90}$$

ACTIVIDADES

042 ● **Escribe estos números como fracción.**

a) 9 **b) 10** **c) 23** **d) 14**

a) $\frac{9}{1}$ b) $\frac{10}{1}$ c) $\frac{23}{1}$ d) $\frac{14}{1}$

043 ● **Calcula.**

a) $\frac{1}{2}$ **de 50** **b)** $\frac{3}{2}$ **de 100** **c)** $\frac{3}{4}$ **de 4**

a) $50 : 2 = 25$

b) $(3 \cdot 100) : 2 = 150$

c) $(3 \cdot 4) : 4 = 3$

044 ●● **Indica qué fracción determina cada una de las afirmaciones.**

a) Quince minutos de una hora.
b) Siete meses en un año.
c) Tres huevos de una docena.
d) Trece letras del abecedario.

a) $\frac{15}{60}=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$ de hora

b) $\frac{7}{12}$ de año

c) $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$ de docena

d) $\frac{13}{29}$ del abecedario

045 **¿CÓMO SE REPRESENTA UNA FRACCIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA?**

Representa las fracciones: a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{11}{6}$

- **Si la fracción es propia.**

PRIMERO. Se divide el segmento entre 0 y 1 en tantas partes como indique el denominador, 5.

SEGUNDO. Se toman las partes que señale el numerador, 4.

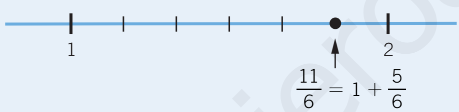
a) 

- **Si la fracción es impropia.**

PRIMERO. Se expresa la fracción como la suma de un número natural más una fracción propia.

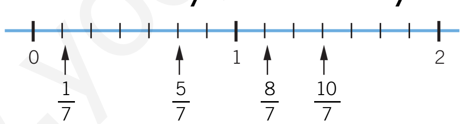
$$\begin{array}{r|l} 11 & 6 \\ \hline 5 & 1 \end{array} \rightarrow \frac{11}{6} = 1 + \frac{5}{6}$$

SEGUNDO. La fracción está comprendida entre el cociente y su número siguiente. En este caso entre 1 y 2. Se representa en este tramo la fracción resultante, $\frac{5}{6}$.

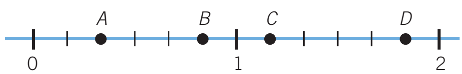
b) 

046 **Representa en una recta numérica.**

a) $\frac{1}{7}$ **b) $\frac{5}{7}$** **c) $\frac{8}{7}$** **d) $\frac{10}{7}$**



047 **Indica qué fracción representa cada letra.**



$A = \frac{2}{6}$ $B = \frac{5}{6}$ $C = \frac{7}{6}$ $D = \frac{11}{6}$

048 **Dadas las siguientes fracciones, indica cuál es mayor, igual o menor que la unidad.**

a) $\frac{8}{3}$ **b) $\frac{5}{6}$** **c) $\frac{1}{1}$** **d) $\frac{7}{2}$**

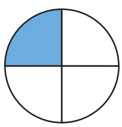
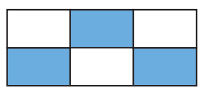
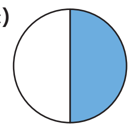
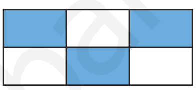
Mayores que la unidad: a) y d).
Iguales a la unidad: c).
Menores que la unidad: b).

049 **Expresa cada fracción como la suma de un número natural más una fracción propia.**

a) $\frac{17}{3}$ **b)** $\frac{43}{5}$ **c)** $\frac{68}{13}$ **d)** $\frac{134}{11}$

a) $5 + \frac{2}{3}$ b) $8 + \frac{3}{5}$ c) $5 + \frac{3}{13}$ d) $12 + \frac{2}{11}$

050 **Dadas las siguientes figuras, indica cuáles representan fracciones equivalentes.**

a)  **b)**  **c)**  **d)** 

Representan fracciones equivalentes las figuras b), c) y d).

051 **Determina si las fracciones son equivalentes.**

a) $\frac{13}{7}$ y $\frac{52}{21}$ **b)** $\frac{3}{4}$ y $\frac{8}{11}$ **c)** $\frac{15}{6}$ y $\frac{105}{36}$

a) $13 \cdot 21 \neq 7 \cdot 52$. No son equivalentes.

b) $3 \cdot 11 \neq 4 \cdot 8$. No son equivalentes.

c) $15 \cdot 36 \neq 6 \cdot 105$. No son equivalentes.

052 **Completa las fracciones para que sean equivalentes.**

a) $\frac{9}{5} = \frac{18}{\square}$ **b)** $\frac{8}{3} = \frac{24}{\square}$ **c)** $\frac{13}{2} = \frac{\square}{4}$

a) $\frac{9}{5} = \frac{18}{10}$ b) $\frac{8}{3} = \frac{24}{9}$ c) $\frac{13}{2} = \frac{26}{4}$

053 **Calcula dos fracciones equivalentes por amplificación y otras dos por simplificación.**

a) $\frac{14}{42}$ **b)** $\frac{24}{36}$ **c)** $\frac{50}{75}$ **d)** $\frac{8}{20}$

a) Amplificación: $\frac{14}{42} = \frac{28}{84} = \frac{42}{126}$ Simplificación: $\frac{14}{42} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$

b) Amplificación: $\frac{24}{36} = \frac{48}{72} = \frac{72}{108}$ Simplificación: $\frac{24}{36} = \frac{12}{18} = \frac{6}{9}$

c) Amplificación: $\frac{50}{75} = \frac{100}{150} = \frac{150}{225}$ Simplificación: $\frac{50}{75} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

d) Amplificación: $\frac{8}{20} = \frac{16}{40} = \frac{24}{60}$ Simplificación: $\frac{8}{20} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

054 Completa las siguientes fracciones para que sean equivalentes.

a) $\frac{7}{\square} = \frac{14}{4} = \frac{\square}{6}$ **b)** $\frac{4}{5} = \frac{\square}{15} = \frac{8}{\square}$

a) $\frac{7}{2} = \frac{14}{4} = \frac{21}{6}$ b) $\frac{4}{5} = \frac{12}{15} = \frac{8}{10}$

055 Calcula la fracción irreducible.

a) $\frac{12}{20}$ **b)** $\frac{52}{36}$ **c)** $\frac{81}{18}$ **d)** $\frac{12}{48}$

a) $\frac{12}{20} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

b) $\frac{52}{36} = \frac{26}{18} = \frac{13}{9}$

c) $\frac{81}{18} = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$

d) $\frac{12}{48} = \frac{6}{24} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

056 Determina las fracciones irreducibles.

a) $\frac{3}{12}$ **b)** $\frac{70}{33}$ **c)** $\frac{45}{32}$ **d)** $\frac{49}{35}$ **e)** $\frac{54}{27}$

a) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ no es irreducible.

b) $\frac{70}{33}$ es irreducible.

c) $\frac{45}{32}$ es irreducible.

d) $\frac{49}{35} = \frac{7}{5}$ no es irreducible.

e) $\frac{54}{27} = 2$ no es irreducible.

057 ¿Cuántas fracciones irreducibles son equivalentes entre sí? Razona la respuesta.

No hay fracciones irreducibles equivalentes entre sí, ya que si hubiera dos fracciones irreducibles que fueran equivalentes entre sí, una de ellas no podría ser irreducible.

058 Compara las fracciones colocando el signo < o >.

a) $\frac{2}{3}, \frac{4}{3}$ **c)** $\frac{7}{27}, \frac{4}{17}$ **e)** $\frac{8}{14}, \frac{9}{16}$

b) $\frac{3}{17}, \frac{4}{18}$ **d)** $\frac{9}{23}, \frac{9}{17}$ **f)** $\frac{5}{34}, \frac{7}{18}$

a) $\frac{2}{3} < \frac{4}{3}$

b) $\frac{3}{17} = \frac{54}{306} < \frac{68}{306} = \frac{4}{18}$

c) $\frac{7}{27} = \frac{119}{459} > \frac{108}{459} = \frac{4}{17}$

d) $\frac{9}{23} < \frac{9}{17}$

e) $\frac{8}{14} = \frac{64}{112} > \frac{63}{112} = \frac{9}{16}$

f) $\frac{5}{34} = \frac{45}{306} < \frac{119}{306} = \frac{7}{18}$

059 **Ordena, de menor a mayor.**

a) $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{1}{7}, \frac{6}{7}$

b) $\frac{3}{7}, \frac{3}{2}, \frac{3}{5}, \frac{3}{4}$

c) $\frac{3}{8}, \frac{5}{12}, \frac{7}{6}$

d) $\frac{26}{33}, \frac{101}{108}, \frac{3}{2}$

e) $\frac{33}{26}, \frac{108}{101}, \frac{2}{3}$

f) $\frac{8}{3}, \frac{12}{5}, \frac{6}{7}$

a) $\frac{1}{7} < \frac{3}{7} < \frac{4}{7} < \frac{6}{7}$

b) $\frac{3}{7} < \frac{3}{5} < \frac{3}{4} < \frac{3}{2}$

c) $\frac{3}{8} = \frac{9}{24} < \frac{5}{12} = \frac{10}{24} < \frac{7}{6} = \frac{28}{24}$

d) $\frac{26}{33} = \frac{936}{1\,188} < \frac{101}{108} = \frac{1\,111}{1\,188} < \frac{3}{2} = \frac{1\,782}{1\,188}$

e) $\frac{33}{26} > \frac{108}{101} > \frac{2}{3}$, por ser las inversas de las fracciones del apartado d).

f) $\frac{6}{7} = \frac{90}{105} < \frac{12}{5} = \frac{252}{105} < \frac{8}{3} = \frac{280}{105}$

060 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE COMPARAN UN NÚMERO Y UNA FRACCIÓN?

¿Es 3 menor que $\frac{7}{2}$?

PRIMERO. Se expresa el número como una fracción con el mismo denominador que la fracción dada.

$$3 = \frac{3 \cdot 2}{2} = \frac{6}{2}$$

SEGUNDO. Se comparan las fracciones.

$$\frac{6}{2} < \frac{7}{2} \rightarrow 3 < \frac{7}{2}$$

061 **¿Es 4 mayor que $\frac{14}{3}$? ¿Es 5 mayor que $\frac{19}{4}$?**

$4 = \frac{12}{3} < \frac{14}{3}$. No es mayor.

$5 = \frac{20}{4} > \frac{19}{4}$. Sí es mayor.

062 ●● **Ordena las siguientes fracciones.**

a) $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{7}{6}$ **b)** $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}$

Ten en cuenta que: $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}; \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}\ldots$

$\frac{2}{3} = 1 - \frac{1}{3}; \frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4}\ldots$

a) $\frac{7}{6} < \frac{6}{5} < \frac{5}{4} < \frac{4}{3} < \frac{3}{2}$ b) $\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{5}{6} < \frac{6}{7}$

063 ● **Calcula y simplifica el resultado de las siguientes operaciones.**

a) $\frac{4}{9} + \frac{5}{9} + \frac{8}{9}$ **c)** $\frac{4}{15} + \frac{2}{15} + \frac{5}{15}$

b) $\frac{7}{8} - \frac{5}{8} + \frac{3}{8}$ **d)** $\frac{9}{12} + \frac{5}{12} + \frac{3}{12}$

a) $\frac{17}{9}$ c) $\frac{11}{15}$

b) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{17}{12}$

064 ● **Resuelve estas operaciones y simplifica.**

a) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3}$ **c)** $\frac{2}{5} + \frac{7}{30} - \frac{1}{3}$

b) $\frac{7}{12} - \frac{3}{8} + \frac{5}{6}$ **d)** $\frac{4}{9} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$

a) $\frac{9 + 10 - 8}{12} = \frac{11}{12}$ c) $\frac{12 + 7 - 10}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$

b) $\frac{14 - 9 + 20}{24} = \frac{25}{24}$ d) $\frac{16 - 9 - 3}{36} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

065 ● **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE OPERA CON NÚMEROS Y FRACCIONES?

Calcula: $\frac{4}{3} + 2 - \frac{1}{6}$

PRIMERO. Se expresa el número en forma de fracción, poniendo como denominador 1.

SEGUNDO. Se realiza la operación.

$$\frac{4}{3} + 2 - \frac{1}{6} = \frac{4}{3} + \frac{2}{1} - \frac{1}{6} = \frac{8}{6} + \frac{12}{6} - \frac{1}{6} = \frac{19}{6}$$

m.c.m. (1, 3, 6) = 6

066 Resuelve y simplifica el resultado.

a) $\frac{2}{3} + 4 - \frac{1}{9}$

b) $\frac{5}{16} + \frac{7}{4} - 2$

c) $3 - \frac{1}{4} - \frac{5}{8}$

d) $\frac{11}{5} - \frac{7}{10} - \frac{5}{4} + 3$

a) $\frac{6 + 36 - 1}{9} = \frac{41}{9}$

b) $\frac{5 + 28 - 32}{16} = \frac{1}{16}$

c) $\frac{24 - 2 - 5}{8} = \frac{17}{8}$

d) $\frac{44 - 14 - 25 + 60}{20} = \frac{65}{20} = \frac{13}{4}$

067 Calcula y simplifica.

a) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$

b) $\frac{37}{18} - \frac{11}{8}$

c) $\frac{6}{8} + \frac{6}{7}$

d) $\frac{11}{6} - \frac{11}{8}$

e) $\frac{2}{3} + \frac{3}{27}$

f) $\frac{37}{18} - \frac{14}{9}$

g) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{9}{7}$

h) $\frac{25}{6} - \frac{7}{6} - \frac{4}{18}$

i) $3 + \frac{1}{5} + \frac{2}{35}$

j) $5 - \frac{4}{9} - \frac{37}{45}$

k) $1 + \frac{2}{9} + \frac{7}{30}$

l) $4 - \frac{14}{9} - \frac{17}{27}$

a) $\frac{5}{7}$

b) $\frac{148 - 99}{72} = \frac{49}{72}$

c) $\frac{42 + 48}{56} = \frac{90}{56} = \frac{45}{28}$

d) $\frac{88 - 66}{48} = \frac{22}{48} = \frac{11}{24}$

e) $\frac{18 + 3}{27} = \frac{21}{27} = \frac{7}{9}$

f) $\frac{37 - 28}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

g) $\frac{14}{7} = 2$

h) $\frac{75 - 21 - 4}{18} = \frac{50}{18} = \frac{25}{9}$

i) $\frac{105 + 7 + 2}{35} = \frac{114}{35}$

j) $\frac{225 - 20 - 37}{45} = \frac{168}{45} = \frac{56}{15}$

k) $\frac{90 + 20 + 21}{90} = \frac{131}{90}$

l) $\frac{108 - 42 - 17}{27} = \frac{49}{27}$

068 Efectúa los siguientes productos.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5}$

b) $\frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2}$

c) $\frac{4}{7} \cdot \frac{6}{8}$

d) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9}$

a) $\frac{14}{15}$

b) $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

c) $\frac{24}{56} = \frac{3}{7}$

d) $\frac{12}{45} = \frac{4}{15}$

069 **Calcula.**

a) $4 \cdot \frac{3}{5}$ **b)** $5 \cdot \frac{6}{7}$ **c)** $2 \cdot \frac{9}{4}$ **d)** $8 \cdot \frac{5}{6}$

a) $\frac{12}{5}$ b) $\frac{30}{7}$ c) $\frac{18}{4} = \frac{9}{2}$ d) $\frac{40}{6} = \frac{20}{3}$

070 **Resuelve.**

a) $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6}$ **b)** $\frac{7}{12} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{2}$ **c)** $\frac{9}{8} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{6}$ **d)** $\frac{6}{5} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{7}{2}$

a) $\frac{15}{120} = \frac{1}{8}$ b) $\frac{252}{120} = \frac{21}{10}$ c) $\frac{315}{144} = \frac{35}{16}$ d) $\frac{420}{30} = 14$

071 **Calcula y simplifica.**

a) $\frac{1}{2}$ **de** $\frac{8}{3}$ **c)** $\frac{3}{4}$ **de** $\frac{12}{5}$

b) $\frac{5}{7}$ **de** $\frac{2}{15}$ **d)** $\frac{1}{6}$ **de** $\frac{4}{3}$

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5} = \frac{36}{20} = \frac{9}{5}$

b) $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{15} = \frac{10}{105} = \frac{2}{21}$ d) $\frac{1}{6} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$

072 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA UNA PARTE DE UN NÚMERO?

Calcula.

a) La cuarta parte de 84.

b) La mitad de la cuarta parte de 64.

PRIMERO. Se escribe en forma de fracción la parte del número que se quiere calcular.

$$\text{Mitad} \longrightarrow \frac{1}{2}$$

$$\text{Cuarta parte} \rightarrow \frac{1}{4}$$

SEGUNDO. Se multiplica la fracción que representa la parte por el número.

a) $\frac{1}{4}$ de $84 = \frac{1}{4} \cdot 84 = \frac{84}{4} = 21$

b) $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$ de $64 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 64 = \frac{64}{8} = 8$

073 Calcula.

a) La tercera parte de 75.

b) La quinta parte de 80.

a) $\frac{1}{3}$ de $75 = \frac{1}{3} \cdot 75 = \frac{75}{3} = 25$

b) $\frac{1}{5}$ de $80 = \frac{1}{5} \cdot 80 = \frac{80}{5} = 16$

074 Calcula.

a) La sexta parte de 240.

b) La mitad de la mitad de 540.

c) La quinta parte de 175.

d) La mitad de la quinta parte de 800.

a) $\frac{240}{6} = 40$

b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 540 = 135$

c) $\frac{175}{5} = 35$

d) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 800 = 80$

075 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA UN NÚMERO CONOCIENDO UNA PARTE?

Halla un número si sabes que su quinta parte es 9.

PRIMERO. Se llama *a* al número desconocido y se indica la operación.

$$\frac{1}{5} \text{ de } a = 9 \rightarrow \frac{1}{5} \cdot \frac{a}{1} = 9 \rightarrow \frac{a}{5} = 9$$

SEGUNDO. Se encuentra un número tal que al dividirlo entre 5 dé 9.

$$\frac{a}{5} = 9 \rightarrow a = 45$$

El número buscado es 45.

076 Halla un número sabiendo que su sexta parte es igual a 7.

$$\frac{1}{6} \cdot a = 7 \rightarrow a = 6 \cdot 7 = 42$$

077 Encuentra un número tal que la mitad de su cuarta parte es igual a 15.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot a = 15 \rightarrow a = 2 \cdot 4 \cdot 15 = 120$$

078 Halla un número sabiendo que su mitad menos su cuarta parte es igual a 4.

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{a}{1} = 4 \rightarrow \frac{1}{4} \cdot a = 4 \rightarrow a = 4 \cdot 4 = 16$$

079 Escribe la inversa de cada fracción.

a) $\frac{7}{3}$ b) $\frac{6}{5}$ c) $\frac{9}{4}$ d) $\frac{8}{7}$

a) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{4}{9}$

b) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{7}{8}$

080 ¿Cuál es la fracción cuya fracción inversa es $\frac{3}{7}$?

$\frac{7}{3}$

081 Efectúa las siguientes divisiones.

a) $\frac{3}{5}:\frac{2}{3}$ b) $\frac{7}{4}:\frac{9}{2}$ c) $\frac{5}{6}:\frac{4}{3}$ d) $\frac{4}{9}:\frac{8}{3}$

a) $\frac{9}{10}$ c) $\frac{15}{24}=\frac{5}{8}$

b) $\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$ d) $\frac{12}{72}=\frac{1}{6}$

082 Resuelve.

a) $4:\frac{2}{5}$ b) $\frac{15}{4}:5$ c) $3:\frac{7}{2}$ d) $\frac{3}{4}:6$

a) $\frac{20}{2}=10$ c) $\frac{6}{7}$

b) $\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$ d) $\frac{3}{24}=\frac{1}{8}$

083 Realiza estas operaciones.

a) $\frac{12}{7}-\frac{1}{5}+\frac{3}{4}$ c) $\frac{13}{2}-\frac{1}{3}+\frac{16}{5}:\frac{7}{4}$ e) $\frac{6}{7}:\frac{3}{15}-\frac{7}{5}\cdot\frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{5}+\frac{7}{5}\cdot\frac{6}{5}:\frac{1}{7}$ d) $\frac{132}{5}-\frac{7}{3}:\frac{42}{5}+\frac{1}{2}$ f) $\frac{3}{2}:\frac{17}{5}+\frac{6}{5}:\frac{1}{2}$

a) $\frac{12}{7}-\frac{1}{5}+\frac{3}{4}=\frac{240}{140}-\frac{28}{140}+\frac{105}{140}=\frac{317}{140}$

b) $\frac{3}{5}+\frac{7}{5}\cdot\frac{6}{5}:\frac{1}{7}=\frac{3}{5}+\frac{7\cdot 6}{5\cdot 5}:\frac{1}{7}=\frac{3}{5}+\frac{42}{25}:\frac{1}{7}=$

$=\frac{3}{5}+\frac{42\cdot 7}{25\cdot 1}=\frac{3}{5}+\frac{294}{25}=\frac{15}{25}+\frac{294}{25}=\frac{309}{25}$

c) $\frac{13}{2} - \frac{1}{3} + \frac{16}{5} : \frac{7}{4} = \frac{13}{2} - \frac{1}{3} + \frac{16 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{13}{2} - \frac{1}{3} + \frac{64}{35} =$

$= \frac{1365}{210} - \frac{70}{210} + \frac{384}{210} = \frac{1679}{210}$

d) $\frac{132}{5} - \frac{7}{3} : \frac{42}{5} + \frac{1}{2} = \frac{132}{5} - \frac{7 \cdot 5}{3 \cdot 42} + \frac{1}{2} = \frac{132}{5} - \frac{35}{126} + \frac{1}{2} =$

$= \frac{16\,632}{630} - \frac{175}{630} + \frac{315}{630} = \frac{16\,772}{630} = \frac{1198}{90}$

e) $\frac{6}{7} : \frac{3}{15} - \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{6 \cdot 15}{7 \cdot 3} - \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{90}{21} - \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{90}{21} - \frac{7 \cdot 1}{5 \cdot 4} =$

$= \frac{90}{21} - \frac{7}{20} = \frac{1800}{420} - \frac{147}{420} = \frac{1653}{420} = \frac{551}{140}$

f) $\frac{3}{2} : \frac{17}{5} + \frac{6}{5} : \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 17} + \frac{6 \cdot 2}{5} = \frac{15}{34} + \frac{12}{5} = \frac{75}{170} + \frac{408}{170} = \frac{483}{170}$

084 ●● **Resuelve.**

a) $\frac{5}{9} - \left(\frac{7}{6} - \frac{2}{3}\right)$

b) $\frac{7}{5} - \left(\frac{3}{10} + \frac{1}{3}\right)$

c) $\left(\frac{5}{12} + \frac{3}{8}\right) - \frac{2}{3}$

d) $\frac{8}{3} : \left(\frac{6}{7} : \frac{3}{2}\right)$

e) $\frac{5}{3} : \left(\frac{15}{2} : \frac{3}{4}\right)$

f) $\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right) : \frac{7}{2}$

a) $\frac{5}{9} - \frac{3}{6} = \frac{10 - 9}{18} = \frac{1}{18}$

b) $\frac{7}{5} - \frac{19}{30} = \frac{42 - 19}{30} = \frac{23}{30}$

c) $\frac{19}{24} - \frac{2}{3} = \frac{19 - 16}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

d) $\frac{8}{3} : \frac{12}{21} = \frac{168}{36} = \frac{14}{3}$

e) $\frac{5}{3} : \frac{60}{6} = \frac{30}{180} = \frac{1}{6}$

f) $\frac{7}{10} : \frac{7}{2} = \frac{14}{70} = \frac{1}{5}$

085 ●● **Calcula.**

a) $\left(\frac{11}{4} - 2\right) + \frac{2}{5}$

b) $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{6} : \frac{7}{2}\right)$

c) $\frac{6}{7} : \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{2}\right)$

d) $\left(\frac{9}{5} \cdot \frac{2}{3}\right) : \frac{3}{5}$

e) $\left(\frac{9}{4} - \frac{3}{8}\right) : \frac{5}{4}$

f) $\left(\frac{7}{8} : \frac{5}{2}\right) : \frac{3}{2}$

a) $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15 + 8}{20} = \frac{23}{20}$

b) $\frac{3}{4} \cdot \frac{10}{42} = \frac{30}{168} = \frac{5}{28}$

c) $\frac{6}{7} : \frac{28}{10} = \frac{60}{196} = \frac{15}{49}$

d) $\frac{18}{15} : \frac{3}{5} = \frac{90}{45} = 2$

e) $\frac{15}{8} : \frac{5}{4} = \frac{60}{40} = \frac{3}{2}$

f) $\frac{14}{40} : \frac{3}{2} = \frac{28}{120} = \frac{7}{30}$

086 ●●● **Calcula y simplifica el resultado.**

a) $12 - \left(\frac{25}{6} - \frac{7}{6}\right) - \frac{4}{18} \cdot \frac{18}{4}$

b) $\frac{2}{16} + \left(\frac{3}{6} - \frac{4}{8}\right) \cdot \frac{9}{5} - 6 \cdot \frac{4}{8}$

c) $\frac{7}{17} \cdot \frac{17}{57} + 6 - \frac{7}{4} + 5 \cdot \frac{2}{8}$

d) $\frac{2}{32} \cdot \frac{32}{4} \cdot \frac{4}{2} + 45 \cdot \frac{5}{7}$

e) $\frac{1}{3} : \frac{2}{5} + \frac{2}{5} - \frac{3}{12} + 4$

f) $4 - \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{5}{3} - \frac{7}{24}$

g) $\frac{19}{5} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{7}\right) \cdot \frac{2}{6} : \frac{4}{9}$

h) $5 \cdot \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{37}{47} - \frac{4}{8}\right) + 7$

a) $12 - \frac{18}{6} - \frac{72}{72} = 12 - 3 - 1 = 8$

b) $\frac{2}{16} + \frac{0}{24} \cdot \frac{9}{5} - \frac{24}{8} = \frac{2}{16} - 3 = \frac{-46}{16} = \frac{-23}{8}$

c) $\frac{7}{57} + 6 - \frac{7}{4} + \frac{5}{4} = \frac{7}{57} + 6 - \frac{1}{2} = \frac{14 + 684 - 57}{114} = \frac{641}{114}$

d) $1 + \frac{45 \cdot 5}{7} = \frac{7 + 225}{7} = \frac{232}{7}$

e) $\frac{5}{6} + \frac{2}{5} - \frac{3}{12} + 4 = \frac{50 + 24 - 15 + 240}{60} = \frac{299}{60}$

f) $4 - \frac{17}{35} \cdot \frac{5}{3} - \frac{7}{24} = 4 - \frac{17}{21} - \frac{7}{24} = \frac{672 - 136 - 49}{168} = \frac{487}{168}$

g) $\frac{19}{5} - \frac{17}{28} \cdot \frac{1}{3} : \frac{4}{9} = \frac{19}{5} - \frac{17}{84} : \frac{4}{9} = \frac{19}{5} - \frac{153}{336} = \frac{19}{5} - \frac{51}{112} =$

$= \frac{2128 - 255}{560} = \frac{1873}{560}$

h) $\frac{20}{9} \cdot \frac{296 - 188}{376} + 7 = \frac{20}{9} \cdot \frac{27}{94} + 7 = \frac{540}{846} + 7 = \frac{6462}{846} = \frac{359}{47}$

087 ●● **Pedro ha dedicado $\frac{1}{3}$ partes de su tiempo a ver la televisión, $\frac{1}{4}$ a jugar y $\frac{5}{12}$ a estudiar.**

¿A qué actividad ha dedicado más tiempo?

m.c.m. (3, 4, 12) = 12

$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}, \frac{1}{4} = \frac{3}{12}, \frac{5}{12}$

$\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{5}{12}$. Ha dedicado más tiempo a estudiar.

088 En la clase de 1.º A han aprobado Matemáticas los $\frac{3}{4}$ de los alumnos, y en la clase de 1.º B, los $\frac{2}{3}$. ¿En qué clase han aprobado menos alumnos si hay 24 alumnos en cada clase?

$\frac{3}{4}$ de $24 = 18$ $\qquad$ $\frac{2}{3}$ de $24 = 16$

Han aprobado menos alumnos en la clase de 1.º B.

089 Para las bebidas de una fiesta tenemos que comprar: $\frac{2}{3}$ partes de refrescos de naranja, $\frac{1}{5}$ de refrescos de limón y $\frac{2}{15}$ de zumos.

¿De qué bebida habrá mayor cantidad?

m.c.m. $(3, 5, 15) = 15$

$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}, \frac{1}{5} = \frac{3}{15}, \frac{2}{15}$

$\frac{2}{15} < \frac{1}{5} < \frac{2}{3}$. Hay más cantidad de refresco de naranja.

090 En el parque han plantado árboles: $\frac{1}{3}$ son chopos, $\frac{7}{15}$ son cipreses y $\frac{1}{5}$ son encinas.

¿De qué tipo de árbol se ha plantado más?

m.c.m. $(3, 15, 5) = 15$

$\frac{1}{3} = \frac{5}{15}, \frac{7}{15}, \frac{1}{5} = \frac{3}{15}$

$\frac{1}{5} < \frac{1}{3} < \frac{7}{15}$. Han plantado más cipreses.

091 Durante la semana cultural, los alumnos de 1.º ESO han participado en las distintas actividades de la siguiente manera: $\frac{2}{5}$ en competiciones deportivas, $\frac{1}{3}$ en juegos didácticos y $\frac{4}{15}$ en trabajos manuales.

a) ¿En qué actividad han participado más alumnos?

b) ¿En qué actividad han participado menos alumnos?

m.c.m. $(5, 3, 15) = 15$

$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}, \frac{1}{3} = \frac{5}{15}, \frac{4}{15}$ $\qquad$ $\frac{4}{15} < \frac{1}{3} < \frac{2}{5}$

a) Han participado más alumnos en competiciones deportivas.

b) Han participado menos alumnos en trabajos manuales.

092 ●●
Marta ha sumado a la fracción tres sextos una fracción cuyo denominador es seis, y ha obtenido como resultado una fracción menor que la unidad. ¿Qué fracciones ha podido sumar Marta?

$\frac{3}{6} + \frac{\square}{6} < \frac{6}{6} = 1$ Marta ha podido sumar las fracciones $\frac{1}{6}$ o $\frac{2}{6}$.

093 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA UNA PARTE DEL TOTAL?

En una fiesta se colocaron bombillas de colores. Al terminar solo funcionaba un cuarto de ellas. ¿Qué parte de las bombillas se fundió?

PRIMERO. Se expresan numéricamente el *total* y la *parte*.

TOTAL: Todas las bombillas $\longrightarrow 1$

PARTE: Bombillas que funcionaban $\rightarrow \frac{1}{4}$

SEGUNDO. Se restan para calcular la otra *parte*.

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$$

Se fundieron las tres cuartas partes de las bombillas.

094 ●●
Ana está pintando una pared. Si ya ha pintado la sexta parte, ¿qué fracción le queda por pintar?

$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$. Le queda por pintar cinco sextos de pared.

095 ●●
En un partido de baloncesto, Pedro ha encestado la sexta parte de los puntos, Carlos la mitad y Juan el resto.

a) ¿Qué fracción de los puntos ha hecho Juan?
b) ¿Quién ha encestado más puntos?

a) $1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ de los puntos los ha hecho Juan.

b) $\frac{1}{6} < \frac{2}{6} = \frac{1}{3} < \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Ha encestado más puntos Carlos.

096 ●●
En una merienda, las $\frac{3}{8}$ partes son bebida, $\frac{1}{6}$ son patatas fritas y $\frac{1}{3}$ frutos secos, siendo el resto bocadillos. ¿Qué fracción representan los bocadillos?

$1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{21}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ representan los bocadillos.

097 **En el pueblo de Rocío, las tres cuartas partes de las fincas están sembradas de trigo, un quinto de maíz, y el resto no está sembrado.**

a) ¿Qué fracción de las fincas están sembradas?

b) ¿Qué fracción de las fincas no lo están?

a) $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\right)=\frac{19}{20}$ de las fincas están sembradas.

b) $1-\frac{19}{20}=\frac{1}{20}$ de las fincas están sin sembrar.

098 **En una excursión, Ana ha traído las $\frac{2}{9}$ partes de la comida y Alberto las $\frac{2}{3}$ partes.**

a) ¿Cuánta comida han traído entre los dos?

b) ¿Cuánta comida han traído los demás?

c) Si se han comido las $\frac{5}{9}$ partes de la comida, ¿qué fracción sobra?

a) $\frac{2}{9}+\frac{2}{3}=\frac{8}{9}$ partes de la comida han traído entre los dos.

b) $1-\frac{8}{9}=\frac{1}{9}$ de la comida han traído los demás.

c) $1-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$ de la comida ha sobrado.

099 **En una clase de 1.º ESO hay 25 alumnos: las $\frac{2}{5}$ partes son chicos y las $\frac{3}{5}$ partes son chicas. ¿Cuántos chicos y chicas hay?**

$\frac{2}{5}$ de $25=10$ $\qquad$ $\frac{3}{5}$ de $25=15$

En la clase hay 10 chicos y 15 chicas.

100 **Pedro tiene 63 canicas. Los tres séptimos son verdes, los dos novenos rojas y el resto azules. ¿Cuántas canicas tiene de cada color?**

$\frac{3}{7}$ de $63=27$ verdes $\qquad$ $\frac{2}{9}$ de $63=14$ rojas

$63-27-14=22$ azules

101 **Un ciclista debe recorrer 105 km. El primer día recorre $\frac{1}{3}$ del camino y el segundo día $\frac{2}{5}$, dejando el resto para el tercer día.**

¿Cuántos kilómetros recorre cada día?

El primer día recorre $\frac{1}{3}$ de $105=35$ km; el segundo día, $\frac{2}{5}$ de $105=42$ km, y el tercer día, $105-35-42=28$ km.

102 ●● **Luis tiene una colección de 96 postales. Los $\frac{3}{8}$ son de paisajes, los $\frac{5}{12}$ de monumentos y el resto de barcos.**

a) ¿Qué fracción de postales tiene de barcos?

b) ¿Cuántas postales hay de cada tipo?

a) $1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{12}\right) = 1 - \frac{19}{24} = \frac{5}{24}$ de las postales son de barcos.

b) $\frac{3}{8}$ de 96 $= 36$ son de paisajes.

$\frac{5}{12}$ de 96 $= 40$ son de monumentos.

$96 - (36 + 40) = 20$ son de barcos.

103 ●● **Álvaro se ha gastado $\frac{1}{5}$ de sus ahorros en unos pantalones, $\frac{2}{3}$ en unos zapatos y $\frac{1}{8}$ en unos calcetines. Si tenía 120 €, ¿cuánto dinero le queda?**

La fracción del total que ha gastado es $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} + \frac{1}{8} = \frac{119}{120}$, luego le queda $\frac{1}{120}$ de 120 €, o sea, 1 €.

104 ●● **En la linde de una finca que mide $\frac{3}{5}$ de km, queremos plantar un árbol cada $\frac{1}{20}$ de km. ¿Cuántos árboles podemos plantar?**

Dividiendo la longitud de la linde entre la distancia entre los árboles, tendremos el número de espacios que habrá, $\frac{3}{5} : \frac{1}{20} = \frac{60}{5} = 12$ espacios.

Como hay un árbol más que espacios, serán 13 árboles.

105 ●●● **Por la mañana hemos recorrido las $\frac{2}{3}$ partes del camino y por la tarde 5 km. ¿Cuántos kilómetros hemos recorrido en total?**

Por la tarde hemos hecho: $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ del camino $= 5$ km; $3 \cdot 5 = 15$.

En total hemos recorrido 15 km.

106 ●●● **Un coche gasta 6 litros y $\frac{1}{4}$ de litro cada 100 kilómetros. Si el depósito tiene una capacidad de 60 litros, calcula cuántos kilómetros puede recorrer sin repostar.**

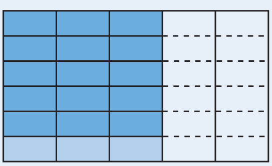
Representamos el consumo a los 100 km con una sola fracción:

$6+\dfrac{1}{4}=\dfrac{25}{4}$. Dividiendo la capacidad del depósito entre el gasto a los 100 km, tendremos los cientos de kilómetros que podemos recorrer sin repostar: $60:\dfrac{25}{4}=60\cdot\dfrac{4}{25}=\dfrac{240}{25}$ cientos de kilómetros; es decir, $\dfrac{240}{25}\cdot 100=960$ km.

107 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE REPRESENTA UNA FRACCIÓN DE OTRA FRACCIÓN?

Los tres quintos de los animales de un parque natural son mamíferos, y de los mamíferos, los cinco sextos son carnívoros. ¿Qué fracción del total de animales representan los mamíferos carnívoros?



PRIMERO. Representamos gráficamente la situación.

La figura queda dividida en 30 partes, de las que tomamos 15.

SEGUNDO. Se calcula la fracción del total que representan los mamíferos carnívoros.

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{6}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$$

Los mamíferos carnívoros representan la mitad de los animales del parque natural.

108 ●●● **En la selección para un concurso, eliminan a $\dfrac{7}{12}$ de los aspirantes en la primera prueba y a $\dfrac{4}{13}$ de los que quedaban en la segunda.**

a) ¿Qué fracción de los concursantes superan la segunda prueba?

b) Si 130 aspirantes pasan la primera prueba, ¿cuántos quedan tras la segunda?

a) La fracción que queda después de la primera prueba es $1-\dfrac{7}{12}=\dfrac{5}{12}$.

La fracción del total de participantes que superan la segunda prueba es

$\dfrac{4}{13}\cdot\dfrac{5}{12}=\dfrac{5}{39}$ eliminados en 2.ª prueba.

$1-\dfrac{5}{39}=\dfrac{34}{39}$ superan la 2.ª prueba.

b) $\dfrac{5}{12}\cdot x=130 \rightarrow x=312$ concursantes en total.

$1-\dfrac{5}{39}=\dfrac{34}{39}$ quedan en la segunda. $\dfrac{34}{39}\cdot 312=272$ quedan.

109 **Utilizando 1, 2, 3 y 4, forma todas las fracciones posibles que no sean equivalentes.**

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{1}, \frac{2}{3}, \frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{1}, \frac{4}{3}$$

110 **Encuentra una fracción que esté comprendida entre $\frac{3}{8}$ y $\frac{5}{12}$.**

m.c.m. (8, 12) = 24

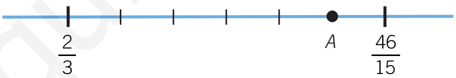
$$\frac{3}{8} = \frac{18}{48} < \frac{19}{48} < \frac{20}{48} = \frac{5}{12}$$

111 **Calcula el siguiente producto:**

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{98}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{99}\right)$$

$$\frac{\cancel{3}}{2}\cdot\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{5}}{\cancel{4}}\cdot\ldots\cdot\frac{\cancel{99}}{\cancel{98}}\cdot\frac{100}{\cancel{99}} = \frac{1}{2}\cdot 100 = 50$$

112 **Si las divisiones que se han hecho entre $\frac{2}{3}$ y $\frac{46}{15}$ son iguales, ¿qué fracción representa *A*?**



$$\frac{46}{15} - \frac{2}{3} = \frac{46-10}{15} = \frac{36}{15} = \frac{12}{5}$$ es el espacio entre los dos extremos.

$$\frac{5}{6} \text{ de } \frac{12}{5} = \frac{12}{5}\cdot\frac{5}{6} = 2$$ es el espacio entre $\frac{2}{3}$ y la quinta división.

$$A = \frac{2}{3} + 2 = \frac{8}{3}$$

113 **¿De qué fracción se trata?**

La fracción buscada es $\frac{3}{x}$, donde x es desconocido.

$$\frac{3+12}{x+12} = 2 \cdot \frac{3}{x} \rightarrow \frac{15}{x+12} = \frac{6}{x} \rightarrow 15x = 6x + 72 \rightarrow 9x = 72 \rightarrow x = 8$$

La fracción buscada es $\frac{3}{8}$.

114 ●●●

Pitágoras repartió su colección de triángulos entre sus amigos:

- **A Arquímedes le dio la mitad de los triángulos.**
- **A Tales, la cuarta parte.**
- **A Euclides, la quinta parte.**
- **Y a ti te han tocado los siete restantes.**

¿Cuántos triángulos tenía Pitágoras?

$$1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) = 1 - \frac{19}{20} = \frac{1}{20} \text{ del total } = 7 \text{ triángulos}$$

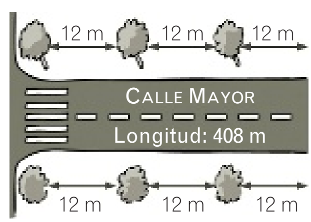
Luego $20 \cdot 7 = 140$ triángulos tenía Pitágoras.

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

115 ●●●

El alcalde de Pueblorrico ha decidido adornar los árboles de la calle Mayor con luces de colores para Navidad.

A la vista de este plano, el alcalde de Pueblorrico ha previsto colocar 25 bombillas de colores en cada árbol de la calle Mayor.



ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) ¿Cuántos árboles hay en la calle?

b) ¿Cuántas bombillas se necesitarán para adornar los árboles?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

c) En la ferretería de Pueblorrico han lanzado esta oferta:

¿Cuántas bombillas se van a comprar?

d) ¿Cuántas cajas se necesitan? ¿Cuál es su precio?

Eres capaz de... Decidir

e) En un pueblo cercano encuentran la siguiente oferta:
De cada 30 bombillas, una suele estar fundida; las cajas tienen 360 bombillas y su precio es de 50 €. ¿Es mejor esta oferta?

a) $\frac{408}{12} = 34$ espacios hay entre los árboles a cada lado de la calle, luego habrá 35 árboles en cada uno, siendo un total de 70 árboles.

b) $70 \cdot 25 = 1\,750$ bombillas.

c) $70 \cdot 25 + 100 = 1850$ bombillas se quieren comprar.

d) En cada caja hay:
$\left(1 - \frac{1}{15}\right)$ de $345 = \left(1 - \frac{1}{15}\right) \cdot 345 = \frac{14}{15} \cdot 345 = 322$ bombillas que funcionan bien.
$\frac{1850}{322} = 5 + \frac{240}{322}$. Se necesitan 6 cajas de bombillas que costarán $6 \cdot 40 = 240$ €.

e) En esta oferta, en cada caja hay:
$\left(1 - \frac{1}{30}\right) \cdot 360 = \frac{29}{30} \cdot 360 = 348$ bombillas que funcionan bien.
$\frac{1850}{348} = 5 + \frac{110}{348}$. Se necesitan 6 cajas de bombillas, que costarán $6 \cdot 50 = 300$ €.
Por tanto, esta oferta es peor.

116 ●●● **En el tablón de la cocina de un restaurante se muestran algunas de las equivalencias que se utilizan para las recetas de cocina que preparan cada día.**

Eres capaz de... Comprender

a) ¿A cuántos kilos equivale un vaso? ¿Y a cuántos litros?

b) ¿A cuántos kilos equivale una cucharada sopera? ¿Y a cuántos litros?

c) ¿A cuántos kilos equivale una cucharada de café? ¿Y a cuántos litros?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

d) Para elaborar una tarta de cumpleaños se usan los siguientes ingredientes:

TARTA DE CUMPLEAÑOS

6 vasos de harina
5 vasos de azúcar
5 vasos y medio de leche
Medio vaso de licor
1 cucharada sopera de levadura
5 cucharadas de café de vainilla

Escribe esta receta en kilogramos y litros.

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

e) Al final he decidido hacer una tarta de chocolate con una receta en la que los ingredientes son similares, y solo hay que añadir 10 cucharadas soperas de cacao. He buscado en la despensa y he encontrado un paquete de 200 g. ¿Tendré suficiente cacao?

a) $1 \text{ vaso} = \frac{1}{4} \text{ kg} = \frac{1}{5} \ell$

b) $1 \text{ cucharada sopera} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \text{ de vaso} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64} \text{ kg} =$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{80} \ell$

c) $1 \text{ cucharada de café} = \frac{1}{3} \text{ de cucharada sopera} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{192} \text{ kg} =$

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{80} = \frac{1}{240} \ell$

d) Receta en kilogramos y litros:

$6 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{2}$ kg de harina

$5 \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ kg de azúcar

$\left(5 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{5} \ell = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{11}{10} \ell$ de leche

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10} \ell$ de licor

$\frac{1}{64}$ kg de levadura

$5 \cdot \frac{1}{192} = \frac{5}{192}$ kg vainilla

e) $10 \text{ cucharadas soperas} = \frac{10}{64} \text{ kg} = 156{,}25 \text{ g}$

Como hay 200 g, hay suficiente cacao.

4 Números decimales

Problemas contables

Esa mañana de invierno era particularmente clara, lo que en Escocia no es habitual. Junto a la ventana, un hombre entrado en años repasaba mentalmente su vida mientras se dejaba acariciar por los rayos de sol.

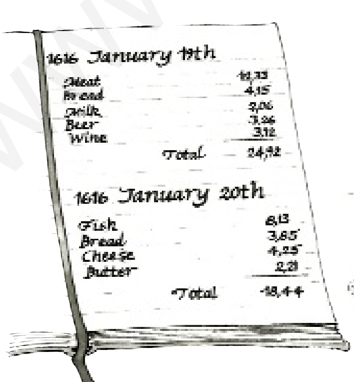
Se vio en la sala despidiéndose de su madre para ir a la universidad y recordó su consejo.

–Honra a tu familia y que tu nombre, John Napier, sea sinónimo de rectitud y nobleza–. Aquella fue la última frase que escuchó de ella y la última vez que la vio.

De sus pensamientos le sacaron dos niños que jugaban con unas tablillas: eran unas tablas que él había ideado y que servían para efectuar multiplicaciones.

Después de mirar a los niños, volvió al quehacer diario de repasar los libros contables de su propiedad, donde se podían apreciar sus gastos.

John Napier fue quien popularizó el uso de la coma como separador decimal.



DESCUBRE LA HISTORIA...

1 **¿Quién fue John Napier? Busca información sobre su vida y sus aportaciones al mundo de las matemáticas y otras ciencias.**

En la página:

http://usuarios.multimania.es/GrupoBabilonia/Biografias/Napier.htm

puedes encontrar una biografía de Napier así como algunas anécdotas y curiosidades sobre él y el título de todas sus obras.

2 **¿A qué etapa de la vida de Napier crees que corresponde el episodio que se narra en este texto? ¿Podrías situarlo en un año concreto?**

Puedes encontrar la fecha de nacimiento de Napier en:

http://www.biografiasyvidas.com

buscando su nombre en el índice alfabético que aparece en la página.
En el cuaderno que aparece en la ilustración verás la fecha en la que transcurre el relato.

3 **Investiga sobre las aportaciones de John Napier al estudio de los números decimales.**

Una extensa relación de todos sus descubrimientos matemáticos aparece en el apartado de biografías de la página:

http://ciencia.astroseti.org/matematicas

EVALUACIÓN INICIAL

1 **Indica el valor de las cifras de estos números: 10 926 y 253 418**

10 926 = 10 000 + 900 + 20 + 6

253 418 = 200 000 + 50 000 + 3 000 + 400 + 10 + 8

2 **Completa la tabla.**

C	D	U	d	c	m	Descomposición
1	3	4	0	9	6	**100 + 30 + 4 + 0,09 + 0,006**
	4	6	0	0	5	40 + 6 + 0,005
		1	0	0	1	1 + 0,001
3	0	8	1	0	9	300 + 8 + 0,1 + 0,009

3 **Trunca y redondea a las unidades de millar estos números.**

a) 8 902 Truncamiento = 8 000 Redondeo = 9 000

b) 15 555 Truncamiento = 15 000 Redondeo = 16 000

c) 890 726 Truncamiento = 890 000 Redondeo = 891 000

d) 26 299 Truncamiento = 26 000 Redondeo = 26 000

e) 48 501 Truncamiento = 48 000 Redondeo = 49 000

Números decimales

EJERCICIOS

001 **Escribe con cifras.**

a) Treinta y siete milésimas.
b) Nueve unidades cuatro décimas.
c) Cuatro unidades trescientas milésimas.

a) 0,037 b) 9,4 c) 4,300

002 **Escribe cómo se lee cada número.**

a) 1,033 **b) 0,09** **c) 21,0021**

a) Una unidad y treinta y tres milésimas.
b) Nueve centésimas.
c) Veintiuna unidades y veintiuna diezmilésimas.

003 **Indica la parte entera y decimal.**

a) 112,45 **b) 0,25** **c) 42,1**

a) Parte entera: 112
Parte decimal: 45

b) Parte entera: 0
Parte decimal: 25

c) Parte entera: 42
Parte decimal: 1

004 **Descompón en unidades estos números.**

a) 5,439 **b) 17,903** **c) 0,88**

a) 5 unidades, 4 décimas, 3 centésimas y 9 milésimas.
b) 1 decena, 7 unidades, 9 décimas y 3 milésimas.
c) 8 décimas y 8 centésimas.

005 **Escribe, en cada caso, la equivalencia.**

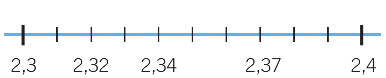
a) 34 centésimas = □ milésimas
b) 9 unidades = □ centésimas

a) 34 centésimas = 340 milésimas
b) 9 unidades = 900 centésimas

006 **Un número está formado por 30 décimas y 95 centésimas. ¿Qué número es?**

30 décimas = 300 centésimas
300 centésimas + 95 centésimas = 395 centésimas =
= 3 unidades 95 centésimas = 3,95

007 **Representa, en una recta numérica, estos números: 2,3; 2,34; 2,37; 2,32.**



008 **Completa con el signo que corresponda.**

a) 3,2 □ 3,08 **b) 0,086 □ 0,087**

a) 3,2 > 3,08 b) 0,086 < 0,087

009 **Ordena, de mayor a menor: 8,5; 8,67; 8,07; 8,45.**

8,67 > 8,5 > 8,45 > 8,07

010 **Escribe cuatro números comprendidos entre 7,25 y 7,26.**

Ejemplos: 7,251; 7,2501; 7,25012; 7,25073.

011 **Calcula.**

a) 32,98 + 45,006 **d) 0,56 − 0,249**
b) 7 + 8,003 **e) 8,42 − 5,3 + 0,77**
c) 3,456 − 0,098 **f) 4,001 + 2,11 − 0,723**

a) 77,986 c) 3,358 e) 3,12 + 0,77 = 3,89
b) 15,003 d) 0,311 f) 6,111 − 0,723 = 5,388

012 **Completa.**

a) 34,56 + □ = 89,7 **b) □ + 0,32 = 2,345**

a) □ = 89,7 − 34,56 = 55,14
b) □ = 2,345 − 0,32 = 2,025

013 **Completa.**

a) 435,07 − □ = 83,99 **b) □ − 0,39 = 1,685**

a) □ = 435,07 − 83,99 = 351,08
b) □ = 1,685 + 0,39 = 2,075

014 **Sin operar, asocia cada operación con su resultado.**

a) 13,45 + 9,95 **i) 23,1**
b) 30 − 0,9 **ii) 23,4**
c) 25 − 0,99 **iii) 24,01**
d) 23,045 + 0,055 **iv) 29,1**

a) → ii) b) → iv) c) → iii) d) → i)

015 **Calcula.**

a) 42,6 · 5,9 **c) 765,3 · 3,8**
b) 24,8 · 0,05 **d) 6,54 · 0,7**

a) 251,34 b) 1,24 c) 2 908,14 d) 4,578

016 **Realiza estas multiplicaciones.**

a) $42,6 \cdot 10$ **c)** $765,3 \cdot 100$

b) $123,77 \cdot 0,001$ **d)** $44,9 \cdot 0,0001$

a) 426 b) 0,12377 c) 76 530 d) 0,00449

017 **Resuelve.**

a) $15,63 - 0,1 \cdot (5,6 - 4,1)$

b) $(23,92 + 8,75) \cdot 100 - 69,7$

a) $15,63 - 0,1 \cdot 1,5 = 15,63 - 0,15 = 15,48$

b) $32,67 \cdot 100 - 69,7 = 3\,267 - 69,7 = 3\,197,3$

018 **Sabiendo que $364 \cdot 123 = 44\,772$, indica el resultado de estos productos.**

a) $36,4 \cdot 12,3$ **c)** $0,364 \cdot 12,3$

b) $364 \cdot 1,23$ **d)** $36,4 \cdot 0,123$

a) Dos cifras decimales: 447,72.

b) Dos cifras decimales: 447,72.

c) Cuatro cifras decimales: 4,4772.

d) Cuatro cifras decimales: 4,4772.

019 **Calcula.**

a) $42,6 : 3$ **c)** $23,4 : 9$ **e)** $850 : 0,34$

b) $399,5 : 17$ **d)** $910 : 2,8$ **f)** $2\,015 : 0,62$

a) 14,2 b) 23,5 c) 2,6 d) 325 e) 2 500 f) 3 250

020 **Sandra ha pagado 3 € por 1,7 kg de manzanas. ¿Cuánto cuesta un kilo de manzanas?**

$3 : 1,7 = 1,76$ € cuesta el kilo.

021 **He comprado 200 g de jamón y me ha costado 1,70 €. La semana pasada, el kilo valía 8,35 €. ¿Ha subido el precio esta semana?**

$1,70 : 0,2 = 8,50$ € vale el kilo esta semana; por tanto, cuesta más caro que la semana pasada. Ha subido $8,50 - 8,35 = 0,15$ €.

022 **Sabiendo que $32,96 : 8 = 4,12$; calcula.**

a) $3,296 : 8$ **b)** $329,6 : 8$ **c)** $3\,296 : 8$ **d)** $0,3296 : 8$

a) 0,412 b) 41,2 c) 412 d) 0,0412

023 **Calcula.**

a) 129,6 : 3,6 **c) 16,32 : 0,34**

b) 19,1 : 3,82 **d) 19,8 : 1,65**

a) 1 296 : 36 = 36 c) 1 632 : 34 = 48

b) 1 910 : 382 = 5 d) 1 980 : 165 = 12

024 **Obtén el cociente con tres cifras decimales.**

a) 17 : 9,4 **b) 11 : 0,17** **c) 9,75 : 1,4** **d) 8,7 : 7,8**

a) 170 : 94 = 1,808 c) 975 : 140 = 6,964

b) 1 100 : 17 = 64,705 d) 87 : 78 = 1,115

025 **Resuelve.**

a) 9 268 : 1 000 **d) 46,97 : 10**

b) 3,24 : 100 **e) 1,8 : 100**

c) 3,85 : 0,01 **f) 61,2 : 0,1**

a) 9,268 c) 385 e) 0,018

b) 0,0324 d) 4,697 f) 612

026 **Completa el dividendo, después de suprimir la coma.**

a) 16,45 : 2,35 = 7 → □ : 235 = 7

b) 3,24 : 1,2 = 2,7 → □ : 12 = 2,7

c) 19,8 : 1,65 = 12 → □ : 165 = 12

d) 0,9 : 0,45 = 2 ⟶ □ : 45 = 2

a) 1 645 b) 32,4 c) 1 980 d) 90

027 **Multiplica varios números decimales por 100. Divide esos números entre 0,01. ¿Obtienes el mismo resultado? ¿Crees que ocurre igual con otros números?**

Ejemplos: 45,6789 · 100 = 4 567,89

45,6789 : 0,01 = 4 567,89

El resultado es el mismo. Sucede siempre que el número por el que multiplicamos es el inverso del número entre el que dividimos (el inverso de 100 es 1 : 100 = 0,01).

028 **Calcula los cocientes de estas divisiones con dos cifras decimales.**

a) 23 : 3 **b) 47 : 12** **c) 102 : 7** **d) 143 : 22**

a) Cociente = 7,66 c) Cociente = 14,57

b) Cociente = 3,91 d) Cociente = 6,5

029 **Calcula el resto de una división que tiene:**

Dividendo = 43 **Divisor = 16** **Cociente = 2,6**

$43 = 16 \cdot 2,6 + r \rightarrow 43 = 41,6 + r \rightarrow r = 1,4$

030 **Decide si estas divisiones están bien hechas.**

a) Dividendo = 37 **Divisor = 6**
Cociente = 6,16 **Resto = 4**

b) Dividendo = 78 **Divisor = 11**
Cociente = 7,09 **Resto = 0,01**

a) $37 \neq 6 \cdot 6,16 + 4 \rightarrow 37 \neq 36,96 + 4 \rightarrow 37 \neq 40,96$

La división está mal resuelta.

b) $78 = 11 \cdot 7,09 + 0,01 \rightarrow 78 = 77,99 + 0,01 \rightarrow 78 = 78$

La división está bien resuelta.

031 **Pon un ejemplo de una división en la que el cociente tenga una cifra decimal y el resto sea 0.**

Respuesta abierta.

Basta con coger cualquier número con una cifra decimal (cociente) y multiplicarlo por un número natural (divisor). El producto resultante será el dividendo de la división que buscamos.

$1,2 \cdot 7 = 8,4$

$$\begin{array}{r|l} 8,4 & 7 \\ \hline 14 & 1,2 \\ 0 & \end{array}$$

032 **Expresa estas fracciones como número decimal.**

a) $\frac{39}{100}$ **b)** $\frac{3}{6}$ **c)** $\frac{77}{10}$ **d)** $\frac{9}{12}$

a) 0,39 b) 0,5 c) 7,7 d) 0,75

033 **Escribe estos números con 10 cifras decimales.**

a) $1,\widehat{3}$ **b)** $12,\widehat{36}$ **c)** $0,2\widehat{5}$ **d)** $8,02\widehat{35}$

a) $1,\widehat{3} = 1,3333333333...$ c) $0,2\widehat{5} = 0,2555555555...$

b) $12,\widehat{36} = 12,3636363636...$ d) $8,02\widehat{35} = 8,0235353535...$

034 **Expresa como números decimales.**

a) $\frac{13}{3}$ **b)** $\frac{3}{11}$ **c)** $\frac{7}{12}$ **d)** $\frac{3}{13}$

a) $\frac{13}{3} = 4,\widehat{3}$ b) $\frac{3}{11} = 0,\widehat{27}$ c) $\frac{7}{12} = 0,58\widehat{3}$ d) $\frac{3}{13} = 0,\widehat{230769}$

035 **Completa.**

a) $\dfrac{\square}{10} = 39{,}1$ **b)** $\dfrac{\square}{100} = 15{,}61$

a) $\dfrac{391}{10}$ b) $\dfrac{1561}{100}$

036 **Determina el tipo de número decimal que expresan las fracciones.**

a) $\dfrac{7}{20}$ **b)** $\dfrac{100}{75}$ **c)** $\dfrac{10}{13}$ **d)** $\dfrac{4}{625}$ **e)** $\dfrac{5}{16}$ **f)** $\dfrac{25}{60}$

a) 0,35. Decimal exacto.
b) 1,333… Decimal periódico puro.
c) 0,769230769230… Decimal periódico puro.
d) 0,0064. Decimal exacto.
e) 0,3125. Decimal exacto.
f) 0,4166666666… Decimal periódico mixto.

037 **Escribe las cinco siguientes cifras del número 3,11223344… ¿Qué tipo de número decimal es?**

Es un número decimal no exacto y no periódico: 3,1122334455667788 99…

038 **Halla tres fracciones que expresen números decimales exactos y tres fracciones que expresen números decimales periódicos.**

Decimales exactos: $\dfrac{1}{5}$ $\dfrac{3}{4}$ $\dfrac{4}{10}$

Decimales periódicos: $\dfrac{1}{6}$ $\dfrac{4}{3}$ $\dfrac{2}{7}$

039 **Redondea 13,444 y 13,447 a las centésimas.**

13,444 → 13,44 13,447 → 13,45

040 **Redondea a las décimas.**

a) 5,93 **b) 5,96** **c) 0,964** **d) 0,934**

a) 5,9 b) 6 c) 1 d) 0,9

041 **Trunca y redondea $13{,}\widehat{4}$ y $13{,}4\widehat{7}$ a las centésimas.**

Truncamiento: 13,44 Redondeo: 13,44
Truncamiento: 13,47 Redondeo: 13,48

042 **¿Cuál es el redondeo de $12{,}\widehat{9}$ a cualquier unidad decimal?**

El redondeo es siempre 13 por ser todas las cifras decimales 9.

ACTIVIDADES

043 Descompón en unidades los siguientes números decimales.

	Parte entera			Parte decimal		
	C	D	U	d	c	m
43,897		4	3	8	9	7
135,903	1	3	5	9	0	3
29,876		2	9	8	7	6

044 Escribe cómo se lee cada número.

a) 6,125 **b) 1,014** **c) 34,046** **d) 0,019**

a) 6 unidades y 125 milésimas.
c) 34 unidades y 46 milésimas.
b) 1 unidad y 14 milésimas.
d) 19 milésimas.

045 Completa.

a) En 3 unidades hay □ décimas.
b) En 12 decenas hay □ centésimas.
c) En 5 unidades hay □ milésimas.
d) En 8 decenas hay □ diezmilésimas.

a) 30 décimas
c) 5 000 milésimas
b) 12 000 centésimas
d) 800 000 diezmilésimas

046 Escribe los números decimales que correspondan en cada caso.

a) 2 C 7 D 9 U 3 d
c) 7 U 4 c
b) 1 D 2 U 4 m
d) 8 C 9 U 6 d

a) 279,3 b) 12,004 c) 7,04 d) 809,6

047 Escribe con cifras.

a) Nueve décimas.
b) Cuatro unidades quince centésimas.
c) Nueve unidades ciento ocho milésimas.
d) Dos unidades mil diezmilésimas.

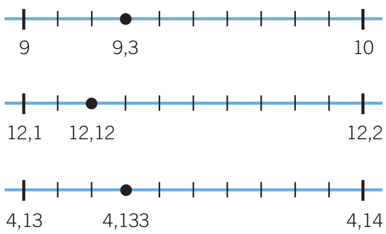
a) 0,9 b) 4,15 c) 9,108 d) 2,1000

048 Escribe los números que sean una centésima menor.

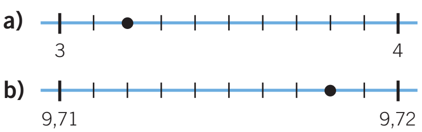
a) 0,99 **b) 1,4** **c) 0,01** **d) 5,98** **e) 4,9** **f) 1,099**

a) 0,98 b) 1,39 c) 0 d) 5,97 e) 4,89 f) 1,089

049 Representa en la recta numérica los números 9,3; 12,12 y 4,133.



050 ¿Qué número está representado en cada caso?



a) 3,2 b) 9,718

051 Completa con el signo < o >, según corresponda.

a) 0,231 □ 0,235 **c)** 3,87 □ 3,85

b) 0,71 □ 0,83 **d)** 5,12 □ 3,12

a) 0,231 < 0,235 c) 3,87 > 3,85

b) 0,71 < 0,83 d) 5,12 > 3,12

052 Ordena, de menor a mayor: 5,23; 5,203; 5,233; 5,2.

5,2 < 5,203 < 5,23 < 5,233

053 Ordena, de mayor a menor: 9,05; 9,45; 9,53; 9,07.

9,53 > 9,45 > 9,07 > 9,05

054 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA UN NÚMERO DECIMAL COMPRENDIDO ENTRE OTROS DOS NÚMEROS?

Calcula tres números comprendidos entre 7,3 y 7,32.

PRIMERO. Se escriben los dos números con la misma cantidad de cifras decimales, añadiendo ceros a la derecha si es necesario.

7,3 → 7,3**0** 7,32 → 7,32

SEGUNDO. Se añaden al número menor (en este caso, a 7,30) cifras decimales distintas de cero.

7,30 < **7,30**1 < **7,30**2 < **7,30**3 < … < **7,32**

055 Halla tres números comprendidos entre:

a) 1,2 y 1,4 **b) 2,14 y 2,16** **c) 7,25 y 7,26** **d) 0,01 y 0,001**

a) 1,21; 1,22; 1,3
b) 2,141; 2,142; 2,15
c) 7,251; 7,252; 7,253
d) 0,0011; 0,003; 0,002

056 Calcula.

a) 32,35 − 0,89
b) 81,002 − 45,09
c) 87,65 − 9,47
d) 4 − 2,956

a) 31,46 b) 35,912 c) 78,18 d) 1,044

057 Efectúa las operaciones.

a) 4,53 + 0,089 + 3,4
b) 7,8 + 0,067 + 2,09 + 0,7
c) 123 + 23,09 − 45,7 − 0,28
d) 78,098 − 43,68 − 0,008

a) 8,019 b) 10,657 c) 100,11 d) 34,41

058 Completa.

a) 3,313 + □ = 6,348
b) □ + 1,47 = 5,8921
c) 4,56 − □ = 0,936
d) □ − 2,431 = 1,003

a) 3,313 + 3,035 = 6,348
b) 4,4221 + 1,47 = 5,8921
c) 4,56 − 3,624 = 0,936
d) 3,434 − 2,431 = 1,003

059 Resuelve.

a) Suma 4 centésimas a 4,157.
b) Resta 3 décimas a 1,892.
c) Suma 7 milésimas a 5,794.
d) Resta 23 centésimas a 3,299.
e) Suma 3 milésimas a 1,777.

a) 4,157 + 0,04 = 4,197
b) 1,892 − 0,3 = 1,592
c) 5,794 + 0,007 = 5,801
d) 3,299 − 0,23 = 3,069
e) 1,777 + 0,003 = 1,780

060 Calcula.

a) 3,45 · 0,018
b) 8,956 · 14
c) 3,4 · 0,92
d) 123,4 · 76
e) 0,35 · 10
f) 1,4 · 100
g) 0,045 · 1 000
h) 0,65 · 10 000
i) 3,78 · 0,1
j) 794,2 · 0,01
k) 24,85 · 0,001
l) 56 · 0,0001

a) 0,0621
b) 125,384
c) 3,128
d) 9 378,4
e) 3,5
f) 140
g) 45
h) 6 500
i) 0,378
j) 7,942
k) 0,02485
l) 0,0056

061 **Resuelve.**

a) 5 : 0,06
b) 8 : 1,125
c) 17,93 : 7
d) 7 : 25
e) 7,24 : 1,1
f) 8,37 : 4,203
g) 30 : 10
h) 636 : 100
i) 1 296 : 10 000
j) 55,2 : 0,1
k) 202,2 : 0,01
l) 138,24 : 0,0001

a) 83,3333333…
b) 7,1111111…
c) 2,5614285714285714…
d) 0,28
e) 6,581818181…
f) 1,99143468950
g) 3
h) 6,36
i) 0,1296
j) 552
k) 20 220
l) 1 382 400

062 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE RESUELVEN OPERACIONES COMBINADAS CON NÚMEROS DECIMALES?

Calcula 4,56 : 2 + 3 · (7,92 − 5,65).

PRIMERO. Se realizan las operaciones entre paréntesis.

$$4{,}56 : 2 + 3 \cdot (7{,}92 - 5{,}65) = 4{,}56 : 2 + 3 \cdot 2{,}27$$

SEGUNDO. Se resuelven las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha, y por último, las sumas y restas en el mismo orden.

$$4{,}56 : 2 + 3 \cdot 2{,}27 = 2{,}28 + 6{,}81 = 9{,}09$$

063 **Opera, respetando la jerarquía de las operaciones.**

a) 134,5 : 2,5 + 12,125
b) 2,75 · (4,605 − 3,5) + 1,37
c) 5,7 + 6,225 : 7,5 − 0,39
d) (4,987 + 0,875) : 1,5 + 3,094
e) 12,3 : 8,2 · 2,5 − 3,29
f) 9,6 · 2,4 − 8,5 · 1,27
g) 0,05 + (11,3 − 3,2) : 0,09
h) 44,4 : 0,002 · 1,7 − 2,9 · 3,1

a) $53{,}8 + 12{,}125 = 65{,}925$
b) $2{,}75 \cdot 1{,}105 + 1{,}37 = 3{,}03875 + 1{,}37 = 4{,}40875$
c) $5{,}7 + 0{,}83 - 0{,}39 = 6{,}53 - 0{,}39 = 6{,}14$
d) $5{,}862 : 1{,}5 + 3{,}094 = 3{,}908 + 3{,}094 = 7{,}002$
e) $1{,}5 \cdot 2{,}5 - 3{,}29 = 3{,}75 - 3{,}29 = 0{,}46$
f) $23{,}04 - 10{,}795 = 12{,}245$
g) $0{,}05 + 8{,}1 : 0{,}09 = 0{,}05 + 90 = 90{,}05$
h) $22\,200 \cdot 1{,}7 - 8{,}99 = 37\,740 - 8{,}99 = 37\,731{,}01$

064 **Expresa estas fracciones mediante números decimales.**

a) $\frac{7}{10}$ **b)** $\frac{5}{100}$ **c)** $\frac{42}{1\,000}$ **d)** $\frac{42}{10}$ **e)** $\frac{22}{4}$ **f)** $\frac{55}{22}$ **g)** $\frac{17}{9}$ **h)** $\frac{23}{6}$

a) 0,7 b) 0,05 c) 0,042 d) 4,2 e) 5,5 f) 2,5 g) $1{,}\widehat{8}$ h) $3{,}8\widehat{3}$

065 Clasifica estos números decimales.

a) 5,7777... **c)** 132

b) 78,923333... **d)** 3,47

a) Periódico puro.
b) Periódico mixto.
c) Entero, decimal exacto.
d) Decimal exacto.

066 Expresa estas fracciones como número decimal, y di de qué tipo son.

a) $\frac{28}{4}$ **b)** $\frac{3}{20}$ **c)** $\frac{2}{9}$ **d)** $\frac{7}{6}$

a) 7. Exacto.
b) 0,15. Exacto.
c) 0,2222… Periódico puro.
d) 1,16666… Periódico mixto.

067 Escribe.

a) Dos números decimales exactos.
b) Dos números decimales periódicos puros.
c) Dos números decimales periódicos mixtos.

a) 2,3 y 1,27
b) 3,4444444…; 12,36363636…
c) 2,35555555…; 65,1254545454…

068 Identifica los siguientes números como periódicos puros y periódicos mixtos, indicando la parte entera y el período.

a) $\frac{2}{9}$ **b)** $\frac{8}{11}$ **c)** $\frac{26}{180}$ **d)** $\frac{29}{900}$ **e)** $\frac{1}{198}$

a) 0,22222… Periódico puro. Parte entera 0 y período 2.
b) 0,727272… Periódico puro. Parte entera 0 y período 72.
c) 0,14444… Periódico mixto. Parte entera 0 y período 4.
d) 0,032222… Periódico mixto. Parte entera 0 y período 2.
e) 0,0050505… Periódico mixto. Parte entera 0 y período 50.

069 Escribe números decimales cuyas características sean las siguientes.

a) Parte entera 26 y período 5.
b) Parte entera 8 y período 96.
c) Parte entera 5 y parte decimal 209.
d) Parte entera 0, parte decimal no periódica 4 y período 387.
e) Parte entera 1, parte decimal no periódica 0 y período 3.

a) 26,555555…
b) 8,96969696…
c) 5,209
d) 0,4387387387…
e) 1,033333333…

070 ●●

Indica cuáles de estos números decimales son no exactos y no periódicos.

a) 5,232233222333...
b) 5,2233344444...
c) 5,2345345345...
d) 5,232425
e) 5,223223223...
f) 0,10120123...

a) No exacto y no periódico.
b) No exacto y no periódico.
c) Periódico mixto.
d) Exacto.
e) Periódico puro.
f) No exacto y no periódico.

071 ●

Escribe en forma de fracción irreducible los siguientes números decimales.

a) 5,67
b) 0,06
c) 6,333
d) 0,045
e) 23,9
f) 15,2

a) $\frac{567}{100}$

b) $\frac{6}{100} = \frac{3}{50}$

c) $\frac{6\,333}{1\,000}$

d) $\frac{45}{1\,000} = \frac{9}{200}$

e) $\frac{239}{10}$

f) $\frac{152}{10} = \frac{76}{5}$

072 ●●

Escribe en forma de fracción. Simplifica siempre que sea posible.

a) 7 décimas.
b) 13 centésimas.
c) 4 milésimas.
d) 11 diezmilésimas.
e) 35 décimas.
f) 9 centésimas.

a) $\frac{7}{10}$

b) $\frac{13}{100}$

c) $\frac{4}{1\,000} = \frac{1}{250}$

d) $\frac{11}{10\,000}$

e) $\frac{35}{10} = \frac{7}{2}$

f) $\frac{9}{100}$

073 ●●

Completa.

a) $9,6 = \frac{96}{\square}$

b) $12,389 = \frac{12\,389}{\square}$

c) $1,23 = \frac{123}{\square}$

d) $0,331 = \frac{331}{\square}$

a) $9,6 = \frac{96}{10}$

b) $12,389 = \frac{12\,389}{1\,000}$

c) $1,23 = \frac{123}{100}$

d) $0,331 = \frac{331}{1\,000}$

074 ●

Aproxima, por redondeo y por truncamiento, a las décimas estos números decimales.

a) 3,466 **b) 0,679** **c) 54,632** **d) 6,319**

a) Redondeo: 3,5 Truncamiento: 3,4
b) Redondeo: 0,7 Truncamiento: 0,6
c) Redondeo: 54,6 Truncamiento: 54,6
d) Redondeo: 6,3 Truncamiento: 6,3

075 **Aproxima, por redondeo y por truncamiento, a las centésimas estos números decimales.**

a) 2,476 **b) 3,467** **c) 3,415** **d) 7,823**

a) Redondeo: 2,48 Truncamiento: 2,47
b) Redondeo: 3,47 Truncamiento: 3,46
c) Redondeo: 3,42 Truncamiento: 3,41
d) Redondeo: 7,82 Truncamiento: 7,82

076 **Aproxima, por redondeo y por truncamiento, a las unidades los siguientes números decimales.**

a) 23,456 **b) 0,92** **c) 12,97** **d) 9,356**

a) Redondeo: 23 Truncamiento: 23
b) Redondeo: 1 Truncamiento: 0
c) Redondeo: 13 Truncamiento: 12
d) Redondeo: 9 Truncamiento: 9

077 **Al número decimal 3,8 □ 2 se le ha borrado la cifra de las centésimas, pero sabemos que este número aproximado a las décimas es igual a 3,9. ¿Qué números pueden ser la cifra de las centésimas?**

Si la aproximación es por redondeo, la cifra de las centésimas tiene que ser mayor o igual que 5; y si es por truncamiento, no tiene solución.

078 **Al número decimal 3, □ 56 se le ha borrado la cifra de las décimas, pero sabemos que este número aproximado a las unidades es igual a 3. ¿Qué números pueden ser la cifra de las décimas?**

Si la aproximación es por redondeo, la cifra de las décimas tiene que ser menor que 5; y si es por truncamiento, puede ser cualquier dígito.

079 **Si aproximamos, por redondeo y por truncamiento, a las décimas el número 2,068, ¿se obtiene el mismo resultado? ¿Por qué?**

No se obtiene el mismo resultado, porque si redondeamos a las décimas, el resultado es 2,1 y si truncamos a las décimas el resultado es 2,0 = 2.

080 **En un pueblo hay cuatro líneas de autobuses. Observa en la tabla la distancia que recorre cada uno de ellos. ¿Cuál recorre mayor distancia? ¿Y menor?**

Línea 1	Línea 2	Línea 3	Línea 4
8,409 km	8,5 km	8,45 km	9,05 km

Mayor distancia → línea 4 Menor distancia → línea 1

081 **La suma de dos números decimales es 52,63. Si uno de los sumandos es 28,557, calcula el otro sumando.**

$52,63 - 28,557 = 24,073$

082 **Cierto día, la temperatura a las 8 de la mañana era de 10,5 °C, y a las 12 del mediodía era de 17,3 °C. ¿Cuántos grados hay de diferencia?**

$17,3 - 10,5 = 6,8$ grados hay de diferencia.

083 **Las alturas de tres amigos suman 5 m. María mide 1,61 m y Luis mide 1,67 m. Halla cuánto mide Alberto.**

$5 - (1,61 + 1,67) = 5 - 3,28 = 1,72$ m mide Alberto.

084 **En un ascensor se cargan 5 bolsas de 12,745 kg cada una. Suben dos personas que pesan 65 kg y 85,7 kg. El ascensor admite 350 kg de carga máxima. ¿Puede subir otra persona más que pese 86,7 kg?**

$5 \cdot 12,745 + 65 + 85,7 = 63,725 + 65 + 85,7 = 214,425$ kg hay de carga antes de subir la última persona.

$214,425 + 86,7 = 301,125$ kg (< 350 kg) pesan todos juntos.

Luego sí puede subir otra persona que pese 86,7 kg.

085 **Jaime va a la compra y lleva una cesta que pesa 1,5 kg. Compra dos bolsas de naranjas que pesan 3,4 kg cada una. ¿Cuántos kilos pesa en total la compra?**

$1,5 + 2 \cdot 3,4 = 1,5 + 6,8 = 8,3$ kg pesa la compra.

086 **En una fábrica de refrescos se preparan 4 138,2 litros de refresco de naranja y se envasan en botes de 0,33 litros. ¿Cuántos botes necesitan?**

$4\,138,2 : 0,33 = 413\,820 : 33 = 12\,540$ botes necesitan.

087 Andrés corta un listón de madera de 3,22 m en trozos de 0,23 m. ¿Cuántos trozos obtiene?

$3,22 : 0,23 = 322 : 23 = 14$ trozos obtiene Andrés.

088 Laura ha hecho 43,5 kg de pasta y la quiere empaquetar en cajas de 0,250 kg. ¿Cuántas cajas necesita?

$43,5 : 0,250 = 4\,350 : 25 =$
$= 174$ cajas necesita Laura.

089 En un río de 7,2 km de largo se han puesto carteles de «Coto de pesca» cada 0,16 km. ¿Cuántos carteles se han puesto?

$7,2 : 0,16 = 720 : 16 = 45$ divisiones

Se han puesto $45 + 1 = 46$ carteles.

090 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA LA FRACCIÓN DE UN DECIMAL?

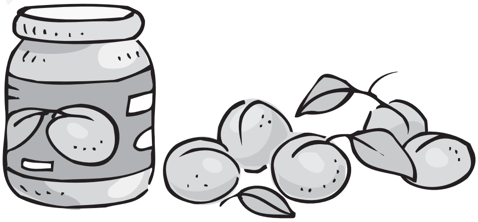
Se dispone de 24,88 kg de mezcla de café de distinta procedencia. Si las tres cuartas partes son de origen africano, ¿qué cantidad de café africano hay?

PRIMERO. Se multiplica por el numerador de la fracción. $3 \cdot 24,88 = 74,64$

SEGUNDO. Se divide el resultado entre el denominador. $74,64 : 4 = 18,66$

En la mezcla hay 18,66 kg de café africano.

091 La mitad del peso de un bote de mermelada de 500 g corresponde a fruta.



a) ¿Cuál es el peso de la fruta en kilos?

b) ¿Cuántos botes se necesitan para que el total de fruta sea 6,75 kg?

a) $\frac{1}{2}$ de 500 es $500 \cdot 0,5 = 250$ g de fruta $= 0,25$ kg

b) $6,75 : 0,25 = 675 : 25 = 27$ botes se necesitan.

092 **Una camisa cuesta 20,95 €. Por estar rebajada nos descuentan la quinta parte de su valor, y por pagar en efectivo, la veinteava parte. ¿Cuál es su precio final?**

El descuento por estar rebajada es: $\frac{1}{5} \cdot 20,95 = 0,2 \cdot 20,95 = 4,19$ €

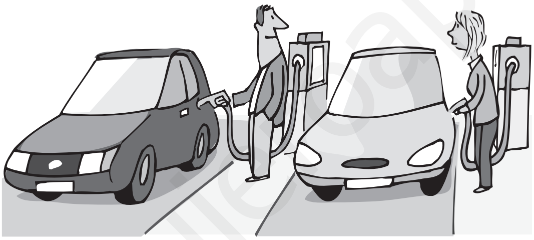
El descuento por pagar en efectivo es: $\frac{1}{20} \cdot 20,95 = 0,05 \cdot 20,95 = 1,0475$ €

$20,95 - 4,19 - 1,0475 = 15,7125$. Por tanto, 15,71 € es el precio final.

093 **María ha ido al banco a cambiar 45,50 € en dólares. Por cada euro le han dado 0,96 dólares. ¿Cuántos dólares tiene en total?**

$45,50 \cdot 0,96 = 43,68$ dólares

094 **Elena ha echado 45 litros de gasolina y Juan ha echado 9,8 litros menos que Elena. Si cada litro de gasolina cuesta 1,10 €, ¿cuánto tiene que pagar Juan?**



$(45 - 9,8) \cdot 1,10 = 35,2 \cdot 1,10 = 38,72$. Juan paga 38,72 €.

095 **Alberto ha comprado 3 botes de tomate y un refresco que cuesta 1,05 €. Ha pagado con 5 € y le han devuelto 1,40 €. ¿Cuánto le ha costado cada bote de tomate?**

El coste total es: $5 - 1,40 = 3,60$ €

El coste total menos el refresco es: $3,60 - 1,05 = 2,55$ €

$2,55 : 3 = 0,85$ € le ha costado cada bote.

096 **Completa el siguiente cuadro:**

5,04	−	2,34	=	**2,7**
:		+		+
0,6	×	**2,1**	=	1,26
=		=		=
8,4	−	4,44	=	3,96

097 **Considera los números 3,1 y 3,2. ¿Podrías escribir 100 números comprendidos entre ambos? ¿Y 1 000 números? ¿Y 1 000 000? ¿Cómo lo harías?**

Entre dos números decimales existen infinitos números. Para encontrar 100 números comprendidos entre 3,1 y 3,2, se divide la amplitud del intervalo $(3{,}2 - 3{,}1 = 0{,}1)$ en 100 partes $(0{,}1 : 100 = 0{,}001)$. El número obtenido (0,001) se suma sucesivamente al extremo inferior del intervalo, en este caso, 3,1.

$3{,}1 + 0{,}001 = 3{,}101$; $3{,}101 + 0{,}001 = 3{,}102$; $3{,}102 + 0{,}001 = 3{,}103$…

El proceso es análogo para encontrar 1 000 o 1 000 000 de números comprendidos entre dos números decimales dados.

098 **Si en tu calculadora no pudieras usar la tecla $\boxed{\cdot}$ para introducir los números decimales, ¿cómo harías para que apareciesen los siguientes números en la pantalla?**

a) 0,9 **b) 2,02** **c) 0,007**

Escribiríamos en la calculadora:

a) $\dfrac{9}{10}$ b) $\dfrac{202}{100}$ c) $\dfrac{7}{1\,000}$

099 **Si no pudieras usar la tecla del número 0, ¿cómo harías para que apareciesen los números 0,1; 1,04; 100,3 y 30,07 en la pantalla?**

$0{,}1 \rightarrow 3{,}2 - 3{,}1$

$1{,}04 \rightarrow \dfrac{104}{100} = \dfrac{52}{50} = \dfrac{26}{25}$

$100{,}3 \rightarrow 37{,}14 + 63{,}16$

$30{,}07 \rightarrow 18{,}42 + 11{,}65$

100 **Observa los siguientes números decimales. Indica cómo se forman y calcula la cifra que ocupa el lugar 100.**

a) 2,34343434…

b) 5,2034034034034…

c) 0,12345678910111213 14…

a) La parte entera es 2 y el período es 34. Por ser el período de 2 cifras, la cifra que ocupa el lugar 100 es la segunda del período, ya que 100 : 2 da resto 0. La cifra es 4.

b) La parte entera es 5, la parte no periódica es 2 y el período es 034. Al estar una cifra ocupada por la parte decimal no periódica quedan 99 cifras para rellenar con el período. Como el período tiene 3 cifras y 99 : 3 da resto 0, la cifra que ocupa el lugar 100 es la última del período. La cifra es 4.

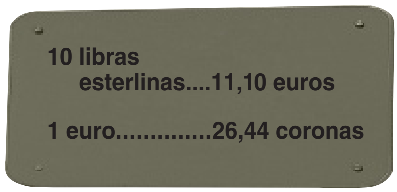
c) La parte entera es 0 y la parte decimal es la sucesión de los números naturales (1, 2, 3, 4, 5…). Los 9 primeros decimales son los 9 primeros números, y los siguientes son los números de 2 cifras. Como (100 − 9) : 2 tiene cociente 45 y resto 1, hasta la cifra decimal 100 estarán los 45 primeros números de 2 cifras completos (del 10 al 54) y la cifra de las decenas del número de 2 cifras que ocupa el puesto 46, que es el 55, luego la cifra que ocupa el lugar 100 es un 5.

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

101 ●●●

El director de SEGUROS TENCUIDADO tiene que visitar las sucursales de París, Berlín, Londres y Praga.

La tabla de cambios de moneda que ha consultado tiene los siguientes datos:



Según su previsión de gastos, ha decidido que necesitará:

ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

a) Si cambia en un banco 100 libras esterlinas por euros, ¿cuántos euros le darán?

b) Si cambia euros por coronas checas, ¿cuántas coronas recibirá por 2 €?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

c) Según su previsión de gastos, ¿cuántos euros necesitará en total para realizar el viaje?

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

d) Al llegar a Londres ha consultado el cambio, que es el siguiente:

¿Dónde le conviene cambiar a coronas, en Londres o en España?

a) Por 10 libras esterlinas me darán 11,10 €.

Por 20 libras recibiré el doble que por 10:

$$2 \cdot 11{,}10 = 22{,}20 \text{ €}$$

Por 100 libras recibiré 5 veces lo que he recibido por 20:

$$5 \cdot 22{,}20 = 111 \text{ €}$$

b) Por 1 € me darán 26,44 coronas checas.

Por 2 € recibiré el doble que por 1:

$$2 \cdot 26{,}44 = 52{,}88 \text{ coronas}$$

c) Si 1 € son 26,44 coronas checas → 1 : 26,44 euros será 1 corona checa.

1 corona checa vale 0,039 €.

650 libras → 65 · 11,10 € = 721,50 €

18 100 coronas → 18 100 · 0,039 € = 684,57 €

2 000,00 €

3 406,07 € Necesitará para el viaje.

d) Si cambiamos en España las 18 100 coronas a euros nos darán:

$$\frac{18\,100}{26{,}44} = 684{,}57 \text{ €}$$

Si cambiamos en Londres 18 100 coronas nos darán:

Como 1 € $= \dfrac{10}{11{,}10} =$ 0,90 libras esterlinas, 684,57 € serán:

684,57 · 0,90 = 616,11 libras, y como la libra es igual a 29,35 coronas, resulta: 616,11 · 29,35 = 18 082,71 coronas. Conviene cambiar en España.

102 ●●● **Leonardo trabaja a 18 km de su casa. Suele realizar el trayecto en coche, pero quiere calcular cuánto ahorraría si utilizara el transporte público.**

Para ello ha reunido los siguientes datos:

Mi coche consume 8 litros por cada 100 km.
Precio del litro de gasolina: 1,10 €
Abono de transporte mensual: 41,20 €

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) Si hace un viaje de 100 km con su coche, ¿cuántos litros de gasolina, más o menos, necesitará? ¿Cuánto se gastará en gasolina en un viaje de 200 km?

b) ¿Cuántos litros de gasolina, aproximadamente, consume su coche en el trayecto desde su casa al trabajo? ¿Cuál es el coste de esa gasolina?

c) Si cada día utiliza el coche para hacer dos viajes entre su casa y el trabajo, uno de ida y otro de vuelta, ¿cuánto dinero se gasta, aproximadamente, en gasolina diariamente?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

d) Si Leonardo trabaja de lunes a viernes, y considerando que hace dos viajes diarios y un mes tiene de media 21 días laborables, calcula el dinero que se ahorraría si decidiese ir al trabajo en transporte público.

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

e) Leonardo se ha trasladado a vivir a otra localidad, y ahora está a 29 km de su trabajo. En esta localidad vive un compañero de trabajo con el que ha llegado a un acuerdo para ir juntos al trabajo, y cada día llevará uno el coche. ¿Le sigue conviniendo ir en transporte público?

a) Para un viaje de 100 km necesitará, aproximadamente, 8 litros de gasolina.

Para un viaje de 200 km necesitará el doble de gasolina:

$$2 \cdot 8 = 16\ \ell$$

b) En 1 km consume $8 : 100 = 0{,}08\ \ell$

Desde su casa al trabajo consume: $18 \cdot 0{,}08 = 1{,}44\ \ell$

El coste es $1{,}44 \cdot 1{,}10 = 1{,}58$ €.

c) Diariamente gasto en gasolina: $36 \cdot 0{,}08 \cdot 1{,}1 = 3{,}17$ €.

d) $2 \cdot 18 = 36$ km diarios

$21 \cdot 36 = 756$ km al mes

$756 \cdot 0{,}08 \cdot 1{,}10 = 66{,}53$ € gasta al mes

$66{,}53 - 41{,}20 = 25{,}33$ € ahorraría si fuera en transporte público.

e) Dos viajes al día son $2 \cdot 29 = 58$ km diarios:

$$58 \cdot 21 = 1\,218 \text{ km al mes}$$

En 1 km el coche consume $0{,}08\ \ell$ y el litro cuesta 1,10 €

$$1\,218 \cdot 0{,}08 \cdot 1{,}1 = 107{,}18 \text{ € al mes}$$

Como cada día lleva uno el coche:

$$107{,}18 : 2 = 53{,}92 \text{ € al mes}$$

Un abono mensual cuesta 41,20 €:

$53{,}92 - 41{,}20 = 12{,}72$ € se ahorraría al mes utilizando el transporte público.

5 Números enteros

Los números rojos

Fu Chang estaba seguro de que el comité reconocería su valía tanto en redacción, literatura y poesía como en matemáticas.
El acceso al puesto de funcionario durante la Dinastía Tang (618-907) era muy difícil, pero merecía la pena por sus beneficios económicos y sociales.

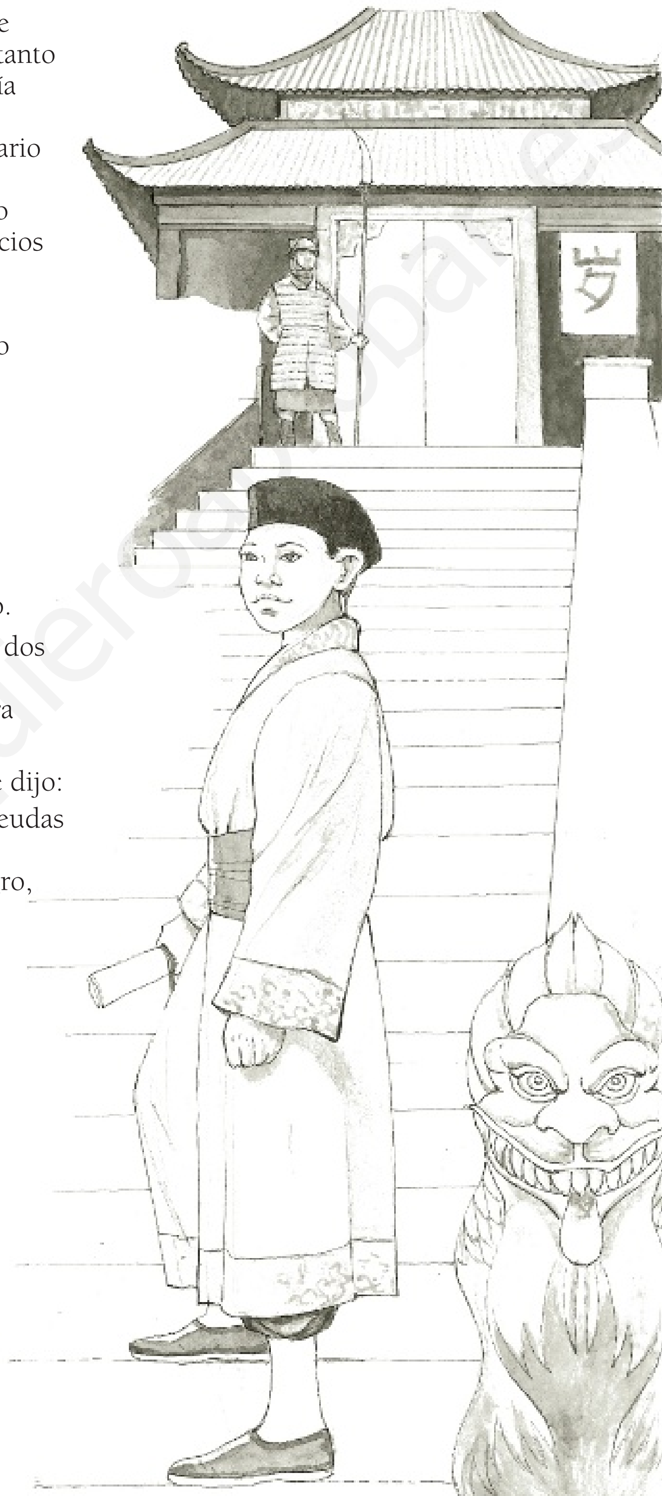
–Cuando den su aprobación –pensaba Fu–, seré funcionario imperial.

El aspirante a mandarín se veía a sí mismo vestido con maravillosas prendas de seda bordada, con criados que lo transportaban en un palanquín finamente adornado.

La escalera que nacía entre los dos dragones lo condujo al recinto donde el tribunal esperaba para notificarle los resultados.

El más anciano de los sabios le dijo:
–Tu forma de diferenciar las deudas y las cantidades que tenemos mediante los colores rojo y negro, respectivamente, representa una innovación y merece ser premiada con el puesto.

En la actualidad nadie recuerda a Fu Chang; sin embargo, las deudas bancarias se siguen denominando *números rojos* en lugar de números negativos.



DESCUBRE LA HISTORIA...

1 Busca información sobre las matemáticas en la antigua China.

En esta página se puede encontrar información sobre el nacimiento de las matemáticas en distintas civilizaciones, entre ellas en la antigua China:

http://www.matematicas.net/paraiso/historia.php?id=ch_mate

2 Investiga sobre la dinastía Tang y el funcionamiento de la sociedad china en esa época.

Para obtener información sobre la dinastía Tang se puede visitar esta página web:

http://historiachinaysusdinastias.blogspot.com

3 Averigua cuáles fueron los orígenes de los números negativos y su utilización en las distintas culturas.

En esta página del IES Nuestra Señora del Rocío, en el departamento de matemáticas, se ha introducido un apartado de historia de las matemáticas donde se trata la aparición de los números negativos:

http://www.juntadeandalucia.es/averroes/ies_ntra_sra_del_rocio

En esta página en inglés se puede completar la información sobre la historia de los números negativos:

http://nrich.maths.org/5961

EVALUACIÓN INICIAL

1 Escribe estas situaciones utilizando números negativos.

a) El submarino se encuentra a cien metros de profundidad.

b) Debo a mi hermano cinco euros.

c) El termómetro marca siete grados bajo cero.

a) -100 b) -5 c) -7

2 Representa estos números naturales en la recta numérica: 3, 8 y 5.

3 Calcula el resultado de esta operación: $25 - 4 \cdot 3 : 6 - 2 + (4 + 6)$

$$25 - 4 \cdot 3 : 6 - 2 + (4 + 6) =$$
$$= 25 - 4 \cdot 3 : 6 - 2 + 10 =$$
$$= 25 - 12 : 6 - 2 + 10 =$$
$$= 25 - 2 - 2 + 10 = 35 - 4 = 31$$

Números enteros

EJERCICIOS

001 **Expresa con un número.**

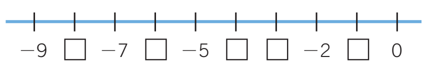
a) Debo cuatro euros a mi amigo.

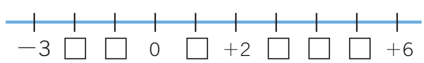
b) Estamos a cinco grados bajo cero.

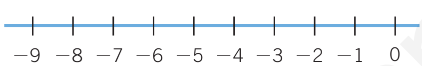
c) No me queda nada.

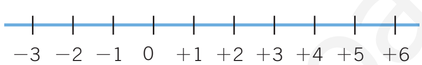
a) −4 € b) −5 °C c) 0

002 **Completa los números que faltan.**

a) 

b) 

a) 

b) 

003 **¿Cuántos números enteros están comprendidos entre −4 y +3? Escríbelos.**

Hay 6 números enteros: −3, −2, −1, 0, +1, +2.

004 **¿Cuántos números enteros están comprendidos entre −12 y −8?**

Hay 3 números enteros: −11, −10, −9.

005 **De los siguientes números enteros:**

−7, +8, +3, −10, +6, +4, −2

a) ¿Cuál está situado más alejado del cero?

b) ¿Cuál es el más cercano?

a) Está más alejado −10.

b) El más cercano es −2.

006 **Calcula.**

a) $|+7|$ **b)** $|-1|$ **c)** $|+22|$ **d)** $|-41|$

a) 7 b) 1 c) 22 d) 41

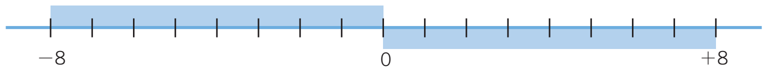
007 **Escribe el opuesto en cada caso.**

a) +3 **b) −11** **c) −9** **d) +24**

a) −3 b) +11 c) +9 d) −24

008 **Comprueba gráficamente que −8 y +8 son números enteros opuestos.**

Vemos que ambos números están a igual distancia del cero.



009 **El opuesto de un número es 5. ¿Cuál es ese número?**

El número es −5.

010 **La distancia al cero de dos números es de 13 unidades. Hállalos.**

Los números son +13 y −13.

011 **¿Cuál es el opuesto de 0?**

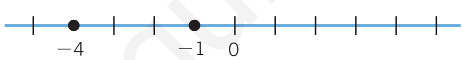
Su opuesto es él mismo.

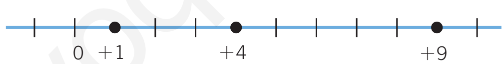
012 **¿Cuál es el opuesto del opuesto de un número entero?**

El opuesto del opuesto de un número entero es el mismo número entero.

013 **Comprueba gráficamente.**

a) $-4 < -1$ **b)** $+9 > +4 > +1$

a)


b)


014 **Ordena, de menor a mayor.**

−6, +5, +7, 0, −11, −4, +9, +13, −16

$-16 < -11 < -6 < -4 < 0 < +5 < +7 < +9 < +13$

015 **Ordena, de mayor a menor.**

−11, +11, −3, +9, −2, +7, +17, 0, −1

$+17 > +11 > +9 > +7 > 0 > -1 > -2 > -3 > -11$

016 **Escribe, en cada caso, números que verifiquen.**

a) $\square < -4 < \square$

b) $+13 > \square > +6 > \square$

c) $-7 < \square < \square < \square < +3$

d) $+3 < \square < \square < \square < +7$

a) $-7 < -4 < 0$

b) $+13 > +10 > +6 > -1$

c) $-7 < -5 < -3 < 1 < 3$

d) $3 < 4 < 5 < 6 < 7$

017 **Ordena, de menor a mayor.**

$$+3,\ |-6|,\ |+2|,\ -9,\ -5,\ |-1|,\ +4$$

$-9 < -5 < |-1| < |+2| < +3 < +4 < |-6|$

018 **Calcula.**

a) $(+4) + (+12)$
b) $(+4) + (-12)$
c) $(-4) + (-12)$
d) $(-4) + (+12)$

a) $4 + 12 = 16$
b) $4 - 12 = -8$
c) $-4 - 12 = -16$
d) $-4 + 12 = 8$

019 **Resuelve.**

a) $(+5) - (-6)$
b) $(+5) - (+6)$
c) $(-5) - (-6)$
d) $(-5) - (+6)$
e) $(-3) - (+9)$
f) $(-3) - (-9)$
g) $(+3) - (+9)$
h) $(+3) - (-9)$

a) $5 + 6 = 11$
b) $5 - 6 = -1$
c) $-5 + 6 = 1$
d) $-5 - 6 = -11$
e) $-3 - 9 = -12$
f) $-3 + 9 = 6$
g) $3 - 9 = -6$
h) $3 + 9 = 12$

020 **Indica, sin realizar la operación, qué signo tendrá el resultado.**

a) $(+7) + (+5)$
b) $(-7) + (+5)$
c) $(-7) + (-5)$
d) $(+7) + (-5)$

a) Positivo. b) Negativo. c) Negativo. d) Positivo.

021 **Si sumas un número entero y su opuesto, ¿qué resultado obtienes? ¿Y si los restas? Escribe un ejemplo en cada caso.**

La suma de un número y su opuesto es cero: $-3 + (+3) = 0$

La diferencia de un número y su opuesto es el doble del número:
$(+3) - (-3) = 3 + 3 = 6$ $(-3) - (+3) = -3 - 3 = -6$

022 **Escribe de forma abreviada y calcula.**

a) $(-5) + (+8) - (-13) - (+9)$
b) $(+23) - (-14) - (+35) + (-53)$
c) $(-1) + (+5) + (+2) - (-12)$
d) $(+3) - (+11) + (-6) + (+12)$
e) $(-22) - (+11) - (-4) - (-1)$

a) $-5 + 8 + 13 - 9 = 7$
b) $23 + 14 - 35 - 53 = -51$
c) $-1 + 5 + 2 + 12 = 18$
d) $3 - 11 - 6 + 12 = -2$
e) $-22 - 11 + 4 + 1 = -27$

023 **Calcula.**

a) $-5 - 8 - 4 + 15 - 18$

b) $10 + 12 - 11 + 9$

a) $-35 + 15 = -20$ b) $31 - 11 = 20$

024 **Describe una situación real en la que se emplean sumas y restas de varios números enteros.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

En los movimientos de una cuenta bancaria, los ingresos se representan con números enteros positivos, y los gastos, con números enteros negativos.

025 **Calcula.**

a) $8 + (4 - 7)$

b) $-4 - (5 - 7) + (4 + 5)$

c) $-(-1 - 2 - 3) - (5 - 5 + 4 + 6 + 8)$

d) $3 + (-1 + 2 - 9) - (5 - 5) - 4 + 5$

e) $(-1 - 9) - (5 - 4 + 6 + 8) + (8 - 7)$

a) $8 + (-3) = 5$

b) $-4 - (-2) + 9 = 7$

c) $-(-6) - (+18) = 6 - 18 = -12$

d) $3 + (-8) - 0 - 4 + 5 = 3 - 8 - 4 + 5 = -4$

e) $-10 - 15 + 1 = -25 + 1 = -24$

026 **Resuelve.**

a) $(+3) - [(-9) - (+8) - (+7) + (-4)] + (-7)$

b) $(-5) - (+8) - [(+7) - (+4) + (-2)] - (+3)$

a) $3 - (-9 - 8 - 7 - 4) - 7 = 3 + 9 + 8 + 7 + 4 - 7 = 24$

b) $-5 - 8 - (7 - 4 - 2) - 3 = -5 - 8 - 7 + 4 + 2 - 3 = -17$

027 **Calcula** $-[-(-6 + 4)]$.

$-[-(-2)] = -(+2) = -2$

028 **Calcula.**

a) $(+17) \cdot (+5)$ **c)** $(-13) \cdot (+9)$

b) $(+21) \cdot (-8)$ **d)** $(-14) \cdot (-7)$

a) $+85$ b) -168 c) -117 d) $+98$

029 **Resuelve estas divisiones.**

a) $(+35) : (+5)$ **c)** $(-45) : (+9)$
b) $(+24) : (-6)$ **d)** $(-42) : (-7)$

a) $+7$ b) -4 c) -5 d) $+6$

030 **Indica qué signo tendrá el resultado.**

a) $(-7) \cdot (+6)$ **b)** $(-42) : (-6)$

a) Negativo b) Positivo

031 **Completa.**

a) $(+24) \cdot (\square) = -48$ **c)** $(-48) : (\square) = +12$
b) $(-16) \cdot (\square) = -64$ **d)** $(\square) : (-4) = -25$

a) $(+24) \cdot (-2) = -48$ c) $(-48) : (-4) = +12$
b) $(-16) \cdot (+4) = -64$ d) $(+100) : (-4) = -25$

032 **Resuelve esta operación, indicando los pasos que sigues.**

$$(-28) + (-7) \cdot (+2) : (5 - 3)$$

$(-28) + (-7) \cdot (+2) : (5 - 3) =$

↓ Paréntesis

$= (-28) + (-7) \cdot (+2) : (+2) =$

↓ Multiplicaciones y divisiones

$= (-28) + (-14) : (+2) =$

$= (-28) + (-7) =$

↓ Sumas y restas

$= -35$

033 **Calcula:** $[(-4) \cdot (+5) + (-6) \cdot (-4)] : (6 - 4)$

$[(-20) + (+24)] : 2 = (-20 + 24) : 2 = 4 : 2 = 2$

034 **Resuelve:** $[(-4) \cdot (-3)] - [(+10) : (-2)]$

$12 - (-5) = 17$

035 **Determina los errores que se han cometido en la resolución de esta operación, y corrígelos.**

$$(-3) \cdot (-5) : [(-6) + (+3)] = (-15) \cdot (-9) = +135$$

Se ha mantenido el signo $-$ al multiplicar dos números negativos, al quitar el paréntesis detrás del signo $+$ se ha cambiado por $-$ y así se ha sumado a -6. Por último, se ha cambiado la división por un producto. El resultado correcto es:

$$(-3) \cdot (-5) : [(-6) + (+3)] = (+15) : (-3) = -5$$

ACTIVIDADES

036 **Utiliza los números enteros para expresar el valor numérico de estas afirmaciones.**

a) El avión vuela a 2 700 m de altura.

b) Luis trabaja en el segundo sótano.

c) Marisa está en la planta baja.

d) Estamos a 4 grados bajo cero.

e) Ocurrió en el año 540 a.C.

f) Debo 15 euros a mi madre.

a) +2 700 c) 0 e) −540

b) −2 d) −4 f) −15

037 **Invéntate situaciones que correspondan a estos números.**

a) +3 **b) −3** **c) +15** **d) −330**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

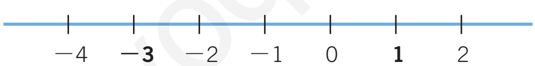
a) El saldo de mi móvil es 3 €.

b) Estamos a 3 grados bajo cero.

c) Mi prima vive en la planta 15.

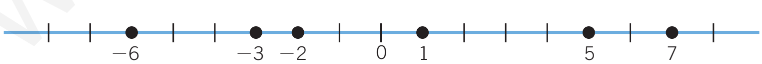
d) Debo 330 €.

038 **Completa la siguiente recta:**



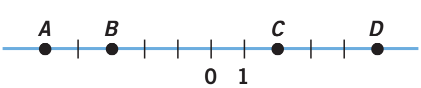
039 **Representa estos números enteros en la recta numérica.**

1 −3 5 −2 7 −6

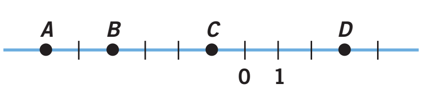


040 **Indica el número entero que corresponde a cada punto marcado en la recta numérica.**

a)



b)



a) *A* → −5 *B* → −3 *C* → +2 *D* → +5

b) *A* → −6 *B* → −4 *C* → −1 *D* → +3

041 Escribe todos los números enteros.

a) Mayores que -4 y menores que $+2$.
b) Menores que $+3$ y mayores que -5.
c) Menores que $+1$ y mayores que -2.
d) Mayores que -5 y menores que $+6$.

a) $-3, -2, -1, 0, +1$
b) $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2$
c) $-1, 0$
d) $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5$

042 Escribe los números enteros comprendidos entre -10 y $+5$.

$-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4$

043 ¿Cuántos números enteros hay entre -3 y 3?

Hay 5 números enteros: $-2, -1, 0, +1, +2$

044 ¿Cuántos números enteros están comprendidos entre -256 y 123?

$123 - (-256) - 1 = 378$ números, aparte del cero. En total hay 378 números.

045 De los siguientes números, ¿cuáles son enteros?

$$-5 \qquad 45 \qquad 32{,}12 \qquad -1\,403 \qquad \frac{7}{2}$$

Son números enteros: -5, 45 y $-1\,403$.

046 Halla el valor absoluto de estos números.

a) -3 **b)** -22 **c)** 15 **d)** 21

a) 3 b) 22 c) 15 d) 21

047 Calcula.

a) $|+3|$ **b)** $|-3|$ **c)** $|-7|$ **d)** $|-4|$ **e)** $|+5|$ **f)** $|-9|$

a) 3 b) 3 c) 7 d) 4 e) 5 f) 9

048 ¿Qué valores puede tomar a en cada caso?

a) $|a| = 3$ **b)** $|a| = 12$

a) a puede ser $+3$ o -3. b) a puede ser $+12$ o -12.

049 ¿Puede ser $|x| = -2$? Razona la respuesta.

No, porque el valor absoluto de cualquier número siempre es positivo o cero.

050 **Escribe el opuesto de -3, 7, -12 y 5.**

$Op(-3) = +3$ $Op(7) = -7$ $Op(-12) = +12$ $Op(5) = -5$

051 **Indica cuántos números enteros están comprendidos entre:**

a) $+5$ y su opuesto.
b) -7 y su opuesto.
c) Los opuestos de -3 y $+2$.
d) El opuesto de -4 y el opuesto de $+5$.

a) Hay 9 números: $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4$
b) Hay 13 números: $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6$
c) Hay 4 números: $-1, 0, +1, +2$
d) Hay 8 números: $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$

052 **Escribe el signo $<$ o $>$, según corresponda.**

a) $-7 \square -12$ **b) $-2 \square 2$** **c) $-3 \square 0$** **d) $-5 \square -3$**

a) $-7 > -12$
b) $-2 < 2$
c) $-3 < 0$
d) $-5 < -3$

053 **Escribe el número anterior y posterior de los siguientes números.**

a) $\square < 3 < \square$ **c) $\square < 12 < \square$**
b) $\square < -3 < \square$ **d) $\square < -8 < \square$**

a) $2 < 3 < 4$
b) $-4 < -3 < -2$
c) $11 < 12 < 13$
d) $-9 < -8 < -7$

054 **Halla un número entero que esté comprendido entre estos números.**

a) $-3 < \square < 0$ **c) $-8 < \square < -5$**
b) $7 < \square < 10$ **d) $-4 < \square < 1$**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $-3 < -1 < 0$
b) $7 < 8 < 10$
c) $-8 < -6 < -5$
d) $-4 < -2 < 1$

055 **Completa.**

$$-8 < \square < \square < \square < \square < -3$$

$-8 < -7 < -6 < -5 < -4 < -3$

056 **Ordena, de menor a mayor, los siguientes números:**

$$-4 \quad 0 \quad -6 \quad 7 \quad -11 \quad 21 \quad -3 \quad 12 \quad -7 \quad 9$$

$-11 < -7 < -6 < -4 < -3 < 0 < 7 < 9 < 12 < 21$

057 Escribe dos números enteros.

a) Menores que $+4$ y mayores que -2.
b) Menores que -3.
c) Mayores que -5.
d) Mayores que -3 y menores que 1.

a) -1 y 0 b) -6 y -8 c) -4 y 0 d) -2 y 0

058 Efectúa estas sumas.

a) $(+12) + (+5)$
b) $(-21) + (-11)$
c) $(-14) + (+2)$
d) $(+32) + (-17)$

a) $12 + 5 = 17$
b) $-21 - 11 = -32$
c) $-14 + 2 = -12$
d) $32 - 17 = 15$

059 Completa la siguiente tabla:

a	*b*	*a* + *b*	*b* + *a*
−5	+3	−2	−2
−8	−2	−10	−10
−6	+7	+1	+1
+4	+9	+13	+13

Observa las dos últimas columnas: ¿es conmutativa la suma?

La suma de números enteros es conmutativa.

060 Calcula.

a) $15 - (+4)$ **b)** $17 - (-3)$ **c)** $9 - (-7)$ **d)** $21 - (+9)$

a) $15 - 4 = 11$
b) $17 + 3 = 20$
c) $9 + 7 = 16$
d) $21 - 9 = 12$

061 Resuelve.

a) $-4 - (+7)$ **b)** $-21 - (-13)$ **c)** $-19 - (+8)$ **d)** $-11 - (-6)$

a) $-4 - 7 = -11$
b) $-21 + 13 = -8$
c) $-19 - 8 = -27$
d) $-11 + 6 = -5$

062 Completa la siguiente tabla:

a	*b*	*a* − *b*	*b* − *a*
−5	−3	−2	+2
−8	−2	−6	+6
−6	+7	−13	+13
+4	+9	−5	+5

Observa las dos últimas columnas: ¿es conmutativa la resta?

La resta de números enteros no es conmutativa.

063 Opera.

a) $(+7) + (+5) + (-4) + (-4)$

b) $(-8) + (+13) + (+21) + (-7)$

c) $(+4) + (-9) + (+17) + (-6)$

d) $(-16) + (+30) + (+5) + (-12)$

a) $7 + 5 - 4 - 4 = 4$

b) $-8 + 13 + 21 - 7 = 19$

c) $4 - 9 + 17 - 6 = 6$

d) $-16 + 30 + 5 - 12 = 7$

064 Calcula.

a) $(-8) + [(-5) + (+7)]$

b) $(+6) + [(+11) + (-2) + (+5)]$

c) $(-9) + [(-8) + (+5)] + (+4)$

d) $[(+12) + (-4)] + (-7)$

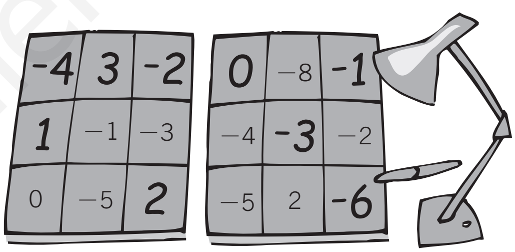
a) $-8 + (-5 + 7) = -8 + 2 = -6$

b) $6 + (11 - 2 + 5) = 6 + 11 - 2 + 5 = 20$

c) $-9 + (-8 + 5) + 4 = -9 - 8 + 5 + 4 = -8$

d) $(12 - 4) - 7 = 12 - 4 - 7 = 1$

065 Completa los cuadrados mágicos, sabiendo que la suma de los números en horizontal, en vertical y en diagonal es la misma.



066 ¿Qué número entero hay que sumar a -3 para que el resultado sea 0?

Hay que sumar $+3$, porque $-3 + 3 = 0$.

067 Calcula.

a) $-7 - (-12) - (+3)$

b) $+34 - (+11) - (+13)$

c) $-9 - (-6) - (+12)$

d) $-5 - (+11) - (-20)$

e) $+9 - [(-5) - (+7)]$

f) $-7 - [(-3) - (-9)]$

g) $-11 - [(+6) - (+4)]$

h) $+8 - [(+5) - (-9)]$

a) $-7 + 12 - 3 = 2$

b) $34 - 11 - 13 = 10$

c) $-9 + 6 - 12 = -15$

d) $-5 - 11 + 20 = 4$

e) $9 - (-5 - 7) = 9 + 5 + 7 = 21$

f) $-7 - (-3 + 9) = -7 - 6 = -13$

g) $-11 - (6 - 4) = -11 - 6 + 4 = -13$

h) $8 - (5 + 9) = 8 - 5 - 9 = -6$

068 Realiza las operaciones.

a) $(+8) - (+9) + (-7)$
b) $(-12) - (-3) + (+5)$
c) $(+9) + (-13) - (-21)$
d) $(-17) + (+5) - (+20)$

a) $8 - 9 - 7 = -8$
b) $-12 + 3 + 5 = -4$
c) $9 - 13 + 21 = 17$
d) $-17 + 5 - 20 = -32$

069 Calcula.

a) $-3 + (-2) + 7 - (-4)$
b) $9 - (+4) - (-6) - (-2)$
c) $5 - (-12) - (+9) + 8$
d) $-4 + (-7) - (+9) - (-5)$

a) $-3 - 2 + 7 + 4 = 6$
b) $9 - 4 + 6 + 2 = 13$
c) $5 + 12 - 9 + 8 = 16$
d) $-4 - 7 - 9 + 5 = -15$

070 Resuelve.

a) $[-3 + 7] - [9 - (-2)]$
b) $[-5 - (-9) - (+4)] + (-2)$
c) $-14 - [-6 + (-11)]$
d) $[12 - (+5)] + [-4 - (-6)]$

a) $4 - (9 + 2) = 4 - 9 - 2 = -7$
b) $(-5 + 9 - 4) - 2 = -5 + 9 - 4 - 2 = -2$
c) $-14 - (-6 - 11) = -14 + 6 + 11 = 3$
d) $12 - 5 + (-4 + 6) = 12 - 5 - 4 + 6 = 9$

071 Opera.

a) $-5 - [3 + (-7) - (-6)]$
b) $19 + [-8 + (-5) + 3]$
c) $[-6 + (-8)] - [9 - (+4)]$
d) $6 + [3 - 5 + (-9) - (-2)]$

a) $-5 - (3 - 7 + 6) = -5 - 3 + 7 - 6 = -7$
b) $19 + (-8 - 5 + 3) = 19 - 8 - 5 + 3 = 9$
c) $(-6 - 8) - (9 - 4) = -6 - 8 - 9 + 4 = -19$
d) $6 + (3 - 5 - 9 + 2) = 6 + 3 - 5 - 9 + 2 = -3$

072 Calcula.

a) $8 - 7 + 4 - 3 - 2$
b) $-7 - 5 + 3 - 9 - 1 + 11$
c) $-4 - 2 + 5 - 1 - 4 + 1$
d) $6 - 3 + 3 - 10 - 4 + 13$
e) $-9 - 14 + 4 - 56 - 16 + 1$
f) $9 + 14 - 6 - 93 + 19$
g) $3 + 5 - 9 - 7 - 5 - 7$
h) $2 - 2 - 2 - 2 + 4 - 1$

a) $12 - 12 = 0$
b) $14 - 22 = -8$
c) $6 - 11 = -5$
d) $22 - 17 = 5$
e) $5 - 95 = -90$
f) $42 - 99 = -57$
g) $8 - 28 = -20$
h) $6 - 7 = -1$

073 **Realiza estas operaciones.**

a) $6 + (-4 + 2) - (-3 - 1)$
b) $7 - (4 - 3) + (-1 - 2)$
c) $3 + (2 - 3) - (1 - 5 - 7)$
d) $-8 + (1 + 4) + (-7 - 9)$
e) $10 - (8 - 7) + (-9 - 3)$
f) $7 - (4 + 3) + (-1 + 2)$
g) $-1 - (-1 + 2 - 5 + 4)$
h) $3 + (5 - 9) - (7 - 5 - 7)$

a) $6 + (-2) - (-4) = 6 - 2 + 4 = 8$
b) $7 - 1 + (-3) = 7 - 1 - 3 = 3$
c) $3 + (-1) - (-11) = 3 - 1 + 11 = 13$
d) $-8 + 5 + (-16) = -8 + 5 - 16 = -19$
e) $10 - 1 + (-12) = 10 - 1 - 12 = -3$
f) $7 - 7 + 1 = 1$
g) $-1 - 0 = -1$
h) $3 + (-4) - (-5) = 3 - 4 + 5 = 4$

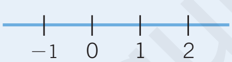
074 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA EL TÉRMINO QUE FALTA EN UNA SUMA CONOCIENDO EL RESULTADO?

Completa.

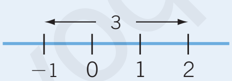
a) $(-1) + \square = +2$ **b)** $\square + (-3) = -5$

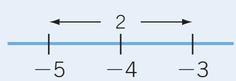
PRIMERO. Se representan los datos conocidos en la recta numérica.

a) 

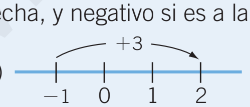
b) 

SEGUNDO. Se calcula la distancia entre ellos.

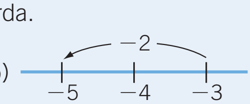
a) 

b) 

TERCERO. Se traza una flecha del sumando al resultado. El número buscado es la distancia hallada, con signo positivo si el sentido de la flecha es a la derecha, y negativo si es a la izquierda.

a) 

$(-1) + (+3) = +2$

b) 

$(-2) + (-3) = -5$

075 **Completa estas sumas.**

a) $(-11) + \square = +4$
b) $(+13) + \square = +12$
c) $\square + (-20) = -12$
d) $\square + (+5) = -13$

a) $-11 + \square = +4 \rightarrow \square = 4 + 11 = 15$
b) $13 + \square = 12 \longrightarrow \square = 12 - 13 = -1$
c) $\square - 20 = -12 \longrightarrow \square = -12 + 20 = 8$
d) $\square + 5 = -13 \longrightarrow \square = -13 - 5 = -18$

076 Completa las restas.

a) $(+3) - \square = -7$ **c)** $\square - (+8) = +7$
b) $(-15) - \square = +9$ **d)** $\square - (-4) = -11$

a) $3 - \square = -7 \longrightarrow \square = 3 + 7 = 10$
b) $-15 - \square = 9 \longrightarrow \square = -9 - 15 = -24$
c) $\square - 8 = 7 \longrightarrow \square = 7 + 8 = 15$
d) $\square + 4 = -11 \longrightarrow \square = -11 - 4 = -15$

077 Calcula.

a) $(+4) \cdot (-5)$ **c)** $(-3) \cdot (-8)$
b) $(+7) \cdot (+6)$ **d)** $(-9) \cdot (+9)$

a) -20 b) 42 c) 24 d) -81

078 Completa la siguiente tabla:

a	*b*	*a* · *b*	*b* · *a*
−3	+6	−18	−18
+5	−7	−35	−35
−8	−4	+32	+32
+9	+2	+18	+18

Observa las dos últimas columnas: ¿es conmutativa la multiplicación?

La multiplicación de números enteros cumple la propiedad conmutativa.

079 Comprueba la propiedad asociativa.

a) $(3 \cdot 5) \cdot 2 = 3 \cdot (5 \cdot 2)$
b) $[(-2) \cdot 5] \cdot 9 = (-2) \cdot [5 \cdot 9]$
c) $[(-3) \cdot (-2)] \cdot 4 = (-3) \cdot [(-2) \cdot 4]$

a) $15 \cdot 2 = 3 \cdot 10 \rightarrow 30 = 30$
b) $-10 \cdot 9 = -2 \cdot 45 \rightarrow -90 = -90$
c) $6 \cdot 4 = (-3) \cdot (-8) \rightarrow 24 = 24$

080 Calcula, aplicando la propiedad distributiva.

a) $5 \cdot (3 + 5)$ **c)** $7 \cdot (2 + 4)$
b) $2 \cdot (6 + 7)$ **d)** $12 \cdot (3 + 8)$

a) $5 \cdot 3 + 5 \cdot 5 = 15 + 25 = 40$
b) $2 \cdot 6 + 2 \cdot 7 = 12 + 14 = 26$
c) $7 \cdot 2 + 7 \cdot 4 = 14 + 28 = 42$
d) $12 \cdot 3 + 12 \cdot 8 = 36 + 96 = 132$

081 Aplica la propiedad distributiva.

a) $(-5)\cdot(7+8)$ **c)** $(-3)\cdot(4+9)$

b) $(-2)\cdot(6+3)$ **d)** $(-6)\cdot[5+(-2)]$

a) $(-5)\cdot 7+(-5)\cdot 8=-35+(-40)=-75$

b) $(-2)\cdot 6+(-2)\cdot 3=-12+(-6)=-18$

c) $(-3)\cdot 4+(-3)\cdot 9=-12+(-27)=-39$

d) $(-6)\cdot 5+(-6)\cdot(-2)=-30+12=-18$

082 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA UN FACTOR DE UNA MULTIPLICACIÓN CONOCIENDO EL OTRO FACTOR Y EL RESULTADO?

Completa: $(+4)\cdot\square=-36$

PRIMERO. Se divide el valor absoluto del resultado entre el valor absoluto del factor conocido.

$$36:4=9$$

SEGUNDO. Al número obtenido se le añade el signo + si los números conocidos tienen el mismo signo, y el signo − si es diferente.

$$(+4)\cdot(-9)=-36$$

Distinto signo

083 Completa.

a) $(-4)\cdot\square=+36$ **c)** $\square\cdot(+7)=-28$

b) $\square\cdot(-8)=-48$ **d)** $(+6)\cdot\square=-36$

a) $(-4)\cdot(-9)=+36$ c) $(-4)\cdot(+7)=-28$

b) $(+6)\cdot(-8)=-48$ d) $(+6)\cdot(-6)=-36$

084 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE MULTIPLICAN VARIOS NÚMEROS ENTEROS A LA VEZ?

Resuelve: $(-7)\cdot(-2)\cdot(+10)$

PRIMERO. Se calcula el signo del resultado.

$$(-)\cdot(-)\cdot(+)$$

$$(+)\quad\cdot(+)=+$$

SEGUNDO. Se multiplica el valor absoluto de los números y se añade el signo del resultado.

$$(-7)\cdot(-2)\cdot(+10)=+(7\cdot 2\cdot 10)=+140$$

085 Calcula.

a) $(-2) \cdot (-3) \cdot (+5)$ **c)** $(+7) \cdot (-2) \cdot (+3)$

b) $(-4) \cdot (+3) \cdot (-2)$ **d)** $(-9) \cdot (-5) \cdot (-2)$

a) 30 b) 24 c) -42 d) -90

086 Halla estas divisiones.

a) $(+35) : (+5)$ **e)** $(+105) : (-3)$

b) $(+45) : (-5)$ **f)** $(+48) : (+12)$

c) $(-42) : (+7)$ **g)** $(-49) : (-7)$

d) $(-54) : (-9)$ **h)** $(-63) : (+3)$

a) 7 e) -35

b) -9 f) 4

c) -6 g) 7

d) 6 h) -21

087 Resuelve.

a) $(+290) : (+10)$ **c)** $(-40) : (-10)$

b) $(+1\,500) : (-100)$ **d)** $(-70) : (-10)$

a) 29 b) -15 c) 4 d) 7

088 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA EL DIVIDENDO DE UNA DIVISIÓN CONOCIENDO EL DIVISOR Y EL COCIENTE?

Completa: $\square : (+9) = -4$

PRIMERO. Se multiplican los valores absolutos del divisor y el cociente.

$$9 \cdot 4 = 36$$

SEGUNDO. A ese resultado se le añade el signo $+$ si los números conocidos tienen el mismo signo, y el signo $-$ si es diferente.

$$(-36) : (+9) = -4$$

Distinto signo

089 Completa.

a) $\square : (-4) = +12$ **b)** $\square : (-5) = -18$ **c)** $\square : (-7) = -1$

a) $(-48) : (-4) = +12$

b) $(+90) : (-5) = -18$

c) $(+7) : (-7) = -1$

090 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE DIVIDEN VARIOS NÚMEROS ENTEROS A LA VEZ?

Resuelve: (−8) : (−2) : (+4)

PRIMERO. Se calcula el signo del resultado de la operación.

$$(-):(-):(+)$$
$$\underbrace{(-):(-)}_{(+)}:(+) = +$$

SEGUNDO. Se dividen los valores absolutos de los números y se añade el signo del resultado.

$$(-8):(-2):(+4) = +(8:2:4) = +1$$

091 **Calcula.**

a) (+35) : (−7) : (−5)
b) (−21) : (−7) : (−1)
c) (−10) : (−5) : (+2)
d) (+32) : (−8) : (−2)

a) (−5) : (−5) = 1
b) (+3) : (−1) = −3
c) (+2) : (+2) = 1
d) (−4) : (−2) = 2

092 **Calcula.**

a) (−12) : 3 − [13 + 6 − (−2)]
b) 21 : 3 − 4 · (−3)
c) 36 : (−4) + 5 · (−2)
d) (−3) · 2 − (4 − 10 : 2)

a) (−4) − (13 + 6 + 2) = −4 − 21 = −25
b) 7 − (−12) = 7 + 12 = 19
c) −9 + (−10) = −9 − 10 = −19
d) −6 − (4 − 5) = −6 − (−1) = −6 + 1 = −5

093 **Realiza las operaciones.**

a) (−4) − (−6) : (+3)
b) (+5) : (−5) − (−7) · (+2)
c) (−11) − (+3) · (−4) : (−6) − (−9)
d) (−18) − [(+4) + (−6)] : (+2) + (+5)

a) (−4) − (−2) = −4 + 2 = −2
b) (−1) − (−14) = −1 + 14 = 13
c) (−11) − (−12) : (−6) + 9 = (−11) − 2 + 9 = −11 − 2 + 9 = −4
d) (−18) − (−2) : (+2) + (+5) = (−18) − (−1) + 5 =
= −18 + 1 + 5 = −12

094 Resuelve.

a) 8 + 7 − 6 + 5 − 11 + 2
b) (−12) · 7 : 3
c) 9 − 12 : 4
d) 100 − 22 · 5
e) (−26) : 2 − 6 : 3 + 4

a) $22 - 17 = 5$
b) $-84 : 3 = -28$
c) $9 - 3 = 6$
d) $100 - 110 = -10$
e) $(-13) - 2 + 4 = -11$

095 Completa.

a) (−6) · [(−1) + □] = −18
b) 8 · [4 − □] = 32
c) [□ · (−6)] + 1 = −41
d) 3 − [□ · 5] = 18
e) 1 + [3 : □] = −2

a) $(-6) \cdot [(-1) + (+4)] = (-6) \cdot (+3) = -18$
b) $8 \cdot [4 - 0] = 8 \cdot 4 = 32$
c) $[(+7) \cdot (-6)] + 1 = -41$
d) $3 - [(-3) \cdot 5] = 3 - (-15) = 3 + 15 = 18$
e) $1 + [3 : (-1)] = 1 + (-3) = -2$

096 **¿Cuántos metros separan a un avión, que vuela a una altura de 8 500 m, de un submarino que está a 350 m bajo el nivel del mar?**

$8\,500 - (-350) = 8\,500 + 350 = 8\,850$ m les separan.

097 **El congelador de un frigorífico tenía una temperatura de −12 °C y, después, subió 5 grados. ¿Qué temperatura marca ahora?**

$-12 + 5 = -7$ °C

098 **En el indicador de un coche leemos que la temperatura interior es de 16 °C, y la exterior de −3 °C. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre el interior y el exterior?**

$16 - (-3) = 16 + 3 = 19$

La diferencia de temperatura es de 19 °C.

099 **En una ciudad, a las seis de la mañana, el termómetro marcaba −10 °C, y a las 12 horas indicaba 4 °C. ¿Cuál fue la variación de la temperatura en grados?**

$4 - (-10) = 4 + 10 = 14$

La variación de temperatura fue de 14 °C.

100 **Sara aparca el coche en el tercer sótano y sube a la quinta planta. ¿Cuántas plantas sube Sara?**

$5 - (-3) = 5 + 3 = 8$

Sara sube 8 plantas.

101 **María trabaja en la planta 15 de un edificio y aparca su coche 19 plantas más abajo. ¿En qué planta lo aparca?**

$15 - 19 = -4$

María aparca en el cuarto sótano.

102 **Cristina vive en el 3.er piso. Baja 4 plantas en ascensor para ir al trastero y luego sube 6 plantas para visitar a una amiga. ¿En qué piso vive su amiga?**

$3 - 4 + 6 = -1 + 6 = 5$

Su amiga vive en el quinto piso.

103 **El matemático griego Tales de Mileto nació en el año 624 a.C. y vivió 78 años. ¿En qué año murió?**

$-624 + 78 = -546$

Murió en el año 546 a.C.

104 ●● **Euclides, famoso geómetra, murió en el año 265 a.C. y vivió 60 años. ¿En qué año nació?**

$-265 - 60 = -325$

Nació en el año 325 a.C.

105 ●● **Cierto día, en una ciudad hubo 9 °C de temperatura máxima y −4 °C de mínima.**

a) ¿Cuál fue la variación de temperatura (amplitud térmica) en grados ese día?

b) ¿En algún momento del día, la temperatura pudo ser de 5 °C? ¿Por qué?

c) ¿Y de −7 °C? ¿Por qué?

a) $9 - (-4) = 13$ °C hubo de variación de temperatura.

b) Sí, porque de la máxima (9°) a la mínima (−4°), la temperatura puede tomar cualquier valor comprendido entre ellas: $-4 < 5 < 9$

c) No, porque −7 °C es menor que la temperatura mínima: $-7 < -4$

106 ●● **En un laboratorio de biología están estudiando la resistencia de un microorganismo a los cambios de temperatura. Tienen una muestra a 3 °C bajo cero, suben su temperatura 40 °C, después la bajan 50 °C y la vuelven a subir 12 °C. ¿Cuál es la temperatura final de la muestra?**

$-3 + 40 - 50 + 12 = -53 + 52 = -1$

La temperatura final es de 1 °C bajo cero.

107 Pedro y Luisa tienen una libreta de ahorros donde les ingresan las nóminas de su trabajo y tienen domiciliados sus recibos. Estas son las últimas anotaciones.

Movimiento	Saldo	Concepto
−120	**200**	**Recibo luz**
1 500	1 700	**Nómina Pedro**
−300	**1 400**	**Recibo gas**
−1 470	−70	**Hipoteca**
800	**730**	**Nómina Luisa**

a) ¿Cuál es el saldo antes de pagar el recibo de la luz?

b) ¿Y tras el ingreso de la nómina de Pedro?

c) ¿Cuál ha sido el importe del recibo del gas?

d) ¿Y el saldo tras pagar la hipoteca?

e) ¿Qué cantidad ha cobrado Luisa por su nómina?

a) $200 - (-120) = 200 + 120 = 320$ €

b) $200 + 1\,500 = 1\,700$ €

c) $1\,400 - 1\,700 = -300$. El recibo de gas ha sido de 300 €.

d) $1\,400 - 1\,470 = -70$ €

e) $730 - (-70) = 730 + 70 = 800$ € es la nómina de Luisa.

108 En el interior de una cámara frigorífica puede descender la temperatura 4 °C cada hora.

a) ¿Cuántas horas tardará en bajar la temperatura 20 °C?

b) ¿Y en bajar 15 °C?

c) Si la temperatura inicial de la cámara es de 1 °C, ¿qué temperatura habrá dentro de 3 horas?

d) ¿Y dentro de 7 horas?

e) Si la temperatura inicial es de 10 °C, ¿cuántas horas se tardará en alcanzar los 0 °C?

a) $(-20) : (-4) = 5$ horas tardará.

b) $(-15) : (-4) = 3{,}75$. Tardará 3 horas y 45 minutos.

c) $1 + 3 \cdot (-4) = 1 - 12 = -11$. La temperatura será de 11 grados bajo cero.

d) $1 + 7 \cdot (-4) = 1 - 28 = -27$. Habrá una temperatura de 27 grados bajo cero.

e) $(-10) : (-4) = 2{,}5$. Se tardarán 2 horas y 30 minutos.

109 **Una empresa perdió el primer año 12 000 €; el segundo año, el doble que el primero, y el tercer año, ganó el triple que las pérdidas de los dos años anteriores juntos. El cuarto año tuvo unos ingresos de 10 000 €, y el quinto año, unas pérdidas iguales a la mitad de todas las pérdidas de los años anteriores. ¿Cuál fue el saldo final de la empresa?**

1.er año: $-12\,000$ €

2.º año: $2 \cdot (-12\,000) = -24\,000$ €

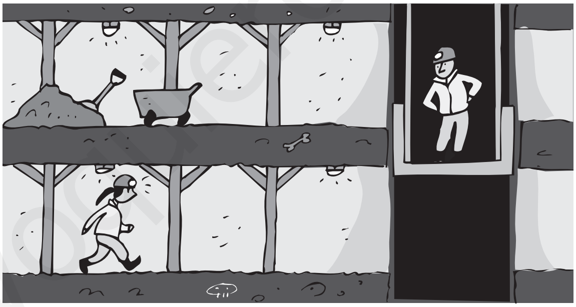
3.er año: $3 \cdot 36\,000 = 108\,000$ €

4.º año: $10\,000$ €

5.º año: $\frac{1}{2}$ de $[-12\,000 + (-24\,000)] = -18\,000$ €

Saldo final: $-12\,000 + (-24\,000) + 108\,000 + 10\,000 + (-18\,000) =$
$= 64\,000$ €

110 **La estructura de una mina subterránea de carbón está formada por galerías horizontales. La distancia vertical entre cada dos galerías es de 10 m, estando, por ejemplo, la galería 2 situada a 20 m de profundidad.**



a) Si estamos a 50 m de profundidad, ¿en qué galería nos encontramos?

b) Carlos se halla en la galería 3, sube 20 m y, después, baja 80 m. ¿En qué galería está ahora?

c) Tras subir 30 m, Marta está en la galería 7. ¿En qué galería estaba antes?

a) $(-50) : (-10) = 5$. Nos encontramos en la galería 5.

b) $3 \cdot (-10) + 20 + (-80) = -90$; $(-90) : (-10) = 9$. Está en la galería 9.

c) $7 \cdot (-10) + 30 = -40$; $(-40) : (-10) = 4$. Estaba en la galería 4.

111 **Tenemos 200 g de agua a cierta temperatura. Aumentamos la temperatura 22 °C y, después, la disminuimos 37 °C, convirtiéndose en hielo a 4 °C bajo cero. ¿Cuál era la temperatura inicial del agua?**

Hacemos las operaciones inversas a las indicadas: $(-4) + 37 - 22 = 11$.
La temperatura del agua era de 11 °C.

112 Indica en cada caso si las propiedades se cumplen siempre, a veces o nunca.

La suma de dos números enteros es un número entero.	Se cumple siempre.
El opuesto de un número entero es menor que dicho número.	Se cumple cuando el número original es positivo.
El cociente de dos números enteros es un número entero.	Se cumple cuando el dividendo es múltiplo del divisor.
El doble de un número entero es mayor que ese número.	Se cumple cuando el número es positivo.
La suma de tres enteros consecutivos es el triple del número intermedio.	Se cumple siempre.

113 Coloca en el tablero números enteros de -6 a $+2$ (ambos inclusive) para que formen un cuadrado mágico.

-5	0	-1
2	-2	-6
-3	-4	1

114 Pon un ejemplo de dos números enteros tales que el valor absoluto de su suma sea igual que la suma de sus valores absolutos. ¿Ocurre eso para cualquier pareja de números enteros?

$$\begin{aligned} \lvert +3+4 \rvert &= \lvert +3 \rvert + \lvert +4 \rvert \\ \lvert +7 \rvert &= 3 + 4 \\ 7 &= 7 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \lvert -3-4 \rvert &= \lvert -3 \rvert + \lvert -4 \rvert \\ \lvert -7 \rvert &= 3 + 4 \\ 7 &= 7 \end{aligned}$$

115 Obtén los números enteros entre -8 y 0 utilizando los números 1, 2 y 3 sin repetirlos, los símbolos aritméticos $+$, $-$, $\times$, : y paréntesis.

Hay distintas posibilidades:

$-8 = -2 \cdot (3 + 1)$ $\qquad -8 = (-3 - 1) \cdot 2$

$-7 = -(3 \cdot 2 + 1)$ $\qquad -7 = -1 - 2 \cdot 3$

$-6 = -3 - 2 - 1$ $\qquad -6 = -1 - 2 - 3$

$-5 = -(3 \cdot 2) + 1$ $\qquad -5 = 1 - 3 \cdot 2$

$-4 = -2 - 3 + 1$ $\qquad -4 = (1 - 3) \cdot 2$

$-3 = 3 \cdot (1 - 2)$

$-2 = -3 + 2 - 1$

$-1 = -3 + 2 \cdot 1$

$0 = 3 - 2 - 1$

116 Calcula: $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \ldots - 10\,000$

Operando de dos en dos obtenemos:

$$(1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + \ldots + (9\,999 - 10\,000) =$$
$$= -1 - 1 - 1 - 1 - 1 - \ldots - 1 = (-1) \cdot 5\,000 = -5\,000$$

117 **Observa esta suma:**

$$1 + 2 + 3 + 4 + ... + 100 = 5\,050$$

Sustituye algunos de los signos + por signos − para que el resultado sea 2 007.

Cada vez que cambiamos el signo de un número, la suma se ve reducida en dos veces el valor del número (una vez cuando dejamos de sumar y otra cuando restamos). En el caso del 7, nos quedaría:

$$5\,050 - 2 \cdot 7 = 5\,036$$

Por tanto, cada vez que a un número le cambiamos de signo, tenemos que restar un número par (doble de un número) y nunca se podrá obtener el número 2 007, porque 5 050 − par = par.

118 **El producto de 2 006 números enteros es 1. ¿Es posible que su suma sea 0?**

Para que el producto de números enteros sea 1, todos los números enteros deben ser 1 o −1, y debe haber un número par de −1.

Y para que la suma sea 0 tiene que haber el mismo número de 1 que de −1. Por tanto, como 2 006 : 2 = 1 003, que es un número impar, su producto nunca será 1.

119 **En esta pirámide, el número de cada casilla debe ser la suma de los dos números de las casillas sobre las que está apoyado. Complétala.**

−25				
−1	−24			
6	−7	−17		
2	4	−11	−6	
−5	7	−3	−8	2

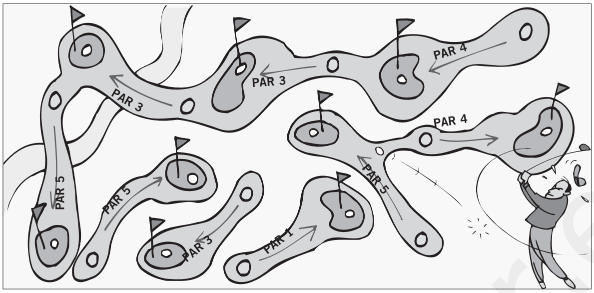
PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

120 **En el golf se denomina *par* al número de golpes que se necesitarían para completar un hoyo.**
Estos son algunos ejemplos:

Menos de 230 m → 3 golpes
Entre 230 y 430 m → 4 golpes
Más de 430 m → 5 golpes

Cada campo tiene asignado un *par* (número de golpes necesario) según el número de hoyos y sus distancias.

La puntuación de un jugador se obtiene comparando su número de golpes con el *par* del campo.



Así, una puntuación de −4 indica que se han dado 4 golpes menos que el *par*, y una puntuación de +3, que se han dado 3 golpes más que el *par*. En un torneo gana el jugador con menor puntuación.

Eres capaz de... Comprender

a) La tabla muestra las puntuaciones de tres amigos en un campo de par 72. Complétala y ordena los jugadores según su puntuación.

Jugador	N.º de golpes	Puntuación
Luis	69	
Marta		−4
Antonio		+5

Eres capaz de... Resolver

b) Completa la tabla con Pablo, Pilar y Elena, si:

- **Pablo obtuvo 2 puntos menos que Elena.**
- **Pilar obtuvo 8 puntos más que Pablo.**
- **Elena obtuvo 5 puntos más que el ganador.**

Eres capaz de... Decidir

c) ¿Cómo organizarías dos equipos, con los 6 amigos, que sean lo más homogéneos posible?

a)

Jugador	N.º de golpes	Puntuación
Luis	**69**	−3
Marta	68	**−4**
Antonio	77	**+5**

El orden por puntuación sería:

1.ª Marta

2.º Luis

3.º Antonio

El ganador fue Marta con −4.

b)

Jugador	Puntuación
Elena	$-4 + 5 = +1$
Pablo	$+1 - 2 = -1$
Pilar	$-1 + 8 = +7$

c) Respuesta abierta. Habría que conseguir que al sumar las puntuaciones de los tres amigos de cada equipo la diferencia de puntuación de ambos equipos sea la menor posible.

Así, se podrían organizar por ejemplo de esta forma:

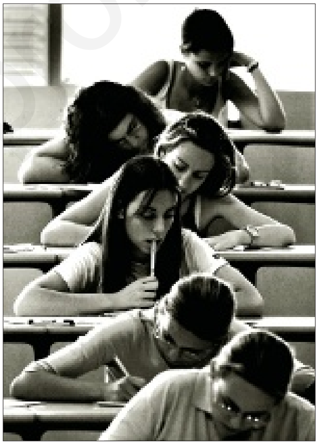
Un equipo formado por Marta (-4), Pilar ($+7$) y Pablo (-1).
Su puntuación sumaría $-4 + 7 - 1 = 2$.

Otro equipo formado por Luis (-3), Antonio ($+5$) y Elena ($+1$).
Su puntuación sería $-3 + 5 + 1 = 3$.

121 ●●●

Se ha publicado una convocatoria de oposiciones para el cuerpo de funcionarios del estado. Además de un concurso de méritos, la prueba consistirá en un examen de tipo test que consta de 100 preguntas.

En ese examen no solo se van a contar las preguntas acertadas, sino que también se van a penalizar las preguntas con contestaciones e, incluso, las que se dejan sin contestar.



Eres capaz de... Comprender

a) Si contesto a 57 preguntas bien, 16 mal y el resto las dejo en blanco, ¿qué puntuación obtendría en el examen?

Eres capaz de... Resolver

b) Si para superar esta prueba es necesario obtener, al menos, 100 puntos, ¿cuál es el mínimo número de respuestas correctas que es necesario para aprobar el examen? ¿Y el máximo número de errores?

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

c) Antes de que termine el examen repaso todas las preguntas y estoy seguro de que he contestado a 47 correctamente, de 28 no estoy seguro y puede ser que algunas sean erróneas, y el resto las tengo en blanco. De las que tengo en blanco hay 7 preguntas de las que creo que sé la respuesta, aunque no estoy seguro. ¿Debería responderlas?

a) $57 \cdot 4 + 16 \cdot (-3) + (100 - 57 - 16) \cdot (-1) = 153$

b) Si se dejaran todas las preguntas en blanco, se obtienen -100 puntos. Por cada pregunta que, en lugar de dejar en blanco, se contesta bien se suma 4 puntos y se deja de restar 1, luego hay una diferencia de 5 puntos.

$[100 - (-100)] : 5 = 200 : 5 = 40$

El número mínimo de respuestas correctas es 40, en el caso de que el resto estén en blanco.

Si en la prueba respondemos a todas las preguntas mal tendremos $100 \cdot (-3) = -300$ puntos. Por cada pregunta que, en lugar de ser incorrecta, se contesta bien se suma 4 puntos y se deja de restar 3, luego hay una diferencia de $4 - (-3) = 7$ puntos.

$[100 - (-300)] : 7 = 400 : 7 = 57{,}14$

Necesitaríamos 58 respuestas correctas, por lo que el máximo de respuestas incorrectas para aprobar el examen es de $100 - 58 = 42$.

c) $47 \cdot 4 + 28 \cdot (-3) + (100 - 47 - 28) \cdot (-1) = 79$

En estos momentos, si las 28 preguntas son erróneas, el examen está suspenso. Necesitaría 21 puntos más para aprobar. Como cada pregunta que en lugar de dejar en blanco se contesta correctamente suma 5 puntos, necesito contestar 5 preguntas más:

$52 \cdot 4 + 28 \cdot (-3) + (100 - 52 - 28) \cdot (-1) = 104$

6 Iniciación al Álgebra

El escudo de armas

Por el camino que ascendía a la fortaleza avanzaba un soberbio caballo y, sobre él, un caballero cubierto por su armadura.

El guardia se dispuso a darle el alto para que se identificara, pero antes de que lo pudiera hacer el sargento de la guardia lo detuvo y, haciendo una reverencia, dejó pasar al desconocido.

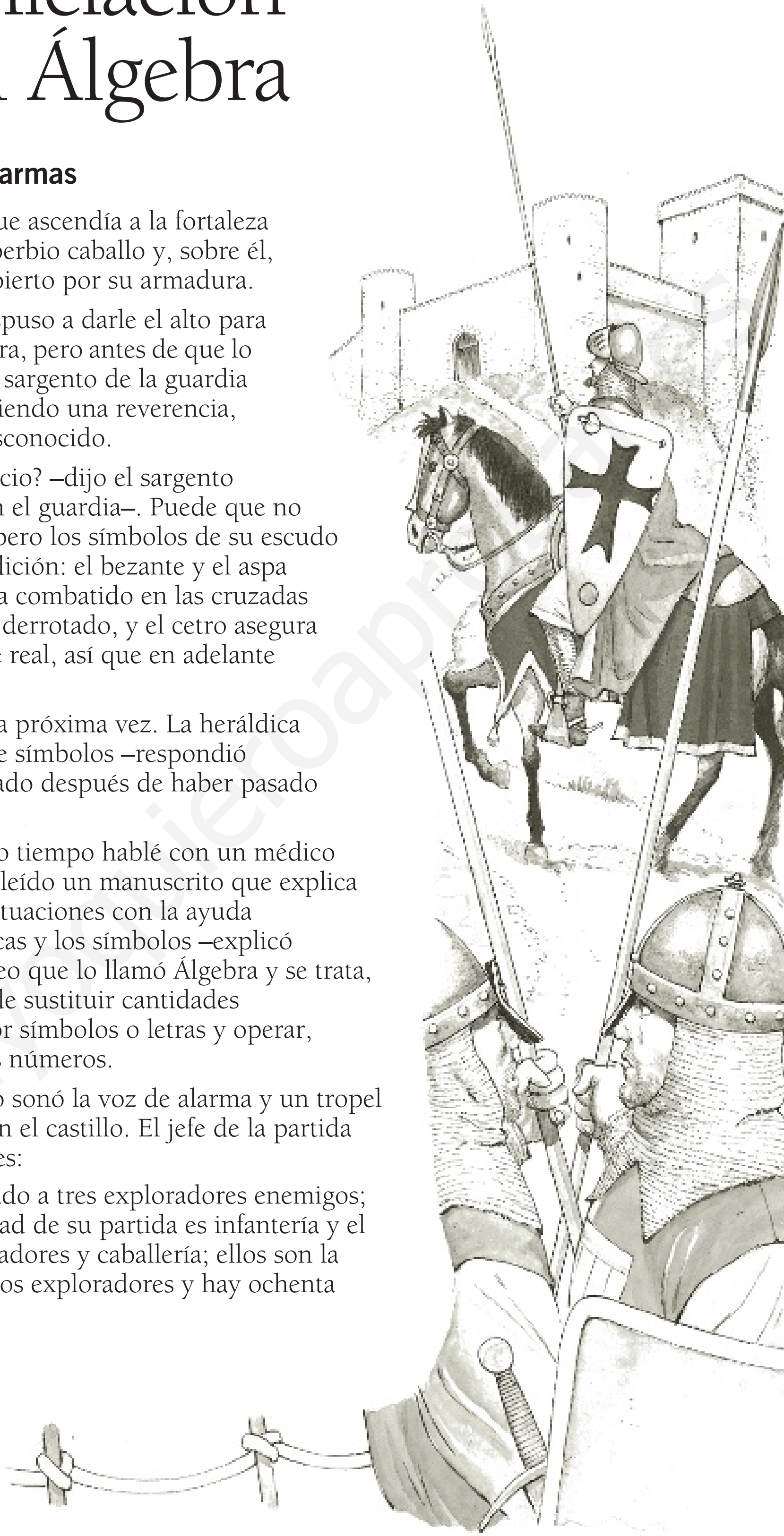
–¿Qué haces, necio? –dijo el sargento encarándose con el guardia–. Puede que no sepas quién es, pero los símbolos de su escudo denotan su condición: el bezante y el aspa nos dicen que ha combatido en las cruzadas y nunca ha sido derrotado, y el cetro asegura que es de sangre real, así que en adelante fíjate más.

–Me fijaré más la próxima vez. La heráldica es una ciencia de símbolos –respondió el soldado, aliviado después de haber pasado el trance.

–No hace mucho tiempo hablé con un médico judío que había leído un manuscrito que explica cómo resolver situaciones con la ayuda de las matemáticas y los símbolos –explicó el sargento–. Creo que lo llamó Álgebra y se trata, según me dijo, de sustituir cantidades desconocidas por símbolos o letras y operar, después, con los números.

En ese momento sonó la voz de alarma y un tropel de gente entró en el castillo. El jefe de la partida dio las novedades:

–Hemos capturado a tres exploradores enemigos; dicen que la mitad de su partida es infantería y el resto son exploradores y caballería; ellos son la cuarta parte de los exploradores y hay ochenta caballeros.



DESCUBRE LA HISTORIA...

1 **Busca información sobre la aparición del Álgebra y su desarrollo a lo largo de la historia.**

Podrás encontrar información sobre la historia del álgebra desde su origen hasta la actualidad visitando la siguiente página web:

http://www.profesorenlinea.cl/matematica/AlgebraHistoria.htm

2 **Investiga qué es la heráldica y la simbología que utiliza.**

Para entender el significado de la palabra heráldica puedes visitar esta página web:

http://www.heraldica.es/heraldica/heraldica.htm

3 **Establece la relación que puede existir entre la heráldica y el Álgebra.**

La simbología utilizada en heráldica se puede encontrar esta página:

http://webs.ono.com/lorenzoxaixo/MANUAL%20DE%20HERALDICA%20SIMBOLICA.htm

EVALUACIÓN INICIAL

1 **Resuelve eliminando paréntesis y multiplicando. Después, hazlo aplicando la propiedad distributiva del producto. ¿Obtienes el mismo resultado?**

a) $4 \cdot (8 + 5)$ **b)** $9 \cdot (6 - 3)$ **c)** $9 \cdot (8 + 4 - 2)$

a) $4 \cdot 13 = 52$
Propiedad distributiva: $4 \cdot 8 + 4 \cdot 5 = 32 + 20 = 52$

b) $9 \cdot 3 = 27$
Propiedad distributiva: $9 \cdot 6 - 9 \cdot 3 = 54 - 27 = 27$

c) $9 \cdot 10 = 90$
Propiedad distributiva: $9 \cdot 8 + 9 \cdot 4 - 9 \cdot 2 = 72 + 36 - 18 = 90$

2 **Calcula el mínimo común múltiplo de estos números.**

a) 5 y 4 **b)** 185, 56 y 65 **c)** 2, 27 y 25

a) m.c.m. $(5, 4) = 5 \cdot 2^2 = 20$

c) m.c.m. $(2, 27, 25) = 2 \cdot 2^3 \cdot 5^2\ 1\,350$

b) m.c.m. $(185, 56, 65) = 5 \cdot 37 \cdot 2^3 \cdot 7 \cdot 13 = 134\,680$

3 **Reduce estas fracciones a común denominador.**

a) $\frac{12}{5}$ y $\frac{17}{4}$ **b)** $\frac{8}{185}, \frac{24}{56}$ y $\frac{46}{65}$ **c)** $\frac{7}{2}, \frac{8}{27}$ y $\frac{16}{25}$

a) $\frac{12}{5} = \frac{48}{20}$ $\quad \frac{17}{4} = \frac{85}{20}$

b) $\frac{8}{185} = \frac{5\,824}{134\,680}$ $\quad \frac{24}{56} = \frac{57\,720}{134\,680}$ $\quad \frac{46}{65} = \frac{95\,312}{134\,680}$

c) $\frac{7}{2} = \frac{4\,725}{1\,350}$ $\quad \frac{8}{27} = \frac{400}{1\,350}$ $\quad \frac{16}{25} = \frac{864}{1\,350}$

EJERCICIOS

001 **Expresa en lenguaje numérico.**

a) El doble de cinco.

b) La tercera parte de ochenta y siete.

c) La mitad de ocho más tres.

a) $2 \cdot 5 = 10$ b) $\frac{87}{3} = 29$ c) $\frac{8+3}{2} = \frac{11}{2}$

002 **Expresa en lenguaje algebraico.**

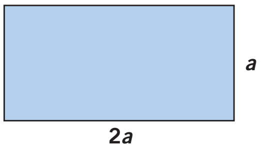
a) El doble de un número.

b) La tercera parte de un número.

c) El triple de un número menos su cuadrado.

a) $2 \cdot x$ b) $\frac{x}{3}$ c) $3 \cdot x - x^2$

003 **Utiliza el lenguaje algebraico para expresar el perímetro y el área de este rectángulo.**



Perímetro $= 2 \cdot (a + 2 \cdot a) = 2 \cdot 3a = 6a$

Área $= 2a \cdot a = 2a^2$

004 **En un corral hay *x* gallinas. ¿Cuántas patas suman en total?**

Número de patas: $2 \cdot x$

005 **Si en un establo hay *n* vacas, ¿cuántas patas tienen en total?**

Número de patas: $4 \cdot n$

006 **Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para $x = 2$ e $y = -1$.**

a) $3 \cdot x - 5 \cdot y$ **b)** $x^2 + (3 - y) \cdot 2$

a) $3 \cdot 2 - 5 \cdot (-1) = 6 + 5 = 11$

b) $2^2 + (3 - (-1)) \cdot 2 = 4 + 8 = 12$

007 **Halla los valores numéricos de la expresión algebraica $x \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) + 3$ para:**

a) $x = 1$ **b)** $x = -1$ **c)** $x = 3$

a) $1 \cdot (1 + 1) \cdot (1 - 1) + 3 = 1 \cdot 2 \cdot 0 + 3 = 3$

b) $-1 \cdot [(-1) + 1] \cdot [(-1) - 1] + 3 = -1 \cdot 0 \cdot (-2) + 3 = 3$

c) $3 \cdot (3 + 1) \cdot (3 - 1) + 3 = 3 \cdot 4 \cdot 2 + 3 = 27$

008 **Determina el valor numérico de la expresión $\frac{a \cdot (b + c)}{(c - a) \cdot a}$ para $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$.**

$$\frac{3 \cdot (4 + 5)}{(5 - 3) \cdot 3} = \frac{3 \cdot 9}{2 \cdot 3} = \frac{9}{2}$$

009 **Calcula cuánto debe valer x para que el valor numérico de $2x - 4$ sea cero.**

$2x - 4 = 0 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2$

010 **Indica en los siguientes monomios el coeficiente, la parte literal y su grado.**

a) $2x^3$

b) $-3x^2y$

c) $6ac^3$

d) $-\frac{5}{7}xy$

	Coeficiente	Parte literal	Grado
a)	2	x^3	3
b)	-3	x^2y	3
c)	6	ac^3	4
d)	$-5/7$	xy	2

011 **Calcula.**

a) $x + 3x$

b) $8ab - 7ab$

c) $2x^2 - x^2$

d) $xy^2 + 3x^2y$

a) $4x$ b) ab c) x^2 d) $xy^2 + 3x^2y$

012 **Efectúa.**

a) $x + x + x$

b) $5a - 4a + 10a - a$

c) $6a^2b^3 + 9a^2b^3 - a^2b^3$

d) $-2x^2 + x^2 + x^2$

a) $3x$ b) $10a$ c) $14a^2b^3$ d) 0

013 **Calcula.**

a) $5x - 7x + a$

b) $-4x + 3a - x + 2a$

a) $-2x + a$ b) $-5x + 5a$

014 **Decide si es identidad o ecuación.**

a) $x + 3 = 9$

b) $x \cdot x = x^2$

a) Ecuación b) Identidad

015 **Comprueba si el valor $x = -1$ verifica la ecuación $3 - x = -24$.**

$3 - (-1) = 3 + 1 = 4 \neq -24$. No verifica la ecuación.

016 **En las igualdades algebraicas:**

a) $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

b) $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 + b^2$

sustituye *a* y *b* por dos números enteros.

¿Se cumplen siempre las igualdades? ¿Son identidades o ecuaciones?

a) $(3 + 4) \cdot (3 - 4) = 7 \cdot (-1) = -7 = 3^2 - 4^2 = 9 - 16 = -7$
Es una identidad, se cumple siempre.

b) $(3 + 4) \cdot (3 - 4) = 7 \cdot (-1) = -7 \neq 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
Es una ecuación (solo se cumple cuando $b = 0$).

017 **Indica, en las siguientes ecuaciones, sus miembros, términos, grado e incógnitas.**

a) $x + 5 = 8$

b) $2xy - 3 = x + 1$

c) $x^2 - 4 = -x^3 + 6$

d) $5ab - 10 = 0$

e) $4a^2b + 4 = 2a^2 - 8$

f) $-4 + 2xyz = -3z + 1$

	Miembros		Términos	Grado	Incógnitas
a)	$x + 5$	8	$x ; 5 ; 8$	1	x
b)	$2xy - 3$	$x + 1$	$2xy ; -3 ; x ; 1$	2	$x ; y$
c)	$x^2 - 4$	$-x^3 + 6$	$x^2 ; -4 ; -x^3 ; 6$	3	x
d)	$5ab - 10$	0	$5ab ; -10 ; 0$	2	$a ; b$
e)	$4a^2b + 4$	$2a^2 - 8$	$4a^2b ; 4 ; 2a^2 ; -8$	3	$a ; b$
f)	$-4 + 2xyz$	$-3z + 1$	$-4 ; 2xyz ; -3z ; 1$	3	$x ; y ; z$

018 **Decide de qué ecuación es solución $x = 2$.**

a) $x + 3 = 4$

b) $x + 7 = 9$

a) $2 + 3 = 5 \neq 4 \rightarrow$ No es solución.

b) $2 + 7 = 9 \rightarrow$ Es solución.

019 **Escribe dos ecuaciones con una incógnita que tengan como solución $x = 3$.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: $2x + 14 = 20$ y $x^2 - 4 + x = 8$

020 **Transpón términos y halla el valor de la incógnita.**

a) $x + 7 = 12$

b) $x - 3 = 11$

c) $\dfrac{x}{4} = 6$

d) $3x = 24$

a) $x = 12 - 7 \rightarrow x = 5$

b) $x = 11 + 3 \rightarrow x = 14$

c) $x = 6 \cdot 4 \rightarrow x = 24$

d) $x = \dfrac{24}{3} \rightarrow x = 8$

021 **Halla el valor de la incógnita.**

a) $10 = x - 3$ **b)** $35 = 5x$

a) $x = 10 + 3 \rightarrow x = 13$ b) $x = \dfrac{35}{5} \rightarrow x = 7$

022 **Escribe una ecuación equivalente a $x + 2 = 3$.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: $2x + 4 = 6$

023 **Resuelve estas ecuaciones.**

a) $x + 4 = 15$ **e)** $8x + 3 = 11$

b) $x - 8 = 9$ **f)** $2x - 5 = x + 1$

c) $2x + 3 = 7$ **g)** $3x - 4 = 2x + 2$

d) $5x - 3 = 17$ **h)** $5x = x + 4$

a) $x = 15 - 4 \rightarrow x = 11$ e) $x = \dfrac{11 - 3}{8} \rightarrow x = 1$

b) $x = 9 + 8 \rightarrow x = 17$ f) $2x - x = 1 + 5 \rightarrow x = 6$

c) $x = \dfrac{7 - 3}{2} \rightarrow x = 2$ g) $3x - 2x = 2 + 4 \rightarrow x = 6$

d) $x = \dfrac{17 + 3}{5} \rightarrow x = 4$ h) $5x - x = 4 \rightarrow 4x = 4 \rightarrow x = 1$

024 **Halla la solución de las ecuaciones.**

a) $-2x + 4 = x + 1$ **c)** $8x - 2 = 10x$

b) $x - 8 = 2x - 6$ **d)** $2x - 1 = x - 1$

a) $4 - 1 = x + 2x \rightarrow 3 = 3x \rightarrow x = 1$

b) $-8 + 6 = 2x - x \rightarrow x = -2$

c) $-2 = 10x - 8x \rightarrow x = -1$

d) $2x - x = -1 + 1 \rightarrow x = 0$

025 **Resuelve.**

a) $\dfrac{x}{2} = 4$ **c)** $\dfrac{x}{5} - 2 = x - 10$ **e)** $10 - \dfrac{x}{3} = 14 - x$

b) $\dfrac{x}{3} - 1 = -2$ **d)** $6 - \dfrac{x}{2} = 4$ **f)** $\dfrac{x}{4} + 3x = 2x - 5$

a) $x = 8$

b) $x - 3 = -6 \rightarrow x = -3$

c) $x - 10 = 5x - 50 \rightarrow -4x = -40 \rightarrow x = 10$

d) $12 - x = 8 \rightarrow 12 - 8 = x \rightarrow x = 4$

e) $30 - x = 42 - 3x \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6$

f) $x + 12x = 8x - 20 \rightarrow 5x = -20 \rightarrow x = -4$

026 **Escribe una ecuación cuya solución sea $x = -\frac{1}{2}$.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: $2x + 1 = 0$

027 **Halla la solución de las ecuaciones.**

a) $2(x - 5) = 3(x + 1) - 3$
b) $2(x - 3) = 4x + 14$
c) $5(x + 3) = 4(x - 2)$
d) $x + 4 = 3(x + 12)$
e) $5(x - 2) = 3(x - 1) + 1$
f) $5(x - 1) - 6x = 3x - 9$
g) $2(x - 1) + (x + 3) = 5(x + 1)$
h) $3(x + 1) - 4(x - 1) + 1 = 0$

a) $2x - 10 = 3x + 3 - 3 \rightarrow -x = 10 \rightarrow x = -10$
b) $2x - 6 = 4x + 14 \rightarrow -2x = 20 \rightarrow x = -10$
c) $5x + 15 = 4x - 8 \rightarrow x = -23$
d) $x + 4 = 3x + 36 \rightarrow -2x = 32 \rightarrow x = -16$
e) $5x - 10 = 3x - 3 + 1 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$
f) $5x - 5 - 6x = 3x - 9 \rightarrow -4x = -4 \rightarrow x = 1$
g) $2x - 2 + x + 3 = 5x + 5 \rightarrow -2x = 4 \rightarrow x = -2$
h) $3x + 3 - 4x + 4 + 1 = 0 \rightarrow -x = -8 \rightarrow x = 8$

028 **Resuelve las ecuaciones.**

a) $x + 3(x - 8) = 3(x - 6)$
b) $x - 9 = 15 + 2(x + 3)$
c) $x - (2x + 5) = 3(x - 1)$
d) $-3(4 - x) = x - 2(1 + x)$
e) $2(1 - 3x) = x - 5$

a) $x + 3x - 24 = 3x - 18 \rightarrow x = 6$
b) $x - 9 = 15 + 2x + 6 \rightarrow -x = 30 \rightarrow x = -30$
c) $x - 2x - 5 = 3x - 3 \rightarrow -4x = 2 \rightarrow x = \frac{-1}{2}$
d) $-12 + 3x = x - 2 - 2x \rightarrow 4x = 10 \rightarrow x = \frac{5}{2}$
e) $2 - 6x = x - 5 \rightarrow -7x = -7 \rightarrow x = 1$

029 **Resuelve: $4(x - 2) = \frac{x}{2} - 1$**

$4x - 8 = \frac{x}{2} - 1 \rightarrow 8x - 16 = x - 2 \rightarrow 7x = 14 \rightarrow x = 2$

030 **Resuelve las siguientes ecuaciones.**

a) $\frac{2x + 7}{3} = 9$
b) $\frac{x - 5}{3} = \frac{2x - 6}{2}$
c) $\frac{x - 1}{2} = \frac{x - 2}{3} + \frac{x - 3}{4}$
d) $\frac{6 - x}{4} - \frac{4 - x}{2} = \frac{x + 6}{12}$

a) $2x + 7 = 27 \rightarrow 2x = 20 \rightarrow x = 10$

b) $2x - 10 = 6x - 18 \rightarrow -4x = -8 \rightarrow x = 2$

c) m.c.m. $(2, 3, 4) = 12$

$6(x - 1) = 4(x - 2) + 3(x - 3) \rightarrow 6x - 6 = 4x - 8 + 3x - 9$
$\rightarrow -x = -11 \rightarrow x = 11$

d) m.c.m. $(4, 2, 12) = 12$

$3(6 - x) - 6(4 - x) = x + 6 \rightarrow 18 - 3x - 24 + 6x = x + 6$
$\rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6$

031 Halla la solución de las ecuaciones.

a) $-\dfrac{x}{3} + 5 = \dfrac{2x}{4} - 5$ **b)** $\dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{3} + \dfrac{x}{4} = 30 - \dfrac{x}{6}$

a) m.c.m. $(3, 4) = 12$

$-4x + 60 = 6x - 60 \rightarrow -10x = -120 \rightarrow x = 12$

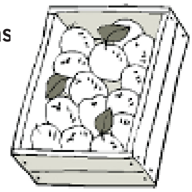
b) m.c.m. $(2, 3, 4, 6) = 12$

$6x + 4x + 3x = 360 - 2x \rightarrow 15x = 360 \rightarrow x = 24$

032 Pon un ejemplo de una ecuación con denominadores cuya solución sea $x = 0$.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $\dfrac{x}{3} + \dfrac{x}{4} = 0$.

033 Una caja de manzanas pesa 3 kg más que una caja de naranjas Pesamos 2 cajas de manzanas y 4 de naranjas, y la báscula marca 42 kg. ¿Cuánto pesa la caja de naranjas?



Peso de una caja de naranjas: x

Peso de una caja de manzanas: $x + 3$

$2(x + 3) + 4x = 42 \rightarrow 2x + 6 + 4x = 42 \rightarrow 6x = 36 \rightarrow x = 6$

La caja de naranjas pesa 6 kg y la de manzanas 9 kg.

034 Un número y su anterior suman 63. ¿De qué números se trata?

Número: x

Número anterior: $x - 1$

$x + (x - 1) = 63 \rightarrow 2x - 1 = 63 \rightarrow 2x = 64 \rightarrow x = 32$

Se trata de los números 32 y 31.

035 El perímetro de un rectángulo es 56 cm. ¿Cuál es la medida de los lados, si el largo es el triple del ancho?

Ancho del rectángulo: x

Largo del rectángulo: $3x$

$3x + 3x + x + x = 56 \rightarrow 8x = 56 \rightarrow x = 7$

El ancho del rectángulo mide 7 cm y el largo 21 cm.

ACTIVIDADES

036 **Relaciona cada enunciado con la expresión algebraica correspondiente.**

a) Perímetro de un triángulo equilátero. **1) $3a + 2$**
b) Al triple de un número le sumamos 2 unidades. **2) $x(x + 1)$**
c) El doble de la suma de dos números. **3) $3x$**
d) El producto de un número y su consecutivo. **4) $2(x + y)$**

a) → 3) b) → 1) c) → 4) d) → 2)

037 **Escribe en lenguaje algebraico las siguientes expresiones.**

a) El cuadrado de un número.
b) Un número menos tres.
c) El doble de un número más tres.
d) La mitad de un número menos cinco.
e) El triple de un número más el doble del mismo número.
f) La cuarta parte de la suma de un número menos tres.
g) La quinta parte de un número menos el triple de dicho número.
h) La suma de dos números cualesquiera.
i) El triple de la suma de dos números cualesquiera.
j) La sexta parte de un número más seis.

a) x^2 d) $\frac{x}{2} - 5$ g) $\frac{x}{5} - 3x$ i) $3(x + y)$

b) $x - 3$ e) $3x + 2x$ h) $x + y$ j) $\frac{x}{6} + 6$

c) $2x + 3$ f) $\frac{x - 3}{4}$

038 **Si x es un número cualquiera, expresa en el lenguaje usual cada una de las expresiones algebraicas.**

a) $x - 2$ **c) $2x$** **e) $x^3 - 5$** **g) $2x + 2x^2 + 2x^3$**
b) $x + 5$ **d) $\frac{x}{2}$** **f) $3x - x^4$** **h) $\sqrt{x}$**

a) Un número menos dos.
b) Un número más cinco.
c) El doble de un número.
d) La mitad de un número.
e) El cubo de un número menos cinco.
f) El triple de un número menos ese número elevado a la cuarta.
g) El doble de un número, más el doble de su cuadrado, más el doble de su cubo.
h) La raíz cuadrada de un número.

039 Inventa frases para las expresiones algebraicas.

a) $a + b$ **d)** $3x - 1$ **g)** $m + 2$ **j)** $2x + 7$

b) $3(a + b)$ **e)** $x + 5$ **h)** $2(x - y)$ **k)** $x - 8$

c) $\frac{x}{4}$ **f)** $x^3 - 4$ **i)** $\frac{x}{3} + 2$ **l)** $x^2 + 2x$

a) La suma de dos números cualesquiera.
b) El triple de la suma de dos números cualesquiera.
c) La cuarta parte de un número.
d) El triple de un número menos uno.
e) La suma de un número y cinco.
f) El cubo de un número menos cuatro.
g) La suma de un número y dos.
h) El doble de la diferencia de dos números cualesquiera.
i) La tercera parte de un número más dos.
j) El doble de un número más siete.
k) La diferencia de un número y ocho.
l) La suma del cuadrado de un número y su doble.

040 Calcula el valor numérico de $6x - 3$ para:

a) $x = 1$ **c)** $x = -1$

b) $x = 2$ **d)** $x = -3$

a) $6 \cdot 1 - 3 = 3$ c) $6 \cdot (-1) - 3 = -9$
b) $6 \cdot 2 - 3 = 9$ d) $6 \cdot (-3) - 3 = -21$

041 Determina el valor numérico de la expresión algebraica $7x - 4$ para los siguientes valores: $x = -2$, $x = 1$, $x = -3$.

$x = -2 \rightarrow 7 \cdot (-2) - 4 = -18$
$x = 1 \rightarrow 7 \cdot 1 - 4 = 3$
$x = -3 \rightarrow 7 \cdot (-3) - 4 = -25$

042 Halla los valores numéricos de estas expresiones algebraicas para $a = 3$.

a) $2a - 5$ **c)** $a(a - 1)(a + 2)$

b) $3a^2 + 2a - 1$ **d)** $(-a - 2)(-2a)$

a) $2 \cdot 3 - 5 = 1$
b) $3 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3 - 1 = 32$
c) $3 \cdot (3 - 1) \cdot (3 + 2) = 30$
d) $(-3 - 2) \cdot ((-2) \cdot 3) = 30$

043 Calcula, para $a = 4$ y $b = 2$, el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas.

a) $(a + b)(a - b)$
b) $3a + 2b + 1$
c) $4a + 2b - ab$
d) $(a - 1)^2 + (b + 1)^2$

a) $(4 + 2)(4 - 2) = 6 \cdot 2 = 12$
b) $12 + 4 + 1 = 17$
c) $16 + 4 - 8 = 12$
d) $3^2 + 3^2 = 18$

044 Halla el valor de las expresiones cuando toman el valor indicado.

Valor de x	$3x - 4$	$x^2 + 1$
$x = 1$	$3 - 4 = -1$	$1^2 + 1 = 2$
$x = 2$	$3 \cdot 2 - 4 = 2$	$2^2 + 1 = 5$
$x = -1$	$3 \cdot (-1) - 4 = -7$	$(-1)^2 + 1 = 2$
$x = 0$	$0 - 4 = -4$	$0 + 1 = 1$
$x = -2$	$3 \cdot (-2) - 4 = -10$	$(-2)^2 + 1 = 5$
$x = -4$	$3 \cdot (-4) - 4 = -16$	$(-4)^2 + 1 = 17$
$x = 7$	$3 \cdot 7 - 4 = 17$	$7^2 + 1 = 50$
$x = -5$	$3 \cdot (-5) - 4 = -19$	$(-5)^2 + 1 = 26$

Valores de a y b		$5a - 2b$	$(a + b)^2$
$a = 0$	$b = 1$	$0 - 2 = -2$	$1^2 = 1$
$a = 0$	$b = 2$	$0 - 4 = -4$	$2^2 = 4$
$a = -1$	$b = -2$	$-5 + 4 = -1$	$(-3)^2 = 9$
$a = 2$	$b = 3$	$10 - 6 = 4$	$5^2 = 25$
$a = -2$	$b = -3$	$-10 + 6 = -4$	$(-5)^2 = 25$
$a = 0$	$b = 0$	$0 - 0 = 0$	$0^2 = 0$
$a = -1$	$b = 2$	$-5 - 4 = -9$	$1^2 = 1$

045 Completa la siguiente tabla:

Expresión algebraica	Coeficiente	Parte literal	Grado
$6x^3$	6	x^3	3
$-4x$	-4	x	1
xy	1	xy	2
$-2a^2b$	-2	a^2b	3

046 Indica el grado de las siguientes expresiones algebraicas.

a) $4x^3$
b) $-2y^2$
c) $-3xy^3$
d) $2a^2b$

a) 3
b) 2
c) 4
d) 3

047 Ordena los monomios, de mayor a menor, según su grado.

$$3a^4,\ 7ab,\ 52xy^2,\ 3x^2y^3,\ 5$$

$3x^2y^3$, $3a^4$, $52xy^2$, $7ab$, 5

048 Escribe un monomio que tenga:

a) Como coeficiente $\frac{1}{5}$ y como parte literal xy.

b) Como coeficiente -1 y grado 3.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\frac{1}{5}xy$ b) $-x^3$

049 Escribe tres parejas de monomios diferentes, con igual parte literal y el mismo grado. ¿Cómo es entre sí cada pareja de monomios?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$3x^2$, $-4x^2$ $\frac{1}{2}x^2$, $-6x^2$ $\frac{-2}{7}x^2$, $-9x^2$

Los monomios son semejantes.

050 Indica las parejas de monomios que son semejantes y escribe sus opuestos.

a) $2x^3$ y $2x$ b) $3x$ y $-2x$ c) $12a^2$ y $-3a^2$ d) a^3 y $3a$

a) No semejantes. Opuestos: $-2x^3$, $-2x$

b) Semejantes. Opuestos: $-3x$, $2x$

c) Semejantes. Opuestos: $-12a^2$, $3a^2$

d) No semejantes. Opuestos: $-a^3$, $-3a$

051 Escribe dos monomios semejantes para cada uno de estos monomios.

a) $12a$ b) $-5x^2$ c) $13y^3$

a) $-2a$ y $34a$ b) $2x^2$ y $-8x^2$ c) $-2y^3$ y $\frac{1}{7}y^3$

052 Efectúa las sumas y restas de monomios.

a) $2x + 3x$

b) $-4ab + 2ab$

c) $17x^2 - 4x^2$

d) $-5x^2y^2z - (-x^2y^2z)$

e) $4a^2b + 6ab^2$

f) $7a + 5a + 3a$

g) $5x^4 - 2x^2 - 3x^2$

h) $2xy + 4xy - 8xy$

i) $2x^2 - 4x^2 + 5x^2$

j) $2xy - 2x + 2y$

a) $5x$

b) $-2ab$

c) $13x^2$

d) $-4x^2y^2z$

e) $4a^2b + 6ab^2$

f) $15a$

g) $5x^4 - 5x^2$

h) $-2xy$

i) $3x^2$

j) $2xy - 2x + 2y$

053 **Suma y resta estos monomios.**

a) $3x^2$ y $-9x^2$
b) $4x$ y $12x$
c) $4x$ y $3x^2$
d) $-36x^3$ y $45x^3$
e) $12ab$ y $-8ab$
f) $12x$ y -4

Su resultado, ¿es otro monomio?

a) Suma: $-6x^2$ Resta: $12x^2$
b) Suma: $16x$ Resta: $-8x$
c) Suma: $4x + 3x^2$ Resta: $4x - 3x^2$
d) Suma: $9x^3$ Resta: $-81x^3$
e) Suma: $4ab$ Resta: $20ab$
f) Suma: $12x - 4$ Resta: $12x + 4$

El resultado es un monomio cuando tienen la misma parte literal.
Esto ocurre en los apartados: a), b), d) y e).

054 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE AVERIGUA SI UNA IGUALDAD ALGEBRAICA ES UNA IDENTIDAD O UNA ECUACIÓN?

Averigua si las siguientes expresiones son ecuaciones o identidades.

a) $x + 5 = 2x$ **b)** $2x - x = x$

PRIMERO. Se elige un valor cualquiera para las variables. Si la igualdad no se verifica, es una ecuación.

a) $x + 5 = 2x \xrightarrow{x=1} 1 + 5 \neq 2 \cdot 1$. Es una ecuación.

b) $2x - x = x \xrightarrow{x=1} 2 \cdot 1 - 1 = 1$

SEGUNDO. Si la igualdad se verifica, se sigue eligiendo valores para las variables. Y si todos verifican la igualdad, es una identidad.

b) $2x - x = x \xrightarrow{x=2} 2 \cdot 2 - 2 = 2 \rightarrow 4 - 2 = 2$

$2x - x = x \xrightarrow{x=3} 2 \cdot 3 - 3 = 3 \rightarrow 6 - 3 = 3 \ldots$

Esta igualdad se cumple para cualquier valor de x, es una identidad.

055 **Indica cuál de estas igualdades es una identidad o una ecuación.**

a) $6x + 1 = 7$
b) $2a + 3a = 5a$
c) $12x + 6x^2 = 6x(2 + x)$
d) $15x + 8x = 23x$
e) $2x + 8x = 10x$
f) $9ab^2 - 5a^2b = ab(9b - 5a)$
g) $6x = 7 + 5x$
h) $(x + 7)(x - 7) = x^2 - 49$

a) Ecuación
b) Identidad
c) Identidad
d) Identidad
e) Identidad
f) Identidad
g) Ecuación
h) Identidad

056 Completa la siguiente tabla:

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Términos	Incógnita
$7 + s = 2$	$7 + s$	2	7 ; s ; 2	s
$18 = 2t$	18	$2t$	18 ; $2t$	t
$5x = 1 + x$	$5x$	$1 + x$	$5x$; 1 ; x	x
$0 = 8 - y$	0	$8 - y$	0 ; 8 ; y	y
$10r = 3$	$10r$	3	$10r$; 3	r

057 Comprueba si estas igualdades son ciertas para los valores de la variable que se indican.

a) $4x - 7 = 2$, para $x = 3$.

b) $10 - x = 13$, para $x = -3$.

c) $15 + x = 11$, para $x = -4$.

d) $3(x - 2) = 6$, para $x = 4$.

e) $(8 - x)4 = 8$, para $x = 2$.

f) $(9 - x)(6x + 2) = 16$, para $x = 8$.

g) $\frac{x}{2} = 16$, para $x = 8$.

h) $\frac{x}{3} + 5 = 8$, para $x = 9$.

i) $\frac{x + 5}{2} + 1 = 6$, para $x = 5$.

j) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 5$, para $x = 6$.

k) $\frac{x + 8}{3} + 2(x - 1) = 3$, para $x = 1$.

l) $2x + \frac{x}{3} = 35$, para $x = 15$.

m) $x^2 + 1 = 7$, para $x = 3$.

a) $12 - 7 \neq 2$. Falsa.

b) $10 + 3 = 13$. Verdadera.

c) $15 - 4 = 11$. Verdadera.

d) $3(4 - 2) = 6$. Verdadera.

e) $(8 - 2)4 \neq 8$. Falsa.

f) $(9 - 8)(48 + 2) \neq 16$. Falsa.

g) $4 \neq 16$. Falsa.

h) $3 + 5 = 8$. Verdadera.

i) $5 + 1 = 6$. Verdadera.

j) $2 + 3 = 5$. Verdadera.

k) $3 + 0 = 3$. Verdadera.

l) $30 + 5 = 35$. Verdadera.

m) $9 + 1 \neq 7$. Falsa.

058 Indica cuáles de estas ecuaciones tienen como solución $x = -2$.

a) $x + 2 = 0$
b) $2x + 4 = -8$
c) $3x - 1 = 5$
d) $5x + 8 = -2$

a) $-2 + 2 = 0$. Sí.
b) $-4 + 4 \neq 8$. No.
c) $-6 - 1 \neq 5$. No.
d) $-10 + 8 = -2$. Sí.

059 Di si el valor de x es solución de la ecuación y, si no es así, hállalo.

a) $2x - 5 = 7$, para $x = 5$.
b) $3x - 6 = 2x - 5$, para $x = 3$.
c) $x + 1 + 5 = 2x + 2$, para $x = 4$.
d) $3(x + 2) - 5 = 4x + (x - 1)$, para $x = 1$.

a) No es solución.
Solución: $2x = 12 \rightarrow x = 6$
b) No es solución.
Solución: $3x - 2x = -5 + 6 \rightarrow x = 1$
c) Es solución.
d) Es solución.

060 Escribe tres ecuaciones de primer grado con una incógnita que tengan como solución $x = 2$.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $2x + 2 = 6$; $3x - 4 = 2$; $-x + 12 = 10$

061 Indica, sin operar, para qué valor de x se cumplen estas igualdades.

a) $x + 3 = 4$
b) $2x = 16$
c) $6 - x = 1$
d) $9x = 36$
e) $\frac{x}{5} = 5$
f) $4 = -x$
g) $7 - x = 5$
h) $4x - 3 = 1$
i) $4 + x = 6$
j) $2x + 1 = 5$
k) $\frac{x}{27} = 9$
l) $9 = 3x$

a) $x = 1$
b) $x = 8$
c) $x = 5$
d) $x = 4$
e) $x = 25$
f) $x = -4$
g) $x = 2$
h) $x = 1$
i) $x = 2$
j) $x = 2$
k) $x = 243$
l) $x = 3$

062 Calcula el valor de la incógnita.

a) $x + 3 = 7$	f) $x + 5 = 6$
b) $9 + x = 12$	g) $15 + x = 9$
c) $x - 5 = 9$	h) $x - 3 = -5$
d) $7 + x = 18$	i) $x - 10 = 9$
e) $x - 3 = 7$	j) $2 + x = 15$

a) $x = 4$	f) $x = 1$
b) $x = 3$	g) $x = -6$
c) $x = 14$	h) $x = -2$
d) $x = 11$	i) $x = 19$
e) $x = 10$	j) $x = 13$

063 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $4x = 16$	f) $2x = -238$
b) $-7x = 49$	g) $-3x = 36$
c) $-5x = -125$	h) $-9x = 81$
d) $27x = -81$	i) $0{,}2x = -90$
e) $-5x = -25$	j) $0{,}6x = -36$

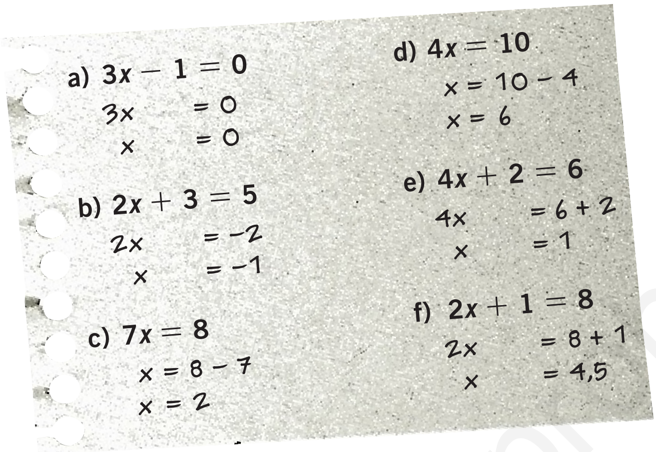
a) $x = 4$	f) $x = -119$
b) $x = -7$	g) $x = -12$
c) $x = 25$	h) $x = -9$
d) $x = -3$	i) $x = -450$
e) $x = 5$	j) $x = -60$

064 Halla la solución de las ecuaciones.

a) $4x = 5 + 3x$	f) $6 + 2x = x$
b) $6x = 12 + 4x$	g) $14x + 6x = 40$
c) $x - 8 = 3x$	h) $30 + 8x = -7x$
d) $20 + 6x = 8$	i) $x + 5 = -4x$
e) $10 - 3x = -2x$	j) $10x + 3 = 8x + 1$

a) $x = 5$	f) $x = -6$
b) $x = 6$	g) $x = 2$
c) $x = -4$	h) $x = -2$
d) $x = -2$	i) $x = -1$
e) $x = 10$	j) $x = -1$

065 ¿Se han resuelto correctamente las ecuaciones? Si no es así, resuélvelas.



a) $3x = 1$
$x = \frac{1}{3}$

b) $2x = 2$
$x = 1$

c) $x = \frac{8}{7}$

d) $x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

e) $4x = 6 - 2$
$4x = 4$
$x = 1$

f) $2x = 7$
$x = \frac{7}{2} = 3{,}5$

066 **Resuelve las siguientes ecuaciones.**

a) $25 - 2x = 3x - 35$
b) $4x + 17 = 3x + 24$
c) $7x - 3 = 21x - 9$
d) $1 + 8x = -64x + 46$
e) $5x - 11 = 15x - 33$
f) $2x + 17 = 3x + 2$
g) $70 - 3x = 14 + x$
h) $60 - 5x = x - 12$
i) $100 - 3x = 5x - 28$
j) $10x - 17 = 4x + 85$
k) $3x + 1 = 7x - 11$
l) $11x - 100 = 2x - 1$
m) $25 - 2x = 3x - 80$
n) $19 + 8x = 12x + 14$
ñ) $21y - 3 = 10y + 195$
o) $2 - 6y = 36y - 5$

a) $60 = 5x \rightarrow x = 12$
b) $x = 24 - 17 \rightarrow x = 7$
c) $6 = 14x \rightarrow x = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$
d) $72x = 45 \rightarrow x = \frac{45}{72} = \frac{5}{8}$
e) $22 = 10x \rightarrow x = \frac{22}{10} = \frac{11}{5}$
f) $x = 15$
g) $56 = 4x \rightarrow x = \frac{56}{4} = 14$

h) $72 = 6x \rightarrow x = \frac{72}{6} = 12$

i) $128 = 8x \rightarrow x = \frac{128}{8} = 16$

j) $6x = 102 \rightarrow x = \frac{102}{6} = 17$

k) $12 = 4x \rightarrow x = \frac{12}{4} = 3$

l) $9x = 99 \rightarrow x = \frac{99}{9} = 11$

m) $105 = 5x \rightarrow x = \frac{105}{5} = 21$

n) $5 = 4x \rightarrow x = \frac{5}{4}$

ñ) $11y = 198 \rightarrow y = \frac{198}{11} = 18$

o) $7 = 42y \rightarrow y = \frac{7}{42} = \frac{1}{6}$

067 ●● **Resuelve:**

$$\mathbf{3(x - 2) = x + 10}$$

$3x - 6 = x + 10 \rightarrow 2x = 16 \rightarrow x = 8$

068 ●● **Resuelve la ecuación.**

$$\mathbf{38 + 7(x - 3) = 9(x + 1)}$$

$38 + 7x - 21 = 9x + 9 \rightarrow 8 = 2x \rightarrow x = 4$

069 ●● **Halla la solución de las ecuaciones.**

a) $\mathbf{5(x - 8) = 3(x - 6)}$
b) $\mathbf{2(x + 5) = 9x + 31}$
c) $\mathbf{-1(x + 3) = 2(6 + x)}$
d) $\mathbf{-5(6 - 5x) = 5x - 10}$
e) $\mathbf{16 + 5x = x - 3(4 + x)}$
f) $\mathbf{-3(6 - 6x) - 3 = x - 4}$
g) $\mathbf{-6x = 3(5x + 8) - 3}$

a) $5x - 40 = 3x - 18 \rightarrow 2x = 22 \rightarrow x = 11$
b) $2x + 10 = 9x + 31 \rightarrow -7x = 21 \rightarrow x = -3$
c) $-x - 3 = 12 + 2x \rightarrow -15 = 3x \rightarrow x = -5$
d) $-30 + 25x = 5x - 10 \rightarrow 20x = 20 \rightarrow x = 1$
e) $16 + 5x = x - 12 - 3x \rightarrow 7x = -28 \rightarrow x = -4$
f) $-18 + 18x - 3 = x - 4 \rightarrow 17x = 17 \rightarrow x = 1$
g) $-6x = 15x + 24 - 3 \rightarrow -21 = 21x \rightarrow x = -1$

070 ●●

Resuelve estas ecuaciones.

a) $(x + 28) + 15 = 2(x + 15)$

b) $(2x + 1) = 8 - (3x + 3)$

c) $2(x - 7) = 6(x + 1)$

d) $2(x - 5) = 5(x - 4)$

e) $6(x - 4) = 3(x - 3)$

f) $3(x - 3) - 4(x - 5) = 6$

g) $6(x - 3) + 5(x + 4) = 15$

a) $x + 43 = 2x + 30 \rightarrow x = 13$

b) $2x + 1 = 8 - 3x - 3 \rightarrow 5x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{5}$

c) $2x - 14 = 6x + 6 \rightarrow -20 = 4x \rightarrow x = -5$

d) $2x - 10 = 5x - 20 \rightarrow 10 = 3x \rightarrow x = \frac{10}{3}$

e) $6x - 24 = 3x - 9 \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5$

f) $3x - 9 - 4x + 20 = 6 \rightarrow -x = -5 \rightarrow x = 5$

g) $6x - 18 + 5x + 20 = 15 \rightarrow 11x = 13 \rightarrow x = \frac{13}{11}$

071

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVE UNA ECUACIÓN CON UN SOLO DENOMINADOR?

Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{4x}{3} = 8$

b) $\frac{5x}{3} - 3 = 7$

PRIMERO. Se multiplica cada uno de los términos de la ecuación por el denominador.

a) $3 \cdot \frac{4x}{3} = 3 \cdot 8$

$4x = 24$

b) $3 \cdot \frac{5x}{3} - 3 \cdot 3 = 3 \cdot 7$

$5x - 9 = 21$

SEGUNDO. Se resuelve la ecuación sin denominadores que resulta.

a) $4x = 24 \rightarrow x = \frac{24}{4} \rightarrow x = 6$

b) $5x - 9 = 21 \rightarrow 5x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{5} \rightarrow x = 6$

072 ●●

Halla la solución de las ecuaciones.

a) $\frac{2x}{3} = 4$

b) $\frac{6x}{7} - 2 = 4$

c) $\frac{4x}{3} + 2 = 6$

d) $\frac{-8x}{3} = 16$

a) $2x = 12 \rightarrow x = 6$
b) $6x = 28 + 14 \rightarrow 6x = 42 \rightarrow x = 7$
c) $4x = 18 - 6 \rightarrow 4x = 12 \rightarrow x = 3$
d) $-8x = 48 \rightarrow x = -6$

073 **Resuelve.**

a) $\dfrac{6x+4}{7} = 4$ c) $\dfrac{16-x}{7} = 1$

b) $\dfrac{3x-5}{2} = 2$ d) $\dfrac{4+x}{3} = 5$

a) $6x + 4 = 28 \rightarrow 6x = 24 \rightarrow x = 4$
b) $3x - 5 = 4 \rightarrow 3x = 9 \rightarrow x = 3$
c) $16 - x = 7 \rightarrow x = 9$
d) $4 + x = 15 \rightarrow x = 11$

074 **Calcula la solución de las ecuaciones.**

a) $10 + \dfrac{2x}{7} = 8 + 4$

b) $\dfrac{x}{3} + 2x = 1 + 2x$

c) $4x - 38 = \dfrac{3x+2}{5}$

d) $\dfrac{2x}{3} = 24$

a) $\dfrac{2x}{7} = 2 \rightarrow 2x = 14 \rightarrow x = 7$

b) $\dfrac{x}{3} + 2x - 2x = 1 \rightarrow x = 3$

c) $20x - 190 = 3x + 2 \rightarrow 17x = 192 \rightarrow x = \dfrac{192}{17}$

d) $2x = 72 \rightarrow x = 36$

075 **¿Cuál es la solución de la ecuación?**

$$\frac{x-3}{2} - \frac{3(x-4)}{3} = \frac{4(x-5)}{5}$$

a) 5 b) 3 c) -3 d) -1

La solución es $x = 5$.

$$\frac{5-3}{2} - \frac{3(5-4)}{3} = \frac{4(5-5)}{5}$$
$$\frac{2}{2} - \frac{3}{3} = \frac{0}{5}$$
$$0 = 0$$

076 **Resuelve, simplificando todo lo que puedas.**

a) $4x + \frac{1}{2} = \frac{3x - 4}{2}$

b) $\frac{4x + 4}{3} = \frac{x + 6}{2}$

c) $3(x - 2) - \frac{2x}{2} = 4(x + 3)$

d) $3(x + 1) - \frac{6(x - 2)}{3} = 5$

e) $\frac{3(x - 1)}{3} + \frac{10(x + 1)}{5} = 2x + \frac{1}{4}$

f) $\frac{2(x + 1)}{2} + \frac{3(x - 1)}{3} + \frac{8(x + 2)}{4} = 5x - 1$

g) $\frac{2(x - 3)}{5} - \frac{2(x + 2)}{7} - 5 = x + 1$

a) $8x + 1 = 3x - 4 \rightarrow 5x = -5 \rightarrow x = -1$

b) m.c.m. $(3, 2) = 6$

$2(4x + 4) = 3(x + 6) \rightarrow 8x + 8 = 3x + 18 \rightarrow 5x = 10 \rightarrow x = 2$

c) $3x - 6 - x = 4x + 12 \rightarrow -2x = 18 \rightarrow x = -9$

d) $3(x + 1) - 2(x - 2) = 5 \rightarrow 3x + 3 - 2x + 4 = 5 \rightarrow x = -2$

e) $(x - 1) + 2(x + 1) = 2x + \frac{1}{4} \rightarrow 3x + 1 = 2x + \frac{1}{4} \rightarrow x = -1 + \frac{1}{4}$
$\rightarrow x = \frac{-3}{4}$

f) $(x + 1) + (x - 1) + 2(x + 2) = 5x - 1$
$\rightarrow x + 1 + x - 1 + 2x + 4 = 5x - 1 \rightarrow -x = -5 \rightarrow x = 5$

g) m.c.m. $(5, 7) = 35$

$14(x - 3) - 10(x + 2) - 35 \cdot 5 = 35(x + 1)$

$14x - 42 - 10x - 20 - 175 = 35x + 35 \rightarrow -31x = 272 \rightarrow x = \frac{-272}{31}$

077 **Indica las ecuaciones que son equivalentes.**

a) $x + 3 = 5$

b) $3(x - 2) + 2(x + 1) = 6$

c) $\frac{2x - 1}{3} - \frac{3}{4} = \frac{6x - 1}{12} - \frac{2}{3}$

d) $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 4$

e) $2(x + 5) + 3(x - 2) = 24$

f) $\frac{2(x - 3)}{2} + \frac{x + 1}{4} - \frac{x - 5}{6} - \frac{x - 2}{3} = 3$

a) $x = 2$

b) $3x - 6 + 2x + 2 = 6 \rightarrow 5x = 10 \rightarrow x = 2$

c) m.c.m. (3, 4, 12) = 12
$8x - 4 - 9 = 6x - 1 - 8 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2$

d) m.c.m. (2, 3) = 6
$6x + 3x + 2x = 24 \rightarrow 11x = 24 \rightarrow x = \dfrac{24}{11}$

e) $2x + 10 + 3x - 6 = 24 \rightarrow 5x = 20 \rightarrow x = 4$

f) m.c.m. (2, 4, 6, 3) = 12
$12(x - 3) + 3(x + 1) - 2(x - 5) - 4(x - 2) = 36$
$\rightarrow 12x - 36 + 3x + 3 - 2x + 10 - 4x + 8 = 36 \rightarrow 9x = 51 \rightarrow x = \dfrac{51}{9}$

Son equivalentes a), b) y c).

078 **Expresa, utilizando el lenguaje algebraico, estos enunciados.**

a) Un número cualquiera.

b) La suma de dos números.

c) El doble de la suma de dos números.

d) El doble de un número más otro.

a) x b) $x + y$ c) $2(x + y)$ d) $2x + y$

079 **Expresa los siguientes enunciados mediante el lenguaje algebraico.**

a) La cuarta parte de una cantidad más 3 unidades.

b) A cinco veces una cantidad le sumamos 8 unidades.

c) La mitad de una cantidad más la mitad de la mitad de dicha cantidad.

d) El cuarto de una cantidad más la mitad del cuarto de dicha cantidad.

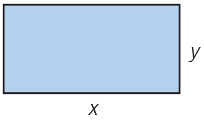
a) $\dfrac{x}{4} + 3$

b) $5x + 8$

c) $\dfrac{x}{2} + \dfrac{\frac{x}{2}}{2} = \dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{4}$

d) $\dfrac{x}{4} + \dfrac{\frac{x}{4}}{2} = \dfrac{x}{4} + \dfrac{x}{8}$

080 **Si llamamos x a la base e y a la altura de un rectángulo, completa la siguiente tabla:**



Área	$x \cdot y$
Perímetro	$2(x + y)$
Doble del área	$2 \cdot x \cdot y$
Mitad del perímetro	$x + y$

081 ● **Completa la tabla sabiendo que Pedro tiene el doble de edad que Andrés, Marta tiene 6 años más que Pedro, y Rosa tiene 10 años menos que Pedro.**

	Marta	Andrés	Rosa	Pedro
Si la edad actual de Andrés fuese 10 años	26	**10**	10	20
Si desconocemos la edad de Andrés	$2x + 6$	x	$2x - 10$	$2x$

082 ●● **Contesta, mediante una expresión algebraica.**

a) En un aparcamiento hay *x* bicicletas. ¿Cuántas ruedas hay en total?

b) Si en un establo de vacas había *x* patas, ¿cuántas vacas eran?

c) En una granja hay *x* pollos e *y* conejos. ¿Cuántas patas habrá?

a) $2x$ b) $\frac{x}{4}$ c) $2x + 4y$

083 ●● **Dada la expresión algebraica $2x + 3$, inventa un enunciado.**

a) Si *x* representa la altura de un rectángulo.

b) Si *x* representa la edad de una persona.

a) La base de un rectángulo es el doble de la altura más 3 unidades.

b) El primo de Juan tiene el doble de años que Juan más 3.

084 ●● **Sabiendo que *x* es la edad actual de Antonio, escribe el enunciado de un problema que corresponda a cada ecuación.**

a) $x + 8 = 25$ **c) $2(x - 1) = 16$**

b) $2x = 40$ **d) $x + 40 = 65$**

a) Antonio, dentro de 8 años, tendrá 25 años.

b) El doble de la edad de Antonio es 40 años.

c) El doble de la edad de Antonio hace un año era 16 años.

d) La suma de las edades de Antonio y Juan, que tiene 40 años, es 65 años.

085 **Expresa, en forma de ecuación, los siguientes enunciados y obtén su solución.**

a) ¿Qué número sumado con 3 da 8?

b) ¿Qué número multiplicado por 5 da 60?

c) ¿Qué número dividido entre 12 da 84?

a) $3 + x = 8 \rightarrow x = 5$ b) $5x = 60 \rightarrow x = 12$ c) $\frac{x}{12} = 84 \rightarrow x = 1\,008$

086 **Escribe la ecuación que resulta de la expresión: «El triple de un número más cinco es igual a veintiséis». ¿De qué número se trata?**

$3x + 5 = 26 \rightarrow 3x = 21 \rightarrow x = 7$

087 **Si «el doble de un número menos cinco es igual a once», escribe la ecuación y resuélvela.**

$2x - 5 = 11 \rightarrow 2x = 16 \rightarrow x = 8$

088 **Si sumamos 7 a un número, obtenemos el número 15. Escribe la ecuación y calcula dicho número.**

$x + 7 = 15 \rightarrow x = 8$

089 **Un número cualquiera más su consecutivo suman veintitrés. ¿Qué números son?**

$x + (x + 1) = 23 \rightarrow 2x = 22 \rightarrow x = 11$

Los números son 11 y 12.

090 **La suma de un número más su doble es doce. ¿Qué número es?**

$x + 2x = 12 \rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = 4$

091 **Si al triple de un número le restamos dicho número, el resultado es diez. ¿Cuál es el número?**

$3x - x = 10 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5$

092 **Sergio ha leído el doble de cuentos que Rosa y, además, dos cuentos más. Si Sergio ha leído 12 cuentos, ¿cuántos cuentos ha leído Rosa?**

$2x + 2 = 12 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5$

Rosa ha leído 5 cuentos.

093 **En un bolsillo tengo una cantidad de dinero y en el otro tengo el doble. En total hay 6 €. ¿Cuánto dinero hay en cada bolsillo?**

$x + 2x = 6 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2$

En un bolsillo hay 2 € y en el otro 4 €.

094 ●●

Un bosque tiene el doble de árboles que otro y entre los dos suman 120 000 árboles. ¿Cuántos árboles tiene cada uno?

$x + 2x = 120\,000 \rightarrow 3x = 120\,000 \rightarrow x = 40\,000$

Un bosque tiene 40 000 árboles y el otro 80 000 árboles.

095 ●●

En un colegio hay dos dos grupos de 1.º ESO con 24 alumnos cada uno.

a) Si las chicas de 1.º A son el doble que los chicos, ¿cuántas chicas hay en la clase?

b) Si el número de chicas de 1.º B supera en cuatro al de chicos, ¿cuántos chicos hay?

a) Chicos: x

Chicas: $2x$

$x + 2x = 24 \rightarrow 3x = 24 \rightarrow x = 8$

En la clase hay 16 chicas.

b) Chicos: x

Chicas: $x + 4$

$x + x + 4 = 24 \rightarrow 2x = 20 \rightarrow x = 10$

En la clase hay 10 chicos.

096 ●●●

Ana dice: «La mitad de mis años, más la tercera parte, más la cuarta parte, más la sexta parte de mis años, suman los años que tengo más 6». ¿Cuántos años tiene Ana?

Edad de Ana: x

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = x + 6$$

m.c.m. (2, 3, 4, 6) = 12

$$6x + 4x + 3x + 2x = 12x + 72 \rightarrow 3x = 72 \rightarrow x = 24$$

Ana tiene 24 años.

097 Antonio, que tiene 64 lápices, tiene el doble de lápices que Lucía; Lucía tiene el doble que Carlos y Carlos tiene el doble que Diana. ¿Cuántos lápices tiene cada uno?

Antonio: $8x$ Lucía: $4x$ Carlos: $2x$ Diana: x

$$8x = 64 \rightarrow x = 8$$

Antonio: 64 lápices Lucía: 32 lápices
Carlos: 16 lápices Diana: 8 lápices

098 Las gallinas y conejos de una granja suman en total 30 cabezas y 90 patas. ¿Cuántas gallinas y conejos hay?

Gallinas: x
Conejos: $30 - x$

$$2x + 4(30 - x) = 90$$
$$\rightarrow 2x + 120 - 4x = 90$$
$$\rightarrow -2x = -30 \rightarrow x = 15$$

Hay 15 gallinas y 15 conejos.

099 Rafael gasta la mitad del dinero en ir al cine y la quinta parte en merendar, y aún le quedan 36 €. ¿Cuánto dinero tenía cuando salió de casa?

Dinero que tenía cuando salió de casa: x

$$x - \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{5}\right) = 36 \rightarrow 10x - 5x - 2x = 360$$
$$\rightarrow 3x = 360 \rightarrow x = 120$$

Cuando salió de casa tenía 120 €.

100 Dentro de un año, Juan tendrá la tercera parte de la edad que tendrá su prima Irene, mientras que hace un año solo tenía la cuarta parte de la edad que en ese momento tenía Irene. ¿Qué edad tiene actualmente Irene?

Edad de Juan: x

Edad de Juan dentro de un año: $x + 1$

Edad de Juan hace un año: $x - 1$

Edad de Irene hace un año: $4(x - 1)$

Edad de Irene dentro de un año: $3(x + 1)$

Edad de Irene: $3(x + 1) - 1$ y $4(x - 1) + 1$

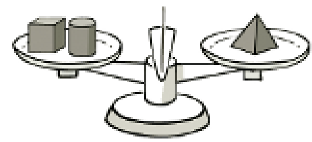
$$3(x + 1) - 1 = 4(x - 1) + 1 \rightarrow 3x + 3 - 1 = 4x - 4 + 1$$
$$\rightarrow -x = -5 \rightarrow x = 5$$

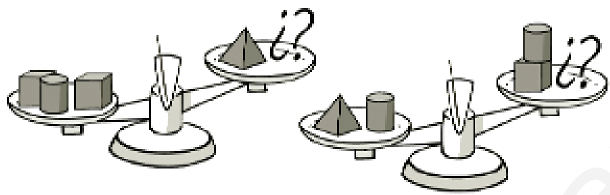
La edad de Juan es 5 años y la de Irene 17 años.

101 ●●

Esta balanza está en equilibrio.

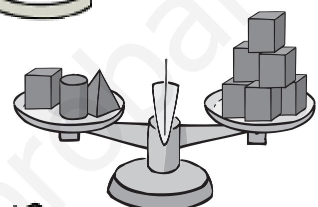
¿Qué objeto tienes que poner en el platillo de la derecha de las balanzas de abajo para equilibrarlas?

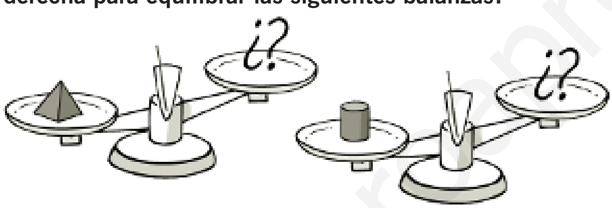




Ahora te damos una información más: esta balanza está en equilibrio.

¿Cuántos cubos debes poner en el platillo de la derecha para equilibrar las siguientes balanzas?





a) Se ha añadido un cubo al platillo de la izquierda. Para estar en equilibrio debe ponerse un cubo en el platillo de la derecha.

b) Coincide con el gráfico de arriba, cambiando los platillos y añadiendo un cilindro al platillo de la pirámide. Debemos añadir otro cilindro.

c) Según la primera balanza, un cilindro más un cubo equivale a una pirámide, por lo que podemos poner dos pirámides en el platillo de la izquierda: 2 piramides $=$ 6 cubos $\rightarrow$ 1 pirámide $=$ 3 cubos.

d) Si en la balanza de arriba sustituimos la pirámide por los tres cubos y eliminamos un cubo de cada platillo tenemos que: 1 cilindro $=$ 2 cubos

102 ●●●

El cuadrado mágico de la figura (la suma de los números de cada fila, columna y diagonal debe ser la misma) está formado por números del 1 al 9. No sabemos qué número está en cada casilla, pero sí que $b > c$. Halla el valor de cada letra.

$a + b$	$a - b + c$	$a - c$
$a - b - c$	a	$a + b + c$
$a + c$	$a + b - c$	$a - b$

Debemos comenzar con $a + b + c$ y $a - b - c$, que son el número mayor y el menor (9 y 1), respectivamente: $a + b + c = 9$ $\quad a - b - c = 1$

Sumando ambas expresiones obtenemos que:
$2 \cdot a = 10$, $a = 5$; $5 + b + c = 9 \rightarrow b + c = 4$.
Como $b > c$, y además, son números naturales, la única solución posible es $b = 3$ y $c = 1$.

8	3	4
1	5	9
6	7	2

103 ●●●

Calcula el valor de ❀, ★ y ☾ con los siguientes datos:

❀ + ★ + ☾ = 12		
❀ + ★ − ☾ = 12		
❀ − ★ − ☾ = 6		
❀ =	★ =	☾ =

Sumando la primera y la tercera igualdad: 2❀ = 18 → ❀ = 9

Sustituyendo ❀ por su valor y sumando las dos primeras igualdades obtenemos: 2(9 + ★) = 24 → 9 + ★ = 12 → ★ = 3
Restando las dos primeras, tenemos que ☾ = 0.

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

104 ●●●

Se recomienda que los deportistas con una alta actividad física lleven una dieta rica en hidratos de carbono, grasas y proteínas.
Las recomendaciones de los especialistas son tomar el doble de hidratos de carbono que de grasas.

Alimento	Kcal	Hidratos de carbono	Grasas	Proteínas
Leche y derivados				
Queso	38	0,5	29,5	28,2
Yogur	62	6,3	3,5	3,8
Carnes, huevos y pescados				
Cerdo	219	0,5	16,5	17,5
Ternera	190	0	12,0	19,0
Pollo	200	0	15,0	18,0
Huevos	160	0,8	12,0	12,0
Trucha	162	0	10,0	18,0
Lenguado	100	0,5	2,5	19,0
Merluza	80	0	0,5	19,0
Harinas y pastas				
Pan	261	51,5	0,8	8,0
Pasta	359	72,0	1,5	12,8
Frutas				
Naranja	49	9,0	0,5	1,0
Plátano	97	21,0	0,2	1,0
Melón	56	12,5	0,1	0,8

Eres capaz de… Comprender

a) ¿Cuántas calorías hay en 100 gramos de pan? ¿Y en 200 gramos de pollo? ¿Y grasas?

Eres capaz de… Resolver

b) Si un deportista decide hacer una cena que no exceda de 1 500 Kcal, y come 300 g de pollo, ¿qué puede tomar de primer plato y de postre?

Eres capaz de… Decidir

c) A partir de la tabla, confecciona el desayuno, la comida y la cena apropiados para un ciclista que necesita tomar unas 5 000 kilocalorías al día.

a) En 100 gramos de pan hay 261 Kcal y en 200 gramos de pollo, 400 Kcal.

100 gramos de pan contienen 0,8 g de grasas y 200 gramos de pollo, 30 g de grasas.

b) Respuesta abierta. Como la única restricción es que consuma 300 gramos de pollo, podemos completar esa cena tomando 100 g de queso, 150 g de pasta y un yogur. Así tomará 1499,5 Kcal.

c) La solución a este problema no es única ni exacta. Una solución sería:

Desayuno. 200 g de queso, 150 g de yogur, 2 huevos, 100 g de pan, 1 naranja, 2 plátanos. Total: 833 Kcal; 113,75 g de hidratos de carbono y 77 g de grasas.

Comida. 100 g de queso, 400 g de cerdo, 100 g de pan, 350 g de pasta, 1 naranja, 2 plátanos. Total: 2 674,5 Kcal; 357 g de hidratos y 102,45 g de grasas.

Cena. 100 g de queso, 300 g de pollo, 100 g de pan, 150 g de pasta, 150 g de yogur. Total: 1 499,5 Kcal; 166 g de hidratos y 81,5 g de grasas.

Sumando las calorías correspondientes, tenemos como resultado:

5 007 Kcal; 637,05 g de hidratos de carbono y 261,45 g de grasa.

La relación entre los gramos de grasa y los de hidratos de carbono se calcula dividiendo: $637{,}05 : 261{,}45 = 2{,}44$.

105 ●●●

Mañana es el cumpleaños de Tomás. Sus amigos nos hemos reunido y hemos decidido comprar un monopatín. Se ha encargado de comprarlo Pablo, lo ha buscado en varias tiendas y ha comparado los precios. Al final ha dividido el mejor precio entre todos los amigos y nos ha pedido 8,50 € a cada uno.

Esta mañana, cuando iba a darle el dinero me ha dicho que Eva y Celia también van a participar en el regalo, y que como inicialmente no había contado con ellas, pondríamos menos dinero.

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) Si inicialmente hubieran sido 7 amigos, ¿cuánto valdría el monopatín?

b) Si tras la incorporación de Eva y Celia fuesen 9 amigos, ¿cuál sería el precio?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

c) Si *x* es el número de amigos que compran el regalo, ¿cuál es su precio?

d) ¿Cuántos amigos participan en el regalo?

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

e) Si un monopatín y un casco tienen el mismo precio y hay una promoción en la que comprando los dos, el casco cuesta solo un 25 %, ¿pueden comprarlo manteniendo el dinero que habían puesto?

a) El monopatín valdría: $8{,}50 \cdot 7 = 59{,}50$ €

b) Siendo 9 amigos costaría: $6{,}80 \cdot 9 = 61{,}20$ €

c) Número de amigos que compramos el regalo: x

Número de amigos iniciales: $x - 2$

Precio del regalo: $8{,}5 \cdot (x - 2)$ o bien, $6{,}8 \cdot x$

d) $8{,}5 \cdot (x - 2) = 6{,}8 \cdot x \rightarrow 8{,}5x - 17 = 6{,}8x \rightarrow 1{,}7x = 17 \rightarrow x = 10$

Hemos comprado el monopatín 10 amigos, y su precio ha sido 68 €.

e) Como el monopatín cuesta 68 €, si compramos el casco costará: $68 \cdot 0{,}25 = 17$ €

Si mantienen el dinero que habían puesto al principio, tendrían 85 €.

Si aprovechan la promoción, los dos regalos les costarán: $68 + 17 = 85$ €

Por tanto, podrían comprarlos.

7 Sistema Métrico Decimal

Libertad, igualdad y fraternidad

Tres mujeres esperaban para comprar paño en un puesto que anunciaba manufacturas de Flandes.

La mayor de ellas pidió tres varas de longitud de un grueso tejido de color verde. Mientras el comerciante, con la vara más corta, medía y comenzaba a cortar el paño, ella se quejaba:

–Tienes dos varas de medir, larga para comprar y corta para vender. ¡Eres un ladrón!

La más joven dijo:

–He oído decir que la Academia de las Ciencias ha inventado una nueva medida y que sustituirá a todas las que existen.

La tercera mujer tomó entonces la palabra:

–Mi padre trabaja en la Academia y es cierto;la medida se llama metro, y están fabricando el modelo patrón.

La mayor se dirigió al comerciante:

–François, tus timos se acaban. –Y pagando la pieza se alejaron las tres en dirección al río.

Diez millones de metros mide la cuarta parte de un meridiano. La estimación de esta medida y la construcción del metro patrón finalizaron en 1799.

DESCUBRE LA HISTORIA...

1 **Busca información sobre cómo y por qué se creó el Sistema Métrico Decimal.**

Podrás encontrar información sobre la historia del Sistema Métrico Decimal visitando la siguiente página web:
http://www.kalipedia.com/matematicas-geometria/tema/historia-sistema-metrico-decimal.html?x1=20070926klpmatari_389.Kes&x=20070926klpmatari_359.Kes

2 **Investiga sobre si esta fue la primera vez que se planteó unificar el sistema de medidas, o si hubo propuestas anteriores.**

Para analizar otras propuestas anteriores al actual sistema de medidas puedes visitar esta página web:
http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/conciencia/fisica/sunidades/sistmet.htm

3 **Explica cómo se definen las unidades de medida más importantes según el Sistema Métrico Decimal.**

En la siguiente página web puedes encontrar las diferentes definiciones de las unidades de medida que forman el Sistema Métrico Decimal:
http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/conciencia/fisica/sunidades/sisintu.htm

En esta página web puedes completar la información sobre las unidades del Sistema Métrico Decimal:
http://www.ieslaasuncion.org/fisicaquimica/sistema1.html

En esta página web puedes completar la información con las distintas definiciones del metro:
http://www.cenam.mx/cmu-mmc/historia.htm

EVALUACIÓN INICIAL

1 **Transforma estas cantidades en centésimas.**

a) 23 unidades. **b) 1 241,2 décimas.** **c) 0,003 milésimas.**

a) 2 300 centésimas. b) 12 412 centésimas. c) 0,0003 centésimas.

2 **Descompón estos números en sus órdenes de unidades.**

a) 37,854 **b) 24 375** **c) 1 506,07** **d) 50 000,004**

a) 37,854 = 3 D 7 U 8 d 5 c 4 m
b) 24 375 = 2 DM 4 UM 3 C 7 D 5 U
c) 1 506,07 = 1 UM 5 C 6 U 7 c
d) 50 000,004 = 5 DM 4 m

3 **Expresa estas cantidades como números decimales.**

a) 8 D 3 U 4 d 3 c 5 m **b) 4 DM 3 C 8 U 2 c** **c) 3 UM 2 m** **d) 35 C 26 d**

a) 8 D 3 U 4 d 3 c 5 m = 83,435
b) 4 DM 3 C 8 U 2 c = 40 308,02
c) 3 UM 2 m = 3 000,002
d) 35 C 26 d = 3 502,6

4 **Realiza estas operaciones.**

a) 102,04 · 10 **b) 0,034 · 10 000** **c) 34 : 1 000** **d) 0,09 : 100**

a) 1 020,4 b) 340 c) 0,034 d) 0,0009

Sistema Métrico Decimal

EJERCICIOS

001 **Indica si son magnitudes o no.**

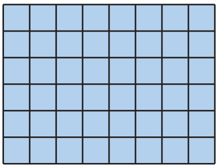
a) La capacidad de un bidón.
b) La simpatía.
c) La distancia entre dos ciudades.
d) El amor.
e) La altura de un árbol.
f) La capacidad de memoria de un ordenador.

a) Es magnitud.
b) No es magnitud.
c) Es magnitud.
d) No es magnitud.
e) Es magnitud.
f) Es magnitud.

002 **Escribe la unidad que utilizarías para medir las magnitudes del ejercicio anterior.**

a) Litros.
c) Kilómetros.
e) Metros.
f) Megabytes.

003 **Considera esta figura.**



La unidad de medida de Alberto es **,**
la de Blanca  **y la de Carlos** **.**
¿Qué medida obtiene cada uno?

Di qué medida obtendrá cada uno si las unidades de medida de Alberto y Blanca son:

Alberto: 

Blanca: 

Alberto: 48
Blanca: 48 : 2 = 24
Carlos: 48 : 4 = 12

Alberto: 48 : 10 = 4,8
Blanca: 48 : 12 = 4

004 **Expresa en kilómetros.**

a) 275 m
b) 5 dam
c) 3,7 hm
d) 24,3 dam
e) 8 594,3 cm
f) 15 365 mm

a) 0,275 km
b) 0,05 km
c) 0,37 km
d) 0,243 km
e) 0,085943 km
f) 0,015365 km

005 **Expresa en hectómetros.**

a) 0,85 dam
b) 3,12 km
c) 56 dam
d) 325 m
e) 324,6 dm
f) 27,6 cm

a) 0,085 hm
b) 31,2 hm
c) 5,6 hm
d) 3,25 hm
e) 0,3246 hm
f) 0,00276 hm

006 **¿Qué es mayor: 1,24 hm o 0,42 km?**

0,42 km = 4,2 hm. Es mayor 0,42 km que 1,24 hm.

007 **Sabiendo que la micra (μ) es la milésima parte del milímetro, expresa en micras estas longitudes.**

a) 1 m **b) 1 cm** **c) 1 dm** **d) 1 mm**

a) 1000000 μ b) 10000 μ c) 100000 μ d) 1000 μ

008 **La distancia entre Granada y Zaragoza es de 700 km y 590 hm. ¿Cuántos metros tendremos que recorrer desde una ciudad a la otra?**

700000 m + 59000 m = 759000 m

009 **Expresa en metros.**

a) 2 km 17 dam 8 m
b) 3 m 52 dm 13 cm
c) 5 dam 17 m 13 dm 1 cm

a) 2000 m + 170 m + 8 m = 2178 m
b) 3 m + 5,2 m + 0,13 m = 8,33 m
c) 50 m + 17 m + 1,3 m + 0,01 m = 68,31 m

010 **Expresa en forma compleja las siguientes medidas.**

a) 2284 cm **c) 8793 dam**
b) 0,045 km **d) 13274 hm**

a) 2 dam 2 m 8 dm 4 cm c) 87 km 9 hm 3 dam
b) 4 dam 5 m d) 1327 km 4 hm

011 **El circuito de la carrera de atletismo mide 3 km 4 hm 2 dam. ¿Cuántos metros mide el circuito?**

3000 m + 400 m + 20 m = 3420 m mide el circuito.

012 **Paula ha comprado tela para confeccionar trajes de carnaval. Calcula los metros de tela que ha comprado.**

Tela roja ⟶ 0,02 hm 60 dm 4 cm
Tela blanca → 0,012 hm 5 dm
Tela verde ⟶ 0,9 dam 8 cm

Tela roja ⟶ 2 m + 6 m + 0,04 m = 8,04 m
Tela blanca → 1,2 m + 0,5 m = 1,7 m
Tela verde ⟶ 9 m + 0,08 m = 9,08 m
Total: 18,82 m

013 **Realiza las siguientes operaciones, y expresa el resultado en metros.**

a) 4 322 cm + 57 dm
b) 34,78 dam − 3,57 dm
c) 3 hm 2 m 5 cm + 67,34 dam
d) 4 km 7 dam 8 dm − 3 dam 8 cm
e) 12,432 cm · 5
f) 5,146 m · 7

a) 43,22 m + 5,7 m = 48,92 m
b) 347,8 m − 0,357 m = 347,443 m
c) 302,05 m + 673,4 m = 975,45 m
d) 4 070,8 m − 30,08 m = 4 040,72 m
e) 62,16 cm = 0,6216 m
f) 36,022 m

014 **En una carrera, Carmen ha recorrido 3 km 4 hm 2 dam. ¿Cuántos metros le faltan para recorrer 5 000 m?**

3 000 + 400 + 20 = 3 420 m
5 000 − 3 420 = 1 580 m le faltan por recorrer.

015 **Un robot avanza en saltos de 25 cm. ¿Cuántos metros avanzará si da 12 saltos seguidos?**

25 · 12 = 300 cm = 3 m avanzará en 12 saltos.

016 **Una enciclopedia consta de 16 tomos. Cada tomo tiene un grosor de 4 cm 8 mm. ¿Cuál será el largo de la estantería en la que se coloque la enciclopedia?**

4 cm 8 mm = 48 mm
16 · 48 = 768 mm = 0,768 m

017 **Una cuerda mide 27 cm 2 mm. ¿Cuántos trozos se forman si la dividimos en partes de 34 mm cada una?**

27 cm 2 mm = 272 mm
272 : 34 = 8 trozos

018 **Transforma en litros.**

a) 7,5 kl **c) 0,4 dal**
b) 593 cl **d) 6 300 ml**

a) 7 500 ℓ c) 4 ℓ
b) 5,93 ℓ d) 6,3 ℓ

019 **Expresa en litros.**

a) 1 kl 4 hl 25 dl

b) 7 hl 1 dl 16 cl

c) 1 kl 4 dal 3 dl 12 ml

d) 4 hl 12 dal 1 dl 1 cl

a) $1000\ \ell + 400\ \ell + 2{,}5\ \ell = 1402{,}5\ \ell$

b) $700\ \ell + 0{,}1\ \ell + 0{,}16\ \ell = 700{,}26\ \ell$

c) $1000\ \ell + 40\ \ell + 0{,}3\ \ell + 0{,}012\ \ell = 1040{,}312$

d) $400\ \ell + 120\ \ell + 0{,}1\ \ell + 0{,}01\ \ell = 520{,}11\ \ell$

020 **Un tonel tiene una capacidad igual a 30 hl 5 dal 500 ℓ. ¿Cuántos litros son?**

$3000\ \ell + 50\ \ell + 500\ \ell = 3550\ \ell$

021 **Un depósito de agua tiene una capacidad de 3 kl 50 dal 5000 ℓ. ¿Cuál es su capacidad en decalitros?**

300 dal + 50 dal + 500 dal = 850 dal

022 **Un bote contiene 40 cl. ¿Con cuántos botes podemos llenar un recipiente de un litro?**

$1\ \ell = 100$ cl $\qquad$ $100 : 40 = 2{,}5$ botes

Se puede llenar con 2 botes y medio.

023 **Expresa en gramos y ordena, de menor a mayor.**

31 dg $\quad$ 1,02 kg $\quad$ 8,34 cg $\quad$ 0,4 t $\quad$ 0,09 q

$0{,}08340\text{ g} < 3{,}1\text{ g} < 1020\text{ g} < 9000\text{ g} < 400000\text{ g}$

024 **Realiza las siguientes operaciones.**

a) 123 hg 35 g + 3 kg 15 dag

b) 30 t 20 q − 250 dag 120 kg 200 hg

a) Pasamos a gramos:
$(12300\text{ g} + 35\text{ g}) + (3000\text{ g} + 150\text{ g}) = 12335\text{ g} + 3150\text{ g} = 15485\text{ g}$

b) Pasamos a kilogramos:
$(30000\text{ kg} + 2000\text{ kg}) - (2{,}5\text{ kg} + 120\text{ kg} + 20\text{ kg}) =$
$= 32000\text{ kg} - 142{,}5\text{ kg} = 31857{,}5\text{ kg}$

025 **Un camión lleva una carga de 8,5 t y efectúa dos descargas, la primera de 1 q 20 kg y la segunda de 2 t 500 kg.**

a) ¿Qué carga queda en el camión?

b) En la siguiente parada descarga 1750 kg y carga mercancías con un peso de 28,3 q. ¿Qué carga tiene ahora el camión?

a) 8,5 t = 8500 kg
1 q 20 kg + 2 t 500 kg = 2620 kg
8500 − 2620 = 5880 kg quedan en el camión.

b) 5880 kg − 1750 kg + 2830 kg = 6960 kg es la carga del camión.

026 **Transforma en m^2 las siguientes unidades.**

a) 32 dam^2
b) 3,6 dam^2
c) 1,0005 km^2
d) 1,16 hm^2
e) 12,165 hm^2
f) 3,007 dam^2
g) 0,008 km^2
h) 0,00001 km^2
i) 0,0035 hm^2
j) 56 dm^2

a) 3200 m^2
b) 360 m^2
c) 1000500 m^2
d) 11600 m^2
e) 121650 m^2
f) 300,7 m^2
g) 8000 m^2
h) 10 m^2
i) 35 m^2
j) 0,56 m^2

027 **Expresa 17,02 dam^2 como metros, decímetros, centímetros y milímetros cuadrados.**

17,02 dam^2 = 1702 m^2 = 170200 dm^2 = 17020000 cm^2 =
= 1702000000 mm^2

028 **Un metro cuadrado de seda vale 11,45 €. ¿Cuánto valdrá un centímetro cuadrado? ¿Y un decímetro cuadrado?**

1 m^2 = 100 dm^2 = 10000 cm^2
11,45 : 10000 = 0,001145 € cuesta 1 cm^2
11,45 : 100 = 0,1145 € cuesta 1 dm^2

029 **Expresa en m^2: 2 km^2 17 hm^2 2 dam^2**

2000000 m^2 + 170000 m^2 + 200 m^2 = 2170200 m^2

030 **Reduce a dm^2: 45 dam^2 23 m^2 945 cm^2**

450000 dm^2 + 2300 dm^2 + 9,45 dm^2 = 452309,45 dm^2

031 **Transforma en hm^2: 1 km^2 69 dam^2**

100 hm^2 + 0,69 hm^2 = 100,69 hm^2

032 **¿A cuántos dam^2 equivalen 6 hectáreas? ¿Cuántas hectáreas son 2 km^2?**

6 ha = 6 hm^2 = 600 dam^2
2 km^2 = 200 ha

033 **Quiero envolver una caja para regalo. Si su superficie es de 0,0005 dam^2 325 dm^2, ¿cuántos m^2 de papel necesito?**

Necesito: $0{,}05 \text{ m}^2 + 3{,}25 \text{ m}^2 = 3{,}30 \text{ m}^2$ de papel.

034 **La superficie de una finca es de 3 hm^2 14 m^2 193 dm^2. ¿Cuánto le falta para tener 5 ha?**

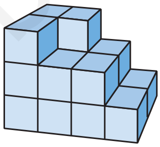
$5 \text{ ha} = 50\,000 \text{ m}^2$ $\quad 3 \text{ hm}^2 = 30\,000 \text{ m}^2$ $\quad 193 \text{ dm}^2 = 1{,}93 \text{ m}^2$

$30\,000 \text{ m}^2 + 14 \text{ m}^2 + 1{,}93 \text{ m}^2 = 30\,015{,}93 \text{ m}^2$

$50\,000 \text{ m}^2 - 30\,015{,}93 \text{ m}^2 = 19\,984{,}07 \text{ m}^2$

Para tener 5 ha le faltan 19 984,07 m^2.

035 **Si cada cubo ocupa 1 cm^3, indica el volumen de la figura.**



$4 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 3 = 17 \text{ cm}^3$

036 **Calcula el volumen de un cubo que tiene 3 cm de arista. Expresa el resultado en m^3.**

Volumen $= 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \text{ cm}^3 = 0{,}000027 \text{ m}^3$

037 **Indica la unidad de volumen adecuada para medir el espacio de:**

a) Una jeringuilla. **b) Una piscina.**

a) En cm^3 b) En m^3

038 **Expresa en metros cúbicos estas medidas.**

a) 83 dam^3 **c) 1 233,33 cm^3** **e) 0,049 km^3**
b) 231 hm^3 **d) 123,44 mm^3** **f) 0,034 dm^3**

a) 83 000 m^3
b) 231 000 000 m^3
c) 0,00123333 m^3
d) 0,00000012344 m^3
e) 49 000 000 m^3
f) 0,000034 m^3

039 **El volumen de un bote es de 30 dm^3 5 cm^3 500 mm^3 ¿Qué volumen ocupa en mm^3?**

$30\,000\,000 \text{ mm}^3 + 5\,000 \text{ mm}^3 + 500 \text{ mm}^3 = 30\,005\,500 \text{ mm}^3$

040 **El volumen de una lata es de 3 dm^3 50 cm^3 5 000 mm^3 ¿Qué volumen ocupa en m^3?**

$0{,}003 \text{ m}^3 + 0{,}00005 \text{ m}^3 + 0{,}000005 \text{ m}^3 = 0{,}003055 \text{ m}^3$

041 **Calcula.**

a) 17 hm³ + 340 dm³ **b) 1 km³ + 100 hm³ − 1 m³**

a) $17\,000\,000\,000 \text{ dm}^3 + 340 \text{ dm}^3 = 17\,000\,000\,340 \text{ dm}^3$

b) $1\,000\,000\,000 \text{ m}^3 + 100\,000\,000 \text{ m}^3 - 1 \text{ m}^3 = 1\,099\,999\,999 \text{ m}^3$

042 **Completa con las unidades adecuadas.**

a) $18 \text{ dam}^3 = 0{,}018\ \square = 18\,000\ \square$

b) $0{,}42 \text{ hm}^3 = 420\,000\ \square = 420\,000\,000\ \square$

a) $18 \text{ dam}^3 = 0{,}018 \text{ hm}^3 = 18\,000 \text{ m}^3$

b) $0{,}42 \text{ hm}^3 = 420\,000 \text{ m}^3 = 420\,000\,000 \text{ dm}^3$

043 **Expresa en litros los siguientes volúmenes.**

a) 1 000 cm³ **b) 1,4 dm³** **c) 0,04 m³** **d) 1 m³**

a) 1 ℓ b) 1,4 ℓ c) 40 ℓ d) 1 000 ℓ

044 **Transforma en metros cúbicos estas medidas de capacidad.**

a) 809,09 ℓ **c) 64,2 kl** **e) 1 409,2 cl**

b) 12 ml **d) 0,008 dal** **f) 0,82 hl**

a) $0{,}80909 \text{ m}^3$

b) $0{,}012\ \ell = 0{,}000012 \text{ m}^3$

c) $64{,}200 \text{ m}^3$

d) $0{,}08\ \ell = 0{,}00008 \text{ m}^3$

e) $14{,}092\ \ell = 0{,}014092 \text{ m}^3$

f) $82\ \ell = 0{,}082 \text{ m}^3$

045 **¿Cuántos decímetros cúbicos son 1,2 kl 49 hl 54,6 ℓ?**

$1\,200 \text{ dm}^3 + 4\,900 \text{ dm}^3 + 54{,}6 \text{ dm}^3 = 6\,154{,}6 \text{ dm}^3$

046 **Sabiendo la relación existente entre las medidas de capacidad y volumen, expresa.**

a) 4,25 dm³ en cl

b) 15 hl 48 dal 5 ℓ en dm³

c) 8 hm³ 12 dam³ 7 m³ en hl

d) 12 567 kl en cm³

a) $4{,}25\ \ell = 425 \text{ cl}$

b) $1985\ \ell = 1985 \text{ dm}^3$

c) $8\,000\,000 \text{ m}^3 + 12\,000 \text{ m}^3 + 7 \text{ m}^3 = 8\,012\,007 \text{ m}^3 = 8\,012\,007 \text{ kl} =$
$= 80\,120\,070 \text{ hl}$

d) $12\,567\,000\,000 \text{ ml} = 12\,567\,000\,000 \text{ cm}^3$

047 **El volumen del depósito de una fábrica es de 6 m³ 15 dm³ 500 cm³ ¿Cuál es su capacidad en litros?**

$6000\ \ell + 15\ \ell + 0{,}5\ \ell = 6015{,}5\ \ell$

048 **Expresa en kilogramos estos volúmenes y capacidades de agua destilada.**

a) 255 ℓ **c) 20 dm^3**
b) 2 000 cm^3 **d) 3,5 kl**

a) 255 kg c) 20 kg
b) 2 kg d) 3 500 kg

049 **Transforma en cm^3 las siguientes masas de agua destilada.**

a) 0,5 kg **c) 0,015 hl**
b) 13 cl **d) 43 g**

a) 500 cm^3 b) 130 cm^3 c) 1 500 cm^3 d) 43 cm^3

050 **Expresa en litros 2 hg 500 dag 2 000 g de agua destilada.**

$0{,}2 \text{ kg} + 5 \text{ kg} + 2 \text{ kg} = 7{,}2 \text{ kg} = 7{,}2\ \ell$

051 **Un embalse contiene 95 hm^3 de agua. Calcula.**

a) Su capacidad en metros cúbicos.
b) Su capacidad en litros.
c) Si fuera agua destilada, ¿cuál sería su masa en toneladas y en kilogramos?

a) 95 000 000 m^3
b) 95 000 000 000 ℓ
c) 95 000 000 000 kg = 95 000 000 t

ACTIVIDADES

052 **¿Expresa en kilómetros.**

a) 3 500 m **d) 9 759 m**
b) 450 m **e) 755 mm**
c) 12 450 m **f) 200 dam**

a) 3,5 km d) 9,759 km
b) 0,45 km e) 0,000755 km
c) 12,450 km f) 2 km

053 **Escribe en centímetros.**

a) 3 m 5 dm **d) 6 m 3 dm**
b) 3 m 4 dm **e) 7 m 4 dm**
c) 6 m 8 dm **f) 7 m 2 dm**

a) 350 cm d) 630 cm
b) 340 cm e) 740 cm
c) 680 cm f) 720 cm

054 Expresa en metros.

a) 4 km 3 hm **d)** 3 km 6 hm
b) 5 km 2 hm **e)** 9 km 5 hm
c) 8 km 6 hm **f)** 4 km 4 dam

a) 4300 m d) 3600 m
b) 5200 m e) 9500 m
c) 8600 m f) 4040 m

055 Transforma en decámetros.

a) 32,5 m **d)** 137,6 cm
b) 2389 mm **e)** 0,003 km
c) 2,34 hm **f)** 398 dm

a) 3,25 dam d) 0,1376 dam
b) 0,2389 dam e) 0,3 dam
c) 23,4 dam f) 3,98 dam

056 Expresa en decímetros.

a) 0,34 m **d)** 0,00003 km
b) 325 mm **e)** 38,2 dam
c) 2,4 cm **f)** 0,27 hm

a) 3,4 dm d) 0,3 dm
b) 3,25 dm e) 3820 dm
c) 0,24 dm f) 270 dm

057 Completa esta tabla de equivalencias.

km	hm	dam	m	dm
13,5	135	1350	13500	135000
0,072	**0,72**	7,2	72	720
0,45	4,5	**45**	450	4500
4,13	41,3	413	**4130**	41300
1,2345	12,345	123,45	1234,5	**12345**

058 Completa las siguientes igualdades con las unidades adecuadas.

a) 425 dm = 42,5 m = 4,25 □
b) 72,4 m = 724 □ = 0,724 □
c) 512,4 dam = 5,124 □ = 5124 □
d) 13,18 hm = 1318 □ = 131,8 □

a) 425 dm = 42,5 m = 4,25 dam
b) 72,4 m = 724 dm = 0,724 hm
c) 512,4 dam = 5,124 km = 5124 m
d) 13,18 hm = 1318 m = 131,8 dam

059 Transforma en metros estas medidas de longitud.

a) 3 km 5 dam 7 dm
b) 8 hm 9 m 16 cm
c) 14 dam 8 m 2 dm
d) 5 km 19 dam 12 m 8 mm

a) 3000 m + 50 m + 0,7 m = 3050,7 m
b) 800 m + 9 m + 0,16 m = 809,16 m
c) 140 m + 8 m + 0,2 m = 148,2 m
d) 5000 m + 190 m + 12 m + 0,008 m = 5202,008 m

060 Transforma estas medidas en centímetros.

a) 3 m 8 dm 5 cm **b) 8 hm 16 mm** **c) 24 dam 18 m 2 mm** **d) 5 km 12 m**

a) 300 cm + 80 cm + 5 cm = 385 cm
b) 80000 cm + 1,6 cm = 80001,6 cm
c) 24000 cm + 1800 cm + 0,2 cm = 25800,2 cm
d) 500000 cm + 1200 cm = 501200 cm

061 Expresa en forma compleja.

a) 245,2 dam **b) 87,002 m** **c) 1458,025 cm** **d) 0,3402 km**

a) 2 km 4 hm 5 dam 2 m
b) 8 dam 7 m 2 mm
c) 1 dam 4 m 5 dm 8 cm 0,25 mm
d) 3 hm 4 dam 2 dm

062 Calcula.

a) 342 dam + 17 m
b) 76,69 m + 23 cm
c) 92,4598 hm + 0,025 km
d) 3 hm 4 dam 21 dm + 34 dam 7 m 9 cm
e) 25,34 m − 146 cm
f) 8,02 km − 1324,2 m
g) 35 dam 23 dm 9 mm − 36,75 m
h) 17 dam · 3
i) 32,24 cm · 12

a) 3420 m + 17 m = 3437 m
b) 7669 cm + 23 cm = 7692 cm
c) 924598 cm + 2500 cm = 927098 cm
d) 34210 cm + 34709 cm = 68919 cm
e) 2534 cm − 146 cm = 2388 cm
f) 80200 dm − 13242 dm = 66958 dm
g) 352309 mm − 36750 mm = 315559 mm
h) 51 dam
i) 386,88 cm

063 Expresa en litros.

a) 25 kl 27 hl 81 dl **b)** 13 dal 21 ℓ 7 dl **c)** 43 hl 13 dal 15 ℓ

a) 25 000 ℓ + 2 700 ℓ + 8,1 ℓ = 27 708,1 ℓ

b) 130 ℓ + 21 ℓ + 0,7 ℓ = 151,7 ℓ

c) 4 300 ℓ + 130 ℓ + 15 ℓ = 4 445 ℓ

064 Completa las igualdades con las unidades adecuadas.

a) 45,18 dal = 0,4518 ☐ = 451,8 ☐

b) 542,37 hl = 54,237 ☐ = 54 237 ☐

c) 125,42 ℓ = 0,12542 ☐ = 125 420 ☐

a) 45,18 dal = 0,4518 kl = 451,8 ℓ

b) 542,37 hl = 54,237 kl = 54 237 ℓ

c) 125,42 ℓ = 0,12542 kl = 125 420 ml

065 Expresa en kilogramos.

a) 18 372 g **b)** 17,42 t **c)** 32 t 15 q 17 kg **d)** 82 hg 3 dag 16 g

a) 18,372 kg

b) 17 420 kg

c) 32 000 kg + 1 500 kg + 17 kg = 33 517 kg

d) 8,2 kg + 0,03 kg + 0,016 kg = 8,246 kg

066 Completa las igualdades con las unidades adecuadas.

a) 5 025 g = 50,25 ☐ = 5,025 ☐

b) 18 hg = 1,8 ☐ = 1 800 ☐

c) 542,5 kg = 5,425 ☐ = 542 500 ☐

d) 12,5 q = 1,25 ☐ = 12 500 ☐ = 125 000 ☐

a) 5 025 g = 50,25 hg = 5,025 kg

b) 18 hg = 1,8 kg = 1 800 g

c) 542,5 kg = 5,425 q = 542 500 g

d) 12,5 q = 1,25 t = 12 500 hg = 125 000 dag

067 Calcula en gramos.

a) 12 kg 38 dg + 4 dag 15 cg

b) 3 hg 17 dag − 1 hg 12 mg

c) 3 t 4 q + 31 kg 15 dg

d) 42 t 17 q − 32 t 27 kg

e) 32 dag 8 g 25 dg − 145 dg

f) (25 hg 10 dag 16 cg) · 20

a) 12003,8 g + 40,15 g = 12043,95 g
b) 470 g − 100,012 g = 369,988 g
c) 3400000 g + 31001,5 g = 3431001,5 g
d) 43700000 g − 32027000 g = 11673000 g
e) 330,5 g − 14,5 g = 316 g
f) 2600,16 g · 20 = 52003,2 g

068 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE OPERA CON MEDIDAS COMPLEJAS?

Expresa en gramos.

(8 kg 15 dag 10 g) : 50

PRIMERO. Se transforman las medidas complejas en incomplejas.

8 kg 15 dag 10 g = 8 · 1000 + 15 · 10 + 10 = 8160 g

SEGUNDO. Se realiza la operación.

8160 : 50 = 163,2 g

069 ●● **Realiza estas operaciones.**

a) 12 hl 58 dal + 283 hl 15 ℓ
b) 20000 dal − 1000 ℓ 25000 dl
c) 15 kl 28 hl 7 dal + 235 hl 17 ℓ
d) (32 hl 45 dal 17 dl) · 200
e) (4 kl 12 hl 135 dal) : 25

a) 1780 ℓ + 28315 ℓ = 30095 ℓ
b) 200000 ℓ − 3500 ℓ = 196500 ℓ
c) 17870 ℓ + 23517 ℓ = 41387 ℓ
d) 3651,7 ℓ · 200 = 730340 ℓ
e) 6550 ℓ : 25 = 262 ℓ

070 ●● **Completa estas igualdades con la medida necesaria.**

a) 16 hm 8 dam 5 cm + □ = 3 km 9 hm 6 mm
b) 85 dal 25 cl 32 ml − □ = 32 ℓ 4 dl
c) □ · 3 = 12 hg 6 dag 9 g 27 cg
d) (25 km 15 m 40 cm) : □ = 5 hm 3 dm 8 mm

a) 1680,05 m + □ = 3900,006 m → □ = 2219,956 m
b) 850,282 ℓ − □ = 32,4 ℓ → □ = 817,882 ℓ
c) □ · 3 = 1269,27 g → □ = 423,09 g
d) 25015,4 m : □ = 500,308 m → □ = 50

071 **Expresa en metros cuadrados.**

a) 3,6 dam^2 **c) 9,4 km^2**
b) 3,63 dam^2 **d) 9,45 km^2**

a) 360 m^2 c) 9 400 000 m^2
b) 363 m^2 d) 9 450 000 m^2

072 **Escribe en hectómetros cuadrados.**

a) 5,1 km^2 **c) 8 976 m^2**
b) 35,78 km^2 **d) 125 763 dm^2**

a) 510 hm^2 c) 0,8976 hm^2
b) 3 578 hm^2 d) 0,125763 hm^2

073 **Expresa en centímetros cuadrados.**

a) 4,3 dm^2 **c) 223 mm^2**
b) 34,79 m^2 **d) 4 mm^2**

a) 430 cm^2 c) 2,23 cm^2
b) 347 900 cm^2 d) 0,04 cm^2

074 **Transforma en metros cuadrados.**

a) 18 km^2 **b) 5 hm^2 13 dam^2 15 m^2**

a) 18 000 000 m^2
b) 50 000 m^2 + 1 300 m^2 + 15 m^2 = 51 315 m^2

075 **Expresa en decímetros cuadrados.**

a) 18 m^2 **c) 14 hm^2 32 dam^2 38 m^2**
b) 45 dam^2 **d) 12 dam^2 32 m^2 19 dm^2**

a) 1 800 dm^2
b) 450 000 dm^2
c) 14 000 000 dm^2 + 320 000 dm^2 + 3 800 dm^2 = 14 323 800 dm^2
d) 120 000 dm^2 + 3 200 dm^2 + 19 dm^2 = 123 219 dm^2

076 **Escribe en forma compleja.**

a) 4 321,5 m^2 **c) 9 823,152 m^2**
b) 34 587,52 dam^2 **d) 1 234,56 dm^2**

a) 43 dam^2 21 m^2 50 dm^2
b) 3 km^2 45 hm^2 87 dam^2 52 m^2
c) 98 dam^2 23 m^2 15 dm^2 20 cm^2
d) 12 m^2 34 dm^2 56 cm^2

077 Expresa en áreas.

a) 18 ha 15 a 19 ca
b) 3 ha 4 a 6 ca
c) 15 ha 18 a 52 ca
d) 12 ha 4 a 32 ca

a) 1800 a + 15 a + 0,19 a = 1815,19 a
b) 300 a + 4 a + 0,06 a = 304,06 a
c) 1500 a + 18 a + 0,52 a = 1518,52 a
d) 1200 a + 4 a + 0,32 a = 1204,32 a

078 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE EXPRESA EL RESULTADO DE UNA OPERACIÓN EN UNA UNIDAD CONCRETA?

Expresa en m²

$$48\ hm^2 + 2{,}5\ dam^2 + 20\,000\ cm^2$$

PRIMERO. Se transforman las unidades en la unidad que se pide.

$$48\ hm^2 = 48 \cdot 10\,000 = 480\,000\ m^2$$
$$2{,}5\ dam^2 = 2{,}5 \cdot 100 = 250\ m^2$$
$$20\,000\ cm^2 = 20\,000 : 10\,000 = 2\ m^2$$

SEGUNDO. Se opera con los resultados obtenidos.

$$480\,000 + 250 + 2 = 480\,252\ m^2$$

079 Transforma en metros cuadrados.

$$6\ hm^2 + 12\ dam^2 + 55\ dm^2$$

$60\,000\ m^2 + 1\,200\ m^2 + 0{,}55\ m^2 = 61\,200{,}55\ m^2$

080 Expresa en hm^2 las siguientes sumas.

a) $0{,}0075\ km^2 + 7\,000\ m^2$
b) $0{,}5\ km^2 + 45\ dam^2$
c) $7\,879\ m^2 + 87\,622\ dm^2$
d) $676\ dm^2 + 78\ m^2 + 654\ cm^2$
e) $47\ km^2 + 0{,}56\ hm^2 + 125\ dam^2$
f) $1\,389\,456\ cm^2 + 123\ m^2$

a) $0{,}75\ hm^2 + 0{,}7\ hm^2 = 1{,}45\ hm^2$
b) $50\ hm^2 + 0{,}45\ hm^2 = 50{,}45\ hm^2$
c) $0{,}7879\ hm^2 + 0{,}087622\ hm^2 = 0{,}875522\ hm^2$
d) $0{,}000676\ hm^2 + 0{,}0078\ hm^2 + 0{,}00000654\ hm^2 = 0{,}00848254\ hm^2$
e) $4\,700\ hm^2 + 0{,}56\ hm^2 + 1{,}25\ hm^2 = 4\,701{,}81\ hm^2$
f) $0{,}01389456\ hm^2 + 0{,}0123\ hm^2 = 0{,}02619456\ hm^2$

081 Expresa en decímetros cúbicos.

a) $0,18\ hm^3$ **b)** $17\ dam^3\ 82\ m^3$

a) $180\,000\,000\ dm^3$

b) $17\,000\,000\ dm^3 + 82\,000\ dm^3 = 17\,082\,000\ dm^3$

082 Escribe en hectómetros cúbicos.

a) $18\ dam^3$ **b)** $43\,215\ m^3$ **c)** $25\,418,75\ dm^3$ **d)** $812,75\ km^3$

a) $0,08\ hm^3$

b) $0,043215\ hm^3$

c) $0,00002541875\ hm^3$

d) $812\,750\ hm^3$

083 Expresa en forma compleja.

a) $4\,275,34\ dm^3$ **c)** $1\,000,475\ dam^3$

b) $142\,260,52\ cm^3$ **d)** $328\,274,29\ m^3$

a) $4\ m^3\ 275\ dm^3\ 340\ cm^3$

b) $142\ dm^3\ 260\ cm^3\ 52\ mm^3$

c) $1\ hm^3\ 475\ m^3$

d) $328\ dam^3\ 274\ m^3\ 290\ dm^3$

084 Completa con las unidades adecuadas.

a) $18\ dam^3 = 0,018\ \square = 18\,000\ \square$

b) $0,42\ hm^3 = 420\,000\ \square = 420\,000\,000\ \square$

c) $12,5\ dm^3 = 0,0125\ \square = 12\,500\ \square$

d) $427,68\ m^3 = 0,42768\ \square = 427\,680\,000\ \square$

a) $18\ dam^3 = 0,018\ hm^3 = 18\,000\ m^3$

b) $0,42\ hm^3 = 420\,000\ m^3 = 420\,000\,000\ dm^3$

c) $12,5\ dm^3 = 0,0125\ m^3 = 12\,500\ cm^3$

d) $427,68\ m^3 = 0,42768\ dam^3 = 427\,680\,000\ cm^3$

085 Calcula las siguientes operaciones, y expresa el resultado en metros cúbicos.

a) $1\ hm^3\ 2\ dam^3\ 3\ m^3 + 45\ hm^3\ 18\ dam^3$

b) $34\,256\ dam^3 - 8\ hm^3\ 15\ dam^3$

c) $135\ dam^3\ 458\ m^3 - 75\,000\ m^3$

d) $125\ m^3\ 67\ dm^3\ 89\ cm^3 + 16\ m^3\ 45\ dm^3\ 9\ cm^3$

e) $(4\ hm^3\ 15\ dam^3\ 7\ m^3) \cdot 50$

f) $(123\ hm^3\ 456\ dam^3) : 100$

a) $1\,002\,003\ m^3 + 45\,018\,000\ m^3 = 46\,020\,003\ m^3$

b) $34\,256\,000\ m^3 - 8\,015\,000\ m^3 = 26\,241\,000\ m^3$

c) $135\,458\ m^3 - 75\,000\ m^3 = 60\,458\ m^3$

d) $125,067089\ m^3 + 16,045009\ m^3 = 141,112098\ m^3$

e) $4\,015\,007\ m^3 \cdot 50 = 200\,750\,350\ m^3$

f) $123\,456\,000\ m^3 : 100 = 1\,234\,560\ m^3$

086 **Sabiendo la relación existente entre las medidas de capacidad y volumen, expresa.**

a) 18,5 dam³ en ℓ

b) 4 hl 5 dal 8 ℓ en cm³

c) 94 hm³ 6 dam³ 3 dm³ en dal

d) 125 000 hl en dm³

a) 18 500 000 dm³ = 18 500 000 ℓ

b) 458 000 ml = 458 000 cm³

c) 94 006 000 003 dm³ = 94 006 000 003 ℓ = 9 400 600 000,3 dal

d) 12 500 000 ℓ = 12 500 000 dm³

087 **Nos hemos sumergido a 20 pies de profundidad. ¿Cuántos metros son?**

1 pie = 0,3048 m → 0,3048 · 20 = 6,096 m

088 **Estamos a 300 millas marítimas de la costa. ¿Cuántos kilómetros son?**

1 milla marítima = 1852 m → 1852 · 300 = 555 600 m = 555,6 km

089 **Quiero hacer dos vestidos con un trozo de tela que mide 8 m 14 dm 80 cm. ¿Qué cantidad de tela tengo que utilizar para cada vestido?**

8 m 14 dm 80 cm = 800 cm + 140 cm + 80 cm = 1 020 cm

1 020 : 2 = 510 cm = 5,10 m hay que utilizar para cada vestido.

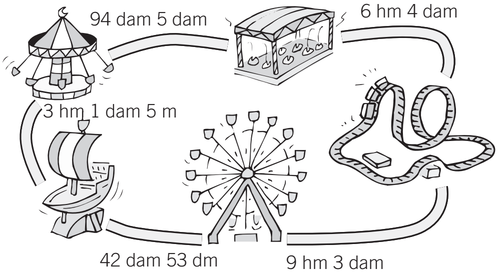
090 **Una carretera de 8 km 2 hm 20 dam 50 m de largo tiene, a ambos lados, árboles separados entre sí por 10 m. ¿Cuántos árboles hay en la carretera?**

8 km 2 hm 20 dam 50 m = 8 000 m + 200 m + 200 m + 50 m = 8 450 m

8 450 : 10 = 845 espacios hay entre árboles a cada lado, o sea, hay 846 árboles a cada lado de la carretera.

846 · 2 = 1 692 árboles hay en total.

091 **Observa el plano de este parque de atracciones, y expresa en metros cada una de las distancias que se indican.**



a) ¿Cuántos decámetros hay desde la Noria a la Montaña rusa?

b) ¿Cuántos kilómetros hay desde los Coches de choque a la Montaña rusa?

c) ¿Cuántos kilómetros habrá desde la Montaña rusa al Tiovivo, pasando por los Coches de choque?

d) ¿Cuántos metros recorremos desde los Coches de choque a la Noria, pasando por el Tiovivo y la Barca?

e) Si recorremos todas las atracciones del parque, ¿cuántos dam andamos?

94 dam 5 m = 945 m
6 hm 4 dam = 640 m
42 dam 53 dm = 425,3 m
9 hm 3 dam = 930 m
3 hm 1 dam 5 m = 315 m

a) 9 hm 3 dam = 930 m = 93 dam
b) 6 hm 4 dam = 640 m = 0,640 km
c) 945 m + 640 m = 1 585 m = 1,585 km
d) 945 m + 315 m + 425,3 m = 1 685,3 m
e) 945 m + 640 m + 930 m + 425,3 m + 315 m = 3 255,3 m = 325,5 dam

092 ●● **La torre del ayuntamiento de mi pueblo tiene una altura de 20 m y 35 dm.**
a) ¿A cuántos centímetros se encuentra el punto más alto?
b) ¿A cuántos metros?
c) ¿Y a cuántos decímetros?

a) 20 m 35 dm = 2 350 cm
b) 2 350 cm = 23,50 m
c) 2 350 cm = 235 dm

093 ●● **Queremos vallar un campo en forma de cuadrado, de lado 2 dam 50 cm. ¿Cuántos metros de alambrada tengo que comprar? Si el metro de alambrada tiene un precio de 12,50 €, ¿cuánto cuesta vallar el terreno?**

2 dam 50 cm = 20,5 m
Necesito comprar: 20,5 · 4 = 82 m de alambrada.
82 · 12,50 = 1 025 € cuesta vallar el terreno.

094 ●● **Con un rollo de plástico de 20 m de largo se envuelven bocadillos, cada uno de los cuales necesita 20 cm de plástico. ¿Cuántos bocadillos podemos envolver con los metros que tenemos?**

20 m = 2 000 cm
Podemos envolver: 2 000 : 20 = 100 bocadillos.

095 ●● **Queremos hacer un bizcocho con 750 gramos de harina. ¿Cuántos bizcochos podemos hacer con un quintal de harina?**

1 q = 100 kg = 100 000 g
100 000 : 750 = 133,333…
Podemos hacer 133 bizcochos aproximadamente.

096 ●● **Un camión contiene una carga de 4 toneladas y 3 quintales. Expresa dicha carga en kilogramos.**

4 t + 3 q = 4 000 kg + 300 kg = 4 300 kg

097 Un tren lleva un vagón con 18 toneladas y 15 quintales de carga. Exprésalo en kilogramos.

$18\ \text{t} + 15\ \text{q} = 18\,000\ \text{kg} + 1\,500\ \text{kg} = 19\,500\ \text{kg}$

98 ¿Cuántas botellas de vino de un litro de capacidad se pueden llenar con un tonel de un hectolitro?

$1\ \text{hl} = 100\ \ell$. Se pueden llenar 100 botellas.

99 ¿Cuántas botellas de litro y medio se precisan para vaciar un depósito de 2,6 kl 8,9 hl 56 dal?

2,6 kl 8,9 hl 56 dal $= 4\,050\ \ell$

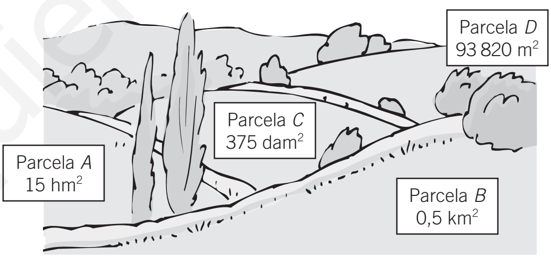
$4\,050 : 1{,}5 = 2\,700$ botellas se precisan.

100 El precio de un frasco de colonia de 100 ml es de 18,60 €. ¿Cuánto cuesta un litro y medio?

1,5 litros $= 1\,500$ ml

1,5 litros equivalen a $1\,500 : 100 = 15$ frascos de colonia.
Un litro y medio costaría: $15 \cdot 18{,}50 = 277{,}50$ €

101 Observa el siguiente dibujo en el que se representan las áreas de cuatro parcelas.



a) ¿Cuántas hectáreas mide cada parcela?
b) ¿Cuántas hectáreas medirá en total la finca?
c) Sembramos trigo en la parcela mayor. ¿Cuántas áreas de trigo hemos sembrado?
d) Sembramos girasol en la parcela menor. ¿Cuántas áreas de girasol se han sembrado?
e) ¿Cuántas áreas de trigo más que de girasol hemos sembrado?
f) Se vende la parcela *A* a 300 €/m² ¿Cuánto ganamos con la venta?
g) Y si vendemos la parcela *C* a 650 €/m², ¿cuánto ganamos?

a) Parcela *A*: 15 ha — Parcela *C*: 3,75 ha
Parcela *B*: 50 ha — Parcela *D*: 9,382 ha

b) $15\ \text{ha} + 50\ \text{ha} + 3{,}75\ \text{ha} + 9{,}382\ \text{ha} = 78{,}1332\ \text{ha}$

c) Parcela *B*: $50\ \text{ha} = 5\,000$ a de trigo hemos sembrado.

d) Parcela *C*: $3{,}75\ \text{ha} = 375$ a de girasol se han sembrado.

e) $5\,000 - 375 = 4\,625$ a de trigo más que de girasol.

f) $15\ \text{ha} = 150\,000\ \text{m}^2 \rightarrow 150\,000 \cdot 300 = 45\,000\,000$ €

g) $3{,}75\ \text{ha} = 37\,500\ \text{m}^2 \rightarrow 37\,500 \cdot 650 = 24\,375\,000$ €

102 ●●

Una caja de cerillas tiene un volumen de 40 cm^3. ¿Cuántas cajas se podrían colocar en otra caja cuyo volumen es 1,8 dm^3?

$1,8\ dm^3 = 1800\ cm^3$

$1800 : 40 = 45$

En una caja cuyo volumen es 1,8 dm^3 podríamos colocar 45 cajas de cerillas

103 ●●

Se han fabricado 25628 piezas de jabón. Cada pieza tiene 750 cm^3 de volumen. ¿Cuántos m^3 de jabón se han fabricado?

$25628 \cdot 750 = 19221000\ cm^3 = 19,221\ m^3$

104 ●●

Si 1 dm^3 de mercurio pesa 13,6 kilos, ¿cuánto pesarán 375 cm^3 de mercurio?

Expresamos la cantidad de mercurio en dm^3

$375\ cm^3 = 0,375\ dm^3$

Calculamos el peso del mercurio:

$0,375 \cdot 13,6 = 5,1$ kg

105 ●●●

Expresa en micras (μ) el grosor medio de las hojas interiores de un libro. Para ello mide el grosor total de las hojas del libro y divide esta medida entre el número de hojas.

Si el grosor del libro es 2,4 cm y el número de páginas es 296, cada página mediría: $24\ mm : 148 = 0,16\ mm = 160\ \mu$.

106 ●●●

Tenemos 21 botellas de leche de 1 litro de capacidad:

- **7 están llenas.**
- **3 botellas están completas hasta la mitad.**
- **2 botellas contienen un cuarto de litro.**
- **6 botellas tienen 100 ml.**
- **Y el resto están vacías.**

Sin trasvasar leche de una botella a otra, ¿cómo las podríamos repartir entre tres personas, de tal manera que cada una reciba la misma cantidad de botellas y de leche?

La cantidad total de leche es:

$7 \cdot 1000\ ml + 3 \cdot 500\ ml + 2 \cdot 250\ ml + 6 \cdot 100\ ml = 9600\ ml$

Cada persona recibe 3200 ml de leche y 7 botellas.

Un reparto puede ser:

Primera persona: 3 llenas; 2 de 100 ml; 2 vacías.

Segunda persona: 2 llenas; 2 de 500 ml; 2 de 100 ml; 1 vacía.

Tercera persona: 2 llenas; 1 de 500 ml; 2 de 250 ml; 2 de 100 ml.

107 ●●● **Ana, Bárbara y Carla tienen 7 barritas que miden, respectivamente: 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 dm.**

¿Quién tiene la barrita de 4 dm?

Las distintas posibilidades de la elección de Ana son:

Ana	1, 2, 7	1, 3, 6	1, 4, 5
Quedan	3, 4, 5, 6	2, 4, 5, 7	2, 3, 6, 7

Buscando entre las longitudes que quedan, debemos encontrar dos longitudes que sean el doble de las otras dos. Solo hay un caso válido: 2, 4, 5, 7, ya que 5 + 7 es el doble de 2 + 4 Por tanto, Carla tiene las barritas de 5 cm y 7 cm, y Bárbara, las de 2 cm y 4 cm.

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

108 ●●● **Las medidas de un contenedor son:**

	Largo	Ancho	Alto
Contenedor pequeño	5898 mm	2358 mm	2395 mm
Contenedor grande	12035 mm	2330 mm	2370 mm

En esta tabla figuran los pesos de las mercancías que se transportan en ellos.

Elementos	Peso de 1 dm^3
Madera	0,84 kg
Plomo	11,34 kg
Pizarra	2,65 kg
Mármol	2,69 kg

Eres capaz de... Comprender

a) ¿Cuánto pesa 1 m^3 de plomo? ¿Cuánto ocupa 1 t de plomo?

Eres capaz de... Resolver

b) ¿Cuántas vigas de madera de 2,5 m de largo; 0,4 m de ancho y 0,2 de alto caben en un contenedor si no las queremos cortar?

c) ¿Cuánto espacio libre quedará?

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

d) ¿Cuál es el mínimo número de contenedores necesarios para transportar estas mercancías?

a) 1 m^3 de plomo pesa 11 340 kg.
1000 : 11,34 = 88,18 dm^3

b) En el contenedor pequeño caben:
5,898 : 2,5 = 2,3592 → 2 vigas de largo
2,358 : 0,4 = 5,895 → 5 vigas de ancho
2,395 : 0,2 = 11,975 → 11 vigas de alto
Así, en un contenedor pequeño caben 2 · 5 · 11 = 110 vigas
En el contenedor grande caben:
12,035 : 2,5 = 4,814 → 4 vigas de largo
2,330 : 0,4 = 5,825 → 5 vigas de ancho
2,370 : 0,2 = 11,85 → 11 vigas de alto
Así, en un contenedor grande caben 4 · 5 · 11 = 220 vigas

c) Volumen de la viga: 2,5 · 0,4 · 0,2 = 0,2 m^3
Volumen del contenedor pequeño: 5,898 · 2,358 · 2,395 = 33,30842418 m^3
110 · 0,2 = 22 m^3
En el contenedor pequeño quedan libres:
33,30842418 − 22 = 11,30842418 m^3
Volumen del contenedor grande: 12,035 · 2,330 · 2,370 = 66,4584735 m^3
220 · 0,2 = 44 m^3
En el contenedor grande quedan libres:
66,4584735 − 44 = 22,4584735 m^3

d) 1500 : 220 = 6,81
Para transportar las vigas hacen falta 7 contenedores grandes.
Pizarra:
19 000 : 2,65 = 7 169,811321 dm^3 = 7,169811321 m^3
Plomo:
51 000 : 11,34 = 4 497,354497 dm^3 = 4,497354497 m^3
El espacio libre en 7 contenedores es: 22,4584735 · 7 = 157,2093145 m^3
Por tanto, el número mínimo de contenedores necesarios es 7.

109 ●●● **Tras un verano muy seco, en Villaguapa hay preocupación por la escasez de agua del municipio. En el último pleno municipal se ha discutido sobre este asunto, y ante la posibilidad de dejar de regar los jardines del pueblo durante el próximo año, una concejala ha hecho la siguiente propuesta:**

La cantidad de agua necesaria para regar los jardines durante un año es de 6 500 m³, y el número de habitantes del pueblo es 11 873.

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) ¿Cuál es el volumen del ladrillo que se propone para meter en las cisternas del inodoro de cada vivienda del pueblo?

b) ¿Cuántos litros de agua se ahorrarían al tirar de la cadena si se introdujera un ladrillo como ese en la cisterna?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

c) ¿Cuántas veces se necesitaría tirar de la cadena para ahorrar el agua suficiente para regar los jardines durante un año?

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

d) ¿Crees que es cierta la afirmación que hace la concejala?

a) Volumen del ladrillo: $23 \cdot 11 \cdot 5 = 1\,265 \text{ cm}^3 = 0{,}001265 \text{ m}^3$

b) $1\,265 \text{ cm}^3 = 1{,}265 \text{ dm}^3 = 1{,}265\ \ell$

c) Para ahorrar esa cantidad de agua se necesitaría tirar de la cadena: $6\,500 : 0{,}001265 = 5\,138\,340$ veces.

d) Esto equivale a que cada habitante tire de la cadena: $5\,138\,340 : 11\,873 = 433$ veces en un mes, lo que equivale a $433 : 30 = 14{,}43$ veces al día. Por tanto, es difícil que se cumpla la estimación.

8 Proporcionalidad numérica

La parte del almirante

El 17 de abril de 1492, en Santa Fe (Granada) comenzaba una de las gestas más importantes de la historia.

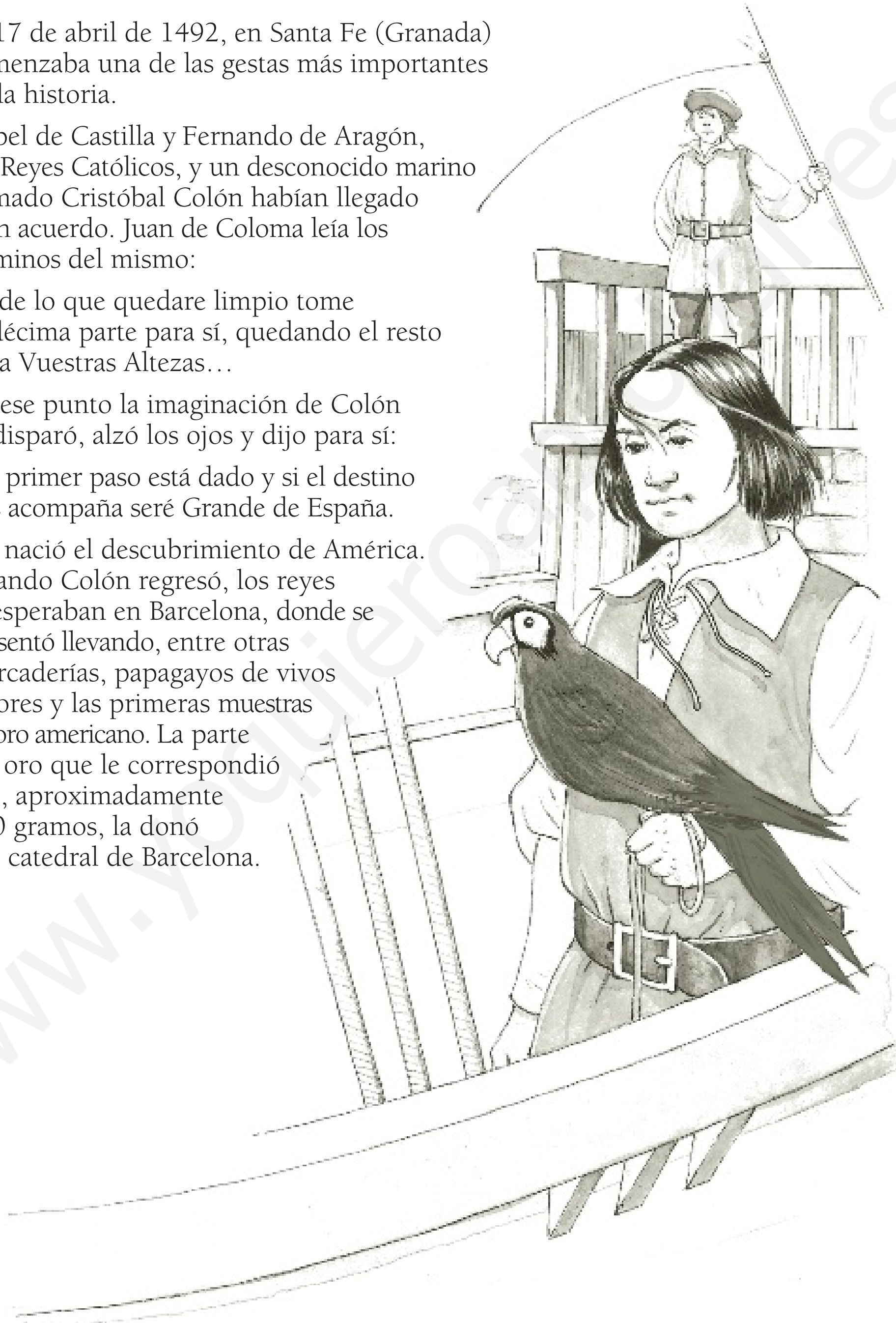
Isabel de Castilla y Fernando de Aragón, los Reyes Católicos, y un desconocido marino llamado Cristóbal Colón habían llegado a un acuerdo. Juan de Coloma leía los términos del mismo:

–Y de lo que quedare limpio tome la décima parte para sí, quedando el resto para Vuestras Altezas…

En ese punto la imaginación de Colón se disparó, alzó los ojos y dijo para sí:

–El primer paso está dado y si el destino nos acompaña seré Grande de España.

Así nació el descubrimiento de América. Cuando Colón regresó, los reyes lo esperaban en Barcelona, donde se presentó llevando, entre otras mercaderías, papagayos de vivos colores y las primeras muestras de oro americano. La parte del oro que le correspondió a él, aproximadamente 400 gramos, la donó a la catedral de Barcelona.



DESCUBRE LA HISTORIA…

1 **Cristóbal Colón fue un navegante que vivió entre los siglos XV y XVI. Investiga sobre los avances de la ciencia durante estos siglos.**

Una buena relación de estos avances se encuentra en la página:
http://www.si-educa.net/basico/ficha684.html

Estos avances, centrados en la Edad Moderna, lo encontrarás en:
http://www.portalplanetasedna.com.ar/edad_moderna.htm

2 **¿Qué fueron las capitulaciones de Santa Fe? ¿Cuáles son los acuerdos más importantes a los que se llegaron?**

Se puede consultar la historia y el significado de las capitulaciones en los documentos que se aportan en esta página:
http://www.historiadelnuevomundo.com/index.php/category/documentos/

3 **Investiga sobre los avances matemáticos de la época que hicieron posible el viaje de Colón hasta América.**

En esta página se puede encontrar la importancia que tuvieron las matemáticas para el desarrollo de la cartografía y el conocimiento de la esfera terrestre:
http://soko.com.ar/historia/Historia_ciencia.htm

EVALUACIÓN INICIAL

1 **Indica si estas parejas de fracciones son equivalentes o no.**

a) $\frac{1}{2}$ y $\frac{5}{4}$ **b)** $\frac{12}{16}$ y $\frac{6}{7}$ **c)** $\frac{4}{3}$ y $\frac{80}{60}$

a) $1 \cdot 4 \neq 5 \cdot 2$
No son equivalentes.

b) $12 \cdot 7 \neq 16 \cdot 6$
No son equivalentes.

c) $4 \cdot 60 = 3 \cdot 80$
Son equivalentes.

2 **Calcula una fracción equivalente a $\frac{50}{6}$ que cumpla:**

a) Tiene como denominador un número mayor que 50.
b) Tiene como numerador un número menor que 30.
c) Tiene como denominador 36.

a) Respuesta abierta. Ejemplo: $\frac{500}{60}$ b) $\frac{25}{3}$ c) $\frac{300}{36}$

3 **Expresa en forma de fracción estos números decimales.**

a) $0{,}1 = \frac{1}{10}$ **b)** $0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ **c)** $0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ **d)** $0{,}65 = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$ **e)** $0{,}9 = \frac{9}{10}$

4 **Calcula el número decimal que expresan las siguientes fracciones.**

a) $\frac{2}{5} = 0{,}4$ **b)** $\frac{8}{25} = 0{,}32$ **c)** $\frac{3}{2} = 1{,}5$ **d)** $\frac{3}{4} = 0{,}75$ **e)** $\frac{9}{200} = 0{,}045$

EJERCICIOS

001 **Expresa mediante una razón.**

a) De las 55 preguntas del test he acertado 36.

b) Teníamos 68 huevos y se han roto 12.

c) En un frutero hay 7 tomates y 3 fresas.

a) $\dfrac{36}{55}$ b) $\dfrac{12}{68}$ c) $\dfrac{7}{3}$

002 **En el comedor del colegio ponen 3 barras de pan por cada 8 alumnos. Si hoy hemos comido 124 alumnos y han puesto 50 barras, ¿se ha mantenido la proporción?**

$\dfrac{3 \text{ barras}}{8 \text{ alumnos}} = \dfrac{50 \text{ barras}}{124 \text{ alumnos}} \rightarrow 3 \cdot 124 \neq 8 \cdot 50$. Luego no se mantiene la proporción.

003 **Identifica las razones que forman proporción.**

a) $\dfrac{2}{1}, \dfrac{8}{2}, \dfrac{6}{3}, \dfrac{9}{5}$ **b)** $\dfrac{5}{20}; \dfrac{2{,}5}{10}; \dfrac{1{,}25}{5}; \dfrac{10{,}5}{5}$

a) $\dfrac{2}{1}$ y $\dfrac{6}{3}$ b) $\dfrac{5}{20}, \dfrac{2{,}5}{10}$ y $\dfrac{1{,}25}{5}$

004 **Para construir una pared se necesitan 3 379 ladrillos y 62 sacos de cemento. ¿Cuál es la razón entre los ladrillos y el cemento?**

La razón es $\dfrac{3\,379}{62}$.

005 **Averigua si estas igualdades son o no proporciones, y si es posible, halla su constante de proporcionalidad.**

a) $\dfrac{5}{15} = \dfrac{6}{18}$ **b)** $\dfrac{4}{6} = \dfrac{8}{18}$ **c)** $\dfrac{5}{7} = \dfrac{20}{28}$

a) $5 \cdot 18 = 15 \cdot 6 \rightarrow$ Es proporción.
Constante de proporcionalidad: $0{,}\overset{\frown}{3}$

b) $4 \cdot 18 \neq 6 \cdot 8 \rightarrow$ No es proporción.

c) $5 \cdot 28 = 7 \cdot 20 \rightarrow$ Es proporción.
Constante de proporcionalidad: $0{,}\overset{\frown}{714285}$

006 **Comprueba si los siguientes grupos de números forman una proporción.**

a) 5, 10, 3 y 6 **c) 8, 12, 4 y 6**

b) 5, 9, 15 y 8 **d) 10, 4, 6 y 5**

a) $\dfrac{5}{10} = \dfrac{3}{6}$. Sí forman proporción. c) $\dfrac{8}{12} = \dfrac{4}{6}$. Sí forman proporción.

b) $\dfrac{5}{9} \neq \dfrac{15}{8}$. No forman proporción. d) $\dfrac{10}{4} \neq \dfrac{6}{5}$. No forman proporción.

007 **Calcula el valor de *a* para que las igualdades formen una proporción.**

a) $\frac{a}{18} = \frac{4}{6}$ c) $\frac{11}{a} = \frac{33}{21}$

b) $\frac{36}{48} = \frac{45}{a}$ d) $\frac{7}{14} = \frac{a}{4}$

a) $a \cdot 6 = 18 \cdot 4 \rightarrow a = \frac{72}{6} = 12$

b) $36 \cdot a = 48 \cdot 45 \rightarrow a = \frac{2160}{36} = 60$

c) $11 \cdot 21 = a \cdot 33 \rightarrow a = \frac{231}{33} = 7$

d) $7 \cdot 4 = 14 \cdot a \rightarrow a = \frac{28}{14} = 2$

008 **En una urbanización se plantan cinco árboles por cada dos casas. En total se plantaron 45 árboles. Forma la proporción correspondiente y averigua el número de casas que tiene la urbanización.**

$\frac{2}{5} = \frac{x}{45} \rightarrow x = \frac{90}{5} = 18$ casas tiene la urbanización.

009 **Comprueba si las magnitudes *A* y *B* son directamente proporcionales.**

Magnitud *A*	**2**	**6**	**8**	**10**
Magnitud *B*	**8**	**24**	**32**	**40**

$\frac{2}{8} = \frac{6}{24} = \frac{8}{32} = \frac{10}{40} = 0{,}25$

Las magnitudes *A* y *B* son directamente proporcionales.

010 **Completa la tabla sabiendo que *A* y *B* son directamente proporcionales.**

Magnitud *A*	**2**	**4**	10	12	**80**
Magnitud *B*	**10**	**20**	**50**	**60**	400

$\frac{2}{10} = \frac{a}{50} \rightarrow a = 10$ $\frac{2}{10} = \frac{b}{60} \rightarrow b = 12$ $\frac{2}{10} = \frac{80}{c} \rightarrow c = 400$

011 **Un libro de 200 páginas cuesta 16,50 €, y otro de 350 páginas, 32 €. Una libreta de 40 páginas vale 2,50 €, y otra de 100 páginas, 6,25 €. Razona en qué caso las magnitudes de número de páginas y precio son directamente proporcionales.**

Libro:

$\frac{200}{16{,}50} \neq \frac{350}{32} \rightarrow 200 \cdot 32 \neq 16{,}50 \cdot 350 \rightarrow$ No son proporcionales.

Libreta:

$\frac{40}{2{,}50} = \frac{100}{6{,}25} \rightarrow 40 \cdot 6{,}25 = 2{,}50 \cdot 100 \rightarrow$ Son proporcionales.

012 **Si tienes 13 años y mides 1,63 m, ¿medirás el doble cuando tengas 26 años?**

Las magnitudes edad y altura no son magnitudes directamente proporcionales; por tanto, a la edad de 26 años no se medirá el doble.

013 **Comprueba que *A* y *B* son inversamente proporcionales.**

Magnitud *A*	12	24	6
Magnitud *B*	4	2	8

$12 \cdot 4 = 24 \cdot 2 = 6 \cdot 8 = 48$, luego son inversamente proporcionales.

014 **Completa la tabla para que sean magnitudes inversamente proporcionales.**

Magnitud *A*	1	3	6	9	12	18
Magnitud *B*	72	24	12	8	6	4

$1 \cdot 72 = 9 \cdot x \rightarrow x = 8;\ 1 \cdot 72 = 12 \cdot x \rightarrow x = 6;\ 1 \cdot 72 = 4 \cdot x \rightarrow x = 18$

015 **¿Cuánto debe valer *x* para que las magnitudes *A* y *B* sean inversamente proporcionales?**

Magnitud *A*	18	3
Magnitud *B*	6	*x*

$18 \cdot 6 = 3 \cdot x \rightarrow x = 36$

016 **Con un consumo de 4 horas diarias, un depósito de gas dura 24 días. ¿Cuánto duraría el depósito con un consumo de 6 horas al día?**

$4 \cdot 24 = 6 \cdot x \rightarrow 96 = 6 \cdot x \rightarrow x = \frac{96}{6} = 16$ días

017 **Escribe en forma de porcentaje y de fracción.**

a) Tres por ciento.
b) Quince por ciento.
c) Setenta por ciento.
d) Noventa y ocho por ciento.

a) $3\,\% = \frac{3}{100}$ b) $15\,\% = \frac{15}{100}$ c) $70\,\% = \frac{70}{100}$ d) $98\,\% = \frac{98}{100}$

018 **Expresa las siguientes cantidades en forma de fracción y número decimal.**

a) 17 %
b) 92 %
c) 31 %
d) 43 %
e) 65 %
f) 15 %

a) $\frac{17}{100} = 0{,}17$ c) $\frac{31}{100} = 0{,}31$ e) $\frac{65}{100} = 0{,}65$

b) $\frac{92}{100} = 0{,}92$ d) $\frac{43}{100} = 0{,}43$ f) $\frac{15}{100} = 0{,}15$

019 **Expresa los números decimales en forma de porcentaje.**

a) 0,37 **b) 0,2** **c) 1,8** **d) 0,05**

a) $\frac{37}{100} = 37\,\%$

b) $\frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\,\%$

c) $\frac{18}{10} = \frac{180}{100} = 180\,\%$

d) $\frac{5}{100} = 5\,\%$

020 **El 20 % de los automóviles de un concesionario son vehículos industriales, el 35 % todoterrenos y el resto turismos. Calcula el porcentaje de turismos.**

$100\,\% - (20\,\% + 35\,\%) = 100\,\% - 55\,\% = 45\,\%$

El 45 % de los automóviles son turismos.

021 **Calcula.**

a) El 65% de 3 200. **c) El 75% de 1 000.**

b) El 60% de 60. **d) El 5,5% de 200.**

a) 2 080 b) 36 c) 750 d) 11

022 **El precio de una reparación es 600 € sin IVA. ¿Cuánto costará con el 16 % de IVA?**

16 % de 600 € = 96 €

El precio con IVA es: 600 + 96 = 696 €

023 **Unos pantalones vaqueros costaban 50 €, pero me hacen una rebaja del 12 %. ¿Cuánto tengo que pagar?**

12 % de 50 € = 6 € 50 − 6 = 44 € tengo que pagar.

024 **Expresa el tanto por ciento equivalente a las siguientes razones.**

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{3}{4}$ **c)** $\frac{1}{5}$ **d)** $\frac{1}{10}$

a) $\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\,\%$

b) $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\,\%$

c) $\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\,\%$

d) $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\,\%$

025 **Calcula mentalmente y di cómo lo haces.**

a) El 10 % de 400. **c) El 15 % de 100.**

b) El 20 % de 300. **d) El 70 % de 600.**

Eliminamos los dos ceros a la cantidad y multiplicamos por el porcentaje.

a) $10 \cdot 4 = 40$ b) $20 \cdot 3 = 60$ c) $15 \cdot 1 = 15$ d) $70 \cdot 6 = 420$

026 **El prensado de 1 500 kg de aceituna produjo el 36 % de su peso en aceite. Calcula la cantidad de aceite obtenida.**

36 % de 1 500 = 540 litros de aceite

027 **Si hoy han faltado a clase por enfermedad el 20 % de los 30 alumnos, ¿cuántos alumnos hemos asistido? ¿Cuántos han faltado?**

20 % de 30 = 6 alumnos han faltado a clase.
Han asistido: 30 − 6 = 24 alumnos.

028 **Los embalses de agua que abastecen a una ciudad tienen una capacidad total de 400 hm³, y se encuentran al 27 % de su capacidad. ¿Cuántos hm³ de agua contienen?**

27 % de 400 = 108 hm^3 de agua contienen.

029 **En una población de 14 000 habitantes, el 80 % tiene más de 18 años. Averigua el número de personas mayores de esa edad.**

80 % de 14 000 = 11 200 personas son mayores de esa edad.

030 **De 500 mujeres encuestadas, 370 afirman que les gusta el fútbol. Expresa esa cantidad mediante un porcentaje.**

$$\frac{500}{100} = \frac{370}{x} \rightarrow x = \frac{37\,000}{500} = 74\ \%$$

Al 74 % de las mujeres encuestadas les gusta el fútbol.

031 **María recibe el 12 % del dinero de las ventas que realiza. ¿Cuánto tendrá que vender para ganar 4 800 €?**

$$\frac{100}{x} = \frac{12}{4\,800} \rightarrow x = \frac{480\,000}{12} = 40\,000\ €$$

Tiene que vender 40 000 €

032 **Juan cobra 26 000 € al año y paga 5 200 € de impuestos. ¿Qué porcentaje de impuestos paga?**

$$\frac{26\,000}{100} = \frac{5\,200}{x} \rightarrow x = \frac{5\,200 \cdot 100}{26\,000} = 20\ \%$$

Paga el 20 % de impuestos.

033 **Un sofá que cuesta 350 € tiene un 20 % de descuento. Calcula su precio.**

20 % de 350 € = 70 €
Su precio. es: 350 − 70 = 280 €

ACTIVIDADES

034 **Si mi habitación tiene las siguientes medidas: 6 m de largo, 3 m de ancho y 2 m de altura, halla:**

a) La razón entre el largo y el ancho. **b) La razón entre el largo y la altura.**

a) $\frac{6}{3} = 2$ b) $\frac{6}{2} = 3$

035 **Marta encesta 6 de cada 10 tiros libres. Encuentra la razón entre el número de tiros y el de aciertos. ¿Es la misma que entre el número de aciertos y el de tiros? Averigua qué relación hay entre ambas razones.**

Razón de tiros/aciertos: $\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

Razón de aciertos/tiros: $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

No son la misma razón, son razones inversas.

036 **Escribe dos números cuya razón sea 3.**

Respuesta abierta.

Por ejemplo: 6 y 2, 12 y 4, 18 y 6…

$\frac{6}{2} = \frac{12}{4} = \frac{18}{6} = 3$

037 **De los siguientes pares de razones, indica cuáles forman proporción.**

a) $\frac{16}{4}$ **y** $\frac{20}{5}$ **b)** $\frac{4}{5}$ **y** $\frac{80}{100}$ **c)** $\frac{1}{30}$ **y** $\frac{7}{21}$ **d)** $\frac{3}{17}$ **y** $\frac{6}{34}$

a) Forman proporción, porque: $16 \cdot 5 = 4 \cdot 20$.

b) Forman proporción, porque: $4 \cdot 100 = 5 \cdot 80$.

c) No forman proporción, porque: $1 \cdot 21 \neq 30 \cdot 7$.

d) Forman proporción, porque: $3 \cdot 34 = 17 \cdot 6$.

038 **Encuentra el término que falta para que** $\frac{50}{150} = \frac{x}{6}$ **sea una proporción.**

$x = \frac{50 \cdot 6}{150} = 2$

039 **Halla el valor de *x*.**

a) $\frac{x}{2} = \frac{4}{8}$ **b)** $\frac{18}{15} = \frac{x}{25}$ **c)** $\frac{6}{x} = \frac{10}{5}$ **d)** $\frac{9}{27} = \frac{10}{x}$

a) $x = \frac{2 \cdot 4}{8} = 1$ c) $x = \frac{6 \cdot 5}{10} = 3$

b) $x = \frac{18 \cdot 25}{15} = 30$ d) $x = \frac{27 \cdot 10}{9} = 30$

040 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULAN LOS MEDIOS O LOS EXTREMOS DE UNA PROPORCIÓN SI SON IGUALES?

Calcula x en la proporción $\frac{4}{x} = \frac{x}{9}$.

PRIMERO. Se aplica la propiedad fundamental de las proporciones.

$$\frac{4}{x} = \frac{x}{9} \rightarrow x \cdot x = 4 \cdot 9 \rightarrow x^2 = 36$$

SEGUNDO. Se busca un número cuyo cuadrado sea 36.

$$x^2 = 36 \rightarrow x = \sqrt{36} = 6$$

Luego la proporción es: $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$

041 **Encuentra el valor de x en las siguientes proporciones.**

a) $\frac{8}{x} = \frac{x}{50}$ **b)** $\frac{25}{x} = \frac{x}{9}$ **c)** $\frac{15}{x} = \frac{x}{60}$ **d)** $\frac{144}{x} = \frac{x}{4}$

a) $x^2 = 400 \rightarrow x = 20$

b) $x^2 = 225 \rightarrow x = 15$

c) $x^2 = 900 \rightarrow x = 30$

d) $x^2 = 576 \rightarrow x = 24$

042 **Calcula mentalmente el término que falta en cada una de las proporciones.**

a) $\frac{8}{4} = \frac{x}{3}$ **b)** $\frac{6}{12} = \frac{4}{x}$ **c)** $\frac{4}{x} = \frac{x}{9}$ **d)** $\frac{5}{x} = \frac{7}{14}$

a) $x = \frac{24}{4} = 6$

b) $x = \frac{48}{6} = 8$

c) $x^2 = 36 \rightarrow x = 6$

d) $x = \frac{70}{7} = 10$

043 **Completa.**

a) $\frac{\square}{75} = \frac{6}{15} = \frac{\square}{90} = \frac{30}{\square} = \frac{\square}{0{,}75}$

b) $\frac{\square}{70} = \frac{6}{35} = \frac{\square}{105} = \frac{30}{\square} = \frac{\square}{0{,}7}$

c) $\frac{\square}{77} = \frac{6}{33} = \frac{\square}{42} = \frac{30}{\square} = \frac{\square}{0{,}22}$

a) $\frac{30}{75} = \frac{6}{15} = \frac{36}{90} = \frac{30}{75} = \frac{0{,}30}{0{,}75}$

b) $\frac{12}{70} = \frac{6}{35} = \frac{18}{105} = \frac{30}{175} = \frac{0{,}12}{0{,}7}$

c) $\frac{14}{77} = \frac{6}{33} = \frac{7{,}\widehat{63}}{42} = \frac{30}{165} = \frac{0{,}04}{0{,}22}$

044 Forma diferentes proporciones con los números 3, 4, 9 y 12.

$$\frac{3}{4}=\frac{9}{12} \qquad \frac{3}{9}=\frac{4}{12} \qquad \frac{4}{3}=\frac{12}{9} \qquad \frac{9}{3}=\frac{12}{4}$$

045 Si la razón de dos números *a* y *b* es $\frac{3}{8}$, calcula:

a) ***a*, si *b* = 24.**
b) ***b*, si *a* = −15.**
c) ***b*, si *a* = 1,5.**
d) ***a*, si *b* = −16.**

a) $\frac{a}{24}=\frac{3}{8} \rightarrow a=\frac{24\cdot 3}{8}=9$

b) $\frac{-15}{b}=\frac{3}{8} \rightarrow b=\frac{-15\cdot 8}{3}=-40$

c) $\frac{1,5}{b}=\frac{3}{8} \rightarrow b=\frac{1,5\cdot 8}{3}=4$

d) $\frac{a}{-16}=\frac{3}{8} \rightarrow a=\frac{-16\cdot 3}{8}=-6$

046 Averigua si los números 2 y 3 mantienen proporción con 8 y 12, respectivamente.

$\frac{2}{3}=\frac{8}{12} \rightarrow 2\cdot 12=8\cdot 3$. Sí, mantienen proporción.

047 Decir que los números *a* y *b* mantienen proporción con 2 y 3 es lo mismo que afirmar que $\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$. Encuentra dos números que formen proporción con 5 y 7.

$\frac{a}{b}=\frac{5}{7} \rightarrow a=5n;\ b=7n$

Respuesta abierta. Por ejemplo: $a=10$ y $b=14$

048 Forma una razón con estos datos: «5 litros de aceite valen 15,25 €». Establece proporciones de esta razón con los siguientes datos, y calcula su constante de proporcionalidad.

a) 20 litros **b)** 25 litros **c)** 76,25 € **d)** 61 €

Razón: $\frac{15,25}{5}$ y constante de proporcionalidad: 3,05.

$$\frac{15,25}{5}=\frac{61}{20} \qquad \frac{15,25}{5}=\frac{76,25}{25}$$

049 En dos puestos, *A* y *B*, se venden manzanas, con los siguientes precios:

Puesto *A*		
1 kg	2 kg	3 kg
0,53 €	1,06 €	1,59 €

Puesto *B*		
1 kg	2 kg	3 kg
0,60 €	1 €	1,50 €

¿En cuál de estos puestos son directamente proporcionales las magnitudes peso y precio?

Puesto *A*: $\frac{1}{0,53}=\frac{2}{1,06}=\frac{3}{1,59}$. Son directamente proporcionales.

Puesto *B*: $\frac{1}{0,60}\neq\frac{2}{1}\neq\frac{3}{1,50}$. No son directamente proporcionales.

050 ●● **De los siguientes pares de magnitudes, indica cuáles son directamente proporcionales.**

a) Longitud del lado de un cuadrado y su perímetro.

b) Número de grifos y tiempo de llenado de un depósito.

c) Número de ovejas y pienso que comen.

d) Velocidad de una motocicleta y tiempo empleado en recorrer una distancia.

a) Son directamente proporcionales.

b) No son directamente proporcionales.

c) Son directamente proporcionales.

d) No son directamente proporcionales.

051 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULAN LOS VALORES DESCONOCIDOS DE DOS MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES?

Los datos de la tabla corresponden a diferentes pesos de pintura y su precio. Completa los valores que faltan.

Pintura (kg)	1	2	3	*b*
Precio (€)	8	16	*a*	48

PRIMERO. Se comprueba que ambas magnitudes son directamente proporcionales.

$$\frac{1}{8} = \frac{2}{16} = 0{,}125 \rightarrow \text{Directamente proporcionales}$$

SEGUNDO. Se establecen proporciones y se calculan los valores desconocidos.

$$\frac{1}{8} = \frac{3}{a} \rightarrow 1 \cdot a = 8 \cdot 3 \longrightarrow a = \frac{8 \cdot 3}{1} = 24 \text{ €}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{b}{48} \rightarrow 1 \cdot 48 = 8 \cdot b \rightarrow b = \frac{1 \cdot 48}{8} = 6 \text{ kg}$$

052 ● **Completa las tablas, sabiendo que ambas magnitudes son directamente proporcionales.**

Magnitud *A*	6	2	12	14	26	7,5
Magnitud *B*	12	4	24	28	52	15

Magnitud *A*	7	21	8	42	105	10
Magnitud *B*	14	42	16	84	210	20

Magnitud *A*	0,2	0,5	1,4	1	10	0,1
Magnitud *B*	0,3	0,75	2,1	1,5	15	0,15

053 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULAN LOS VALORES DESCONOCIDOS DE DOS MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES?

Los datos de esta tabla corresponden al tiempo empleado en recorrer una distancia en relación con la velocidad.

Velocidad (km/h)	1	2	4	*b*
Tiempo (min)	24	12	*a*	8

PRIMERO. Se comprueba que ambas magnitudes son inversamente proporcionales.

$$1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 24 \rightarrow \text{Inversamente proporcionales}$$

SEGUNDO. Se aplica la relación de proporcionalidad inversa a los datos desconocidos.

$$1 \cdot 24 = 4 \cdot a \rightarrow a = \frac{1 \cdot 24}{4} = 6 \text{ min}$$

$$1 \cdot 24 = b \cdot 8 \rightarrow b = \frac{1 \cdot 24}{8} = 3 \text{ km/h}$$

054 ●

Completa estas tablas comprobando que ambas magnitudes son inversamente proporcionales.

A	6	2	5	30	10
B	90	270	108	18	54

A	9	45	10	15	25
B	50	10	45	30	18

A	2	10	6	15	4
B	150	30	50	20	75

055 ●●

En un puesto aparecen estas tablas de precios para dos tipos de melocotones.

TIPO A			
kg	1	2	5
€	0,90	1,80	4,50

TIPO B			
kg	1	2	5
€	0,95	1,85	4,25

a) ¿En cuál de las tablas son directamente proporcionales las magnitudes peso y precio?

b) En este puesto, ¿cuánto costarán 12 kg de melocotones del tipo *A*?

c) ¿Se podría calcular lo que costarán 12 kg de melocotones del tipo *B*?

a) Tipo *A*: $\dfrac{1}{0{,}90} = \dfrac{2}{1{,}80} = \dfrac{5}{4{,}50}$. Son directamente proporcionales.

Tipo *B*: $\dfrac{1}{0{,}95} \neq \dfrac{2}{1{,}85} \neq \dfrac{5}{4{,}25}$. No son directamente proporcionales.

b) 12 kilos del tipo *A* costarán: $12 \cdot 0{,}90 = 10{,}80$ €.

c) No se puede calcular porque las magnitudes no son proporcionales, ni siguen una lógica evidente.

056 ●●

Los siguientes datos de la tabla son medidas de espacios y del tiempo que se tarda en recorrerlos.

Espacio (m)	120	30	60	*b*
Tiempo (s)	9	2,25	*a*	6

a) ¿Son magnitudes directamente proporcionales?

b) Encuentra la constante de proporcionalidad entre el espacio y el tiempo.

c) Averigua los valores que faltan.

a) $\frac{120}{9} = \frac{30}{2{,}25} = 13{,}\overset{\frown}{3}$

Son magnitudes directamente proporcionales.

b) $\frac{120}{9} = 13{,}\overset{\frown}{3}$

c) $\frac{120}{9} = \frac{60}{a} \rightarrow a = \frac{60 \cdot 9}{120} = 4{,}5$

$\frac{120}{9} = \frac{b}{6} \longrightarrow b = \frac{120 \cdot 6}{9} = 80$

057 ●●

El agua de un pozo se saca en 210 veces utilizando un cubo de 15 ℓ de capacidad. Si empleamos un cubo de 25 ℓ, ¿cuántas veces necesitaremos introducir el cubo en el pozo para sacar la misma cantidad de agua?

Son magnitudes inversamente proporcionales.

$210 \cdot 15 = x \cdot 25 \rightarrow x = \frac{210 \cdot 15}{25} = 126$

Necesitaremos introducir el cubo 126 veces.

058 ●●

Un coche tarda 6 horas en recorrer un trayecto a una velocidad de 90 km/h. ¿Cuánto tardaría en recorrer ese mismo trayecto si circula a una velocidad de 60 km/h?

Son magnitudes inversamente proporcionales.

$90 \cdot 6 = 60 \cdot x \rightarrow x = \frac{540}{60} = 9$ horas tardaría en recorrer ese trayecto.

059 ●●

Enrique ayuda a unos familiares en su tienda en Navidad. Por cada cinco días de trabajo le dan 160 €. ¿Cuánto le darán por diecisiete días?

Son magnitudes directamente proporcionales.

$\frac{5}{160} = \frac{17}{x} \rightarrow x = \frac{160 \cdot 17}{5} = 544$ € le darán por 17 días.

060 **En un frasco de legumbres de 500 g hay 2,5 g de grasa, y en otro frasco de 400 g de legumbres hay 2,1 g.**

a) ¿Están en proporción estos datos?

b) Si no están en proporción, ¿en cuál de los dos hay más grasa proporcionalmente?

a) $\frac{500}{2,5} \neq \frac{400}{2,1} \rightarrow 500 \cdot 2,1 \neq 2,5 \cdot 400$. No mantienen proporción.

b) $\frac{2,5}{500} = 0,005 < \frac{2,1}{400} = 0,00525$

Proporcionalmente hay más grasa en el segundo frasco.

061 **En la carnicería, las salchichas cuestan 5,25 €/kg. También tienen paquetes de salchichas de 0,5 kg que cuestan 2,10 €. ¿Qué salchichas son más baratas?**

$\frac{5,25}{1} = 5,25$ €/kg $\qquad \frac{2,10}{0,5} = 4,20$ €/kg

Son más baratas las salchichas de los paquetes de medio kilo.

062 **Con un consumo de 3 horas diarias, un depósito de gas dura 20 días. ¿Cuánto duraría con un consumo de 6 horas diarias?**

Son magnitudes inversamente proporcionales.

$3 \cdot 20 = 6 \cdot x \rightarrow x = \frac{3 \cdot 20}{6} = 10$ horas

063 **Un ganadero tiene pacas de paja para alimentar a 20 vacas durante 60 días. Si compra 10 vacas más, ¿para cuántos días tiene alimento?**

Son magnitudes inversamente proporcionales.

$20 \cdot 60 = 30 \cdot x \rightarrow x = \frac{1200}{30} = 40$ días

064 **En una botella de zumo aparece esta tabla.**

Valores medios	100 ml
Carbohidratos (g)	10,6
Kilocalorías	43
Proteínas (g)	0,2

a) ¿Cuántas kilocalorías aportará una botella de zumo de un litro? ¿Y proteínas?

b) ¿Cuántos hidratos de carbono suministrará el consumo de medio litro de zumo?

a) Kilocalorías $= 10 \cdot 43 = 430$ $\qquad$ Proteínas $= 0,2 \cdot 10 = 2$ g

b) Hidratos de carbono $= 5 \cdot 10,6 = 53$ g.

065 ●●

Los ingredientes necesarios para realizar un bizcocho son directamente proporcionales al tamaño del bizcocho. Para hacer un bizcocho para 4 personas, se precisan 2 huevos, 6 cucharadas de azúcar y un cuarto de litro de leche, entre otros ingredientes.

Calcula la cantidad necesaria de estos ingredientes para hacer un bizcocho para 2, 6 y 8 personas.

	Huevos	Azúcar	Leche
4 personas	**2**	**6**	**250 cl**
2 personas	1	3	125 cl
6 personas	3	9	375 cl
8 personas	4	12	500 cl

066 ●

Expresa estos porcentajes como fracción y como número decimal.

a) 25 % **b) 110 %** **c) 37 %** **d) 16 %**

a) $\frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

c) $\frac{37}{100} = 0{,}37$

b) $\frac{110}{100} = \frac{11}{10} = 1{,}1$

d) $\frac{16}{100} = \frac{4}{25} = 0{,}16$

067 ●

Escribe los números decimales en forma de porcentaje.

a) 0,34 **b) 0,45** **c) 0,723** **d) 1,23**

a) 34 % b) 45 % c) 72,3 % d) 123 %

068 ●

Expresa en porcentaje las siguientes fracciones.

a) $\frac{3}{8}$ **b)** $\frac{5}{2}$ **c)** $\frac{11}{5}$ **d)** $\frac{7}{4}$

a) $0{,}375 = \frac{375}{1000} = \frac{37{,}5}{100} \rightarrow 37{,}5\ \%$

c) $2{,}2 = \frac{220}{100} \rightarrow 220\ \%$

b) $2{,}5 = \frac{250}{100} \rightarrow 250\ \%$

d) $1{,}75 = \frac{175}{100} \rightarrow 175\ \%$

069 ●

Halla el 22 % de: **a) 144** **b) 236** **c) 1 256** **d) 5 006**

a) 31,68 b) 51,92 c) 276,32 d) 1 101,32

070 ●

Calcula mentalmente.

a) El 10 % de 40. **b) El 20 % de 500.** **c) El 50 % de 2 000.** **d) El 30 % de 40.**

a) 4 b) 100 c) 1 000 d) 12

071 ●

Calcula mentalmente.

a) El 15 % de 30. **b) El 40 % de 60.** **c) El 60 % de 200.** **d) El 25 % de 8 000.**

a) 4,5 b) 24 c) 120 d) 2 000

072 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE RESUELVE UN PORCENTAJE CON LA CALCULADORA?

Halla con la calculadora el 12 % de 310.

PRIMERO. Se teclea el porcentaje y se divide entre 100.

12 [÷] 100 [=] 0.12

SEGUNDO. Se multiplica el resultado por la cantidad de la que se quiere hallar el porcentaje.

0,12 [×] 310 [=] 37,2

También se puede calcular este porcentaje utilizando las teclas específicas de la calculadora.

12 [%] 310 [=] 37,2

073 **Halla estos porcentajes utilizando la calculadora.**

a) El 51 % de 30. **c) El 21 % de 60.**

b) El 76 % de 100. **d) El 8 % de 951.**

a) 15,3 b) 76 c) 12,6 d) 76,08

074 **¿Qué tanto por ciento de pérdida representa la venta de un objeto que ha costado 450 € por 423 €?**

$$\frac{450-423}{450}=\frac{x}{100}\rightarrow x=\frac{27\cdot 100}{450}=6\text{ \% de pérdida}$$

075 **Si 324 casas, que representan el 25 % de todas las viviendas de un pueblo, tienen dos dormitorios, ¿cuántas casas hay en el pueblo?**

$$\frac{25}{100}=\frac{324}{x}\rightarrow x=\frac{324\cdot 100}{25}=1\,296\text{ casas}$$

076 **Por ingresar un cheque de 644 € me han cobrado un 2 % de comisión. ¿Qué cantidad he tenido que pagar al banco?**

$$2\text{ \% de }644=\frac{2\cdot 644}{100}=12{,}88\text{ € he tenido que pagar.}$$

077 El 60 % del cuerpo humano es agua. ¿Qué cantidad de agua hay en una persona de 75 kg?

$$60\,\%\text{ de }75 = \frac{60\cdot 75}{100} = 45\text{ litros de agua}$$

078 Una viga de hierro de 25 metros de longitud, debido al calor, se dilata un 1,5 %. ¿Cuál será su medida después de calentarla?

$$1{,}5\,\%\text{ de }25 = \frac{1{,}5\cdot 25}{100} = 0{,}375\text{ m}$$

$25 + 0{,}375 = 25{,}375$ m medirá después de calentarla.

079 ¿Cuánto tendrá que pagar el dueño de un restaurante por la compra de 492 vasos a 3,25 € la docena, si pagando al contado le hacen un 8 % de descuento?

$492 : 12 = 41$ docenas $\rightarrow 41 \cdot 3{,}25 = 133{,}25$ € sin descuento

$$8\,\%\text{ de }133{,}25 = \frac{133{,}25\cdot 8}{100} = 10{,}66\text{ € de descuento}$$

$133{,}25 - 10{,}66 = 122{,}59$ € tendrá que pagar.

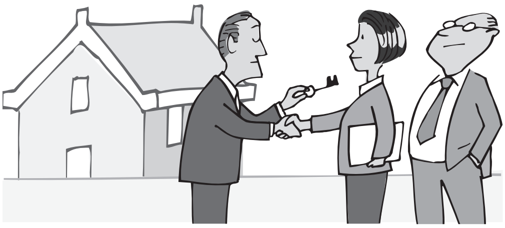
080 Al tirar un dado trucado 30 veces, ha salido 12 veces el número 5. Si decido apostar al número 5, ¿qué porcentaje de aciertos tendré?

Si de 30 tiradas $\xrightarrow{\text{ha salido}}$ 12 veces

de 100 $\xrightarrow{\text{saldrá}}$ x

$$\frac{30}{100} = \frac{12}{x} \rightarrow 30\cdot x = 100\cdot 12 \rightarrow x = \frac{1200}{30} = 40\,\%\text{ de aciertos}$$

081 Un agente inmobiliario cobra un porcentaje de un 2 % del valor de la finca vendida: una tercera parte del comprador, y el resto, del vendedor. Si acaba de vender un piso por 150 000 €:



a) ¿Cuál será su comisión?

b) ¿Cuánto le pagará el vendedor del piso?

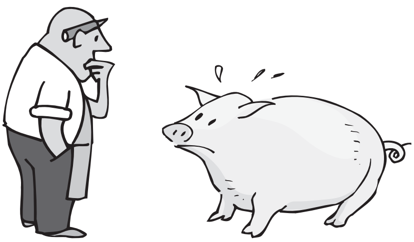
c) ¿Y el comprador?

a) $2\,\%\text{ de }150\,000 = \dfrac{2\cdot 150\,000}{100} = 3\,000$ €

b) $\dfrac{2}{3}$ de $3\,000 = 2\,000$ € le pagará el vendedor.

c) $3\,000 - 2\,000 = 1\,000$ € le pagará el comprador.

082 **Para calcular la cantidad de carne que tiene un cerdo, a su peso hay que quitarle un 40 % de vísceras y huesos y un 15 % de grasa. Si un cerdo pesa 184 kg, ¿qué cantidad de carne tiene?**



Vísceras: 40 % de 184 $= \dfrac{40 \cdot 184}{100} = 73{,}6$ kg

Grasa: 15 % de 184 $= \dfrac{15 \cdot 184}{100} = 27{,}6$ kg

$184 - (73{,}6 + 27{,}6) = 82{,}8$ kg de carne

083 **Un CD de música cuesta 16 €, pero al comprar tres hacen un 10 % de descuento. ¿Cuánto costarán 6 CD de música teniendo en cuenta el descuento?**

$16 \cdot 6 = 96$ € 10 % de 96 = 9,60 € de descuento por cada CD.

Los 6 CD cuestan: $96 - 9{,}6 = 86{,}40$ €.

084 **Tres de cada 5 alumnos han tenido la gripe. Expresa este dato en forma de porcentaje.**

$\dfrac{3}{5} = \dfrac{3 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \dfrac{60}{100} = 0{,}6 \rightarrow$ 60 % de los alumnos tuvieron la gripe.

085 **Cuatro de cada siete españoles salen de vacaciones al extranjero una vez al año. Si España tiene una población aproximada de 45 millones de personas, ¿cuál es el número aproximado de españoles que viajan al extranjero?**

Si de 7 españoles $\xrightarrow{\text{viajan al extranjero}}$ 4

de 45 000 000 $\xrightarrow{\text{viajarán}}$ x

$\dfrac{7}{45\,000\,000} = \dfrac{4}{x} \rightarrow 7 \cdot x = 45\,000\,000 \cdot 4 \rightarrow$

$\rightarrow x = \dfrac{180\,000\,000}{7} \approx 25\,714\,286$ españoles viajan al extranjero.

086 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE DIVIDE UNA CANTIDAD TOTAL EN PORCENTAJES?

Observamos a un caracol durante tres horas. La primera hora recorre 30 cm; la segunda, 10 cm, y la tercera, 40 cm. Expresa en tanto por ciento la distancia que ha recorrido cada hora.

PRIMERO. Se halla la cantidad total.

$$30 + 10 + 40 = 80 \text{ cm}$$

SEGUNDO. Con esa cantidad total y las partes (cantidades recorridas cada hora) se calculan los porcentajes.

En la primera hora:

$$\begin{aligned} &\text{Si de } 80 \text{ cm} \longrightarrow 30 \text{ cm recorridos} \\ &\text{de } 100 \text{ cm} \longrightarrow x \text{ cm recorridos} \end{aligned}$$

$$\frac{80}{100} = \frac{30}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 30}{80} = 37{,}5\,\%$$

En la segunda hora:

$$\frac{80}{100} = \frac{10}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 10}{80} = 12{,}5\,\%$$

Y en la tercera hora:

$$100\% - (37{,}5\% + 12{,}5\%) = 50\%$$

087 ●●

En una fábrica de automóviles se han fabricado coches de tres modelos diferentes. Del primer modelo se han fabricado 1225 unidades, del segundo modelo, 820, y del tercero, 1024. Calcula los porcentajes correspondientes a cada modelo.

Total de coches: $1\,225 + 820 + 1\,024 = 3\,069$

$$\begin{aligned} &\text{Si de } 3\,069 \text{ coches} \xrightarrow{\text{primer modelo}} 1\,225 \\ &\text{de } 100 \longrightarrow x \end{aligned}$$

$$\frac{3\,069}{100} = \frac{1\,225}{x} \rightarrow 3\,069 \cdot x = 100 \cdot 1\,225$$

$$\rightarrow x = \frac{122\,500}{3\,069} = 39{,}9\,\% \text{ del primer modelo}$$

$$\begin{aligned} &\text{Si de } 3\,069 \text{ coches} \xrightarrow{\text{segundo modelo}} 820 \\ &\text{de } 100 \longrightarrow x \end{aligned}$$

$$\frac{3\,069}{100} = \frac{820}{x} \rightarrow 3\,069 \cdot x = 100 \cdot 820$$

$$\rightarrow x = \frac{82\,000}{3\,069} = 26{,}7\,\% \text{ del segundo modelo.}$$

Del tercer modelo habrá: $100 - (39{,}9 + 26{,}7) = 33{,}4\,\%$

088 ●● **En un instituto de 1100 alumnos, se comprobó que 350 son rubios, 200 tienen los ojos azules y a 750 les gusta el fútbol. Expresa estas cantidades en porcentajes.**

$$\text{Si de } 1\,100 \text{ alumnos} \xrightarrow{\text{son rubios}} 350$$
$$\text{de } 100 \xrightarrow{\hspace{6em}} x$$

$$\frac{1100}{100} = \frac{350}{x} \rightarrow 1100 \cdot x = 100 \cdot 350$$
$$\rightarrow x = \frac{35\,000}{1100} = 31{,}81\,\% \text{ son rubios.}$$

$$\text{Si de } 1100 \text{ alumnos} \xrightarrow{\text{tienen los ojos azules}} 200$$
$$\text{de } 100 \xrightarrow{\hspace{6em}} x$$

$$\frac{1100}{100} = \frac{200}{x} \rightarrow 1100 \cdot x = 100 \cdot 200$$
$$\rightarrow x = \frac{20\,000}{1100} = 18{,}18\,\% \text{ tienen los ojos azules.}$$

$$\text{Si de } 1\,100 \text{ alumnos} \xrightarrow{\text{les gusta el fútbol}} 750$$
$$\text{de } 100 \xrightarrow{\hspace{6em}} x$$

$$\frac{1100}{100} = \frac{750}{x} \rightarrow 1100 \cdot x = 100 \cdot 750$$
$$\rightarrow x = \frac{75\,000}{1100} = 68{,}18\,\% \text{ les gusta el fútbol.}$$

089 ● **El 24 % de los alumnos de una clase de Matemáticas aprueban con notable o sobresaliente. Si en la clase hay 25 alumnos, averigua cuántos obtienen una calificación menor que notable.**

24 % de 25 = 6 alumnos aprueban con notable o sobresaliente.

25 − 6 = 19 alumnos obtienen una calificación menor que notable.

090 ● **En mi buzón de correos había cartas de amigos y cartas del banco. Si había en total 40 cartas y el 25 % es de cartas del banco, averigua el número de cartas de amigos.**

$$25\,\% \text{ de } 40 = \frac{25 \cdot 40}{100} = 10 \text{ cartas son del banco y } 40 - 10 = 30 \text{ de amigos.}$$

091 En la dieta mediterránea se consume diariamente un 55 % de glúcidos, un 30 % de lípidos y un 15 % de proteínas. Si cada día se consumen 2 500 calorías, averigua qué cantidad de calorías corresponde a los glúcidos, los lípidos y las proteínas.

Glúcidos: 55 % de 2 500 $= \frac{55 \cdot 2\,500}{100} =$ 1 375 calorías

Lípidos: 30 % de 2 500 $= \frac{30 \cdot 2\,500}{100} =$ 750 calorías

Proteínas: 15 % de 2 500 $= \frac{15 \cdot 2\,500}{100} =$ 375 calorías

092 Decidimos hacer una excursión escolar. El 20 % de los alumnos de la clase quiere ir al Museo de la Ciencia, mientras que el 60 % quiere ir al Planetario. Si 15 alumnos deciden ir al Planetario, ¿cuántos alumnos han elegido la otra excursión? ¿Cuántos alumnos habrá en la clase?

$\frac{100}{x} = \frac{60}{15} \rightarrow x = \frac{1\,500}{60} =$ 25 alumnos hay en la clase.

20 % de 25 = 5 alumnos deciden ir al Museo de la Ciencia.

093 Un artesano tejió una pieza de tela en cuatro días: el primer día hizo 6,25 m, el segundo día 5,70 m, el tercero 7 m y, por último, el cuarto día hizo 8,05 m. ¿Cuánto medía dicha pieza? Averigua el porcentaje que tejió cada día.

La pieza media: 6,25 + 5,70 + 7 + 8,05 = 27 m

Primer día: $\frac{27}{100} = \frac{6,25}{x} \rightarrow x = \frac{6,25 \cdot 100}{27} = 23,14\,\%$

Segundo día: $\frac{27}{100} = \frac{5,70}{x} \rightarrow x = \frac{5,70 \cdot 100}{27} = 21,11\,\%$

Tercer día: $\frac{27}{100} = \frac{7}{x} \rightarrow x = \frac{7 \cdot 100}{27} = 25,92\,\%$

Cuarto día: 100 % − (23,14 + 21,11 + 25,92) = 29,83 %

094 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA EL PRECIO INICIAL SABIENDO EL PRECIO REBAJADO?

He comprado una bufanda por 12,60 € que estaba rebajada un 10%. ¿Cuál era su precio antes del descuento?

PRIMERO. Se ponen los datos en forma de regla de tres.

Si de 100 ⟶ 90
de precio ⟶ 12,60

PRIMERO. Se halla la cantidad que falta en la proporción.

$$\text{Precio} = \frac{100 \cdot 12,60}{90} = 14\ €$$

095 ●● **El precio de venta al público de un coche, incluido el 16 % de IVA, es de 15 442 €. ¿Cuál será su precio sin IVA?**

Si x el precio del coche, el precio con IVA será: 116 % de x

$$116\,\%\text{ de } x = 15\,442 \rightarrow \frac{116}{100}\cdot x = 15\,442 \rightarrow x = 13\,312{,}07\text{ € sin IVA}$$

096 ●●● **Antonio se ha comprado dos camisas y ha pagado por ellas 72,50 €. Si al pagar le han hecho un 12 % de descuento, y las dos camisas tenían el mismo precio, ¿cuánto costaba cada camisa antes de la rebaja?**

Si x el precio de las camisas, el precio con descuento será: 88 % de x

$$88\,\%\text{ de } x = 72{,}50\text{ €} \rightarrow \frac{88\cdot x}{100} = 72{,}50 \rightarrow x = \frac{7\,250}{88} = 82{,}38\text{ €}$$

Cada camisa costaba: 82,38 : 2 = 41,19 € antes de la rebaja

097 ●●● **Según una estadística realizada en un instituto, 2 de cada 3 alumnos tienen caries. Si en la ciudad se ha encuestado a 36 000 personas, ¿cuántas tienen caries? ¿Y si las personas encuestadas son 72 000?**

Si de 3 alumnos $\xrightarrow{\text{tienen caries}}$ 2

de 36 000 personas $\longrightarrow$ x

$$\frac{3}{36\,000} = \frac{2}{x} \rightarrow x = \frac{72\,000}{3} = 24\,000\text{ personas tienen caries.}$$

Si la relación entre el n.º de personas y las que padecen caries fuera de proporcionalidad, al doble de personas, 72 000 le correspondería el doble de afectados: 24 000 · 2 = 48 000 tendrían caries.

098 ●●● **Una fruta parecida a una sandía pesa 2 kg, siendo el 98 % de agua. Si la dejamos un día al sol, parte del agua se evapora, quedándose la cantidad de agua en el 95 % del peso. ¿Cuál es ahora el peso de la fruta?**

$$\frac{98\cdot 2}{100} = 1{,}96\text{ kg es agua.}$$

Agua que se evapora: x

Peso de la fruta: $2 - x$ kg $\longrightarrow$ 100 %

Peso del agua: $1{,}96 - x$ kg $\longrightarrow$ 95 %

$$\frac{2-x}{1{,}96-x} = \frac{100}{95} \rightarrow x = \frac{6}{5} = 1{,}2\text{ kg de pérdida}$$

El peso actual es: 2 − 1,2 = 0,8 kg

099 Demuestra, con tres ejemplos distintos, esta propiedad de las proporciones.

La suma de los antecedentes de una proporción dividida entre la suma de los consecuentes es igual a la constante de proporcionalidad.

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \rightarrow \frac{a+c}{b+d} = k$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12} = 0{,}25 \rightarrow \frac{1+3}{4+12} = \frac{4}{16} = 0{,}25$$

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15} = 0{,}4 \rightarrow \frac{2+6}{5+15} = \frac{8}{20} = 0{,}4$$

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} = 0{,}75 \rightarrow \frac{3+15}{4+20} = \frac{18}{24} = 0{,}75$$

100 Señala cuáles de los siguientes problemas se pueden resolver con esta regla de tres:

$$\frac{60}{150} = \frac{8}{x}$$

a) Un granjero tiene 60 gallinas. Si vende 8 gallinas y después compra 150, ¿cuántas gallinas tendrá?

b) En un almacén hay alimentos para 150 personas durante 8 días. Si solo fuesen 60 personas, ¿para cuántos días tendrían comida?

c) Para pintar 60 m^2 de pared se han gastado 8 kilos de pintura. ¿Cuántos se necesitarán para pintar 150 m^2?

El apartado c) es una proporción directa con esas magnitudes.

101 Al medir una serie de longitudes, varios alumnos han cometido el error que viene expresado en la tabla.

¿Quién crees que ha cometido mayor error?

Alumno	Medida	Error
Enrique	18,5 m	90 cm
Félix	5 m	13 cm
Carlos	12 m	16 cm
Pilar	10,8 m	80 cm
Domingo	3 m	10 cm

Enrique: $\frac{90}{1850} = 0{,}0\widehat{486}$

Félix: $\frac{13}{500} = 0{,}025$

Carlos: $\frac{16}{1200} = 0{,}01\widehat{3}$

Pilar: $\frac{80}{1080} = 0{,}\widehat{074}$

Domingo: $\frac{10}{300} = 0{,}0\widehat{3}$

Pilar ha cometido el mayor error relativo.

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

102 ●●● **La compra de comida para abastecer el comedor del colegio se hace mensualmente. Aunque existen ofertas en los supermercados cercanos al colegio, los responsables de esta tarea no les prestan atención.**

El consejo directivo quiere controlar de manera más exhaustiva el gasto del comedor, por lo que están estudiando las ofertas de zumos.

Todas estas ofertas se refieren al mismo tipo de botella de zumo y a idéntico precio por unidad.

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

Si una botella de zumo cuesta 1,15 €:

a) ¿Cuánto cuestan 2 botellas si la oferta es «compra uno y llévate otro a mitad de precio»?

b) ¿Cuánto cuestan 2 botellas si la oferta es «30 % de descuento»?

c) ¿Cuánto cuestan 3 botellas si la oferta es «3 × 2»?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

d) Si una botella de zumo cuesta 1,15 €, ¿cuánto cuestan 6 botellas atendiendo a las distintas ofertas?

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

e) Si se compran 240 botellas de zumo al mes, ¿cuál crees que será la oferta más ventajosa?

a) $1{,}15 + \dfrac{1{,}15}{2} = 1{,}725$ €

b) $1{,}15 \cdot 2 = 2{,}30$ €
30 % de 2,30 € = 0,69 €
Precio final = 2,30 − 0,69 = 1,61 €

c) $2 \cdot 1{,}15 = 2{,}30$ € y nos regalan 1 botella.

d) Con la oferta compramos una y la segunda a mitad de precio:

Si 2 botellas cuestan 1,725 €, 6 botellas cuestan: $1{,}725 \cdot 3 = 5{,}175$ €

Con la oferta 30 % de descuento:

$1{,}15 \cdot 6 \cdot 0{,}70 = 4{,}83$ €

Con la oferta de 3 × 2:

Si 3 botellas cuestan 2,30 €, 6 botellas cuestan: $2 \cdot 2{,}30 = 4{,}60$ €

Con la oferta de 6 × 5:

$5 \cdot 1{,}15 = 5{,}75$ €

e) Con la oferta compramos una y la segunda a mitad de precio:

$$\frac{240}{2} \cdot 1{,}725 = 207 \text{ €}$$

Oferta del 30 % de descuento:

$1{,}15 \cdot 240 \cdot 0{,}70 = 193{,}30$ €

Con la oferta de 3 × 2:

$$\frac{240}{3} \cdot 2{,}30 = 184 \text{ €}$$

Con la oferta de 6 × 5:

$$\frac{240}{6} \cdot 5{,}75 = 230 \text{ €}$$

103 ●●●

Maquinaria Torreón compra máquinas que después vende a empresas constructoras aumentando un 20 % su precio.

Sin embargo, se encuentran con el problema de que sus clientes siempre piden un descuento y ellos no quieren disminuir sus beneficios.

Eres capaz de… Comprender

a) Si el beneficio de la empresa es el 20 % del precio de venta, ¿cuál es el beneficio de una máquina que cuesta 4 250 €?

b) ¿Cuál debe ser el precio de venta de esa máquina si la empresa quiere ganar un 20 %?

c) Si un cliente pide un descuento para comprar esa máquina, y la empresa decide reducirle el precio un 5 %, ¿cuál es el precio final de la máquina?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

d) Para realizar ese descuento, delante del cliente, sin perjudicar sus ganancias, a su gerente, Joaquín Cárdenas, se le ha ocurrido una idea:

¿Cuál será ahora el precio de venta de la máquina de 4 250 €?

e) ¿A cuánto ascenderá la rebaja que se hará delante del cliente? ¿Cuál será el precio final que pagará el cliente por la máquina?

f) ¿A cuánto ascenderán los beneficios de la venta para la empresa?

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

g) ¿Crees que con la idea del gerente los beneficios seguirán siendo los mismos?

a) $4\,250 \cdot 0{,}20 = 850$ € de beneficio

b) $4\,250 + 4\,250 \cdot 0{,}20 = 5\,100$ € debe ser el precio de venta.

c) $5\,100 - 5\,100 \cdot 0{,}05 = 4\,845$ € precio final de la máquina.

d) $4\,250 + 0{,}25 \cdot 4\,250 = 5\,312{,}50$ €

e) $5\,312{,}5 \cdot 0{,}05 = 265{,}625$ € rebaja delante del cliente
$5\,312{,}5 - 265{,}625 = 5\,046{,}875$ € precio final que pagará.

f) $5\,046{,}875 - 4\,250 = 796{,}875$ € beneficio para la empresa

g) No son los mismos, con la segunda opción ganan menos que con la primera.

9 Rectas y ángulos

El nacimiento de un signo

Desde que María Tudor había subido al trono, Robert Recorde vivía atemorizado de que alguna denuncia lo llevara a la cárcel, cuando no a la hoguera.

Robert Recorde había desempeñado importantes cargos cuando reinó Eduardo, el hermanastro de María, y aunque continuaba teniendo un buen cargo, sentía que sus enemigos eran ahora muy poderosos.

Sus cavilaciones cesaron cuando abrió la puerta de la imprenta donde trabajaban en su última creación: *La piedra de afilar el ingenio*. El artesano que imprimía el libro se levantó para saludarlo:

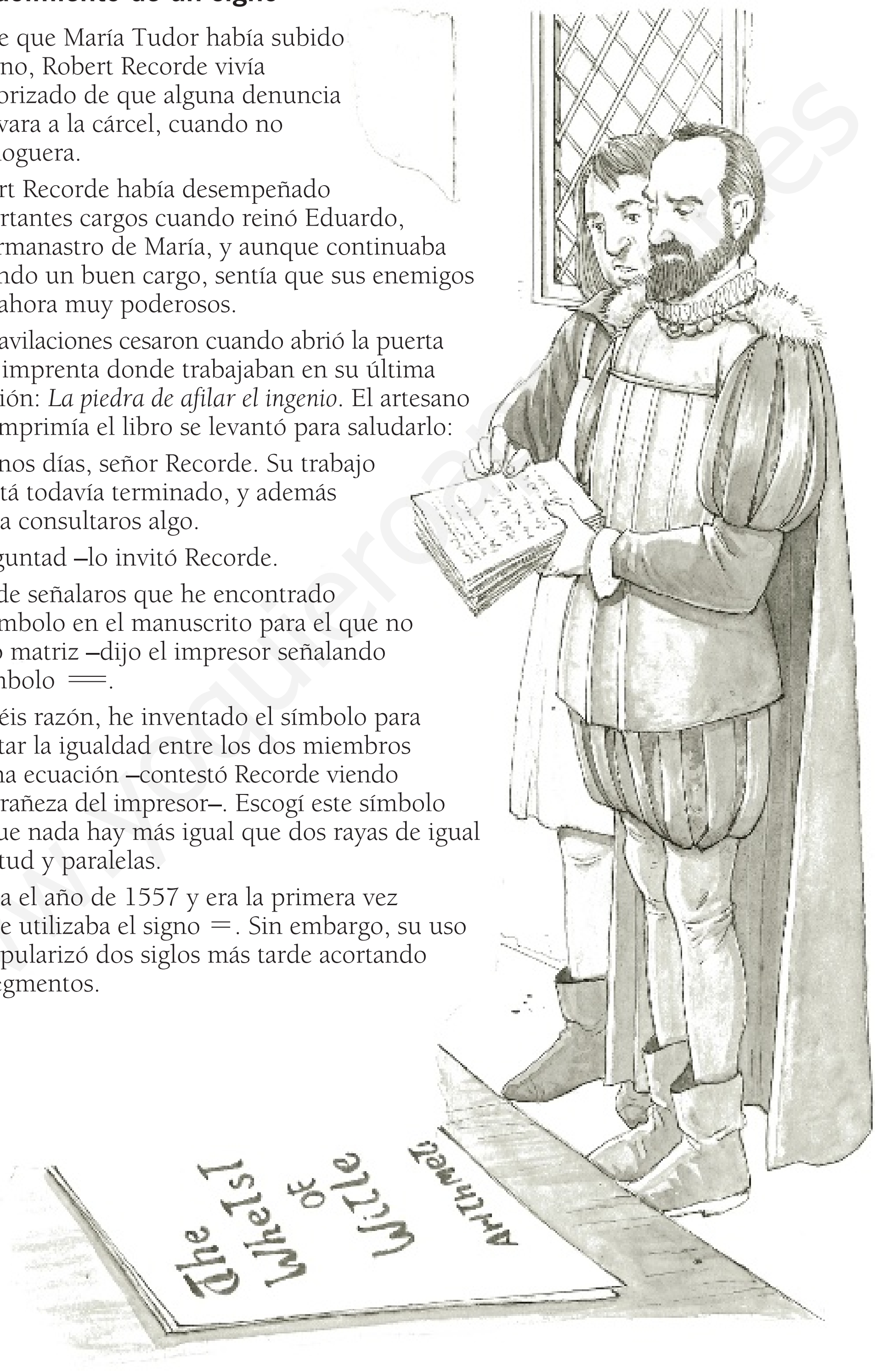
–Buenos días, señor Recorde. Su trabajo no está todavía terminado, y además quería consultaros algo.

–Preguntad –lo invitó Recorde.

–He de señalaros que he encontrado un símbolo en el manuscrito para el que no tengo matriz –dijo el impresor señalando el símbolo $=\!=$.

–Tenéis razón, he inventado el símbolo para denotar la igualdad entre los dos miembros de una ecuación –contestó Recorde viendo la extrañeza del impresor–. Escogí este símbolo porque nada hay más igual que dos rayas de igual longitud y paralelas.

Corría el año de 1557 y era la primera vez que se utilizaba el signo $=$. Sin embargo, su uso se popularizó dos siglos más tarde acortando los segmentos.



DESCUBRE LA HISTORIA...

1 **Robert Recorde nació en Gales en el seno de una familia acomodada. Busca información sobre su vida y su relación con la corte.**

Una pequeña reseña sobre la biografía de Robert Recorde la puedes encontrar en:
http://www.biografiasyvidas.com/biografia/r/recorde.htm
Una biografía más extensa se encuentra en este enlace inglés:
http://www.100welshheroes.com/en/biography/robertrecorde

2 **¿Qué símbolo utiliza Recorde para expresar la igualdad? ¿Por qué eligió este signo?**

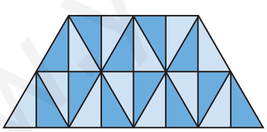
En esta página aparecen múltiples curiosidades sobre el mundo de las matemáticas, la número 15 habla de Robert Recorde:
http://www.elrincondenorbert.com/2008/05/curiosidades-matematicas.html

3 **¿Cuál se considera la principal contribución de Robert Recorde al estudio de las matemáticas?**

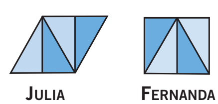
Una relación sobre las aportaciones a las matemáticas de Robert Recorde aparece en esta página:
http://es.wikipedia.org/wiki/Robert_Recorde
También se pueden consultar sus aportaciones en esta página inglesa:
http://www.bbc.co.uk/dna/h2g2/alabaster/A7269690

EVALUACIÓN INICIAL

1 **Considera esta figura:**



Si las unidades de medida de Julia y Fernanda son:



JULIA FERNANDA

¿Qué medida ha obtenido cada una de ellas?

JULIA: 24 : 4 = 6 unidades FERNANDA 24 : 4 = 6 unidades

2 **Completa las siguientes igualdades con las unidades adecuadas.**

a) 512,4 D = 5,124 □ = 5 124 □ **b) 13,18 C = 0,1318 □ = 131,8 □**

a) 512,4 D = 5,124 UM = 5 124 U b) 13,18 C = 0,1318 DM = 131,8 D

3 **Expresa en litros.** **a) 4,25 kl 3,27 hl 4,81 dl** **b) 13,4 dal 21,5 ℓ 7,25 dl**

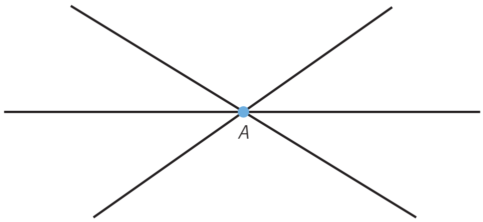
a) 4 250 + 327 + 0,481 = 4 577,481 ℓ

b) 134 + 21,5 + 0,725 = 156,225 ℓ

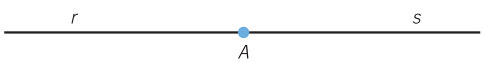
Rectas y ángulos

EJERCICIOS

001 **Dibuja un punto en tu cuaderno y traza tres líneas rectas que lo contengan.**



002 **Traza una recta en tu cuaderno, sitúa un punto sobre ella y nombra las dos semirrectas que resultan.**



003 **Dibuja un segmento de 5 cm de longitud y nómbralo señalando sus extremos.**

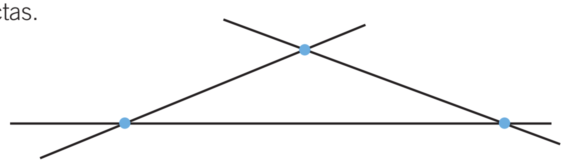
004 **Traza una recta, marca tres puntos y señala cuántas semirrectas y segmentos se forman. Márcalos con distintos colores y nómbralos.**

Hay seis semirrectas, ya que cada punto da lugar a dos semirrectas.
Se forman tres segmentos: *AB*, *BC* y *AC*.

005 **¿Cuántas rectas puedes dibujar que pasen por dos de los tres puntos?**

a) ● ● ● **b)** ● ● ●

a) Una sola recta, porque los puntos están alineados.
b) Tres rectas.

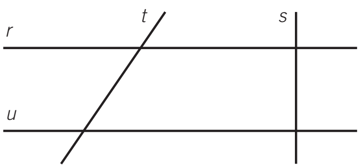


006 **Estudia la posición relativa de las rectas que se determinan en estos casos.**

a) Las vías del tren.
b) Las tres calles que convergen en una rotonda.
c) Los bordes de los peldaños de una escalera.
d) El largo y el ancho de una ventana.
e) Los radios de la rueda de una bicicleta.
f) Las huellas de un trineo en la nieve.

a) Paralelas.
b) Secantes.
c) Paralelas.
d) Perpendiculares.
e) Secantes.
f) Paralelas.

007 **Clasifica las siguientes rectas.**



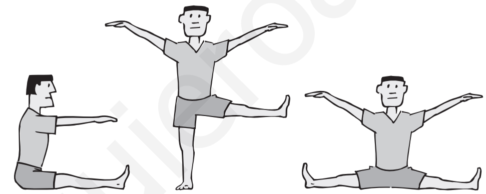
a) ***r*** **y** ***s***
b) ***r*** **y** ***t***
c) ***u*** **y** ***t***
d) ***r*** **y** ***u***

a) Rectas perpendiculares.
b) Rectas secantes.
c) Rectas secantes.
d) Rectas paralelas.

008 **¿Cuántas rectas perpendiculares a una recta dada puedes trazar? ¿Y paralelas?**

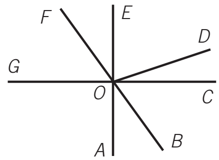
A una recta dada se le pueden trazar infinitas rectas perpendiculares e infinitas rectas paralelas.

009 **Señala el nombre de los ángulos que forman las piernas de los gimnastas.**



Ángulo nulo. Ángulo recto. Ángulo llano.

010 **Indica en esta figura cuáles son los ángulos agudos, rectos y obtusos.**

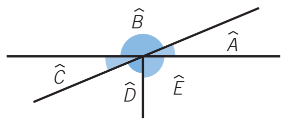


Denominamos *O* al punto de corte de las rectas.
Ángulos agudos: $\widehat{COD}$; $\widehat{DOE}$; $\widehat{EOF}$; $\widehat{FOG}$; $\widehat{AOB}$ y $\widehat{BOC}$.
Ángulos rectos: $\widehat{COE}$; $\widehat{EOG}$; $\widehat{GOA}$ y $\widehat{AOC}$.
Ángulos obtusos: todos los demás, por ejemplo, $\widehat{COF}$; $\widehat{DOF}$; $\widehat{DOG}$; $\widehat{EOB}$ y $\widehat{FOD}$.

011 **Las esquinas de tu clase forman ángulos. ¿De qué tipo son? Pon un ejemplo real con los diferentes tipos de ángulos.**

Las esquinas de la clase forman ángulos rectos.
Dos radios consecutivos de una bicicleta forman un ángulo agudo.
Las agujas de un reloj, marcando las doce y veinte, forman un ángulo obtuso.

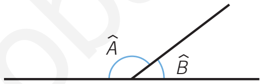
012 **Observa la figura.**



a) Indica qué ángulos son opuestos por los vértices.
b) Señala los ángulos adyacentes.

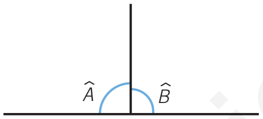
a) Ángulos opuestos por el vértice: $\widehat{A}$ y $\widehat{C}$.
b) Ángulos adyacentes: $\widehat{A}$ y $\widehat{B}$; $\widehat{C}$ y $\widehat{B}$.

013 **Observa los siguientes ángulos y contesta.**
¿Son adyacentes $\widehat{A}$ y $\widehat{B}$? ¿Y suplementarios?



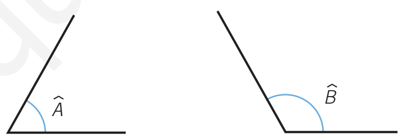
Los ángulos $\widehat{A}$ y $\widehat{B}$ son adyacentes y suplementarios.

014 **¿Cómo tienen que ser los lados de dos ángulos adyacentes para que sean iguales?**

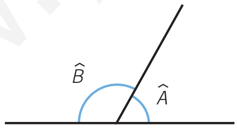


Los lados tienen que ser perpendiculares.

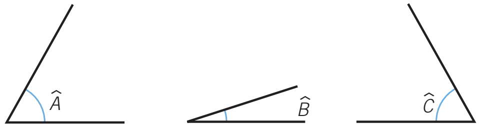
015 **Suma estos ángulos:**

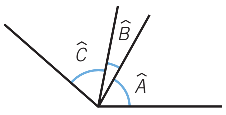


Puedes usar la regla y el compás para dibujarlos en tu cuaderno.

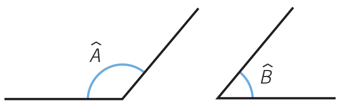


016 **Suma en tu cuaderno los ángulos.**





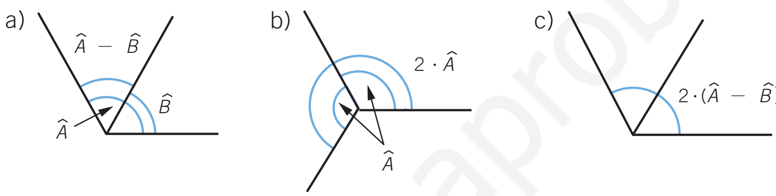
017 **Dibuja dos ángulos suplementarios.**



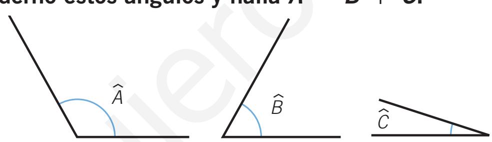
$\widehat{A}$ y $\widehat{B}$ son suplementarios.

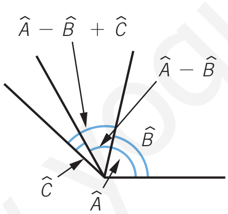
018 **Dibuja estos ángulos en tu cuaderno, y realiza las operaciones que se indican.**

a) $\widehat{A} - \widehat{B}$ **b)** $2 \cdot \widehat{A}$ **c)** $2 \cdot (\widehat{A} - \widehat{B})$



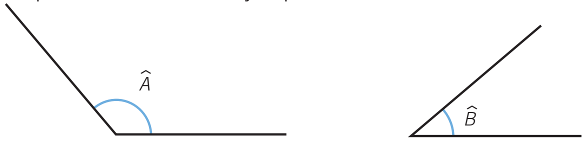
019 **Dibuja en tu cuaderno estos ángulos y halla** $\widehat{A} - \widehat{B} + \widehat{C}$**.**





020 **Dibuja dos ángulos** $\widehat{A}$ **y** $\widehat{B}$**, tales que** $\widehat{A} - \widehat{B}$ **sea un ángulo recto.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:



021 **Expresa en minutos.**

a) **90°** **b)** **45°** **c)** **150°** **d)** **75°** **e)** **280°** **f)** **140°**

¿Cuántos segundos son?

a) 90° = 5 400′ = 324 000″
b) 45° = 2 700′ = 162 000″
c) 150° = 9 000′ = 540 000″
d) 75° = 4 050′ = 270 000″
e) 280° = 16 800′ = 1 008 000″
f) 140° = 8 400′ = 504 000″

022 **Expresa en segundos.**

a) 2° 3′ 40″ **b) 3° 42″**

a) 2 · 3 600 + 3 · 60 + 40 = 7 420″

b) 3 · 3 600 + 42 = 10 842″

023 **Expresa en forma compleja estas medidas de ángulos.**

a) 14 824″ **b) 832′** **c) 18,5°** **d) 24,8′**

a) 4° 7′ 4″

b) 13° 52′

c) 18,5° = 1 110′ = 18° 30′

d) 24,8′ = 1 488″ = 24′ 48″

024 **Un ángulo mide 2 710″ y otro mide 1 506″. ¿Cuántos grados, minutos y segundos mide más el primero que el segundo?**

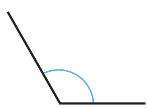
2 710 − 1 506 = 1 204″

1 204″ = 20′ 4″

El primero mide más que el segundo 20′ 4″.

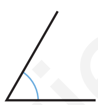
025 **Mide con tu transportador estos ángulos.**

a)



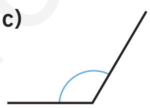
120°

b)



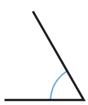
60°

c)



120°

d)

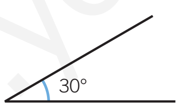


60°

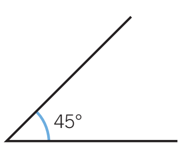
026 **Dibuja estos ángulos.**

a) 30° **b) 45°** **c) 160°** **d) 180°**

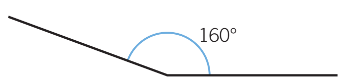
a)



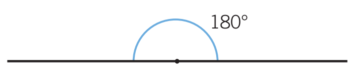
b)



c)



d)

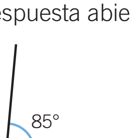


027 **Dibuja.**

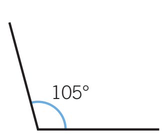
a) Un ángulo agudo mayor de 80°. **b) Un ángulo obtuso menor de 100°.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)

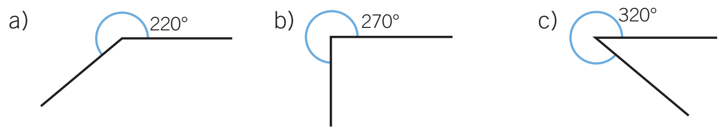


b)



028 **Dibuja los siguientes ángulos.**

a) 220° **b) 270°** **c) 320°**



029 **Realiza esta operación y simplifica.**

$$\begin{array}{r} \mathbf{32°\ 39'\ 48''} \\ +\ \mathbf{45°\ 34'\ 33''} \\ \hline 77°\ 73'\ 81'' \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{81'' = 1'\ 21''} \\ \boxed{74' = 1°\ 14'} \end{array}$$

$$32°\ 39'\ 48'' + 45°\ 34'\ 33'' = 78°\ 14'\ 21''$$

030 **Haz la siguiente suma:**

$$\begin{array}{r} \mathbf{32°\ 41'\ 40''} \\ +\ \mathbf{15°\ 18'} \\ \hline 47°\ 59'\ 40'' \end{array}$$

$$32°\ 41'\ 40'' + 15°\ 18' = 47°\ 59'\ 40''$$

031 **Calcula la suma.**

$$\mathbf{(30°\ 40') + (15'\ 18'') + (38°\ 45'')}$$

$$\begin{array}{rrr} 30° & 40' & \\ & 15' & 18'' \\ +\ 38° & & 45'' \\ \hline 68° & 55' & 63'' \end{array} \quad \boxed{63'' = 1'\ 3''}$$

$$(30°\ 40') + (15°\ 18'') + (38°\ 45'') = 68°\ 56'\ 3''$$

032 **Un ángulo $\widehat{A}$ mide 8° 15′ 12″, otro ángulo $\widehat{B}$ mide 3° 40′, y la medida de un tercer ángulo $\widehat{C}$ es 8° 15′ 40″.**

¿Cuánto mide la suma de los tres ángulos?

$$\begin{array}{r} 8°\ 15'\ 12'' \\ 3°\ 40' \\ +\ 8°\ 15'\ 40'' \\ \hline 19°\ 70'\ 52'' \end{array} \quad \boxed{70' = 1°\ 10'}$$

$$(8°\ 15'\ 12'') + (3°\ 40') + (8°\ 15'\ 40'') = 20°\ 10'\ 52''$$

033 **Realiza la siguiente operación:**

$$\begin{array}{r} \mathbf{62°\ 39'\ 48''} \\ -\ \mathbf{45°\ 34'\ 33''} \\ \hline 17°\ \ \ 5'\ 15'' \end{array}$$

$$62°\ 39'\ 48'' - 45°\ 34'\ 33'' = 17°\ 5'\ 15''$$

034 **Haz esta resta:**

$$\begin{array}{r} \mathbf{70°\ 12'\ 40''} \\ \mathbf{-\ 15°\ 18'} \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1° = 60'} \begin{array}{r} 69°\ 72'\ 40'' \\ -\ 15°\ 18' \\ \hline 54°\ 54'\ 40'' \end{array}$$

035 **Calcula y simplifica.**

$$\mathbf{(45°\ 30'\ 49'') - (12'\ 57'') - (56'')}$$

$$\begin{array}{r} 45°\ 30'\ 49'' \\ -\ \quad 12'\ 57'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1' = 60''} \begin{array}{r} 45°\ 29'\ 109'' \\ -\ \quad 12'\ 57'' \\ \hline 45°\ 17'\ 52'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45°\ 17'\ 52'' \\ -\ \quad 56'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1' = 60''} \begin{array}{r} 45°\ 16'\ 112'' \\ -\ \quad 56'' \\ \hline 45°\ 16'\ 56'' \end{array}$$

036 **Calcula los ángulos complementarios y suplementarios del ángulo $\hat{A}$, que mide 63° 49′ 27″. ¿Son únicos esos ángulos?**

Ángulo complementario

$$\begin{array}{r} 90° \\ -\ 63°\ 49'\ 27'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1° = 60'} \begin{array}{r} 89°\ 60' \\ -\ 63°\ 49'\ 27'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1' = 60''} \begin{array}{r} 89°\ 59'\ 60'' \\ -\ 63°\ 49'\ 27'' \\ \hline 26°\ 10'\ 33'' \end{array}$$

Ángulo suplementario

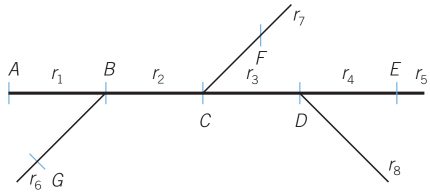
$$\begin{array}{r} 180° \\ -\ 63°\ 49'\ 27'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1° = 60'} \begin{array}{r} 179°\ 60' \\ -\ 63°\ 49'\ 27'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1' = 60''} \begin{array}{r} 179°\ 59'\ 60'' \\ -\ 63°\ 49'\ 27'' \\ \hline 116°\ 10'\ 33'' \end{array}$$

Los ángulos complementarios de 63° 49′ 27″ son de la forma 26° 10′ 33″ $+ k \cdot 360°$, y los suplementarios, 116° 10′ 33″ $+ k \cdot 360°$, siendo $k = 1, 2, 3\ldots$

ACTIVIDADES

037 **Dibuja una línea recta en tu cuaderno, marca de rojo una semirrecta y de verde un segmento de longitud 2 cm.**

038 **Fíjate en el dibujo, y realiza las siguientes actividades.**



a) Nombra las semirrectas.

b) Señala el nombre de los segmentos.

c) ¿Qué segmentos tienen en común el extremo *D*?

a) Hay ocho semirrectas. Ejemplo: r_1, la semirrecta de origen A y que pasa por B, r_2, la semirrecta de origen B que pasa por C, …

b) Nos encontramos con 11 segmentos. Ejemplo: $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, …

c) Hay cuatro: $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{BD}$ y $\overline{AD}$.

039 ●

Observa el plano y contesta.

Si consideras las calles como líneas rectas:

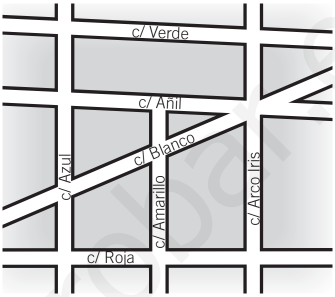
a) ¿Qué calles son paralelas a la calle Arco Iris?

b) ¿Qué calles son perpendiculares a la calle Arco Iris?

c) ¿Cuáles son secantes a la calle Arco Iris?

d) ¿Cómo son entre sí las calles Añil y Verde?

e) ¿Cómo son entre sí las calles Roja y Añil?



a) La calle Amarillo y la calle Azul.

b) La calle Roja.

c) La calle Blanco, la calle Añil, la calle Roja y la calle Verde.

d) Son paralelas.

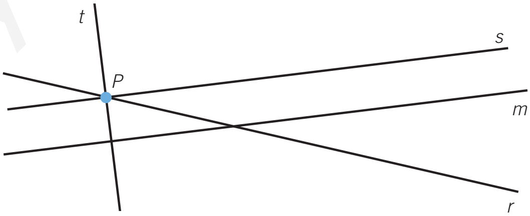
e) Son secantes.

040 ●

Dibuja en tu cuaderno la recta *m* y marca un punto *P*.

Dibuja tres rectas: una paralela, una secante y otra perpendicular a la recta *m*, y haz que pasen por el punto *P*.

Clasifica, dos a dos, las rectas que has dibujado.



– Las rectas s y t son perpendiculares.

– Las rectas r y t son secantes.

– Las rectas r y s son secantes.

041 ●●

¿Cuántos puntos se necesitan, como mínimo, para definir una recta? ¿Y como máximo?

Como mínimo se necesitan dos puntos, y como máximo infinitos, porque una recta está formada por infinitos puntos alineados.

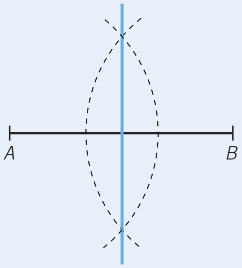
042 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE TRAZA LA MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO?

Dibuja un segmento *AB* de 8 cm y traza con regla y compás su mediatriz.

La **mediatriz de un segmento** es la recta que pasa por su punto medio y es perpendicular al mismo.

Para construirla se siguen estos pasos:



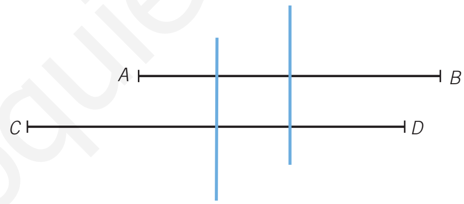
PRIMERO. Se pincha el compás en cada uno de los extremos, y con amplitud el segmento, se dibuja una circunferencia.

SEGUNDO. Se unen con una recta los puntos de intersección de las circunferencias.

Esta recta es la mediatriz del segmento *AB*.

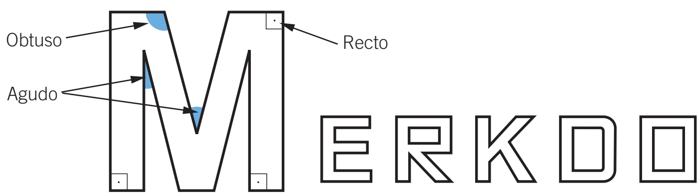
043 ●● **Dibuja dos segmentos, *AB* y *CD*, paralelos entre sí, de 8 cm y 10 cm, y traza con la escuadra sus mediatrices.**

¿Cómo son entre sí las mediatrices?



Las mediatrices de ambos segmentos son paralelas.

044 ● **Escribe estas letras en tu cuaderno, y señala de color rojo los ángulos agudos, de azul los rectos y de amarillo los obtusos.**



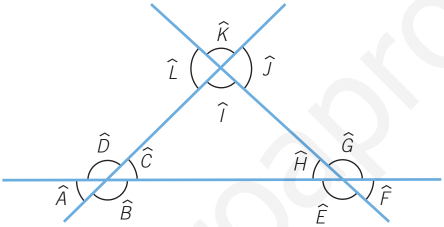
En cada vértice tenemos dos ángulos, uno exterior y otro interior, que clasificamos de forma análoga a la figura.

045 Contesta si es verdadero o falso.

a) Dos ángulos adyacentes son siempre consecutivos.
b) Dos ángulos consecutivos son siempre adyacentes.
c) Dos ángulos complementarios son siempre agudos.
d) Dos ángulos complementarios son siempre obtusos.
e) Dos ángulos de lados perpendiculares son iguales.
f) Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.

a) Verdadero. c) Verdadero. e) Verdadero.
b) Falso. d) Falso. f) Verdadero.

046 Observa la siguiente figura y señala.



a) Los pares de ángulos opuestos por el vértice.
b) Los pares de ángulos adyacentes.

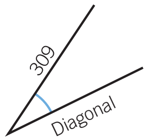
a) $\widehat{A}$ y $\widehat{C}$, $\widehat{D}$ y $\widehat{B}$, $\widehat{H}$ y $\widehat{F}$, $\widehat{E}$ y $\widehat{G}$, $\widehat{L}$ y $\widehat{J}$, $\widehat{K}$ e $\widehat{I}$

b) $\widehat{A}$ y $\widehat{D}$, $\widehat{A}$ y $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ y $\widehat{D}$, $\widehat{C}$ y $\widehat{B}$, $\widehat{H}$ y $\widehat{G}$, $\widehat{H}$ y $\widehat{E}$, $\widehat{F}$ y $\widehat{G}$, $\widehat{F}$ y $\widehat{E}$, $\widehat{L}$ e $\widehat{I}$, $\widehat{L}$ y $\widehat{K}$, $\widehat{J}$ e $\widehat{I}$, $\widehat{J}$ y $\widehat{K}$

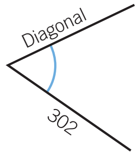
047 Observa este plano de una zona de la ciudad de Castelldefels y dibuja los ángulos que forman.

a) La Avinguda Diagonal con la Avinguda 309.
b) La Avinguda Diagonal con la Avinguda 310.
c) La Avinguda Diagonal con la Avinguda 302.
¿Cómo son entre sí las Avingudas 309 y 310? ¿Y las Avingudas 302 y 309?

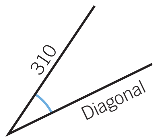
a)



c)



b)

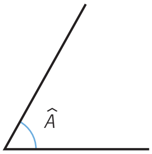


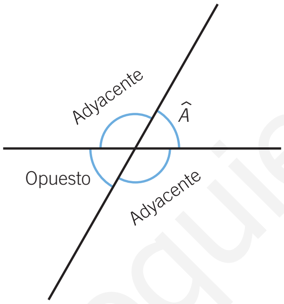
Las Avingudas 309 y 310 son paralelas.

Las Avingudas 302 y 309 son perpendiculares.

048 ●

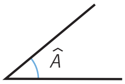
Dado el ángulo de la figura, dibújalo en tu cuaderno y construye sus ángulos adyacentes y el ángulo opuesto por el vértice.

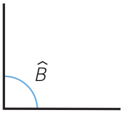




049 ●●

Dibuja en tu cuaderno dos ángulos como estos.

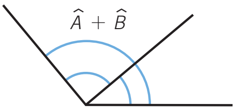




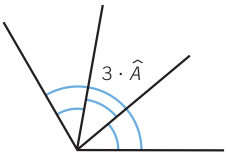
Utiliza el compás para representar las operaciones.

a) $\widehat{A} + \widehat{B}$ **b)** $\widehat{B} - \widehat{A}$ **c)** $3 \cdot \widehat{A}$ **d)** $2 \cdot \widehat{B}$

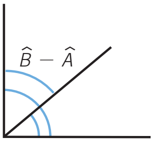
a)



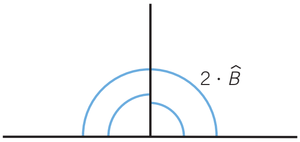
c)



b)



d)

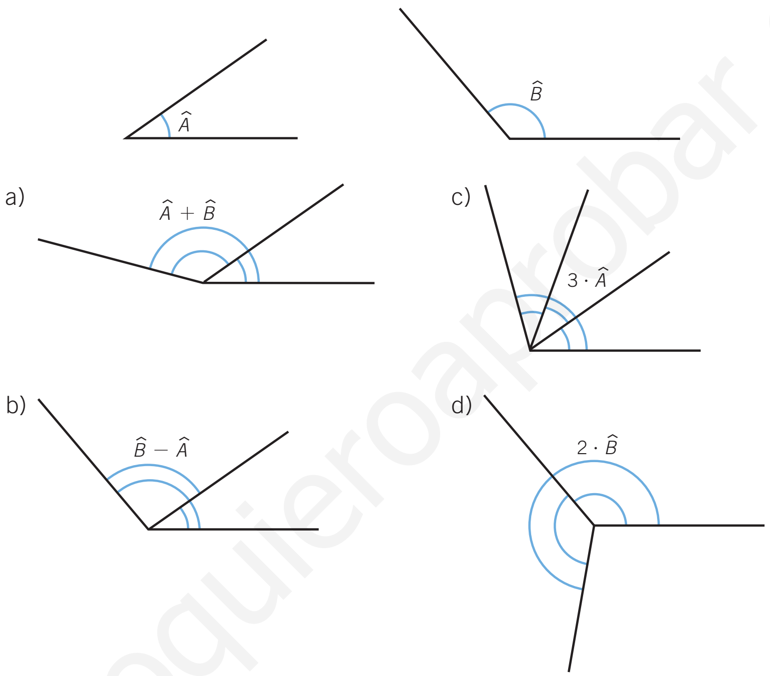


050 ●●

Traza en tu cuaderno un ángulo $\widehat{A}$ que sea menor que un ángulo recto, y un ángulo $\widehat{B}$ que sea menor que uno llano y mayor que uno recto. Dibuja los ángulos indicados.

a) $\widehat{A} + \widehat{B}$ **b)** $\widehat{B} - \widehat{A}$ **c)** $3 \cdot \widehat{A}$ **d)** $2 \cdot \widehat{B}$

Respuesta abierta. Por ejemplo:



051 ●

Expresa en minutos las medidas de ángulos.

a) 3° **b)** 10° **c)** 5° **d)** 20°

a) 180′ b) 600′ c) 300′ d) 1 200′

052 ●

Transforma en segundos estas medidas de ángulos.

a) 12′ **b)** 20′ **c)** 1° 15′ **d)** 10° 10′

a) 720″ b) 1 200″ c) 4 500″ d) 36 600″

053 ●

Expresa en grados las siguientes medidas.

a) 120′ **c)** 240′ **e)** 420′

b) 180′ **d)** 360′ **f)** 600′

a) 2° c) 4° e) 7°

b) 3° d) 6° f) 10°

054 **Indica en segundos.**

a) $35°\ 54'\ 55''$ **c)** $18°\ 23'\ 4''$ **e)** $7°\ 33'\ 49''$

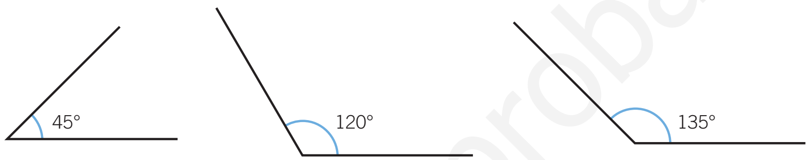
b) $65°\ 53'\ 12''$ **d)** $4°\ 27'\ 56''$ **f)** $11°\ 3'\ 2''$

a) $129\,295''$ c) $66\,184''$ e) $27\,229''$

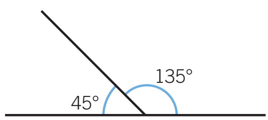
b) $237\,192''$ d) $16\,076''$ f) $39\,782''$

055 **Con la ayuda del transportador, dibuja los ángulos $\widehat{A} = 45°$, $\widehat{B} = 120°$ y $\widehat{C} = 135°$. Después, dibuja y mide los ángulos.**

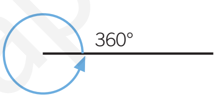
a) $\widehat{A} + \widehat{C}$ **b)** $\widehat{C} - \widehat{A}$ **c)** $3 \cdot \widehat{B}$ **d)** $8 \cdot \widehat{C}$



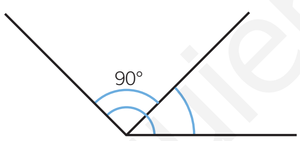
a)



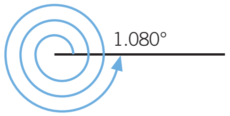
c)



b)



d)

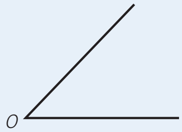


056 **HAZLO ASÍ**

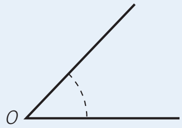
¿CÓMO SE CONSTRUYE LA BISECTRIZ DE UN ÁNGULO?

Traza la bisectriz de este ángulo.

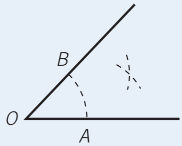
La bisectriz de un ángulo es la recta que pasa por su vértice y divide el ángulo en dos partes iguales.



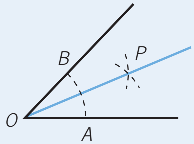
PRIMERO. Con centro en el vértice *O* y cualquier abertura, se traza un arco.



SEGUNDO. Con la misma amplitud se trazan dos arcos, uno con centro en *A* y otro con centro en *B*.

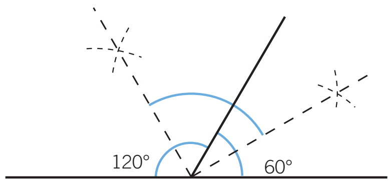


TERCERO. Los arcos se cortarán en un punto *P*. La recta que pasa por *O* y *P* es la bisectriz del ángulo.



057 ●●
Dibuja un ángulo de 60° con el transportador. Traza su adyacente. ¿Cuánto mide? Dibuja las bisectrices de los dos ángulos. ¿Qué ángulos forman?

El ángulo adyacente mide 120°.



Las bisectrices forman un ángulo de 90°.

058 ●
Realiza las siguientes sumas de ángulos.

a) 23° 45′ 10″ + 54° 7′ 32″
b) 21° 45′ 19″ + 54° 7′ 42″
c) 23° 45′ 10″ + 54° 37′ 52″
d) 132° 54′ 38″ + 32° 57′ 12″

a)
$$\begin{array}{r} 23^\circ\ 45'\ 10'' \\ +\ 54^\circ\ \ 7'\ 32'' \\ \hline 77^\circ\ 52'\ 42'' \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 23^\circ\ 45'\ 10'' \\ +\ 54^\circ\ 37'\ 52'' \\ \hline 78^\circ\ 82'\ 62'' \end{array} \quad \boxed{83' = 1^\circ\ 23'} \quad \boxed{62'' = 1'\ 2''} \quad 79^\circ\ 23'\ \ 2''$$

b)
$$\begin{array}{r} 21^\circ\ 45'\ 19'' \\ +\ 54^\circ\ \ 7'\ 42'' \\ \hline 75^\circ\ 52'\ 61'' \end{array} \quad \boxed{61'' = 1'\ 1''} \quad 75^\circ\ 53'\ \ 1''$$

d)
$$\begin{array}{r} 132^\circ\ \ 54'\ 38'' \\ +\ 32^\circ\ \ 57'\ 12'' \\ \hline 165^\circ\ 111'\ 50'' \end{array} \quad \boxed{111' = 1^\circ\ 51'} \quad 166^\circ\ 51'\ 50''$$

059 ●
Calcula estas restas de ángulos.

a) 63° 25′ 10″ − 32° 7′ 2″
b) 63° 25′ 10″ − 30° 17′ 42″
c) 63° 25′ 10″ − 36° 45′ 42″
d) 93° 5′ 7″ − 30° 17′ 42″
e) 8° 2″ − 7° 42′ 23″

a)
$$\begin{array}{r} 63^\circ\ 25'\ 10'' \\ -\ 32^\circ\ \ 7'\ \ 2'' \\ \hline 31^\circ\ 18'\ \ 8'' \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 63^\circ\ 25'\ 10'' \\ -\ 30^\circ\ 17'\ 42'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1' = 60''} \begin{array}{r} 63^\circ\ 24'\ 70'' \\ -\ 30^\circ\ 17'\ 42'' \\ \hline 33^\circ\ \ 7'\ 28'' \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 63^\circ\ 25'\ 10'' \\ -\ 36^\circ\ 45'\ 42'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1' = 60''} \begin{array}{r} 63^\circ\ 24'\ 70'' \\ -\ 36^\circ\ 45'\ 42'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1^\circ = 60'} \begin{array}{r} 62^\circ\ 84'\ 70'' \\ -\ 36^\circ\ 45'\ 42'' \\ \hline 26^\circ\ 39'\ 28'' \end{array}$$

d) $\begin{array}{r} 93° \ \ 5' \ \ 7'' \\ -\ 30° \ 17' \ 42'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1' = 60''} \begin{array}{r} 93° \ \ 4' \ 67'' \\ -\ 30° \ 17' \ 42'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1° = 60'} \begin{array}{r} 92° \ 64' \ 67'' \\ -\ 30° \ 17' \ 42'' \\ \hline 62° \ 47' \ 25'' \end{array}$

e) $\begin{array}{r} 8° \ \ \ \ \ \ \ 2'' \\ -\ \ 7° \ 42' \ 23'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1' = 60''} \begin{array}{r} 7° \ 60' \ \ 2'' \\ -\ \ 7° \ 42' \ 23'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1° = 60'} \begin{array}{r} 7° \ 59' \ 62'' \\ -\ \ 7° \ 42' \ 23'' \\ \hline 0° \ 17' \ 39'' \end{array}$

060 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE MULTIPLICAN MEDIDAS COMPLEJAS DE ÁNGULOS?

Dado el ángulo $\widehat{A} = 50° \ 25' \ 35''$, halla el valor del ángulo $4 \cdot \widehat{A}$.

PRIMERO. Se multiplican grados, minutos y segundos por 4.

$$4 \cdot \widehat{A} = 4 \cdot (50° \ 25' \ 35'') = 200° \ 100' \ 140''$$

SEGUNDO. Se pasan los segundos sobrantes a minutos y los minutos sobrantes a grados.

$$200° \ 100' \ \underbrace{140''}_{140'' = 2' \ 20''} = 200° \ \underbrace{102'}_{102' = 1° \ 42'} \ 20'' = 201° \ 42' \ 20''$$

Por tanto, resulta que: $4 \cdot \widehat{A} = 201° \ 42' \ 20''$

061 **Halla el doble, el triple y el cuádruple del ángulo $\widehat{A} = 22° \ 44' \ 33''$.**

Doble: $2 \cdot \widehat{A} = 44° \ 88' \ 66'' = 45° \ 29' \ 6''$

Triple: $3 \cdot \widehat{A} = 66° \ 132' \ 99'' = 68° \ 13' \ 39''$

Cuádruple: $4 \cdot \widehat{A} = 88° \ 176' \ 132'' = 90° \ 58' \ 12''$

062 **Obtén el ángulo complementario y el suplementario de los siguientes ángulos.**

a) 45° **c) 75°**

b) 15° **d) 12°**

a) Complementario: $90° - 45° = 45°$. Suplementario: $180° - 45° = 135°$.

b) Complementario: $90° - 15° = 75°$. Suplementario: $180° - 15° = 165°$.

c) Complementario: $90° - 75° = 15°$. Suplementario: $180° - 75° = 105°$.

d) Complementario: $90° - 12° = 78°$. Suplementario: $180° - 12° = 168°$.

063 **Dados los ángulos $\widehat{A} = 20° \ 20' \ 20''$ y $\widehat{B} = 40° \ 40' \ 40''$, determina el valor de las amplitudes de estos ángulos.**

a) $\widehat{A} + \widehat{B}$ **d) El complementario de $\widehat{A} + \widehat{B}$.**

b) $\widehat{B} - \widehat{A}$ **e) El suplementario de $\widehat{B} - \widehat{A}$.**

c) $3 \cdot \widehat{A}$ **f) El suplementario de $3 \cdot \widehat{A}$.**

a)
$$\begin{array}{r} 20^\circ\ 20'\ 20'' \\ +\ 40^\circ\ 40'\ 40'' \\ \hline 60^\circ\ 60'\ 60'' \end{array} \quad \boxed{60'' = 1'} \quad \boxed{61' = 1^\circ\ 1'} \quad 61^\circ\ \ 1'$$

b)
$$\begin{array}{r} 40^\circ\ 40'\ 40'' \\ -\ 20^\circ\ 20'\ 20'' \\ \hline 20^\circ\ 20'\ 20'' \end{array}$$

c) $3 \cdot (20^\circ\ 20'\ 20'') = 61^\circ\ 1'$

d) $\widehat{A} + \widehat{B} = 61^\circ\ 1'$

$$\begin{array}{r} 90^\circ \\ -\ 61^\circ\ \ 1' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1^\circ = 60'} \begin{array}{r} 89^\circ\ 60' \\ -\ 61^\circ\ \ \ 1' \\ \hline 28^\circ\ 59' \end{array}$$

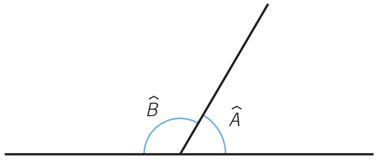
e) $\widehat{B} - \widehat{A} = 20^\circ\ 20'\ 20''$

$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ -\ \ 20^\circ\ 20'\ 20'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1^\circ = 60'} \begin{array}{r} 179^\circ\ 60' \\ -\ \ 20^\circ\ 20'\ 20'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1^\circ = 60'} \begin{array}{r} 179^\circ\ 59'\ 60'' \\ -\ \ 20^\circ\ 20'\ 20'' \\ \hline 159^\circ\ 39'\ 40'' \end{array}$$

f) $3 \cdot \widehat{A} = 61^\circ\ 1'$

$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ -\ \ 61^\circ\ \ 1' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1^\circ = 60'} \begin{array}{r} 179^\circ\ 60' \\ -\ \ 61^\circ\ \ \ 1' \\ \hline 118^\circ\ 59' \end{array}$$

064 ● **Mide con el transportador el ángulo $\widehat{A}$. ¿Cuánto mide el ángulo $\widehat{B}$?**

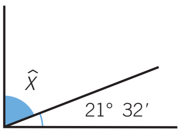


$\widehat{A} = 60^\circ$

$\widehat{B} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

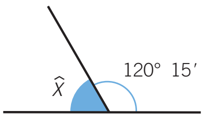
065 ●● **Calcula la amplitud del ángulo $\widehat{X}$ en cada figura.**

a)



$$\begin{array}{r} 90^\circ \\ -\ 21^\circ\ 32' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1^\circ = 60'} \begin{array}{r} 89^\circ\ 60' \\ -\ 21^\circ\ 32' \\ \hline 68^\circ\ 28' \end{array}$$

b)



$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ -\ 120^\circ\ 15' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1^\circ = 60'} \begin{array}{r} 179^\circ\ 60' \\ -\ 120^\circ\ 15' \\ \hline 59^\circ\ 45' \end{array}$$

066 ●● **Dados $\widehat{A} = 25°\ 12'\ 45''$ y $\widehat{B} = 18°\ 25'\ 51''$, calcula la medida de estos ángulos.**

a) El complementario de $\widehat{A}$.

b) El suplementario de $\widehat{B}$.

a) $$\begin{array}{r} 90° \\ -\ 25°\ 12'\ 45'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1° = 60'} \begin{array}{r} 89°\ 60' \\ -\ 25°\ 12'\ 45'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1° = 60'} \begin{array}{r} 89°\ 59'\ 60'' \\ -\ 25°\ 12'\ 45'' \\ \hline 64°\ 47'\ 15'' \end{array}$$

b) $$\begin{array}{r} 180° \\ -\ 18°\ 25'\ 51'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1° = 60'} \begin{array}{r} 179°\ 60' \\ -\ 18°\ 25'\ 51'' \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1° = 60'} \begin{array}{r} 179°\ 59'\ 60'' \\ -\ 18°\ 25'\ 51'' \\ \hline 161°\ 34'\ \ 9'' \end{array}$$

067 ●● **Cuánto tiene que medir un ángulo para que sea igual a su suplementario? ¿Y para que sea igual a su complementario?**

Para que un ángulo sea igual a su suplementario, ha de medir: $180° : 2 = 90°$, y para que sea igual a su complementario: $90° : 2 = 45°$.

068 ●●● **Dos ángulos son complementarios y uno vale el triple que el otro. Halla el valor de dichos ángulos.**

Un ángulo es x y el otro es $3 \cdot x$. Luego:

$$x + 3 \cdot x = 90 \rightarrow 4 \cdot x = 90;\ x = \frac{90}{4} = 22{,}5$$

Un ángulo mide $22°\ 30'$ y el otro mide $67°\ 30'$.

069 ●●● **Dos ángulos son suplementarios y uno de ellos es cuatro veces mayor que el otro. Halla el valor de dichos ángulos.**

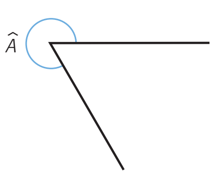
Un ángulo es x y el otro es $4 \cdot x$. Luego:

$$x + 4 \cdot x = 180 \rightarrow 5 \cdot x = 180;\ x = \frac{180}{5} = 36$$

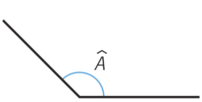
Un ángulo mide 36° y el otro mide 144°.

070 ● **Utiliza el transportador para medir estos ángulos.**

a)



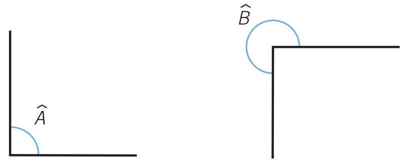
b)



a) $\widehat{A} = 300°$

b) $\widehat{A} = 135°$

071 Determina la medida de estos dos ángulos, y resuelve las operaciones que se indican.



a) $\widehat{A} + \widehat{B}$ **b)** $\widehat{B} - \widehat{A}$ **c)** $3 \cdot \widehat{A}$ **d)** $2 \cdot \widehat{B}$

a) $90° + 270° = 360°$

b) $270° - 90° = 180°$

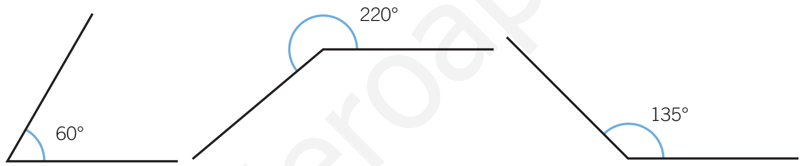
c) $3 \cdot 90° = 270°$

d) $2 \cdot 270° = 540°$

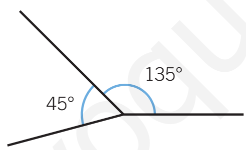
072 Con la ayuda del transportador, dibuja los ángulos $\widehat{A} = 60°$, $\widehat{B} = 220°$ y $\widehat{C} = 135°$. Después, dibuja los ángulos.

a) $\widehat{A} + \widehat{C}$ **b)** $\widehat{C} - \widehat{A}$ **c)** $3 \cdot \widehat{B}$ **d)** $8 \cdot \widehat{C}$

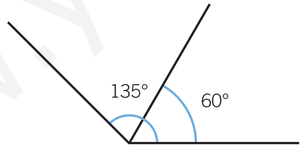
Halla su medida con la ayuda del transportador.



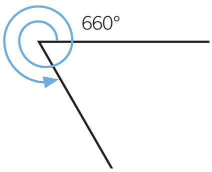
a) $60° + 135° = 195°$



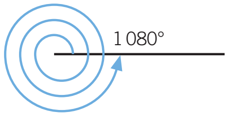
b) $135° - 60° = 75°$



c) $3 \cdot 220° = 660°$



d) $8 \cdot 135° = 1\,080°$



073 ●●

Los rayos del sol entran por la mañana en la habitación de Luis y dan en la pared con una determinada inclinación. A las 7 de la mañana de un día de verano, ese ángulo es de 22° 14′. Cada hora que pasa, el ángulo de inclinación aumenta en 2° 10′ 20″.

a) ¿Qué ángulo tendrá a las 8 de la mañana?
b) ¿Y a las 9 de la mañana?
c) ¿Y a la 1 del mediodía?

a) 22° 14′ + 2° 10′ 20″ = 24° 24′ 20″ ángulo de inclinación a las 8 de la mañana.

b) 24° 24′ 20″ + 2° 10′ 20″ = 26° 34′ 40″ ángulo de inclinación a las 9 de la mañana.

c) 26° 34′ 40″ + 4 · (2° 10′ 20″) = 26° 34′ 40″ + 8° 41′ 20″ = = 35° 16′ ángulo de inclinación a la 1 del mediodía.

074 ●●

Tres amigos, Marcos, Roberto y Ricardo, se están comiendo un pastel circular:

- **Marcos se ha comido un trozo equivalente a 35° 10′.**
- **Roberto se ha comido un trozo de 40° 30′.**
- **Ricardo se ha comido un trozo de 50° 40′.**

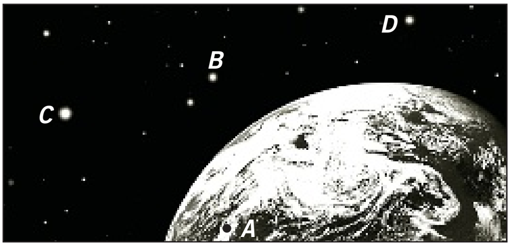
a) ¿Cuánto mide el trozo de pastel que se han comido entre los tres?
b) ¿Cuánto mide el trozo que queda?

a) 35° 10′ + 40° 30′ + 50° 40′ = 126° 20′

b) 360° − 126° 20′ = 233° 40′

075 ●●●

Desde un determinado punto de la Tierra, al observar el firmamento, no podemos medir directamente las distancias y, para señalar las estrellas, se utilizan los ángulos. Observa la fotografía del firmamento.



Si la distancia entre las estrellas *B* y *C* es de 47° 22′ 19″ (ángulo $\widehat{BAC}$), y la distancia entre las estrellas *C* y *D* (ángulo $\widehat{CAD}$) es de 93° 13′ 15″, calcula la distancia (el ángulo) entre las estrellas *B* y *D*.

$\widehat{BAD} = \widehat{CAD} - \widehat{CAB}$ = 93° 13′ 15″ − 47° 22′ 19″ =
= 45° 50′ 56″ distancia entre las estrellas *B* y *D*.

076 ●●● **Calcula el valor exacto de los ángulos que forman la aguja horaria y la minutero de un reloj a las horas siguientes.**

a) A las 5 de la mañana.

b) A las 5 y cuarto.

c) A las 5 y media.

d) A las 12 y 25 minutos.

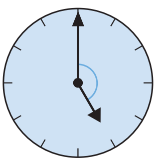
e) Escribe dos horas que tengan el mismo ángulo.

MINUTERO

$$\left.\begin{array}{r}60 \text{ min} \rightarrow 360^\circ\\ 1 \text{ min} \rightarrow x\end{array}\right\} \begin{array}{l}x = 6^\circ\\ \text{La aguja del minutero recorre } 6^\circ \text{ cada minuto.}\end{array}$$

HORARIA

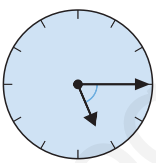
$$\left.\begin{array}{r}12 \cdot 60 \text{ min} \rightarrow 360^\circ\\ 1 \text{ min} \rightarrow x\end{array}\right\} \begin{array}{l}x = 0{,}5^\circ\\ \text{La aguja horaria recorre } 0{,}5^\circ \text{ cada minuto.}\end{array}$$

a) 

MINUTERO $\rightarrow 0^\circ$

HORARIA

Ángulo $= 5 \cdot 60 \cdot 0{,}5^\circ = 150^\circ$

b) 

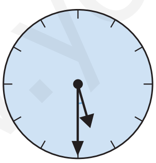
MINUTERO

$15 \cdot 6^\circ = 90^\circ$

HORARIA

$(5 \cdot 60 + 15) \cdot 0{,}5^\circ = 157{,}5^\circ$

Ángulo $= 157{,}5^\circ - 90^\circ = 67{,}5^\circ$

c) 

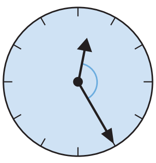
MINUTERO

$30 \cdot 6^\circ = 180^\circ$

HORARIA

$(5 \cdot 60 + 30) \cdot 0{,}5^\circ = 165^\circ$

Ángulo $= 180^\circ - 165^\circ = 15^\circ$

d) 

MINUTERO

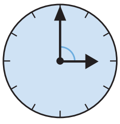
$25 \cdot 6^\circ = 150^\circ$

HORARIA

$25 \cdot 0{,}5^\circ = 12{,}5^\circ$

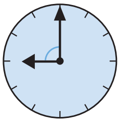
Ángulo $= 150^\circ - 12{,}5^\circ = 137{,}5^\circ$

e) Respuesta abierta. Por ejemplo:



$\rightarrow 90^\circ$

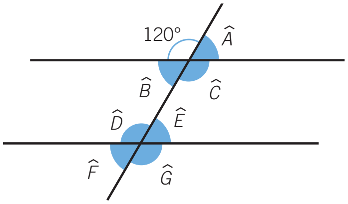
A las 3 h



$\rightarrow 90^\circ$

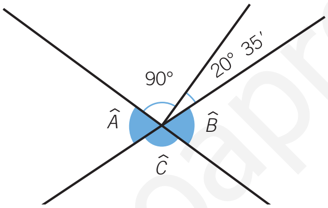
A las 9 h

077 Si el ángulo indicado vale 120°, calcula el valor de los restantes ángulos de la figura.



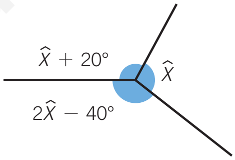
$\widehat{C} = \widehat{G} = \widehat{D} = 120°$ $\qquad$ $60° = \widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{E} = \widehat{F}$

078 Halla el valor de cada uno de los ángulos de esta figura:



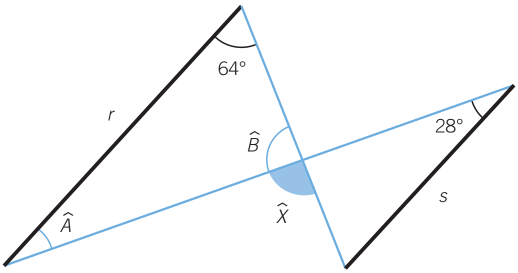
$\widehat{A} = \widehat{B} = 180° - 90° - (20°\ 35') = 90° - (20°\ 35') = 69°\ 25'$
$\widehat{C} = 90° + (20°\ 35') = 110°\ 35'$

079 En el siguiente dibujo aparecen tres ángulos. Halla el valor de $\widehat{X}$.



$\widehat{X} + \widehat{X} + 20° + 2\widehat{X} - 40° = 360° \rightarrow 4\widehat{X} = 380° \rightarrow \widehat{X} = 95°$

080 Calcula $\widehat{X}$ sabiendo que las rectas *r* y *s* son paralelas.

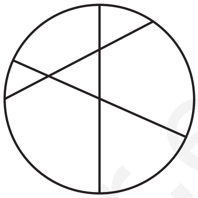


$\widehat{A} = 28°$, luego $\widehat{B} = 180° - (64° + 28°) = 88°$.
Por ser adyacentes $\widehat{B}$ y $\widehat{X} \rightarrow \widehat{X} = 180° - 88° = 92°$.

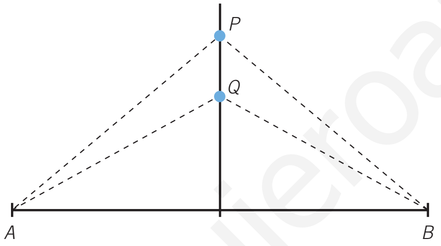
081 ●●● **Queremos dividir un círculo en siete partes (no tienen por qué ser iguales) mediante tres segmentos. ¿Cómo lo harías?**

Las rectas no tienen que ser secantes en el mismo punto y los tres puntos de corte deben estar dentro del círculo.

Para conseguir siete partes, la segunda recta debe cortar a la primera, y la tercera recta tiene que cruzar tres de las cuatro regiones existentes, por lo que debe cortar a las otras dos rectas dentro del círculo y no en el mismo punto.



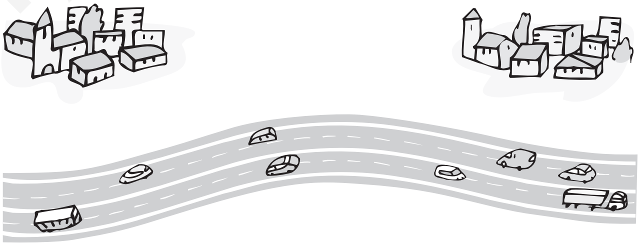
082 ●●● **Dibuja un segmento de extremos *A* y *B* en tu cuaderno y traza su mediatriz. A continuación, elige un punto cualquiera *P* de la mediatriz, y mide las distancias que hay desde *P* hasta los extremos *A* y *B*. Luego elige otro punto *Q* de la mediatriz y haz lo mismo. ¿Qué conclusión obtienes?**



La distancia de los extremos del segmento a un punto de la mediatriz es la misma.

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

083 ●●● **Los habitantes de Villa Mayor y Villa Menor discuten sobre la construcción de una autopista. Según los proyectos, la autopista tendrá una única salida que irá a los dos pueblos.**



Villa Mayor es un pueblo grande, con poca población anciana, casi todos sus habitantes trabajan en la industria y en el comercio, y tiene varios polígonos industriales.

Por su parte, Villa Menor es un pueblo pequeño, la mayor parte de la población está jubilada, y los habitantes que aún no lo están se dedican casi íntegramente a la agricultura.

Sus alcaldes no se ponen de acuerdo.

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) ¿Por qué opina el alcalde de Villa Mayor que la salida debe estar más cerca de su pueblo?

b) ¿Por qué opina el alcalde de Villa Menor que la salida debe estar más cerca de su pueblo?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

c) Si los técnicos deciden que la salida se colocará a la misma distancia de los dos pueblos, ¿dónde hay que colocarla?

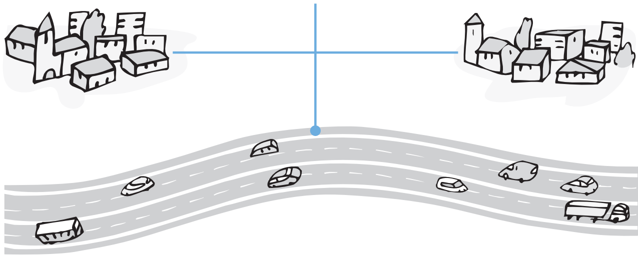
ERES CAPAZ DE… DECIDIR

d) ¿Crees que es justo colocar la salida a la misma distancia de los dos pueblos?

a) Porque, al tener un polígono industrial, existen muchos más desplazamientos en esta localidad.

b) Porque al tener una población envejecida, el riesgo de enfermedad es mayor y necesita traslados rápidos.

c) Trazando la mediatriz del segmento que une los dos pueblos, la distancia de cada pueblo a un punto de la mediatriz es la misma.

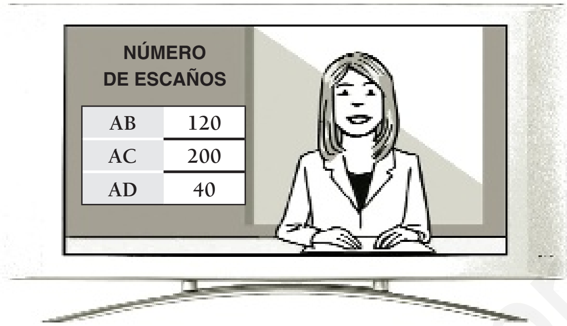


d) Respuesta abierta. Por ejemplo: es justo, porque así todos los habitantes tienen las mismas ventajas. Es injusto porque los desplazamientos por enfermedad deberían ser prioritarios.

084 ●●●

Todos los telediarios de las televisiones nacionales han informado de los resultados de las elecciones de ayer.

La manera de presentar los resultados ha variado. En la mayoría dan el reparto de escaños mediante una tabla en la que aparece el partido y el resultado obtenido.



Y solo una cadena de televisión ha dispuesto los resultados mediante un gráfico, en el cual el reparto de escaños es proporcional al ángulo que ocupan.

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) ¿Cuántos escaños ha recibido cada uno de los partidos AB, AC y AD?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

b) Si el gráfico representa los 360 escaños totales, ¿cuántos grados le corresponden a la representación de un escaño?

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

c) ¿Crees que son correctos los datos representados?

a) AB ha recibido 120 escaños; AC, 200 escaños, y AD, 40 escaños.

b) 180° representan 360 escaños, luego 1° representa 2 escaños.

c) $1° \xrightarrow{\text{representa}}$ 2 escaños

$x \xrightarrow{\quad\quad}$ 40 escaños $\quad x = 20°$ representa AB

60° representa AB y 100° representa AC

Los datos están bien representados, porque los ángulos son correctos.

10 Polígonos y circunferencia

Historias de sobremesa

Cada vez que Farkas Bolyai y su hijo se juntaban, el tema predilecto de conversación eran las matemáticas, y siempre salía a relucir el nombre de Gauss.

–Janos –le decía a su hijo–, el 29 de marzo de 1796 debería instaurarse como festivo para todos los matemáticos del mundo.

¡Otra vez la vieja historia del heptadecágono! Janos miró a su padre con una sonrisa.

–Gauss tiene suerte de contar con amigos como tú.

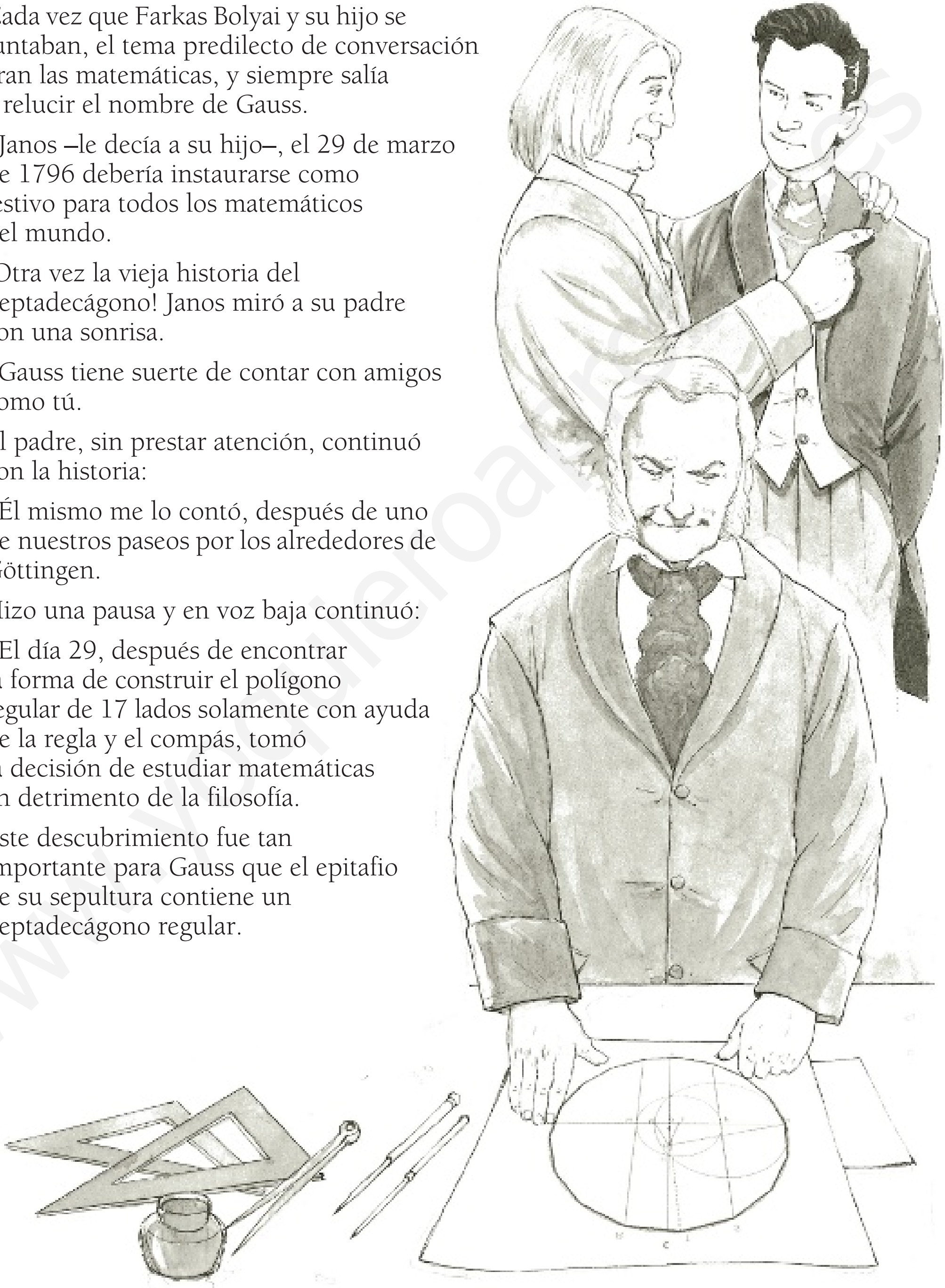
El padre, sin prestar atención, continuó con la historia:

–Él mismo me lo contó, después de uno de nuestros paseos por los alrededores de Göttingen.

Hizo una pausa y en voz baja continuó:

–El día 29, después de encontrar la forma de construir el polígono regular de 17 lados solamente con ayuda de la regla y el compás, tomó la decisión de estudiar matemáticas en detrimento de la filosofía.

Este descubrimiento fue tan importante para Gauss que el epitafio de su sepultura contiene un heptadecágono regular.



DESCUBRE LA HISTORIA...

1 **¿Quiénes fueron Farkas Bolyai y Janos Bolyai? ¿Qué relación tienen con Gauss? ¿Cuáles son las circunstancias que les llevaron a enemistarse?**

Una biografía de Farkas y Janos Bolyai se encuentran en las páginas:

http://divulgamat.ehu.es/weborriak/historia/MateOspetsuak/BolyaiJF.asp

http://divulgamat.ehu.es/weborriak/historia/MateOspetsuak/Bolyai.asp

En este enlace se trata la relación entre Gauss y los Bolyai:

http://ific.uv.es/rei/Historia/bolyai.html

2 **¿Por qué Farkas Bolyai piensa que el 29 de marzo debería ser festivo para los matemáticos?**

En esta página puedes encontrar la respuesta:

http://divulgamat.ehu.es/weborriak/historia/MateOspetsuak/Gauss2.asp

3 **Busca información sobre Friedrich Gauss y sus importantes aportaciones a la geometría.**

Esta se centra en las aportaciones de Gauss a la Geometría:

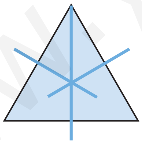
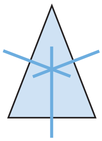
http://www.cimm.ucr.ac.cr/aruiz/libros/No%20euclidianas/Capitulo_04/Cap_04_01.htm

Un tratado sobre la geometría no euclídea se puede encontrar en:

http://www.monografias.com/trabajos6/axeu/axeu.shtml

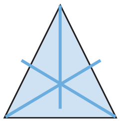
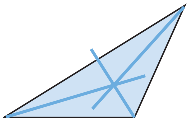
EVALUACIÓN INICIAL

1 **Dibuja las mediatrices de los lados de estos triángulos. ¿Se cortan las tres mediatrices en algún punto?**

a)  **b)** 

Siempre se cortan en un punto (circuncentro).

2 **Dibuja las bisectrices de los ángulos de estos triángulos. ¿Se cortan las tres bisectrices en algún punto?**

a)  **b)** 

En ambos casos, siempre se cortan en un punto (incentro).

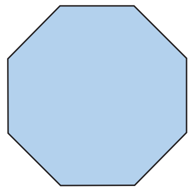
3 **Completa.**

a) $\sqrt{25} = \boxed{5}$, **porque** $5^2 = \boxed{25}$ **b)** $4^2 = \boxed{16}$, **entonces** $\sqrt{16} = \boxed{4}$

Polígonos y circunferencia

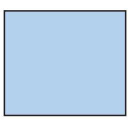
EJERCICIOS

001 Dibuja este polígono en tu cuaderno. Señala sus lados, vértices, ángulos interiores y diagonales. ¿Cuántas diagonales tiene?

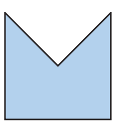


Tiene 20 diagonales.
El número de diagonales de un polígono de n lados es igual a $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$.

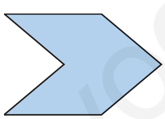
002 Determina cuáles de estos polígonos son regulares o irregulares, cóncavos o convexos.

a) 

a) Regular convexo

b) 

b) Irregular cóncavo

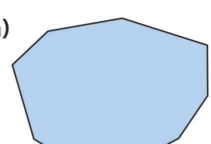
c) 

c) Irregular cóncavo

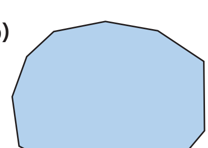
003 Un polígono, ¿puede tener más vértices que lados?

Un polígono tiene el mismo número de lados que de vértices.

004 Indica el nombre de estos polígonos.

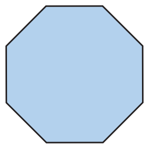
a) 

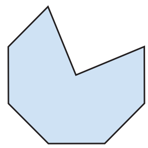
a) Eneágono

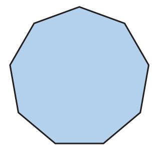
b) 

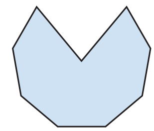
b) Endecágono

005 **Dibuja un octógono convexo y otro cóncavo. Haz lo mismo con un eneágono.**

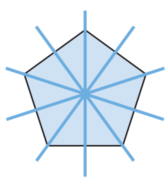

Octógono convexo

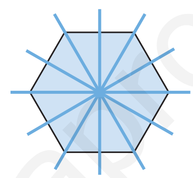

Octógono cóncavo


Eneágono convexo


Eneágono cóncavo

006 **Calcula el número de ejes de simetría que tienen un pentágono regular y un hexágono regular.**


Tiene 5 ejes de simetría


Tiene 6 ejes de simetría

007 **Indica si existe un triángulo cuyos lados miden:**

a) 15, 8 y 20 cm

b) 2, 4 y 14 cm

a) Sí existe, porque la medida de los lados verifica las relaciones.

$15 < 8 + 20 \qquad 8 < 15 + 20 \qquad 20 < 15 + 8$

$15 > 20 - 8 \qquad 8 > 20 - 15 \qquad 20 > 15 - 8$

b) No existe, porque $14 > 2 + 4$.

008 **En un triángulo rectángulo, un ángulo mide 30°. ¿Cuánto miden los otros dos ángulos?**

$180° - (90° + 30°) = 180° - 120° = 60°$

Los otros dos ángulos miden 90° y 60°.

009 **El ángulo obtuso de un triángulo isósceles obtusángulo mide 120°. ¿Cuánto miden los otros ángulos del triángulo isósceles?**

La suma de los ángulos iguales es: $180° - 120° = 60°$

Cada ángulo mide: $60° : 2 = 30°$

010 **Calcula el ángulo obtuso de un triángulo isósceles, si uno de sus ángulos agudos mide 40°.**

$180° - 2 \cdot 40° = 100°$ mide el ángulo obtuso.

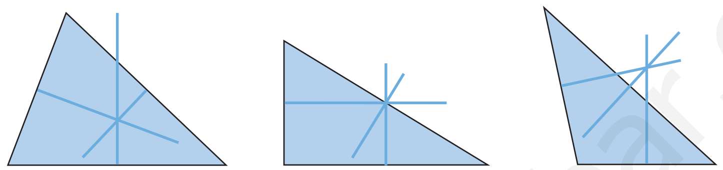
Polígonos y circunferencia

011 **Dibuja tres triángulos: uno acutángulo, otro rectángulo y un tercero obtusángulo.**

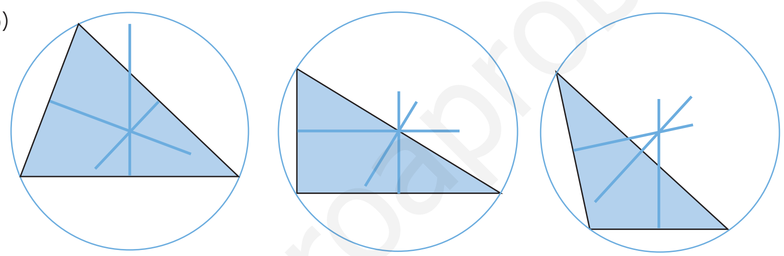
a) Traza las mediatrices de los triángulos y señala, en cada caso, su circuncentro.

b) Comprueba con el compás que el circuncentro está a la misma distancia de los tres vértices.

a)

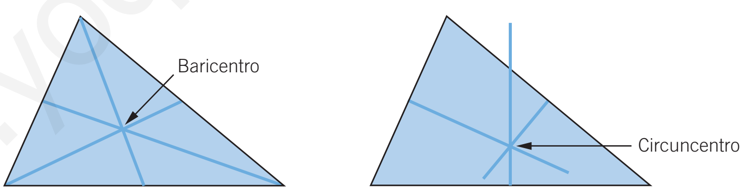


b)

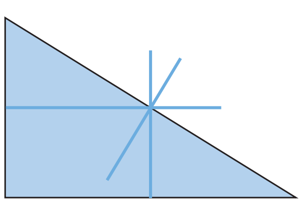


012 **Dibuja en tu cuaderno un triángulo cualquiera. Halla su baricentro y su circuncentro.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

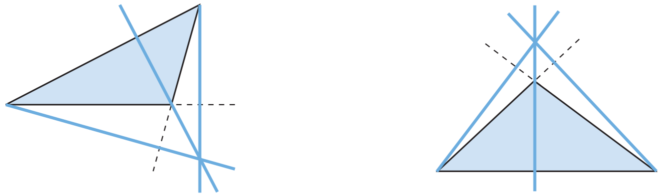


013 **En un triángulo rectángulo, dibuja sus mediatrices y señala su circuncentro. ¿Qué observas?**



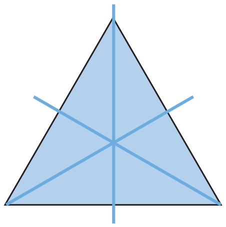
En un triángulo rectángulo, el circuncentro está situado en el punto medio de la hipotenusa.

014 **Dibuja varios triángulos obtusángulos, traza sus alturas y halla su ortocentro. ¿Dónde se encuentra situado?**



En un triángulo obtusángulo, el ortocentro está situado en el exterior del triángulo.

015 **Dibuja en un triángulo equilátero sus mediatrices, bisectrices, alturas y medianas. Comprueba que todas coinciden.**



En un triángulo equilátero coinciden sus alturas, bisectrices, mediatrices y medianas.

016 **Razona las respuestas.**

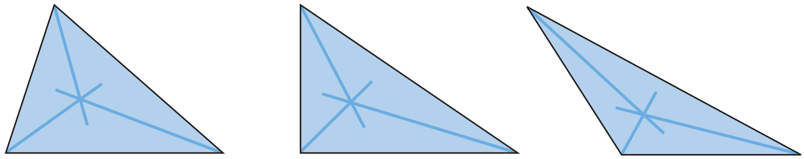
a) ¿El incentro de un triángulo puede estar situado en el exterior del mismo?

b) ¿Y sobre uno de sus lados?

Compruébalo, dibujando varios triángulos acutángulos, rectángulos y obtusángulos, y hallando este punto.

a) No, porque el incentro es el centro de la circunferencia inscrita, que está en el interior del triángulo, luego su centro también lo está.

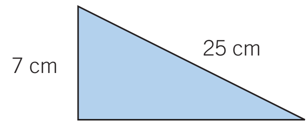
b) No, por la misma razón del apartado anterior.



017 **En un triángulo rectángulo, los catetos miden 5 y 12 cm, respectivamente. ¿Cuánto medirá la hipotenusa?**

$$\text{Hipotenusa} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

018 **En un triángulo rectángulo, un cateto mide 7 cm y la hipotenusa 25 cm. ¿Cuánto mide el otro cateto?**



Cateto $= \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24$ cm

019 **Dibuja un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 8 cm y 15 cm. Mide con la regla la hipotenusa y, después, aplica el teorema de Pitágoras para comprobar el resultado.**

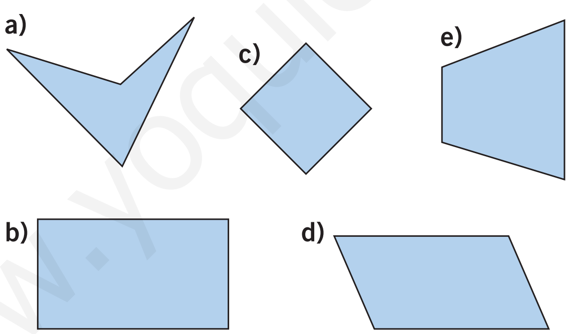
Se comprueba con la regla que la hipotenusa mide 17 cm.

Hipotenusa $= \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17$ cm

020 **¿Se puede dibujar un triángulo con dos ángulos rectos? ¿Por qué?**

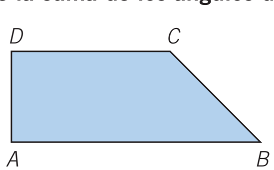
No, porque la suma de los ángulos de un triángulo es igual a 180°, y como $90° + 90° = 180°$, el tercer ángulo tendría que valer 0°, lo cual no es posible.

021 **Clasifica estos cuadriláteros, e indica si son cóncavos o convexos.**



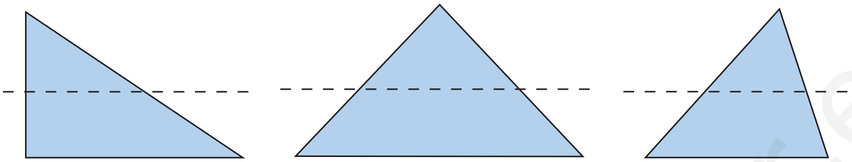
a) Trapezoide cóncavo
b) Rectángulo convexo
c) Cuadrado convexo
d) Romboide convexo
e) Trapecio convexo

022 **Calcula la medida de $\widehat{C}$ en este trapecio rectángulo, sabiendo que $\widehat{B} = 45°$ y que la suma de los ángulos de cualquier cuadrilátero es 360°.**



El ángulo $\widehat{C}$ mide:
$360° - (90° + 90° + 45°) = 135°$

023 **Dibujamos un triángulo rectángulo, uno isósceles y otro escaleno, y los cortamos por una recta paralela a la base. ¿Qué polígonos obtenemos en cada caso?**



En el triángulo rectángulo se obtienen un triángulo rectángulo y un trapecio rectángulo; en el triángulo isósceles se obtienen un triángulo isósceles y un trapecio isósceles; y en el triángulo escaleno se obtienen un triángulo escaleno y un trapecio escaleno.

024 **Determina lo que miden los ángulos de un paralelogramo que tiene un ángulo de 80°.**

Los ángulos opuestos de un paralelogramo son iguales, luego su ángulo opuesto mide también 80°, y como la suma de los ángulos de un paralelogramo mide 360° se obtiene:

$$360° - (80° + 80°) = 200° \qquad 200° : 2 = 100°$$

Los ángulos del paralelogramo miden 80°, 80°, 100° y 100°.

025 **Halla la diagonal de un rectángulo de lados 3 cm y 4 cm.**

Diagonal $= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ cm

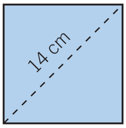
026 **Calcula la diagonal mayor de un rombo de lado 50 cm y diagonal menor 28 cm.**

Diagonal mayor $= 2 \cdot \sqrt{50^2 - 14^2} = 2 \cdot \sqrt{2\,304} = 2 \cdot 48 = 96$ cm

027 **Indica la medida del lado de un rombo cuyas diagonales miden 16 cm y 30 cm.**

Lado del rombo $= \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$ cm

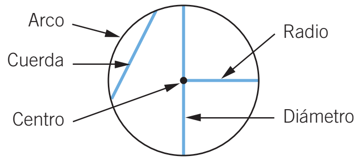
028 **Calcula el lado de un cuadrado cuya diagonal mide 14 cm.**



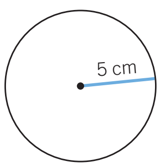
$l^2 + l^2 = 14^2 \rightarrow 2 \cdot l^2 = 196 \rightarrow l^2 = 98 \rightarrow l = \sqrt{98} = 9{,}9$ cm

El lado del cuadrado mide 9,9 cm.

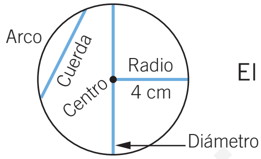
029 **Indica el nombre de cada uno de los elementos de la siguiente circunferencia:**



030 **Dibuja una circunferencia de radio 5 cm.**



031 **Dibuja una circunferencia de radio 4 cm, y señala sobre ella un diámetro, un radio, un arco y una cuerda. ¿Cuánto mide el diámetro?**

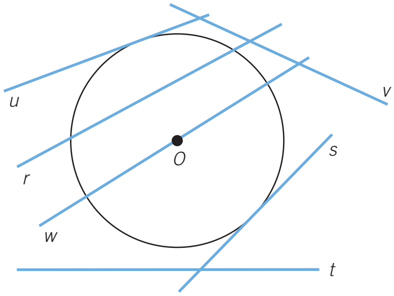


El diámetro de la circunferencia mide: $2 \cdot 4 = 8$ cm

032 **Fíjate en la rueda de este carro. Indica qué elementos de la circunferencia observas.**

Se pueden observar estos elementos: el radio, el diámetro y el centro de una circunferencia y los arcos entre los radios.

033 **Indica cuál es la posición relativa de cada una de las rectas respecto de la siguiente circunferencia:**



Secantes: r y w.
Tangentes: u y s.
Exteriores: v y t.

034 **Deduce la posición relativa de una circunferencia de radio *r* y una recta que se halla a una distancia *d* de su centro, en los siguientes casos.**

a) $r = 6$ **cm,** $d = 4$ **cm**

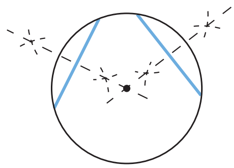
b) $r = 6$ **cm,** $d = 6$ **cm**

c) $r = 4$ **cm,** $d = 6$ **cm**

d) $r = 4$ **cm,** $d = 0$ **cm**

a) Secante b) Tangente c) Exterior d) Secante

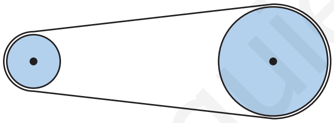
035 **Con una moneda o un vaso, dibuja en tu cuaderno una circunferencia. ¿Sabrías indicar su centro?**



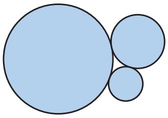
Para averiguar el centro, se trazan dos cuerdas y sus mediatrices, el punto de corte de ambas coincide con el centro de la circunferencia.

036 **Indica la posición relativa de las circunferencias: la polea de la cadena de una bicicleta y la maquinaria interna de un reloj.**

a)



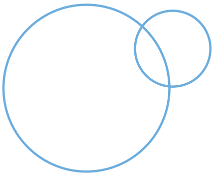
b)



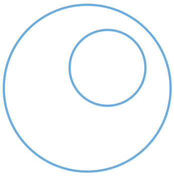
a) Exteriores b) Tangentes exteriores

037 **Dadas dos circunferencias de radios 6 y 3 cm, respectivamente, dibuja en tu cuaderno todas sus posibles posiciones.**

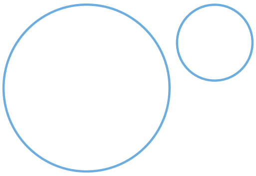
Concéntricas



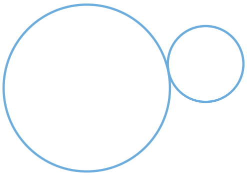
Secantes



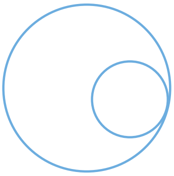
Interiores



Exteriores



Tangentes exteriores



Tangentes interiores

038 **Tenemos dos circunferencias, una de radio 3 cm y otra de radio 4 cm. La distancia entre los centros de estas circunferencias es de 4 cm.**

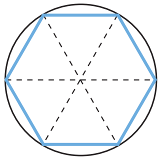
a) ¿Pueden ser tangentes exteriores? ¿Y tangentes interiores?

b) ¿Qué posición relativa ocupan?

a) No pueden ser tangentes exteriores porque no cumplen la condición de que: $d = r + r'$, ni tangentes interiores porque no cumplen que: $d = r - r'$.

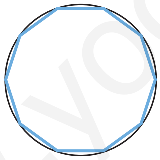
b) Son secantes, porque se cumple que: $d < r + r'$ (4 cm < 6 cm + 3 cm).

039 **Traza un hexágono regular inscrito en una circunferencia. Después, traza los tres diámetros que unen sus vértices opuestos. ¿En cuántos triángulos queda descompuesto el hexágono? Comprueba que todos los triángulos formados son equiláteros.**



Se divide en 6 triángulos equiláteros iguales. La longitud de los lados de todos los triángulos es el radio.

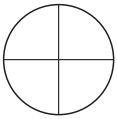
040 **Si divides una circunferencia en diez partes y unes cada par de puntos, ¿qué polígono se forma?**



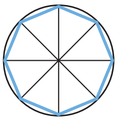
Se obtiene un decágono.

041 **¿Cómo podrías dibujar un octógono regular?**

1.º Traza una circunferencia y, en ella, dos diámetros perpendiculares.

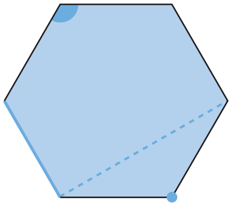


2.º Traza las bisectrices de los cuatro ángulos rectos formados y une los ocho puntos de división.



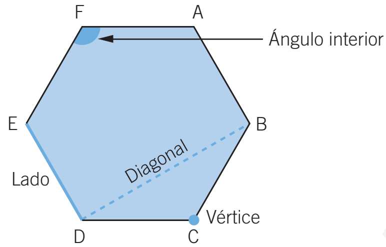
ACTIVIDADES

042 **Indica el nombre de cada uno de los elementos del polígono.**



a) Señala sus vértices.
b) ¿Cuántos lados tiene?
c) ¿Cuántas diagonales puedes dibujar?
d) ¿Cuántos ángulos tiene?
e) ¿Cómo se llama este polígono?
f) ¿Es regular? ¿Por qué?
g) ¿Es cóncavo o convexo?

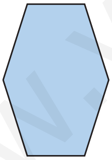
a)



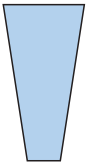
b) 6 lados.
c) 9 diagonales.
d) 6 ángulos.
e) Hexágono.
f) Es regular, porque sus lados y sus ángulos son iguales.
g) Es convexo.

043 **Indica el nombre de estos polígonos según su número de lados.**

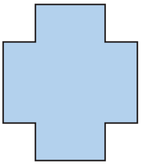
a)



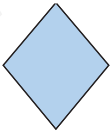
c)



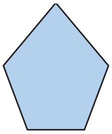
e)



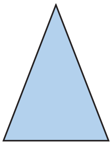
b)



d)



f)

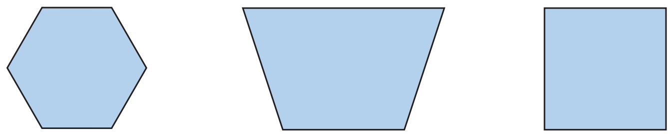


a) Hexágono
b) Cuadrilátero
c) Cuadrilátero
d) Pentágono
e) Dodecágono
f) Triángulo

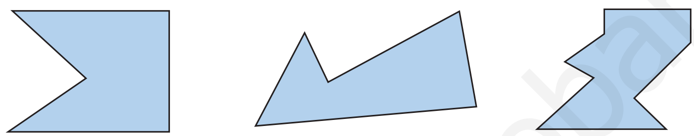
Polígonos y circunferencia

044 **Traza tres polígonos que sean convexos y otros tres que sean cóncavos.**

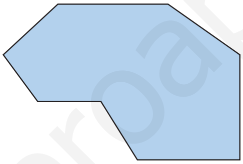
Polígonos convexos



Polígonos cóncavos



045 **Dibuja la siguiente figura en tu cuaderno.**



a) ¿Cuántos lados tiene?

b) Por su número de lados, ¿qué nombre recibe?

c) Dibuja sus diagonales. ¿Cuántas tiene?

d) Señala sus ángulos. ¿Cuántos tiene?

e) Calcula la suma de sus ángulos interiores.

f) Halla el valor de cada uno de esos ángulos. ¿Se puede calcular?

a) Tiene 8 lados.

b) Octógono.

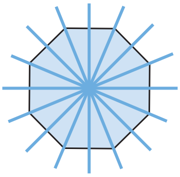
c) 20 diagonales.

d) 8 ángulos.

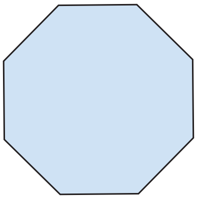
e) $180° \cdot (8 - 2) = 1\,080°$

f) No se puede calcular, porque el octógono no es regular.

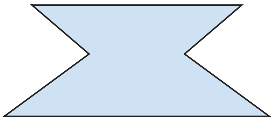
046 **Calca este octógono regular. ¿Cuántos ejes de simetría tiene?**

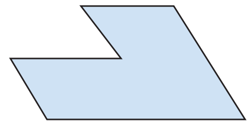


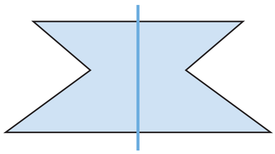
8 ejes de simetría



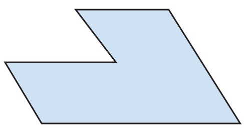
047 Determina los ejes de simetría.

a) 

b) 

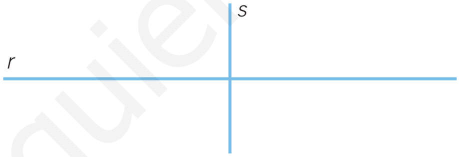
a) 

Tiene 1 eje de simetría.

b) 

No tiene ejes de simetría.

048 Estas rectas son ejes de simetría de un rectángulo.

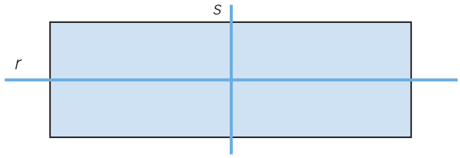


a) **Dibuja ese rectángulo.**

b) **¿Cuántos rectángulos cumplen esta condición?**

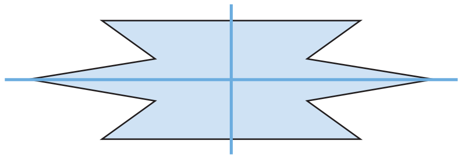
c) **¿Puedes dibujar un polígono de más de cuatro lados cuyos ejes de simetría sean *r* y *s*?**

a) Por ejemplo:



b) Las cumplen todos los rectángulos que tengan los lados paralelos a las dos rectas y sean equidistantes a ellas.

c) Respuesta abierta. Por ejemplo:



049 ●●

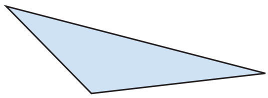
Dibuja un polígono que:

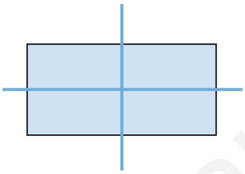
a) No tenga ejes de simetría.

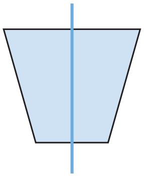
b) Tenga un solo eje de simetría.

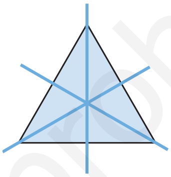
c) Tenga dos ejes de simetría.

d) Tenga tres ejes de simetría.

a)


c)


b)


d)


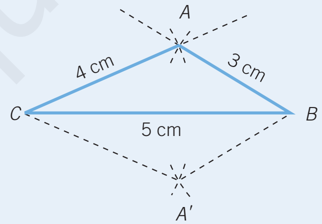
050

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE DIBUJA UN TRIÁNGULO CONOCIENDO LA MEDIDA DE SUS LADOS?

Construye un triángulo con lados $a = 5$ cm, $b = 4$ cm y $c = 3$ cm.

PRIMERO. Se traza un segmento igual a un lado, *a*. Los extremos son los vértices *C* y *B*.



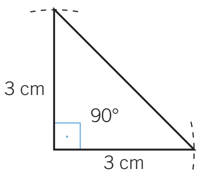
SEGUNDO. Se construyen dos arcos, uno con centro en *C* y radio *b*, y otro con centro en *B* y radio *c*.

TERCERO. Se unen *B* y *C* con los dos puntos de intersección de los arcos. Se obtienen dos triángulos, siendo ambos solución.

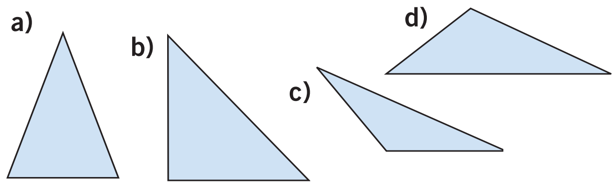
051 ●

Construye un triángulo rectángulo e isósceles cuyos catetos midan 3 cm.

Trazamos un segmento de 3 cm.
En uno de sus extremos construimos otro segmento perpendicular al primero de 3 cm.
Unimos los extremos libres de los segmentos.



052 ● **Clasifica estos triángulos según sus lados y ángulos.**



Determina el número de ángulos agudos, rectos y obtusos que tiene cada uno.

a) Isósceles acutángulo. Tiene los tres ángulos agudos.

b) Escaleno rectángulo. Tiene un ángulo recto y dos agudos.

c) Isósceles obtusángulo. Tiene un ángulo obtuso y dos agudos.

d) Escaleno obtusángulo. Tiene un ángulo obtuso y dos agudos.

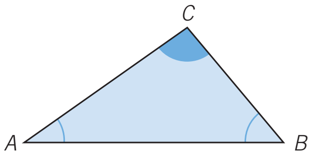
053 ● **En un triángulo rectángulo, un ángulo mide 45°. ¿Cuánto miden los otros ángulos?**

$180° - (45° + 90°) = 180° - 135° = 45°$. Miden 90° y 45°.

054 ● **En un triángulo, dos de sus ángulos miden 20° y 70°, respectivamente. ¿Cuánto mide el tercer ángulo? ¿Cómo se llama el triángulo?**

$180° - (20° + 70°) = 90°$ mide el tercer ángulo.
El triángulo es rectángulo.

055 ●● **¿Cuál es la medida del ángulo $\widehat{C}$ en el triángulo $\widehat{ABC}$ si $\widehat{A} = 35°\ 32'\ 30''$ y $\widehat{B} = 50°\ 50'$?**



$180° - (35°\ 32'\ 30'' + 50°\ 50') = 180° - 86°\ 22'\ 30'' = 93°\ 37'\ 30''$

El ángulo $\widehat{C}$ mide $93°\ 37'\ 30''$.

056 ● **Un triángulo isósceles tiene el ángulo desigual de 50°. ¿Cuánto miden los ángulos iguales?**

$180° - 50° = 130°$

$130° : 2 = 65°$ mide cada ángulo igual.

057 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE DETERMINA SI SE PUEDE CONSTRUIR UN TRIÁNGULO CON TRES SEGMENTOS DADOS?

¿Se puede dibujar un triángulo cuyos lados miden 5, 6 y 16 cm, respectivamente?

PRIMERO. Se estudia si cualquiera de los lados es menor que la suma de los otros dos.

$a = 5$ cm $\quad b = 6$ cm $\quad c = 16$ cm

$a < b + c$	$b < a + c$	$c < a + b$
$5 < 6 + 16$ $5 < 22$	$6 < 5 + 16$ $6 < 21$	$16 \not< 5 + 6$ $16 \not< 11$

SEGUNDO.

- Si se cumplen las tres desigualdades,las medidas determinan un triángulo.
- En caso contrario, no se puede construir un triángulo con esos tres segmentos.

En este caso, no se cumple una desigualdad: $16 \not< 5 + 6$; por tanto, no existe un triángulo de lados 5, 6 y 16 cm.

058 ● **Analiza, en cada caso, las medidas y averigua con cuáles se puede formar un triángulo.**

a) $a = 8$ **cm,** $b = 7$ **cm,** $c = 1$ **cm**

b) $a = 6$ **cm,** $b = 6$ **cm,** $c = 13$ **cm**

c) $a = 12$ **cm,** $b = 14$ **cm,** $c = 6$ **cm**

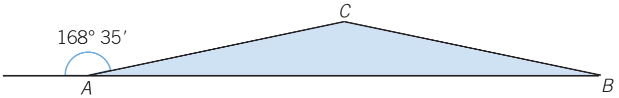
a) $8 \not< (7 + 1) = 8$. No se cumple, luego no se puede formar un triángulo.

b) $13 \not< 6 + 6 = 12$. No se cumple, por lo que no se puede formar un triángulo.

c) $12 < 14 + 6 \qquad 14 < 12 + 6 \qquad 6 < 12 + 14$

Se cumplen las condiciones; por tanto, se puede formar un triángulo.

059 ●● **El ángulo exterior de un triángulo isósceles, como el de la figura, mide 168° 35′. Calcula el valor de los tres ángulos del triángulo.**



$\widehat{A} = 180° - 168° 35' = 11° 25'$

$\widehat{B} = 11° 25'$

$\widehat{C} = 180° - (11° 25' + 11° 25') = 157° 10'$

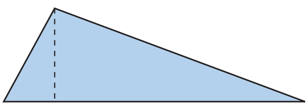
060 ● **¿Cuál será el valor de los ángulos en un triángulo equilátero?**

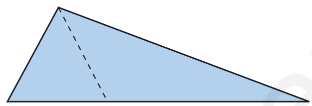
$180° : 3 = 60°$ mide cada ángulo de un triángulo equilátero.

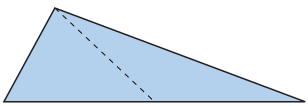
061 ●
Un triángulo rectángulo, ¿puede ser equilátero? ¿Por qué?

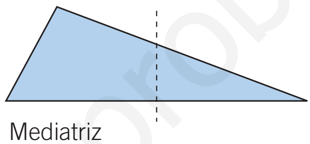
No puede ser equilátero, porque cada ángulo de un triángulo equilátero mide 60° y un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 90°.

062 ●
Escribe en tu cuaderno el nombre de las rectas notables dibujadas en los triángulos.

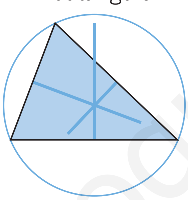
a)

Altura

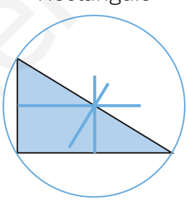
c)

Bisectriz

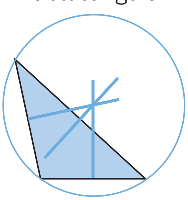
b)

Mediana

d)

Mediatriz

063 ●●
Dibuja tres triángulos: uno acutángulo, otro rectángulo y otro obtusángulo. Determina sus circuncentros. ¿Cómo son respecto a cada uno de los triángulos?

Acutángulo

Interior

Rectángulo

Sobre la hipotenusa

Obtusángulo

Exterior

064 ●●
Construye varios triángulos rectángulos y calcula su ortocentro. ¿Qué observas?

En un triángulo rectángulo, el ortocentro es el vértice del ángulo recto.

065 ●
En un triángulo rectángulo, los catetos miden 12 y 16 cm, respectivamente. Calcula la hipotenusa.

Hipotenusa $= \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$ cm

066 ●
En un triángulo rectángulo, un cateto mide 21 cm y la hipotenusa 75 cm. Halla el otro cateto.

Cateto $= \sqrt{75^2 - 21^2} = 72$ cm

067 ●
En un triángulo rectángulo isósceles, los catetos miden 12 cm. Determina el valor de la hipotenusa.

Hipotenusa $= \sqrt{12^2 + 12^2} = 16,97$ cm

068 **En un triángulo rectángulo, los catetos miden 25 y 60 cm, respectivamente. Calcula la hipotenusa.**

$$\text{Hipotenusa} = \sqrt{25^2 + 60^2} = 65 \text{ cm}$$

069 **Indica si los siguientes triángulos son rectángulos o no. Si no lo son, calcula el valor de la hipotenusa para que lo sean.**

a) Lados: 12, 16 y 20 cm.

b) Lados: 5, 6 y 13 cm.

c) Lados: 18, 24 y 32 cm.

a) $20^2 = 12^2 + 16^2 \rightarrow 400 = 144 + 256$. Se cumple, luego es un triángulo rectángulo.

b) $5 + 6 < 13 \rightarrow$ No forman un triángulo, ni rectángulo ni de ninguna otra clase.

$$\text{Hipotenusa} = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{25 + 36} = \sqrt{61} = 7{,}81 \text{ cm}$$

c) $32^2 \neq 18^2 + 24^2 \rightarrow 1\,024 \neq 324 + 576$.
No se cumple; por tanto, no es un triángulo rectángulo.

$$\text{Hipotenusa} = \sqrt{18^2 + 24^2} = \sqrt{900} = 30 \text{ cm}$$

070 **Calcula la diagonal de un cuadrado sabiendo que el lado mide 8 cm.**

$$\text{Diagonal} = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128} = 11{,}31 \text{ cm}$$

071 **Determina el lado de un cuadrado si la diagonal mide 7 cm.**

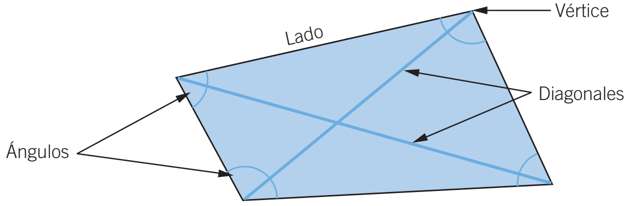
$$7^2 = l^2 + l^2 \rightarrow 49 = 2 \cdot l^2 \rightarrow \frac{49}{2} = l^2 \rightarrow l = \sqrt{\frac{49}{2}} = 4{,}95 \text{ cm}$$

El lado del cuadrado mide 4,95 cm.

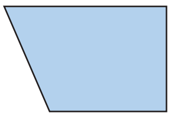
072 **Calcula la altura de un triángulo equilátero cuyo lado mide 10 cm.**

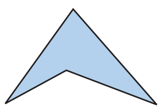
$$\text{Altura} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 8{,}66 \text{ cm}$$

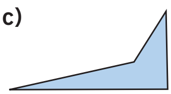
073 **Dibuja un cuadrilátero, señala las diagonales, los vértices, los ángulos y los lados.**

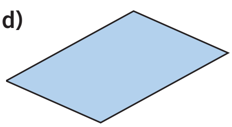


074 Clasifica los siguientes cuadriláteros en función del paralelismo de sus lados. Di si son cóncavos o convexos.

a) 

b) 

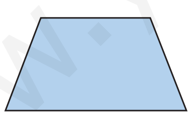
c) 

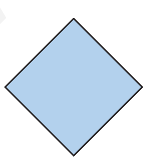
d) 

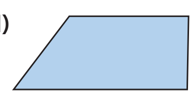
a) Trapecio convexo
b) Trapezoide cóncavo
c) Trapezoide cóncavo
d) Paralelogramo convexo, romboide

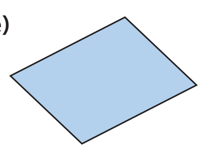
075 Clasifica estos cuadriláteros en función de sus ángulos y del paralelismo de sus lados.

a) 

b) 

c) 

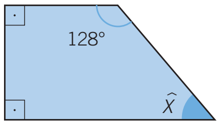
d) 

e) 

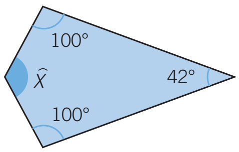
a) Rectángulo
b) Trapecio isósceles
c) Cuadrado
d) Trapecio rectángulo
e) Romboide

076 Calcula el ángulo que falta en cada uno de los cuadriláteros.

a)



b)



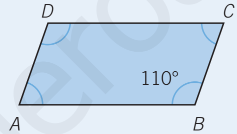
a) $\widehat{X} = 360° - (90° + 90° + 128°) = 52°$

b) $\widehat{X} = 360° - (100° + 100° + 42°) = 118°$

077 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULAN LOS ÁNGULOS DE UN PARALELOGRAMO?

Halla el valor de todos los ángulos de este paralelogramo.



PRIMERO. Los ángulos contiguos son suplementarios.

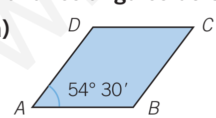
$$\widehat{A} + \widehat{B} = 180° \rightarrow \widehat{A} = 180° - 110° = 70°$$

SEGUNDO. Los ángulos opuestos son iguales.

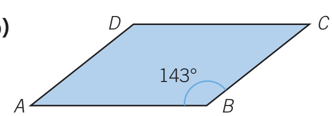
$$\widehat{D} = \widehat{B} = 110° \qquad \widehat{C} = \widehat{A} = 70°$$

078 Halla los ángulos de cada paralelogramo.

a)



b)



a) $\widehat{A} = \widehat{C} = 54°\,30'$

$$\widehat{B} = \widehat{D} = \frac{360° - 54°\,30' - 54°\,30'}{2} = \frac{360° - 109°}{2} = 125°\,30'$$

b) $\widehat{B} = \widehat{D} = 143°$

$$\widehat{A} = \widehat{C} = \frac{360° - 143° - 143°}{2} = \frac{360° - 286°}{2} = 37°$$

079 Un ángulo de un rombo vale 35°. Determina el valor del resto de ángulos.

Un rombo tiene los ángulos iguales dos a dos, luego otro ángulo mide 35°.

Cada uno de los dos ángulos restantes medirá: $\frac{360° - 70°}{2} = 145°$

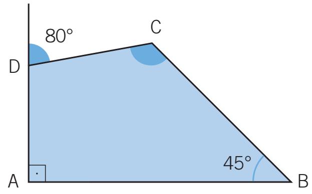
080 Un trapecio isósceles tiene dos ángulos de 45°. ¿Cuánto valen los otros ángulos?

$360° - 90° = 270°$

$270° : 2 = 135°$

Los otros ángulos miden 135° cada uno.

081 Calcula el valor del ángulo $\widehat{C}$ del cuadrilátero.



$\widehat{D} = 180° - 80° = 100°$

$\widehat{C} = 360° - (90° + 45° + 100°) = 125°$

082 Indica si las afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Si un paralelogramo tiene un ángulo recto, todos sus ángulos son rectos.

b) Si un cuadrilátero tiene un ángulo recto, tiene al menos otro ángulo recto.

c) Si un cuadrilátero tiene dos diagonales iguales, es un paralelogramo.

d) Hay cuadriláteros que no son paralelogramos y que tiene las diagonales iguales.

e) Un cuadrilátero que no sea paralelogramo puede tener dos ángulos rectos.

f) Un cuadrilátero que no sea paralelogramo puede tener tres ángulos rectos.

a) Verdadera

b) Falsa

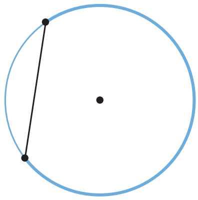
c) Falsa

d) Verdadera

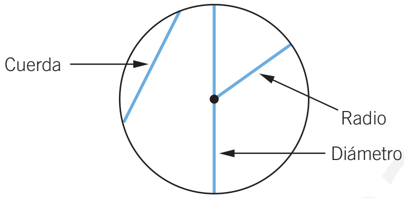
e) Verdadera

f) Falsa

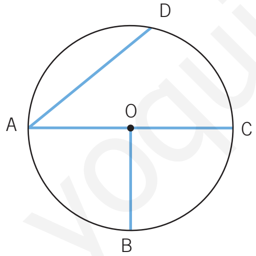
083 Dibuja una circunferencia con un compás. Después, traza una cuerda y señala con colores diferentes los dos arcos que determina.



084 Dibuja una circunferencia de radio 4 cm, y señala en ella un radio, un diámetro y una cuerda.

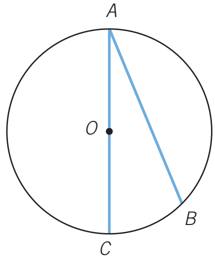


085 En la circunferencia de la figura se han trazado varios segmentos. Indica el nombre de cada uno de ellos.



AD → Cuerda
AC → Diámetro
OB, *OA* y *OC* → Radios

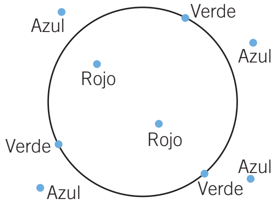
086 Observa la circunferencia de la figura. Completa y responde.



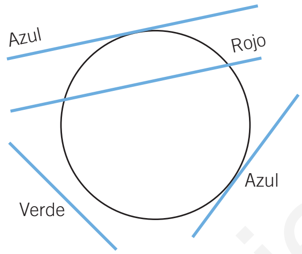
a) El segmento ***AB*** es una…
b) El segmento ***AC*** es un…
c) Si los segmentos cortan a dos puntos de la circunferencia, ¿por qué no reciben el mismo nombre?

a) El segmento *AB* es una cuerda.
b) El segmento *AC* es un diámetro.
c) Porque el segmento *AC* pasa por el centro y *AB* no.

087 Dibuja una circunferencia y señala dos puntos interiores en rojo, tres puntos de la circunferencia en verde y cuatro puntos exteriores a la circunferencia en azul.



088 Dibuja una circunferencia y señala una recta secante que no pase por el centro de rojo, una recta exterior de verde y dos rectas tangentes a la circunferencia de azul.



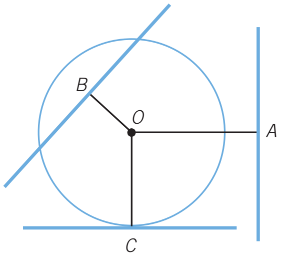
089 En la siguiente circunferencia se han trazado una recta exterior, otra recta secante y una tangente. También se han dibujado los segmentos perpendiculares a las rectas indicadas desde el centro, *O*, de la circunferencia.

Compara los segmentos *OA*, *OB* y *OC* con el radio, *r*, y escribe el signo <, > o =, según corresponda.

a) *OA* □ *r*

b) *OB* □ *r*

c) *OC* □ *r*

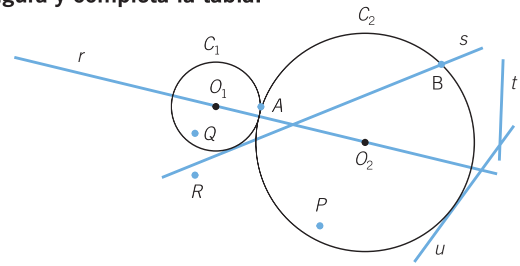


a) $OA > r$

b) $OB < r$

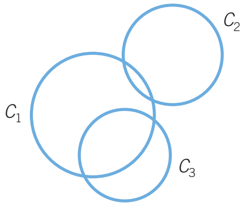
c) $OC = r$

090 Observa esta figura y completa la tabla.



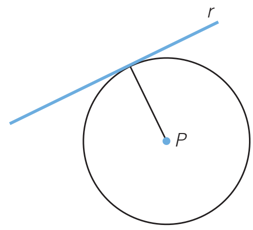
Elemento 1	Elemento 2	Posición relativa
P	C_1	Exterior
P	C_2	Interior
A	C_1	Exterior
A	C_2	Punto de la circunferencia
Q	C_1	Interior
Q	C_2	Exterior
R	C_1	Exterior
R	C_2	Exterior
B	C_1	Exterior
B	C_2	Punto de la circunferencia
r	C_1	Secante
r	C_2	Secante
s	C_1	Tangente
s	C_2	Secante
t	C_1	Exterior
t	C_2	Exterior
u	C_1	Exterior
u	C_2	Tangente
C_1	C_2	Tangentes

091 Observa la figura y señala la posición relativa de las tres circunferencias entre sí.



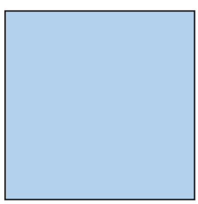
C_1 y C_2 son secantes.
C_1 y C_3 son secantes.
C_2 y C_3 son exteriores.

092 Si la distancia del punto *P* a la recta *r* es 3 cm, ¿cómo podrías trazar una circunferencia de centro *P* que fuese tangente a la recta *r*? ¿Cuál sería el valor del radio?



Trazamos la recta perpendicular a *r* desde el punto *P*.
Después, trazamos la circunferencia de centro *P* y radio 3 cm.
La circunferencia trazada es tangente a la recta, en el punto de corte de la recta con la perpendicular trazada. El valor del radio es 3 cm.

093 Calca el cuadrado de la figura. Traza la circunferencia circunscrita a él.



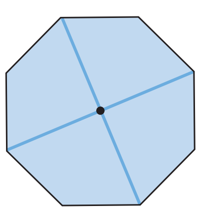
a) **¿Cómo construyes la circunferencia?**

b) **¿Qué relación hay entre el radio de la circunferencia y el lado del cuadrado?**

a) Se trazan las dos diagonales, siendo el punto de corte el centro de la circunferencia circunscrita, y el radio, la mitad de la diagonal.

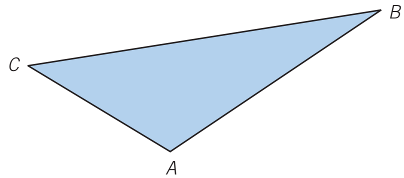
b) $r^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{2 \cdot l^2}{4} = \frac{l^2}{2} \rightarrow r = \sqrt{\frac{l^2}{2}} = \frac{l}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{2}$

094 Halla el centro del siguiente polígono regular, y explica cómo lo haces.



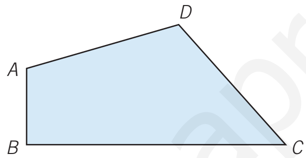
Dibujamos las mediatrices de dos lados o dos diagonales que pasen por vértices opuestos, y el punto de corte es el centro de ambas circunferencias, circunscrita e inscrita.

095 **¿Puedes dibujar la circunferencia circunscrita a este triángulo? Indica el proceso.**



Dibujamos las mediatrices de los lados, y el punto de corte es el centro de la circunferencia circunscrita, y el radio, la distancia a cualquiera de los vértices.

096 **¿Puedes circunscribir una circunferencia a este cuadrilátero? ¿Por qué?**

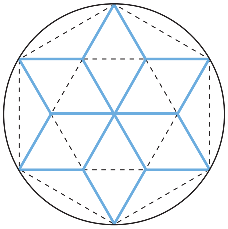


No es posible, ya que las mediatrices no se cortan en un punto.

097 **¿Puede inscribirse cualquier polígono en una circunferencia? ¿Y todos los polígonos regulares?**

No es posible para cualquier polígono; es necesario que las mediatrices de sus lados se corten en un único punto. Los polígonos regulares cumplen esta condición, luego se pueden inscribir en una circunferencia.

098 **Esta figura se ha obtenido trazando las diagonales de un hexágono regular. Construye en tu cuaderno una figura igual, con una circunferencia de 6 cm de radio.**



Construimos un hexágono regular tomando como longitud del lado, el radio de la circunferencia.

099 **¿Cuánto vale la apotema de un cuadrado? ¿Y de un hexágono regular?**

La apotema de un cuadrado vale la mitad del lado.

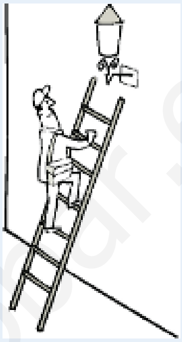
En un hexágono regular, tomamos el triángulo equilátero de lado x igual al lado del hexágono. La apotema es la altura, y aplicando el teorema de Pitágoras:

$h = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$. La apotema vale $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot$ lado.

100 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE RESUELVEN PROBLEMAS MEDIANTE EL TEOREMA DE PITÁGORAS?

Calcula la longitud de una escalera si está apoyada en la pared a una distancia de 1,8 m y sube hasta una altura de 7 m.



PRIMERO. Se hace un gráfico que aclare la situación.

Si se considera que el ángulo que forman la pared y el suelo es un ángulo recto, será un triángulo rectángulo en el que se conocen sus dos catetos.

SEGUNDO. Se aplica el teorema de Pitágoras.

$$l^2 = (1,8)^2 + 7^2 = 52,24$$

$$l = \sqrt{52,24} = 7,23 \text{ m}$$

La escalera mide 7,23 m.

101 ●● **Una escalera de 5 m apoyada en la pared, tiene su pie a 1,5 m de la base de la pared. ¿A qué altura llegará la escalera?**

$h = \sqrt{5^2 - 1,5^2} = \sqrt{22,75} = 4,77$ m de altura llegará la escalera.

102 ● **Calcula la longitud de la diagonal de una parcela rectangular de un terreno si sus dimensiones son 150 y 60 m, respectivamente.**

$\sqrt{150^2 + 60^2} = \sqrt{26\,100} = 161,55$ m mide la diagonal de la parcela.

103 ●● **En un jardín rectangular de 8 × 5 m, determina cuántos metros recorre un niño que lo cruza siguiendo la diagonal.**

Diagonal $= \sqrt{8^2 + 5^2} = \sqrt{89} = 9,43$ m recorre el niño.

104 ●● **Halla la altura de un triángulo isósceles con dos lados iguales de 12 cm y un lado desigual de 16 cm.**

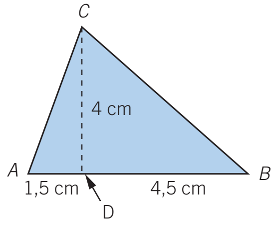
Calculamos la altura sobre el lado desigual:

$$h = \sqrt{12^2 - 8^2} = 8,94 \text{ cm}$$

Podemos calcular las otras dos alturas utilizando la fórmula del área:

$$\frac{16 \cdot 8,94}{2} = \frac{12 \cdot h}{2} \rightarrow h = \frac{16 \cdot 8,94}{12} = 11,92 \text{ cm}$$

105 ●● **Calcula la dimensión de todos los lados de un triángulo como el de la figura.**

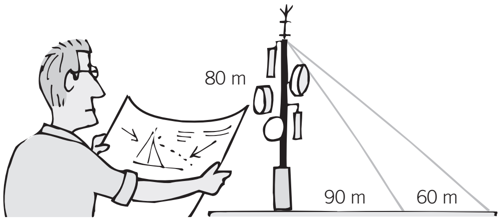


$$AC = \sqrt{4^2 + 1,5^2} = \sqrt{18,25} = 4,27 \text{ cm}$$

$$CB = \sqrt{4^2 + 4,5^2} = \sqrt{36,25} = 6,02 \text{ cm}$$

$$AB = 1,5 + 4,5 = 6 \text{ cm}$$

106 ●●● **Un arquitecto quiere colocar dos cables para sujetar una torre de comunicaciones. Observa la figura y calcula la longitud de los cables.**



Cable corto $= \sqrt{80^2 + 90^2} = \sqrt{14\,500} = 120{,}41$ m

Cable largo $= \sqrt{80^2 + 150^2} = \sqrt{28\,900} = 170$ m

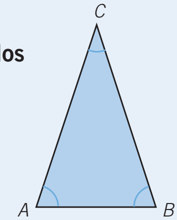
107 ●●● **Luisa quiere pasar, por una puerta de altura 2 m y ancho 1 m, un tablero de madera de más de 2 m de longitud. No puede pasarlo de pie y tiene que hacerlo inclinándolo. ¿Cuál es la máxima longitud que puede tener el tablero para poder hacerlo?**

Diagonal de la puerta $= \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} = 2{,}23$ m es la máxima longitud que puede tener.

108 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE RESUELVEN PROBLEMAS GEOMÉTRICOS CON ECUACIONES?

El ángulo desigual de un triángulo isósceles es la mitad de cada uno de los otros dos. Calcula el valor de los tres ángulos del triángulo.



PRIMERO. Se define la incógnita.

Si se llama x a la medida de los ángulos iguales, $\frac{x}{2}$ será la medida del ángulo desigual.

SEGUNDO. Se plantea la ecuación.

$$x + x + \frac{x}{2} = 180°$$

TERCERO. Se resuelve la ecuación:

$$x + x + \frac{x}{2} = 180 \rightarrow 2x + \frac{x}{2} = 180$$

y eliminando denominadores:

$$4x + x = 360 \rightarrow 5x = 360 \rightarrow x = 72$$

Por tanto, los ángulos iguales medirán 72° cada uno, y el ángulo desigual $\frac{72°}{2} = 36°$.

CUARTO. Se comprueba la solución.

$$72° + 72° + 36° = 180°$$

109 ●●

En un triángulo rectángulo, uno de los ángulos agudos es triple que el otro. Calcula el valor de los ángulos de este triángulo.

$$90° + x + 3x = 180° \rightarrow 4x = 180° - 90° = 90° \rightarrow x = 22{,}5°$$

Los ángulos del triángulo miden 22,5°; 67,5° y 90°.

110 ●●●

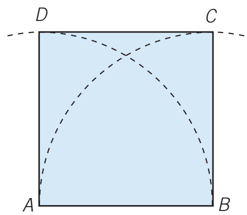
De los tres ángulos de un triángulo, el mayor es triple que el mediano y este es doble que el menor. Halla el valor de los ángulos.

$x \rightarrow$ Ángulo menor Ángulo mediano $= 2x$ Ángulo mayor $= 3 \cdot 2x = 6x$

$x + 2x + 6x = 180° \rightarrow 9x = 180 \rightarrow x =$ 20° mide el ángulo menor.
40° mide el ángulo mediano.
120° mide el ángulo mayor.

111 ●●

Explica cómo se ha construido este cuadrado:



Se traza el segmento AB y las perpendiculares en A y en B. Después, se traza el arco con centro en A y longitud hasta B, y el arco con centro en B y longitud hasta A. Los puntos de corte con las perpendiculares son los otros dos vértices del cuadrado.

112 ●●

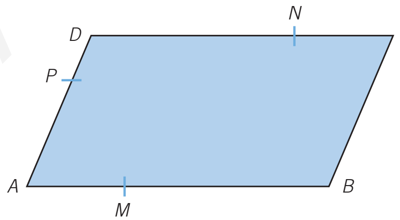
Construye un cuadrado sabiendo que su diagonal mide 6 cm.

Construimos un segmento de 6 cm. Trazamos otro segmento de 6 cm perpendicular al anterior, y que se corten en sus puntos medios.

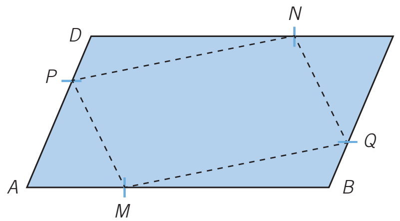
Los extremos de los segmentos son los vértices del cuadrado.

113 ●●●

En el paralelogramo *ABCD*, *DN* = *BM*. Señala un punto *Q* en el lado *BC*, de modo que *MPNQ* sea otro paralelogramo. Explica cómo lo haces.



Un paralelogramo tiene los lados paralelos dos a dos, luego para encontrar el punto Q se ha de cumplir que $\overline{BQ}$ sea igual que $\overline{PD}$.



114 **Traza dos segmentos paralelos *AB* y *CD* que sean de la misma longitud. Después, une los extremos. ¿Qué tipo de paralelogramo puede ser *ABCD*?**

Si la distancia entre los extremos de los distintos segmentos es igual a la longitud de los segmentos:

- Si son perpendiculares a *AC* y *BD*, sería un cuadrado.
- Si no son perpendiculares, sería un romboide.

Si la distancia entre los extremos de los distintos segmentos no es igual a la longitud de los segmentos:

- Si son perpendiculares a *AC* y *BD*, es un rectángulo.
- Si no son perpendiculares, puede ser un rombo o un romboide.

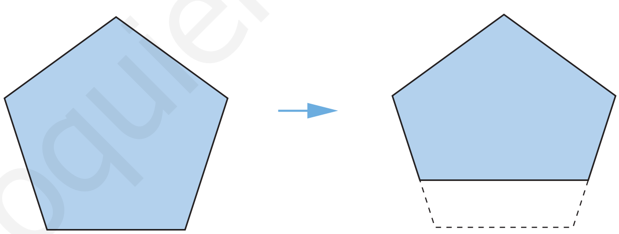
115 **¿Puede haber un polígono de 3, 4, 5, 6… lados, con todos los ángulos iguales, pero que no tenga los lados iguales?**

a) Construye y dibuja los polígonos que cumplen esta condición.

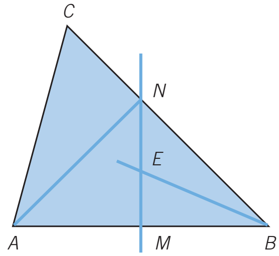
b) Explica en qué casos no es posible y por qué.

En el caso del polígono de 3 lados no es posible, porque si tiene todos sus ángulos iguales, sus lados han de ser también iguales.

En el resto de polígonos sí es posible; basta con tomar una recta paralela a uno de los lados de un polígono regular y sustituirla por el lado correspondiente, alargando o acortando los lados adyacentes.

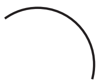
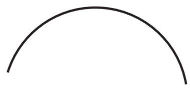


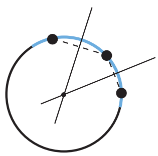
116 **En la figura, *M* es el punto medio del lado *AB*. La mediatriz de *AB* corta a *BC* en *N*, y la bisectriz del ángulo $\hat{B}$ corta a *MN* en *E*. ¿Qué punto notable es *E* en el triángulo $\widehat{ABN}$?**

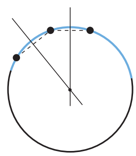


Como *MN* es la mediatriz del segmento *AB*, el triángulo $\widehat{ABN}$ es isósceles y, por tanto, la bisectriz del ángulo $\hat{N}$ coincide con la mediatriz del segmento *AB*. El punto E es el corte de dos bisectrices y, en consecuencia, es el incentro del triángulo $\widehat{ABN}$.

117 ●●● **Traza la circunferencia a la que pertenece cada uno de los siguientes arcos. Para ello señala tres puntos de cada arco.**

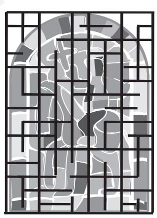
a)  **b)** 

a) 

b) 

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

118 ●●● **La iglesia de Villagrande tiene una enorme vidriera cuadrada rematada con un arco, es del siglo XVIII y tiene gran valor artístico.**



El ayuntamiento de la localidad ha decidido protegerla con una malla metálica que impida a las palomas acceder a ella.

Como la malla metálica es casi imperceptible desde el exterior, se ha decidido que sea de forma rectangular y que tape por completo la vidriera.

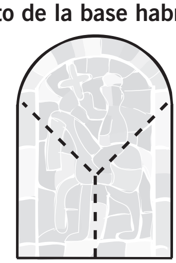
Eres capaz de... Comprender

a) ¿Qué relación habrá entre el ancho de la vidriera y el ancho de la malla metálica?

b) Si pudiésemos medir la altura de la vidriera, ¿en qué punto de la base habría que situar la cinta métrica para medirla?

Eres capaz de... Resolver

c) En los antiguos archivos de la iglesia han encontrado este croquis de la vidriera. ¿Cuánto medirá el radio de la circunferencia que determina el arco de la parte superior de la vidriera?



Eres capaz de... Decidir

d) El herrero encargado de fabricar la malla metálica tiene un trozo de malla cuadrado de 2,25 m de lado. ¿Tendrá malla suficiente para cubrir la vidriera?

a) Deben tener la misma longitud.

b) En el punto medio de la base.

c) Llamamos *x* al radio del arco que coincide con la mitad de la diagonal del cuadrado.

$$x = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} = 1{,}4142 \text{ m}$$

d) El rectángulo tiene como dimensiones:

$$\text{base} = 1 + 1 = 2 \text{ m}$$
$$\text{altura} = 1 + 1{,}4142 = 2{,}4142 \text{ m}$$

La malla del herrero no tiene la altura suficiente.

119 ●●● **Las dimensiones de un televisor vienen indicadas por la longitud de su diagonal, que se expresa en pulgadas, y para obtener su longitud en centímetros hay que considerar que cada pulgada tiene 2,54 cm.**

Por otro lado, también hay que considerar el formato del televisor. El formato establece la relación que hay entre la altura y el ancho del aparato.

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) Si el televisor es de 32 pulgadas, ¿cuántos centímetros mide su diagonal?

b) Si el televisor tiene un formato 9:16, y en las especificaciones técnicas se indica que mide 46,48 cm de ancho, ¿cuál es su altura?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

c) Calcula las dimensiones de un televisor de 32 pulgadas con formato 9:16.

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

d) Tengo que colocar el televisor en el hueco de un mueble que mide 80 cm de ancho y 60 cm de alto. ¿Puedo tener un televisor de 40 pulgadas con formato 9:16?

a) Diagonal $= 32 \cdot 2{,}54 = 81{,}28$ cm

b) $\left.\begin{array}{l} 9 \text{ cm de alto} \longrightarrow 16 \text{ cm de ancho} \\ \quad x \quad\quad \longrightarrow 46{,}48 \text{ cm de ancho} \end{array}\right\} \to x = \dfrac{9 \cdot 46{,}48}{16} = 26{,}145 \text{ cm}$

La altura del televisor es de 26,15 cm, aproximadamente.

c) Llamamos x a la altura del televisor, si el formato es 9:16, entonces su anchura $\dfrac{16 \cdot x}{9}$.

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$x^2 + \left(\frac{16 \cdot x}{9}\right)^2 = 81{,}28^2 \qquad x^2 + \frac{256x^2}{81} = 6\,606{,}4384$$

$$337x^2 = 535\,121{,}5104 \to x = \sqrt{\frac{535\,121{,}5104}{337}} = 39{,}85 \text{ cm de altura}$$

$$\text{Anchura} = = \frac{16 \cdot 39{,}85}{9} = 70{,}84 \text{ cm}$$

d) Las medidas de un televisor de 40 pulgadas con formato 9:16 son:

Diagonal $= 40 \cdot 2{,}54 = 101{,}6$ cm

$$x^2 + \left(\frac{16 \cdot x}{9}\right)^2 = 101{,}6^2 \qquad x^2 + \frac{256x^2}{81} = 10\,322{,}56$$

$$337x^2 = 836\,127{,}36 \to x = \sqrt{\frac{836\,127{,}36}{337}} = 49{,}81 \text{ cm de altura}$$

$$\text{Anchura} = = \frac{16 \cdot 49{,}81}{9} = 88{,}55 \text{ cm}$$

El ancho del televisor, 88,55 cm, sobrepasa el ancho del hueco, 80 cm.

11 Perímetros y áreas

La visión del ciego

El soldado miraba con lástima al anciano ciego que, apoyado en su bastón, tomaba el sol mientras sus ojos extintos intuían la posición del astro en el horizonte.

Ahmés, su compañero de guardia a la entrada de la biblioteca de Alejandría, interrumpió sus pensamientos diciéndole:

–Es Eratóstenes, el cual no hace mucho tiempo dirigía la biblioteca.

–¡Es una pena que sea ciego!

–No siempre fue así, y lo único que ahora lamenta es no poder leer el pensamiento del mundo encerrado en estas paredes –dijo Ahmés, y continuó con su explicación–: Pero el maestro todavía es capaz de ver más lejos que tú, que tienes tus ojos sanos.

–¡Eso es imposible!

Ahmés, con una sonrisa, intentó explicárselo:

–Tú y yo, con nuestros ojos, vemos la Tierra plana como la palma de nuestra mano; sin embargo él, que ahora está ciego, la ve con forma de bola y dicen que incluso ha calculado su tamaño.

Eratóstenes, utilizando ángulos y proporcionalidad, cifró la circunferencia polar de la Tierra en 252 000 estadios egipcios (1 estadio = 157,2 m).

DESCUBRE LA HISTORIA...

1 **Busca información sobre la vida de Eratóstenes, geógrafo, matemático y astrónomo griego.**

Una resumida biografía de Eratóstones se encuentra en las página:

http://www.biografiasyvidas.com

2 **Eratóstenes es famoso por haber llevado a cabo la primera medición de la circunferencia de la Tierra. Investiga cómo lo hizo.**

Una explicación exhaustiva se pueden consultar en esta página dedicada a la astronomía:

http://www.astromia.com/biografias/eratostenes.htm

También puedes encontrar otra explicación en:

http://www.portalplanetasedna.com.ar/eratostenes.htm

3 **Averigua qué otros trabajos realizó Eratóstenes relacionados con la geometría.**

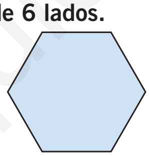
Una enumeración de los trabajos de Eratóstones se puede encontrar en el apartado de biografías de matemáticas de esta página:

http://www.divulgamat.net

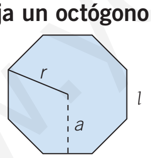
EVALUACIÓN INICIAL

1 **Dibuja un polígono regular de 6 lados.**

Es un hexágono regular.



2 **Dibuja un octógono regular y describe sus elementos.**



r = radio

a = apotema

l = lado

3 **Si el radio de una circunferencia es 4 cm, ¿cuánto mide su diámetro?**

Diámetro: 8 cm

4 **¿Cuánto mide el radio de un círculo si su diámetro es 12 cm?**

Radio: 6 cm

5 **Transforma en m² las siguientes medidas de superficie.**

a) $32\ \text{cm}^2$ **c)** $0{,}7\ \text{dam}^2$ **e)** $5{,}4\ \text{hm}^2$ **g)** $1\,621{,}8\ \text{mm}^2$

b) $17\ \text{dm}^2$ **d)** $8\ \text{km}^2$ **f)** $87{,}4\ \text{km}^2$ **h)** $21{,}4\ \text{cm}^2$

a) $0{,}0032\ \text{m}^2$ c) $70\ \text{m}^2$ e) $54\,000\ \text{m}^2$ g) $0{,}0016218\ \text{m}^2$

b) $0{,}17\ \text{m}^2$ d) $8\,000\,000\ \text{m}^2$ f) $87\,400\,000\ \text{m}^2$ h) $0{,}00214\ \text{m}^2$

EJERCICIOS

001 **Halla el perímetro de:**

a) Un rombo cuyo lado mide 10 cm.

b) Un trapecio isósceles con bases de 4 cm y 8 cm y los otros lados de 5 cm.

a) Perímetro $= 10 \cdot 4 = 40$ cm

b) Perímetro $= 4 + 8 + 2 \cdot 5 = 22$ cm

002 **¿Cuánto mide cada uno de los lados de un pentágono regular si su perímetro es 25 cm?**

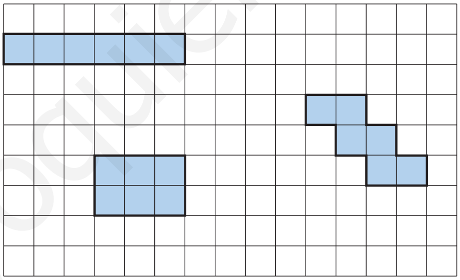
25 : 5 = 5 cm mide cada lado del pentágono regular.

003 **Obtén el perímetro de un rectángulo, si su diagonal mide 17 cm y uno de sus lados es de 15 cm.**

Lado $= \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{64} = 8$ cm

Perímetro $= 2 \cdot 15 + 2 \cdot 8 = 46$ cm

004 **Sobre una cuadrícula, dibuja varias figuras distintas que contengan 6 cuadraditos. ¿Tienen todas el mismo perímetro?**



No tienen el mismo perímetro.

005 **¿Cuánto mide la longitud de una circunferencia de 6 cm de diámetro?**

Longitud de la circunferencia $= 6 \cdot 3{,}14 = 18{,}84$ cm

006 **Una circunferencia está inscrita en un cuadrado de lado 4 cm. Calcula su longitud.**

El diámetro de la circunferencia es 4 cm.

Longitud $= 4 \cdot 3{,}14 = 12{,}56$ cm

007 **Si la longitud de la circunferencia es 25 cm, ¿cuánto mide su radio?**

$25 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot r \rightarrow r = \dfrac{25}{6{,}28} = 3{,}98$ cm

008 **Una circunferencia está circunscrita en un cuadrado de lado 4 cm. Halla su longitud.**

$$\text{Diámetro} = \text{Diagonal del cuadrado} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 5{,}65 \text{ cm}$$

$$\text{Longitud} = 5{,}65 \cdot 3{,}14 = 17{,}741 \text{ cm}$$

009 **Obtén el área y el perímetro del suelo de una habitación rectangular de lados 3 m y 7 m.**

$$\text{Área} = 3 \cdot 7 = 21 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro} = 3 \cdot 2 + 7 \cdot 2 = 20 \text{ m}$$

010 **Determina el área de una finca cuadrada de lado 1 200 m.**

$$\text{Área} = 1\,200 \cdot 1\,200 = 1\,440\,000 \text{ m}^2$$

011 **Calcula el área y el perímetro de un rectángulo de altura 48 cm y diagonal 50 cm.**

$$\text{Lado} = \sqrt{50^2 - 48^2} = \sqrt{196} = 14 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = 14 \cdot 48 = 672 \text{ cm}^2$$

$$\text{Perímetro} = 48 \cdot 2 + 14 \cdot 2 = 124 \text{ cm}$$

012 **Halla el área y el perímetro de un cuadrado de diagonal 5 cm.**

$$25 = x^2 + x^2 = 2x^2 \rightarrow x^2 = \frac{25}{2} \rightarrow \text{Área} = x^2 = 12{,}5 \text{ cm}^2.$$

$$x = \sqrt{\frac{25}{2}} = 3{,}54 \text{ cm mide el lado} \rightarrow \text{Perímetro} = 3{,}54 \cdot 4 = 14{,}16 \text{ cm}$$

013 **Un terreno de forma rectangular mide 4,5 hm de largo y 3 000 dm de ancho.**

a) Halla el área del terreno en metros cuadrados y en hectáreas.

b) Calcula su precio si se vende a 3,60 €/m².

3 000 dm

4,5 hm

a) $4{,}5 \text{ hm} = 450 \text{ m}$ $\quad 3\,000 \text{ dm} = 300 \text{ m}$

$\text{Área} = 450 \cdot 300 = 135\,000 \text{ m}^2 = 13{,}5$ hectáreas

b) $3{,}60 \cdot 135\,000 = 486\,000$ €

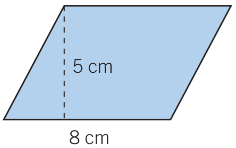
014 **Halla el área y el perímetro de un rombo de diagonal mayor 24 cm y diagonal menor 18 cm.**

$$\text{Área} = \frac{24 \cdot 18}{2} = 216 \text{ cm}^2$$

$$\text{Lado} = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro} = 15 \cdot 4 = 60 \text{ cm}$$

015 **Determina el área de un romboide de base 8 cm y altura 5 cm.**



Área $= 8 \cdot 5 = 40$ cm^2

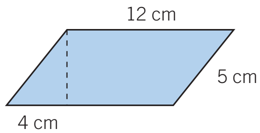
016 **Obtén el área de un rombo cuyo perímetro es 20 cm y su diagonal menor mide 6 cm.**

Lado $= 20 : 4 = 5$ cm

Diagonal mayor $= 2 \cdot \sqrt{5^2 - 3^2} = 2 \cdot \sqrt{16} = 8$ cm

Área $= \dfrac{8 \cdot 6}{2} = 24$ cm^2

017 **Calcula el área y el perímetro de esta figura:**



Perímetro $= 12 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 34$ cm

Altura $= \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ cm

Área $= 12 \cdot 3 = 36$ cm^2

018 **Determina el área de un triángulo de base 4 cm y altura 7 cm.**

Área $= \dfrac{4 \cdot 7}{2} = 14$ cm^2

019 **Calcula el área de un triángulo rectángulo de catetos 6 cm y 7 cm.**

Área $= \dfrac{6 \cdot 7}{2} = 21$ cm^2

020 **Halla el área de un triángulo equilátero de lado 10 cm.**

Altura $= \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8{,}66$ cm

Área $= \dfrac{10 \cdot 8{,}66}{2} = 43{,}3$ cm^2

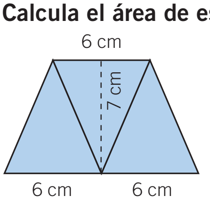
021 **Obtén el área de un triángulo equilátero de 18 cm de perímetro.**

Lado $= 18 : 3 = 6$ cm

Altura $= \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 5{,}2$ cm

Área $= \dfrac{6 \cdot 5{,}2}{2} = 15{,}6$ cm^2

022 **Calcula el área de esta figura:**

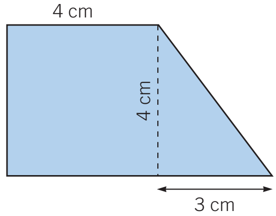


Es el área de tres triángulos iguales: $3 \cdot \dfrac{6 \cdot 7}{2} = 63$ cm^2.

023 **Calcula el área de un trapecio de altura 7 cm y bases de 3 cm y 5 cm.**

$$\text{Área} = \frac{(3 + 5) \cdot 7}{2} = 28 \text{ cm}^2$$

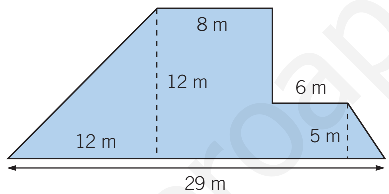
024 **En un trapecio rectángulo, las bases miden 4 cm y 7 cm y la altura 4 cm. Determina el valor del otro lado y su área.**



$$\text{Lado} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{4 + 7}{2} \cdot 4 = 22 \text{ cm}^2$$

025 **Obtén el área de la siguiente figura:**



$$\text{Área del triángulo} = \frac{12 \cdot 12}{2} = 72 \text{ m}^2$$

$$\text{Área del rectángulo} = 8 \cdot 12 = 96 \text{ m}^2$$

$$\text{Área del trapecio} = \frac{(29 - 12 - 8) + 6}{2} \cdot 5 = 37{,}5 \text{ m}^2$$

$$\text{Área total} = 72 + 96 + 37{,}5 = 205{,}5 \text{ m}^2$$

026 **Obtén el área de un heptágono regular de lado 6 cm y apotema 6,2 cm.**

$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 6{,}2}{2} = 130{,}2 \text{ cm}^2$$

027 **Calcula la apotema de un hexágono regular de área 93,5 m² y lado 6 m.**

$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 6 \cdot a}{2} = 93{,}5 \rightarrow 36 \cdot a = 187$$

$$a = \frac{187}{36} = 5{,}2 \text{ m}$$

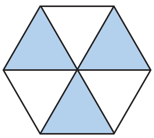
028 **Halla el lado de un octógono regular de área 1,19 dm² y apotema 6 cm.**

$$\text{Área} = \frac{8 \cdot l \cdot 6}{2} = 119 \text{ cm}^2 \rightarrow 48 \cdot l = 238$$

$$l = \frac{238}{48} = 4{,}96 \text{ cm}$$

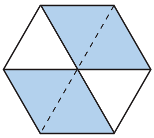
029 **Determina el área de la parte coloreada, sabiendo que el área del hexágono regular es 258 cm².**

a)



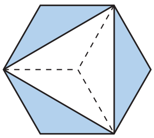
$$\text{Área} = \frac{3}{6} \cdot 258 = 129 \text{ cm}^2$$

b)



$$\text{Área} = \frac{4}{6} \cdot 258 = 172 \text{ cm}^2$$

c)



$$\text{Área} = \frac{3}{6} \cdot 258 = 129 \text{ cm}^2$$

030 **Halla la apotema de un endecágono regular de lado 12 cm y radio 21,3 cm.**

$$\text{Apotema} = \sqrt{21{,}3^2 - 6^2} = \sqrt{417{,}69} = 20{,}44 \text{ cm}$$

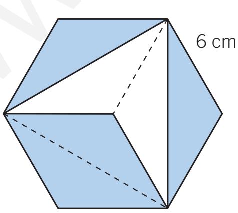
031 **Calcula el radio de un pentágono regular, sabiendo que su área es 30 cm² y su lado 4,2 cm.**

$$\text{Área} = \frac{5 \cdot 4{,}2 \cdot a}{2} = 30 \rightarrow 21 \cdot a = 60 \rightarrow a = \frac{60}{21} = 2{,}86 \text{ cm}$$

La apotema. mide 2,86 cm.

$$\text{Radio} = \sqrt{2{,}86^2 + 2{,}1^2} = 3{,}55 \text{ cm}$$

032 **Obtén el área de la zona coloreada.**



$$\text{Apotema del hexágono} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 5{,}2 \text{ cm}$$

$$\text{Área del hexágono} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6 \text{ cm}^2$$

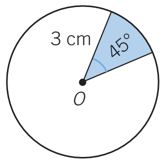
$$\text{Área de la zona coloreada} = \frac{4}{6} \cdot \text{Área del hexágono} =$$

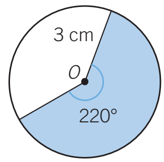
$$= \frac{2}{3} \cdot 93{,}6 = 62{,}4 \text{ cm}^2$$

033 **Halla el área de un círculo de 6 cm de diámetro.**

$$\text{Área} = \pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 28{,}26 \text{ cm}^2$$

034 **Calcula el área de estos sectores circulares:**





$$A = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 45°}{360°} = 3{,}5325 \text{ cm}^2$$

$$A = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 220°}{360°} = 17{,}27 \text{ cm}^2$$

035 **Obtén el área de una corona circular limitada por dos circunferencias de radios 4 y 8 cm, respectivamente.**

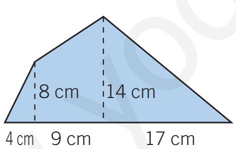
$$A = \pi \cdot 8^2 - \pi \cdot 4^2 = 150{,}72 \text{ cm}^2$$

036 **¿Podemos hallar el área de una circunferencia? ¿Y de un arco de circunferencia? ¿Por qué?**

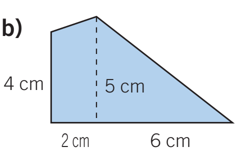
No se puede hallar el área de una circunferencia porque es una línea, y solo tiene una dimensión. Ocurre lo mismo con un arco de circunferencia.

037 **Calcula el área de estas figuras.**

a)



b)



a) Área del triángulo menor $= \dfrac{4 \cdot 8}{2} = 16 \text{ cm}^2$

Área del trapecio $= \dfrac{14 + 8}{2} \cdot 9 = 99 \text{ cm}^2$

Área del triángulo mayor $= \dfrac{17 \cdot 14}{2} = 119 \text{ cm}^2$

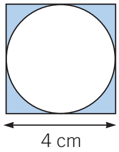
Área total $= 16 + 99 + 119 = 234 \text{ cm}^2$

b) Área del trapecio $= \dfrac{4 + 5}{2} \cdot 2 = 9 \text{ cm}^2$

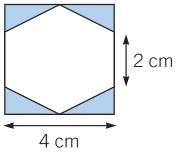
Área del triángulo $= \dfrac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ cm}^2$

Área total $= 9 + 15 = 24 \text{ cm}^2$

038 **Obtén el área de las zonas verdes.**

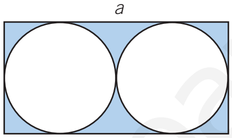


Área del cuadrado − Área del círculo $= 4^2 - \pi \cdot 2^2 =$
$= 16 - 12{,}56 = 3{,}44$ cm^2



$4 \cdot$ Área de un triángulo $= 4 \cdot \dfrac{2 \cdot 1}{2} = 4 \cdot 1 = 4$ cm^2

039 **Calcula el área de la zona coloreada.**



Área de la zona coloreada = Área del rectángulo − 2 · Área del círculo

Altura del rectángulo: $\dfrac{a}{2}$

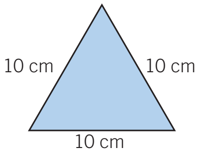
Área del rectángulo $= a \cdot \dfrac{a}{2} = \dfrac{a^2}{2}$ Área del círculo $= \pi \cdot \left(\dfrac{a}{4}\right)^2$

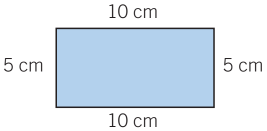
Área de la zona coloreada $= \dfrac{a^2}{2} - 2\pi \cdot \left(\dfrac{a}{4}\right)^2 = a^2 \cdot \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{\pi}{8}\right) = \dfrac{(4-\pi) \cdot a^2}{8}$

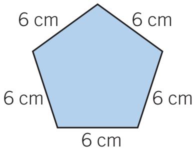
ACTIVIDADES

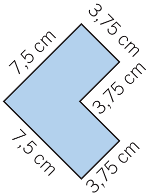
040 **Dibuja cinco figuras planas que tengan 30 cm de perímetro. Indica los datos que las definen.**

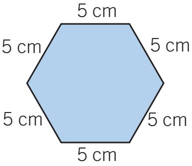
Respuesta abierta. Por ejemplo:





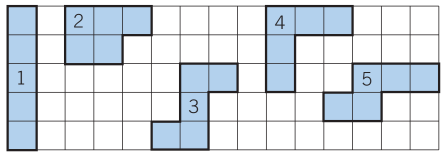






041 Sobre una cuadrícula, dibuja cinco figuras distintas que se puedan formar con 5 cuadraditos. Estas figuras se denominan pentaminos. Se pide:

a) Obtén el perímetro de cada figura. **b) ¿Tienen todas la misma área?**



a) $P_1 = 12$ u $P_2 = 10$ u $P_3 = 12$ u $P_4 = 12$ u $P_5 = 12$ u

b) Todas tienen 5 cuadraditos de área.

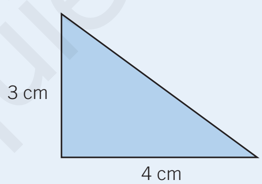
042 **¿Cuánto mide cada uno de los lados de un octógono regular si su perímetro es de 32 cm?**

32 : 8 = 4 cm mide cada lado del octógono.

043 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA EL PERÍMETRO DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO SI NO SE CONOCE UN LADO?

¿Cuánto mide el perímetro de un triángulo rectángulo cuyos catetos son 3 cm y 4 cm?



PRIMERO. Se calcula cuánto mide el lado desconocido aplicando el teorema de Pitágoras.

$$a^2 = 3^3 + 4^2$$
$$a = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

SEGUNDO. Se halla el perímetro.

$$P = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ cm}$$

044 **Halla el perímetro de un rombo cuyas diagonales son 12 y 16 cm, respectivamente.**

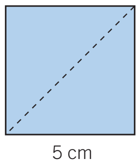
Lado $= \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ cm Perímetro $= 4 \cdot 10 = 40$ cm

045 **¿Cuánto mide el perímetro y la diagonal de un rectángulo de lados 12 cm y 16 cm?**

Perímetro $= 12 \cdot 2 + 16 \cdot 2 = 56$ cm

Diagonal $= \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20$ cm

046 ●●
Calcula la diagonal y el perímetro de un cuadrado de lado 5 cm.



Diagonal $= \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 7{,}07$ cm

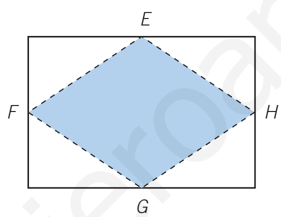
Perímetro $= 5 \cdot 4 = 20$ cm

047 ●●
Halla el lado y la diagonal de un cuadrado de perímetro 40 cm.

Lado $= 40 : 4 = 10$ cm

Diagonal $= \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14{,}14$ cm

048 ●●
Si los lados del rectángulo miden 12 cm y 8 cm, y los puntos *E*, *F*, *G* y *H* son los puntos medios de los lados del rectángulo, calcula el perímetro del rombo de la figura.



Las diagonales del rombo miden lo mismo que los lados del rectángulo.

Lado del rombo $= \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 7{,}21$ cm

Perímetro del rombo $= 4 \cdot 7{,}21 = 28{,}84$ cm

049 ●
Obtén la longitud de las siguientes circunferencias.

a) De 12 cm de radio.

b) De 10 cm de diámetro.

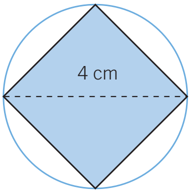
c) Si la tercera parte del radio es 5 cm.

a) $L = 2 \cdot \pi \cdot 12 = 75{,}36$ cm

b) $L = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 31{,}4$ cm

c) $L = 2 \cdot \pi \cdot 15 = 94{,}2$ cm

050 ●
La diagonal de un cuadrado inscrito en una circunferencia mide 4 cm. Halla la longitud de la circunferencia.



Radio $= \frac{1}{2}$ Diagonal del cuadrado $= 2$ cm

$L = 2 \cdot \pi \cdot 2 = 12{,}56$ cm

051 ●●
Calcula el perímetro del cuadrado inscrito en una circunferencia de radio 5 cm.

Diagonal del cuadrado $=$ Diámetro de la circunferencia $= 10$ cm

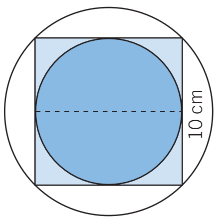
$10^2 = 2 \cdot l^2 \rightarrow l^2 = \sqrt{50} \rightarrow l = 7{,}07$ cm

Perímetro $= 4 \cdot 7{,}07 = 28{,}28$ cm

052 Dado un cuadrado de 10 cm de lado, obtén:

a) La longitud de la circunferencia inscrita en el cuadrado.

b) La longitud de la circunferencia circunscrita en el cuadrado.



a) Diámetro de la circunferencia = Lado = 10 cm

$L = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 31{,}4$ cm

b) Diámetro de la circunferencia = Diagonal =

$= \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14{,}14$ cm

$L = 2 \cdot \pi \cdot 7{,}07 = 44{,}4$ cm

053 **En una circunferencia de radio 12 cm, calcula la longitud de los siguientes arcos.**

a) 30° **b) 60°** **c) 90°** **d) 120°**

a) $\dfrac{2 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 30°}{360°} = 6{,}28$ cm

b) $\dfrac{2 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 60°}{360°} = 12{,}56$ cm

c) $\dfrac{2 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 90°}{360°} = 18{,}84$ cm

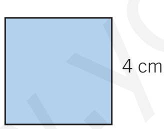
d) $\dfrac{2 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 120°}{360°} = 25{,}12$ cm

054 **En una circunferencia, la longitud de un arco de 270° es 628 cm. ¿Cuál será la longitud de la circunferencia?**

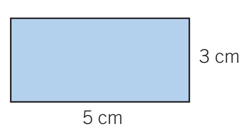
Longitud de la circunferencia $= \dfrac{360° \cdot 628}{270°} = 837{,}3$ cm

055 **Calcula el área de las siguientes figuras.**

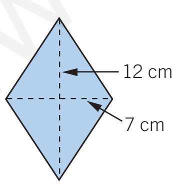
a)



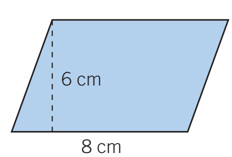
c)



b)



d)



a) $A = 4 \cdot 4 = 16$ cm^2

b) $A = \dfrac{12 \cdot 7}{2} = 42$ cm^2

c) $A = 5 \cdot 3 = 15$ cm^2

d) $A = 8 \cdot 6 = 48$ cm^2

056 **Un cuadrado tiene una superficie de 3 600 m². ¿Cuánto mide cada uno de sus lados?**

$l \cdot l = l^2 = 3\,600 \rightarrow l = \sqrt{3\,600} = 60$ cm mide cada lado.

057 ●● **En un rectángulo de 320 cm² de superficie, uno de sus lados mide 20 cm. ¿Cuánto mide el otro?**

$320 = a \cdot 20 \rightarrow a = 320 : 20 = 16$ cm mide el otro lado.

058 ●● **Un rombo tiene un área de 400 cm² y una de sus diagonales mide 40 cm. ¿Cuánto medirá la otra diagonal?**

$$A = \frac{40 \cdot d}{2} = 400 \rightarrow d = \frac{2 \cdot 400}{40} = 20 \text{ cm mide la otra diagonal.}$$

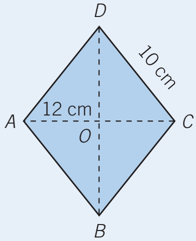
059 ●● **Si un romboide tiene un área de 66 cm² y su altura mide 6 cm, ¿cuánto mide su base?**

$$A = b \cdot 6 = 66 \text{ cm}^2 \rightarrow b = \frac{66}{6} = 11 \text{ cm mide su base.}$$

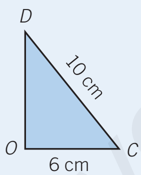
060 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA EL ÁREA DE UN ROMBO CONOCIENDO SU LADO Y UNA DE SUS DIAGONALES?

Halla el área de un rombo en el que una de las diagonales mide 12 cm y el lado 10 cm.



PRIMERO. Se calcula la diagonal desconocida aplicando el teorema de Pitágoras.



$OC = 12 : 2 = 6$ cm $\qquad CD = 10$ cm

$CD^2 = OC^2 + OD^2$

$OD = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ cm

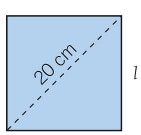
Diagonal mayor $= 2 \cdot 8 = 16$ cm

SEGUNDO. Se halla el área.

$$\text{Área del rombo} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{16 \cdot 12}{2} = 96 \text{ cm}^2$$

061 ● **Obtén el área de las siguientes figuras.**

a)

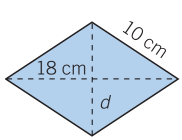


$l^2 + l^2 = 20^2 = 400 \rightarrow$

$2 \cdot l^2 = 400 \rightarrow l^2 = 200$

$\text{Área} = l^2 = 200 \text{ cm}^2$

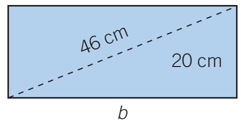
b)



$\frac{d}{2} = \sqrt{10^2 - 9^2} = \sqrt{19} = 4{,}35$ cm

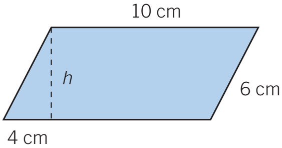
$d = 2 \cdot 4{,}35 = 8{,}7$ cm

$$\text{Área} = \frac{18 \cdot 8{,}7}{2} = 78{,}3 \text{ cm}^2$$

c) 

$b = \sqrt{46^2 - 20^2} = \sqrt{1716} = 41{,}42$ cm

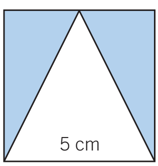
Área $= 41{,}42 \cdot 20 = 828{,}4$ cm^2

d) 

$h = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 4{,}47$ cm

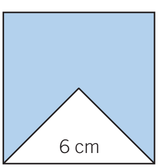
Área $= 10 \cdot 4{,}47 = 44{,}7$ cm^2

062 **Calcula el área de las zonas coloreadas.**

a) 

Área = Área del cuadrado − Área del triángulo

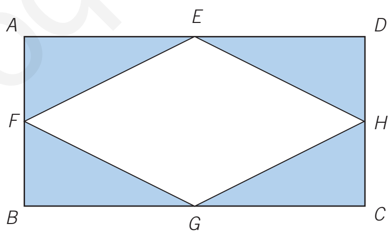
$$\text{Área} = 5 \cdot 5 - \frac{5 \cdot 5}{2} = 12{,}5 \text{ cm}^2$$

b) 

Área = Área del cuadrado − Área del triángulo

$$\text{Área} = 6 \cdot 6 - \frac{6 \cdot 3}{2} = 27 \text{ cm}^2$$

063 **Un rectángulo *ABCD* mide 8 cm de ancho y el doble de largo.**
Los puntos *E*, *F*, *G* y *H* son los puntos medios de los lados del rectángulo.
Calcula el área de la zona coloreada.



$$\text{Área} = \frac{1}{2}\,\text{Área del rectángulo} = \frac{8 \cdot 16}{2} = 64 \text{ cm}^2$$

064 **Obtén el área de los siguientes triángulos.**

a) Base = 5 cm y altura = 12 cm

b) Base = 8 dm y altura = 13 cm

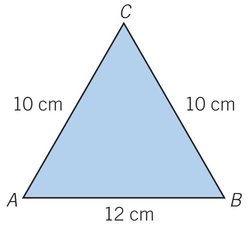
c) Base = 5 dm y altura = 15 cm

a) $A = \dfrac{5 \cdot 12}{2} = 30$ cm^2

b) $A = \dfrac{80 \cdot 13}{2} = 520$ cm^2

c) $A = \dfrac{50 \cdot 15}{2} = 375$ cm^2

065 **En este triángulo isósceles, calcula.**



a) El perímetro del triángulo.
b) La altura del triángulo.
c) El área del triángulo.

a) Perímetro $= 2 \cdot 10 + 12 = 32$ cm

b) $h = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ cm

c) Área $= \dfrac{12 \cdot 8}{2} = 48$ cm^2

066 **En un triángulo isósceles, los lados iguales *AC* y *BC* miden 20 cm y la base *AB* tiene 24 cm de longitud. Calcula su perímetro, su altura y su área.**

Perímetro $= 2 \cdot 20 + 24 = 64$ cm

$h = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16$ cm

Área $= \dfrac{24 \cdot 16}{2} = 192$ cm^2

067 **Halla el área de un triángulo equilátero de perímetro 60 cm.**

Lado $= 60 : 3 = 20$ cm

$h = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} = 17{,}3$ cm

Área $= \dfrac{20 \cdot 17{,}3}{2} = 173$ cm^2

068 **Un triángulo isósceles tiene de perímetro 32 cm y la medida del lado desigual es 12 cm.**

a) ¿Cuánto mide su altura?
b) ¿Cuál es su área?

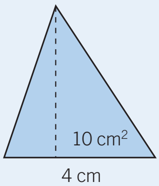
$32 - 12 = 20$ cm $\rightarrow 20 : 2 = 10$ cm mide cada lado igual.

a) $h = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ cm

b) $A = \dfrac{12 \cdot 8}{2} = 48$ cm^2

069 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA LA ALTURA DE UN TRIÁNGULO CONOCIENDO SU BASE Y SU ÁREA?



Calcula la altura de un triángulo cuya base mide 4 cm y tiene un área de 10 cm².

PRIMERO. Se sustituyen los datos que se tienen en la fórmula del área del triángulo.

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \xrightarrow{A\,=\,10,\ b\,=\,4} 10 = \frac{4 \cdot h}{2}$$

SEGUNDO. Se despeja h.

$$10 = \frac{4 \cdot h}{2} \rightarrow 10 \cdot 2 = 4 \cdot h \rightarrow h = \frac{10 \cdot 2}{4} \rightarrow h = 5 \text{ cm}$$

070 **Calcula la altura de un triángulo cuya base mide 18 cm y su área 9 dm².**

$$A = \frac{18 \cdot h}{2} = 900 \text{ cm}^2 \rightarrow 18 \cdot h = 1\,800 \rightarrow h = \frac{1\,800}{18} = 100 \text{ cm}$$

071 **Halla la altura de un triángulo de 2 cm de base y 1 dm² de área.**

$$A = \frac{2 \cdot h}{2} = 100 \text{ cm}^2 \rightarrow h = 100 \text{ cm}$$

072 **Determina la altura de un triángulo de 8 cm de base y 64 cm² de área. ¿Cómo es el triángulo?**

$$A = \frac{8 \cdot h}{2} = 64 \text{ cm}^2 \rightarrow 8 \cdot h = 128 \rightarrow h = \frac{128}{8} = 16 \text{ cm}$$

Lo único que podemos decir del triángulo es que su altura es el doble que su base y que, por tanto, no puede ser equilátero.

073 **En un triángulo rectángulo isósceles, el área mide 50 m². Calcula la base y la altura.**

$$A = \frac{b \cdot b}{2} = 50 \text{ cm}^2 \rightarrow b^2 = 100 \rightarrow b = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

La base y la altura miden 10 cm.

074 **Las bases de un trapecio miden 0,8 dm y 7 cm. ¿Qué superficie tendrá, si la altura es 4 cm?**

$$A = \frac{8 + 7}{2} \cdot 4 = 30 \text{ cm}^2$$

075 **Las bases de un trapecio rectángulo miden 10 m y 15 m, y su altura 8 m. Calcula su área.**

$$A = \frac{10 + 15}{2} \cdot 8 = 100 \text{ m}^2$$

076 **Halla el área de un trapecio rectángulo de bases 8 cm y 12 cm, y de lado perpendicular a las bases 5 cm.**

$$A = \frac{8+12}{2} \cdot 5 = 50 \text{ cm}^2$$

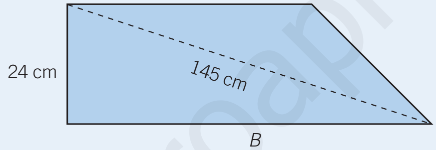
077 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA EL ÁREA DE UN TRAPECIO RECTÁNGULO CONOCIENDO SUS DIAGONALES Y SU ALTURA?

Las diagonales de un trapecio rectángulo miden 26 cm y 145 cm, y su altura 24 cm. Calcula su área.

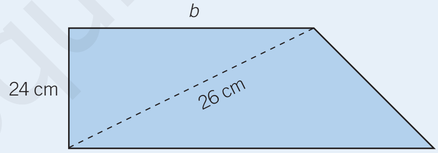
PRIMERO. Se considera una de sus diagonales y se calcula una de las bases, aplicando el teorema de Pitágoras.

$$145^2 = 24^2 + B^2 \rightarrow B^2 = 145^2 - 24^2 \rightarrow B^2 = 20\,499 \rightarrow B = \sqrt{20\,499} = 143 \text{ cm}$$



SEGUNDO. Se toma la otra diagonal y se calcula la otra base, aplicando el teorema de Pitágoras.

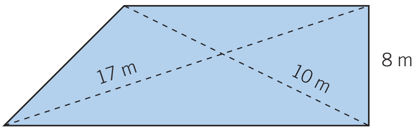
$$26^2 = 24^2 = b^2 \rightarrow b^2 = 26^2 - 24^2 \rightarrow b^2 = 100 \rightarrow b = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$



TERCERO. Se aplica la fórmula del área.

$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{(143+10)\cdot 24}{2} = 1\,836 \text{ cm}^2$$

078 **Las diagonales de un trapecio rectángulo miden 10 m y 17 m, y su altura 8 m. Determina su área.**



$$\text{Base mayor} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Base menor} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

$$A = \frac{15+6}{2} \cdot 8 = 84 \text{ cm}^2$$

079 ●●

En un trapecio rectángulo, las bases miden 7 y 12 cm, respectivamente, y su altura 5 cm. Halla sus diagonales.

$$\text{Diagonal mayor} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

$$\text{Diagonal menor} = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{74} = 8{,}6 \text{ cm}$$

080 ●●

Obtén la altura y el área de un trapecio rectángulo cuya base menor mide 12 cm, la diagonal menor 15 cm y el lado oblicuo 13 cm.

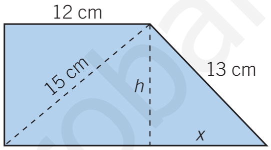
$$h = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9 \text{ cm}$$

$$\text{Base mayor} = 12 + x$$

$$x = \sqrt{13^2 - 9^2} = \sqrt{88} = 9{,}38 \text{ cm}$$

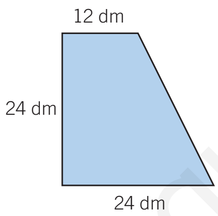
$$\text{Base mayor} = 12 + 9{,}38 = 21{,}38 \text{ cm}$$

$$A = \frac{21{,}38 + 12}{2} \cdot 9 = 50{,}21 \text{ cm}^2$$



081 ●●

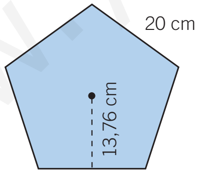
Calcula el área del trapecio rectángulo cuya base mayor es doble que la menor, y esta es igual a su altura, que mide 24 dm.



$$A = \frac{24 + 12}{2} \cdot 24 = 432 \text{ dm}^2$$

082 ●

Calcula el área de un pentágono regular cuyo lado mide 20 cm y su apotema 13,76 cm.



$$A = \frac{5 \cdot 20 \cdot 13{,}76}{2} = 688 \text{ cm}^2$$

083 ●

Obtén el área de un hexágono regular cuyo lado mide 25 cm y su apotema 21,65 cm.

$$A = \frac{6 \cdot 25 \cdot 21{,}65}{2} = 1\,623{,}75 \text{ cm}^2$$

084 ●●

Halla el lado de un hexágono regular de apotema 6 cm y área 124,7 cm².

$$A = \frac{6 \cdot l \cdot 6}{2} = 124{,}7 \text{ cm}^2 \rightarrow 18 \cdot l = 124{,}7 \rightarrow l = 6{,}9 \text{ cm mide el lado.}$$

085 **Determina el perímetro de un heptágono regular de área 215,75 dm² y apotema 8 dm.**

$$A = \frac{7 \cdot l \cdot 8}{2} = 215{,}75 \text{ dm}^2 \rightarrow 28 \cdot l = 215{,}75 \rightarrow l = 7{,}7 \text{ dm mide el lado.}$$

086 **Calcula la apotema de un octógono regular de lado 56 cm y radio 73,17 cm.**

$$\text{Apotema} = \sqrt{73{,}17^2 - 28^2} = \sqrt{4\,569{,}84} = 67{,}6 \text{ cm}$$

087 **Halla el área de un decágono regular de lado 22,87 cm y radio 37 cm.**

$$\text{Apotema} = \sqrt{37^2 - 11{,}435^2} = \sqrt{1\,238{,}240775} = 35{,}19 \text{ cm}$$

$$A = \frac{10 \cdot 22{,}87 \cdot 35{,}19}{2} = 4\,023{,}98 \text{ cm}^2$$

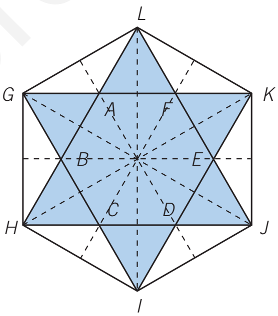
088 **El lado del hexágono regular *ABCDEF* mide 8 cm y su apotema 6,9 cm.**

a) ¿Cuál es el área del hexágono *ABCDEF*?

b) ¿Y el área de la figura coloreada?

c) ¿Cuál será el área del hexágono *GHIJKL*?

d) ¿Qué fracción del hexágono *GHIJKL* representa el área de la figura coloreada?



a) $A = \dfrac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}9}{2} = 165{,}6 \text{ cm}^2$

b) El área de la figura coloreada es el doble del área del hexágono *ABCDEF*, es decir, $2 \cdot 165{,}6 = 331{,}2 \text{ cm}^2$.

c) El área del hexágono *GHIJKL* es el triple del área del hexágono *ABCDEF*, es decir, $3 \cdot 165{,}6 = 496{,}8 \text{ cm}^2$.

d) $\dfrac{331{,}2}{496{,}8} = \dfrac{2}{3}$

089 **Dada una circunferencia de 6 cm de diámetro:**

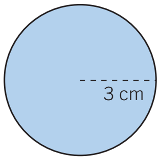
a) Calcula su radio.

b) Dibuja la circunferencia y señala el círculo.

c) Halla el área del círculo.

a) Radio = 3 cm

b)



c) $A = \pi \cdot 3^2 = 28{,}26 \text{ cm}^2$

090 **Considerando un círculo de 46 cm² de área:**

a) Calcula el radio y el diámetro.

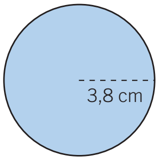
b) Dibuja la circunferencia y señala el círculo.

c) Obtén la longitud de la circunferencia.

a) $46 = \pi \cdot r^2 \rightarrow r = \sqrt{\dfrac{46}{3,14}} = \sqrt{14,65} = 3,8 \text{ cm}$

$d = 2 \cdot 3,8 = 7,6 \text{ cm}$

b)



c) $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 7,6 = 47,728 \text{ cm}$

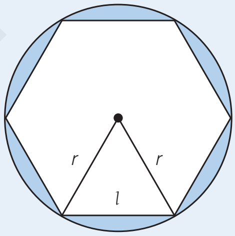
091 **Determina el área de un círculo, sabiendo que la longitud de la circunferencia que lo delimita es 25,12 cm.**

$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 25,12 \rightarrow r = \dfrac{25,12}{2 \cdot \pi} = 4 \text{ cm} \qquad A = \pi \cdot 4^2 = 50,24 \text{ cm}^2$

092 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULA EL PERÍMETRO DE UN HEXÁGONO REGULAR CONOCIENDO LA LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA QUE LO CIRCUNSCRIBE?

Calcula el perímetro del hexágono inscrito en la circunferencia, si la longitud de la circunferencia es 12,56 cm.



PRIMERO. Se calcula el radio.

$L = 2\pi r \xrightarrow{L\,=\,12,56} 12,56 = 2\pi r \qquad r = \dfrac{12,56}{2\pi} = 2 \text{ cm}$

SEGUNDO. En un hexágono regular, el radio es igual al lado.

$l = r = 2 \text{ cm} \rightarrow P = 6 \cdot 2 = 12 \text{ cm}$

093 **Halla el perímetro del hexágono regular inscrito en la circunferencia, sabiendo que la longitud de la misma es 15,7 cm.**

$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 15,7 \text{ cm} \rightarrow r = \dfrac{15,7}{2 \cdot \pi} = 2,5$ cm mide el radio del círculo.

Como el lado del hexágono es igual al radio: Perímetro $= 6 \cdot 2,5 = 15$ cm.

094 **Una circunferencia tiene 3,5 cm de radio.**

a) ¿Cuál es el perímetro del hexágono regular inscrito?

b) ¿Y el del cuadrado circunscrito?

a) Perímetro $= 3{,}5 \cdot 6 = 21$ cm

b) La diagonal del cuadrado es: $2 \cdot 3{,}5 = 7$ cm

El lado del cuadrado es: $2l^2 = \sqrt{\dfrac{49}{2}} = 4{,}95$ cm

Perímetro $= 4 \cdot 4{,}95 = 19{,}8$ cm

095 **Un hexágono regular está inscrito en una circunferencia de radio 10 cm. ¿Cuál es el área comprendida entre ambos?**

El área comprendida es igual al área del círculo menos el área del hexágono.

Área del círculo $= \pi \cdot 10^2 = 314$ cm²

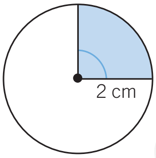
Apotema del hexágono $= \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8{,}66$ cm

Área del hexágono $= \dfrac{6 \cdot 10 \cdot 8{,}66}{2} = 259{,}8$ cm²

Área comprendida $= 314 - 259{,}8 = 54{,}2$ cm²

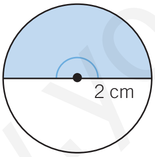
096 **Halla el área de estos sectores circulares.**

a)



$A = \dfrac{\pi \cdot 2^2}{4} = 3{,}14$ cm²

b)



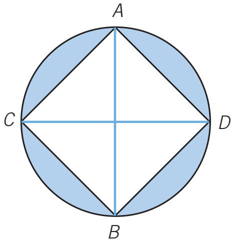
$A = \dfrac{\pi \cdot 2^2}{2} = 6{,}28$ cm²

097 **Dibuja una circunferencia de 4 cm de radio. Traza un diámetro *AB* y otro diámetro *CD* perpendicular al diámetro *AB*, y calcula.**

a) El área del círculo.

b) El área del cuadrilátero *ACBD*.

c) El área de la superficie comprendida entre el círculo y el cuadrilátero.



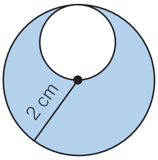
a) Área del círculo $= \pi \cdot 4^2 = 50{,}24$ cm²

b) Lado del cuadrado $= \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 5{,}6$ cm

Área del cuadrado $= 5{,}6 \cdot 5{,}6 = 32$ cm²

c) Área del círculo $-$ Área del cuadrado $= 50{,}24 - 32 = 18{,}24$ cm²

098 ¿Cuál es el área de la región coloreada?

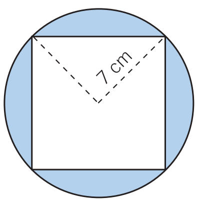


El círculo menor tiene 2 cm de diámetro, por tanto, 1 cm de radio.

Área = Área del círculo mayor − Área del círculo menor =
$= \pi \cdot 2^2 - \pi \cdot 1^2 = 9{,}42\ \text{cm}^2$

099 Obtén el área de las zonas coloreadas.

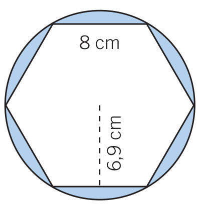
a)



Lado del cuadrado $= \sqrt{7^2 + 7^2} = \sqrt{98} = 9{,}8$ cm

Área = Área del círculo − Área del cuadrado =
$= \pi \cdot 7^2 - 9{,}8^2 = 55{,}86\ \text{cm}^2$

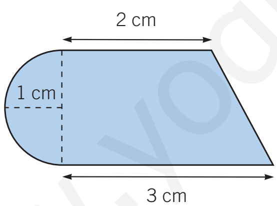
b)



Área = Área del círculo − Área del hexágono =

$$= \pi \cdot 8^2 - \frac{6 \cdot 8 \cdot 6{,}9}{2} = 35{,}36\ \text{cm}^2$$

100 Calcula el área de esta figura:

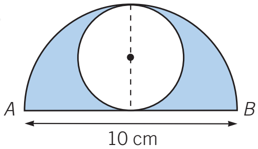


Área = Área del trapecio + Área del semicírculo =

$$= \frac{3+2}{2} \cdot 2 + \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = 6{,}57\ \text{cm}^2$$

101 Determina el área y el perímetro de las siguientes figuras, y explica cómo lo haces.

a)

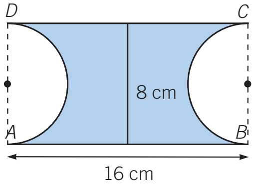


a) Área = Área del semicírculo − Área del círculo =

$$= \frac{\pi \cdot 5^2}{2} - \pi \cdot 2{,}5^2 = 19{,}625\ \text{cm}^2$$

Perímetro = Perímetro del semicírculo +
+ Perímetro del círculo =
$= 5 \cdot \pi + 10 + 2 \cdot \pi \cdot 2{,}5 = 41{,}4$ cm

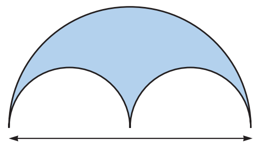
b)



b) Área = Área del rectángulo − Área del círculo =
$= 16 \cdot 8 - \pi \cdot 4^2 = 77{,}76\ \text{cm}^2$

Perímetro = 2 · Base + Perímetro del círculo =
$= 2 \cdot 16 + 2 \cdot \pi \cdot 4 = 57{,}12$ cm

102 Obtén el área de la figura coloreada.



El área de la figura es igual al área del semicírculo de radio 10 cm menos el área del círculo de radio 5 cm.

$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot 10^2}{2} - \pi \cdot 5^2 = 78{,}5 \text{ cm}^2$$

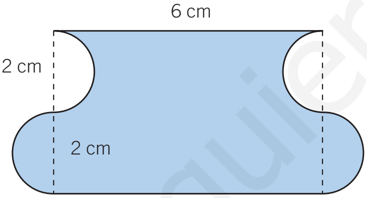
103 Determina el área de estas figuras.

a)

a) El área de la figura es igual al área del rectángulo de base 8 cm y altura 3 cm.

$\text{Área} = 8 \cdot 3 = 24 \text{ cm}^2$

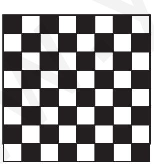
b)



b) El área de la figura es igual al área del rectángulo de base 6 cm y altura 4 cm.

$\text{Área} = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$

104 ¿Cuál es el área de un tablero de ajedrez si cada casilla tiene 25 mm de lado?



Área de una casilla $= 25 \cdot 25 = 625 \text{ mm}^2$

Área del tablero $= 64 \cdot 625 = 40\,000 \text{ mm}^2 = 4 \text{ dm}^2$

105 ¿Cuántas baldosas hay en un salón cuadrado de 6 m de longitud si cada baldosa es cuadrada y mide 20 cm de lado?

$600 : 20 = 30$ baldosas hay en cada lado.

$30 \cdot 30 = 900$ baldosas hay en el salón.

106 Calcula cuánto medirá el lado de una baldosa cuadrada que tiene de superficie 324 cm².

$324 = l^2 \rightarrow l = \sqrt{324} = 18$ cm medirá el lado de la baldosa.

107 ●● **¿Cuánto costará empapelar una pared cuadrada de 3,5 m de lado con un papel que cuesta 4 €/m²?**

Superficie $= 3{,}5 \cdot 3{,}5 = 12{,}25$ m^2

Por tanto, $12{,}25 \cdot 4 = 49$ € costará empapelarla.

108 ●● **Una habitación cuadrada tiene una superficie de 25 m². Se va a poner una cenefa alrededor que cuesta 2 €/m. ¿Cuánto valdrá?**

$l^2 = 25 \rightarrow \sqrt{25} = 5$ m Perímetro $= 4 \cdot 5 = 20$ m

$20 \cdot 2 = 40$ € costará poner la cenefa.

109 ●● **Plantamos árboles en un jardín cuadrado de 256 m² de área. Si cada 4 m se pone un árbol, ¿cuántos árboles se plantarán?**

Lado del jardín $= \sqrt{256} = 16$ m

Como hay $16 : 4 = 4$ espacios entre los árboles, habrá 5 árboles en cada lado y 25 árboles en total.

110 ●● **¿Cuántos árboles podremos plantar en un terreno con forma de paralelogramo de 30 m de largo y 32 m de ancho, si cada árbol necesita una superficie de 4 m²?**

Área del terreno $= 30 \cdot 32 = 960$ m^2

$960 : 4 = 240$ árboles se pueden plantar.

111 ●● **¿Cuánto costará cubrir de plástico un terreno en forma de rombo, con diagonales de 68,65 m y 43,8 m si cuesta 30 €/m²?**

Área del terreno $= \dfrac{68{,}65 \cdot 43{,}8}{2} = 1\,065{,}435$ m^2

$1\,065{,}435 \cdot 30 = 31\,963{,}05$ € costará cubrir el terreno.

112 ●● **Se va a sembrar de césped un campo de golf que tiene forma de trapecio. Sus bases miden: 4 hm, 9 dam y 5 m, y 1 hm y 5 m. Si su altura es de 80 m, ¿cuánto costará si sembrar un metro cuadrado vale 2 €?**

Área del terreno $= \dfrac{495 + 105}{2} \cdot 80 = 24\,000$ m^2

$24\,000 \cdot 2 = 48\,000$ € costará sembrarlo de césped.

113 ●● **El suelo de una habitación tiene forma de trapecio. Sus bases miden 4,3 m y 3,4 m, y la altura es de 2 m.**

a) Calcula su área.

b) ¿Cuánto tendremos que pagar por acuchillar el parqué del suelo si el precio por metro cuadrado es de 10 €?

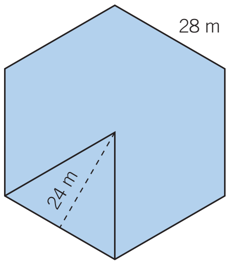
a) Área $= \dfrac{4{,}3 + 3{,}4}{2} \cdot 2 = 7{,}7$ m^2

b) $7{,}7 \cdot 10 = 77$ € habrá que pagar por acuchillarlo.

114 ●●

¿Qué superficie ocupará una casa cuya planta tiene forma de hexágono, si su lado mide 28 m y su apotema 24 m?

¿Cuánto costará impermeabilizar la azotea si el precio es de 15 €/m²?



$$\text{Área} = \frac{28 \cdot 6 \cdot 24}{2} = 2016 \text{ m}^2$$

$2016 \cdot 15 = 30\,240$ € costará impermeabilizar la azotea.

115 ●●

Calcula la longitud del camino recorrido por una rueda de 64 cm de radio si da 100 vueltas.

Longitud de la rueda $= 2 \cdot \pi \cdot 64 = 401{,}92$ cm $= 4{,}0192$ m en una vuelta.

$4{,}0192 \cdot 100 = 401{,}92$ m mide el camino recorrido.

116 ●●●

La luz que emite un faro forma un ángulo de 128°.

a) A 6 millas marinas del faro, ¿cuál es la longitud del arco de la circunferencia donde se percibe la luz? (1 milla marina = 1852 m)

b) Si el alcance máximo de iluminación del faro es de 7 millas, ¿cuál es la longitud del arco correspondiente?

a) 6 millas = 11 112 m

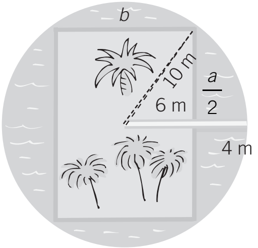
$$\text{Longitud del arco} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 11112 \cdot 128°}{360°} = 24\,811{,}86 \text{ m}$$

b) 7 millas = 12 964 m

$$\text{Longitud del arco} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 12\,964 \cdot 128°}{360°} = 28\,947{,}17 \text{ m}$$

117 ●●●

Hace mucho tiempo, un rey quiso construir un jardín rectangular dentro de un estanque circular de radio 10 m. Convocó un concurso, dando a los participantes el siguiente plano, pero ninguno logró calcular el área del jardín.



a) Calcula el perímetro del jardín.

b) ¿Cuál es el área del jardín en hectáreas?

c) ¿Y el área de la parte del estanque no ocupada por el jardín?

d) ¿Qué porcentaje del área total del estanque ocupa el jardín?

a) $\dfrac{a}{2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ m} \rightarrow a = 2 \cdot 8 = 16 \text{ m}$

$b = 2 \cdot 6 = 12 \text{ m}$

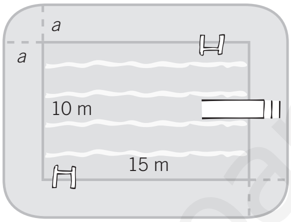
Perímetro $= 2 \cdot 16 + 2 \cdot 12 = 56$ m

b) Área $= 12 \cdot 16 = 192 \text{ m}^2 = 0{,}0192$ ha

c) Área $=$ Área del círculo $-$ Área del jardín $= \pi \cdot 10^2 - 192 = 122 \text{ m}^2$

d) $\dfrac{122}{192} = \dfrac{61}{96} = 63{,}54\ \%$

118 ●●● **Una piscina rectangular, de 15 m de largo y 10 m de ancho, está rodeada de césped.**



a) Expresa el área de la zona de césped en función de *a*.

b) ¿Para qué valores de *a* el área del césped es mayor que la de la piscina?

a) Área de la zona de césped:

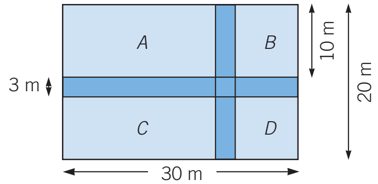
$$2 \cdot 15 \cdot a + 2 \cdot 10 \cdot a + \pi \cdot a^2 = 50a + \pi a^2$$

b) Área de la piscina $= 15 \cdot 10 = 150 \text{ m}^2$

$$(50a + \pi a^2) > 150 \rightarrow \pi a^2 + 50a - 150 > 0 \rightarrow a > 2{,}582 \text{ m}$$

$$a = \frac{-50 \pm \sqrt{50^2 + 4 \cdot \pi \cdot 150}}{2\pi} = \begin{cases} a = 2{,}58 \\ a = -1{,}58 \end{cases}$$

119 ●●● **En la figura dada, halla las áreas de los rectángulos *A*, *B* y *C* y la del cuadrado *D*.**



Lado de la figura $D = 20 - 10 - 3 = 7$. Área del cuadrado $D = 7 \cdot 7 = 49 \text{ cm}^2$

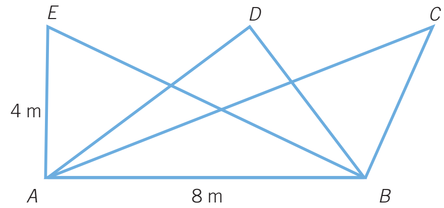
Área de la figura $B = 7 \cdot 10 = 70 \text{ cm}^2$

Base de la figura $C = 30 - 7 - 3 = 20$ cm

Área de la figura $C = 7 \cdot 20 = 140 \text{ cm}^2$

Área de la figura $A = 20 \cdot 10 = 200 \text{ cm}^2$

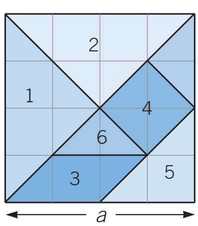
120 **Calcula el área de los triángulos $\widehat{ACB}$, $\widehat{ADB}$ y $\widehat{AEB}$. ¿Qué observas?**



Todos los triángulos tienen igual base y altura, luego tienen la misma área.

$$\text{Área} = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16 \text{ m}^2$$

121 **Calcula el área de cada una de las piezas de este *tangram* chino en función de *a*.**



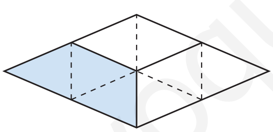
El área del *tangram* es a^2.

El área de la pieza 1 y de la pieza 2 es igual a $\frac{1}{4}$ de $a^2 = \frac{a^2}{4}$.

Las piezas 3, 4 y 5 son la mitad de la pieza 1: $\frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{8}$.

Las piezas 6 y 7 son la mitad de la pieza 4: $\frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{8} = \frac{a^2}{16}$.

122 **¿Qué fracción del área del rombo ocupa la zona coloreada?**

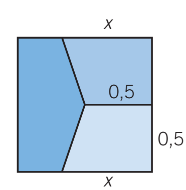


Descomponemos el rombo en 8 triángulos iguales como indica la figura. La zona coloreada representa $\frac{3}{8}$ del total.

123 **Dividimos un cuadrado de lado 1 en tres partes de igual área, uniendo el centro del cuadrado con tres lados, como indica la figura.**

Se forman así dos trapecios iguales y un pentágono.

Calcula la longitud de la base mayor de cada trapecio.



El área de cada trapecio es $\frac{1}{3}$.

$$\frac{1}{3} = \frac{0{,}5 + x}{2} \cdot 0{,}5 = \frac{0{,}5 + x}{4} \rightarrow x + 0{,}5 = \frac{4}{3} \rightarrow x = \frac{5}{6} = 0{,}83 \text{ cm}$$

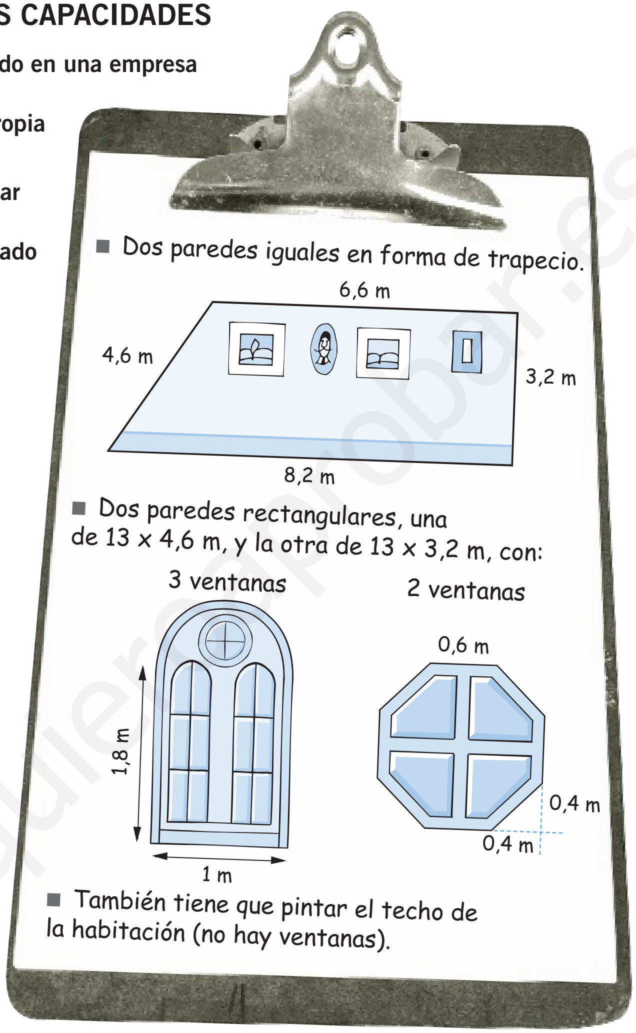
La base mayor de cada trapecio mide 0,83 cm.

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

124 ●●●

Tras varios años trabajando en una empresa de decoración, Jacinto ha decidido montar su propia empresa.

Su primer trabajo es pintar la planta superior de una casa rural, donde ha tomado estas notas:



ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) ¿Cuánto miden las superficies que se van a pintar? ¿Y el perímetro de las ventanas?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

b) Haz un presupuesto con estos datos:

Cinta adhesiva para no manchar los contornos de las ventanas	2,40 €/m
Pintura	2,60 €/m²
Mano de obra	4,80 €/m²

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

c) Jacinto presenta otro presupuesto de 1 500 € en el que no incluye la pintura, ¿qué presupuesto consideras que es más conveniente?

a) Área de la pared con forma de trapecio:

$$\text{Área} = \frac{8{,}2 + 6{,}6}{2} \cdot 3{,}2 = 23{,}68 \text{ m}^2$$

Las dos paredes con forma de trapecio tendrán un área de:

$$47{,}36 \text{ m}^2$$

Las dos paredes rectangulares tendrán un área de:

$$13 \cdot 4{,}6 + 13 \cdot 3{,}2 = 59{,}8 + 41{,}6 = 101{,}4 \text{ m}^2$$

Área de la ventana alta = Área del rectángulo + Área del semicírculo =

$$= 1 \cdot 1{,}8 + \frac{\pi \cdot 0{,}5^2}{2} = 2{,}1925 \text{ m}^2$$

Área de la ventana octogonal = Área del cuadrado − Área esquinas =

$$= (0{,}4 + 0{,}6 + 0{,}4)^2 - 4 \cdot \frac{0{,}4 \cdot 0{,}4}{2} = 1{,}64 \text{ m}^2$$

Área de la zona pintada en las paredes rectangulares:

$$101{,}4 - 3 \cdot 2{,}1925 - 2 \cdot 1{,}64 = 91{,}5425 \text{ m}^2$$

Área del techo:

$$6{,}6 \cdot 13 = 85{,}8 \text{ m}^2$$

Área total pintada:

$$47{,}36 + 91{,}5425 + 85{,}8 = 224{,}7025 \text{ m}^2$$

Perímetro de la ventana alta:

$$2 \cdot 1{,}8 + 1 + \pi \cdot 0{,}5 = 6{,}17 \text{ m}$$

Lado de la ventana octogonal que no es 0,6 cm:

$$\text{Lado} = \sqrt{0{,}4^2 + 0{,}4^2} = \sqrt{0{,}32} = 0{,}57 \text{ cm}$$

Perímetro de la ventana octogonal:

$$\text{Perímetro} = 4 \cdot 0{,}6 + 4 \cdot 0{,}57 = 4{,}68 \text{ m}$$

Perímetro total de las ventanas:

$$\text{Perímetro} = 3 \cdot 6{,}17 + 2 \cdot 4{,}68 = 27{,}87 \text{ m}$$

b) Precio de la pintura = 224,7025 · 2,60 = 584,23 €

Precio de la cinta adhesiva = 27,87 · 2,40 = 66,89 €

Precio de la mano de obra = 4,80 · 224,7025 = 1 078,57 €

Presupuesto = 1 078,57 + 66,89 + 584,23 = 1 729,69 €

c) 1 500 + 584,23 = 2 084,23 €

Este presupuesto es más caro que el presupuesto anterior.

125 ●●●

Lee la siguiente noticia:

Nuevo desastre ecológico

Varias grietas en el casco del petrolero *Orosucio* provocan el vertido de miles de litros de fuel en el puerto de Feixó.

Los vertidos se produjeron durante la noche y fueron advertidos por los vigilantes del puerto. Se han puesto en marcha medidas de emergencia encaminadas a tapar la salida del puerto para impedir que el fuel se extienda por el mar.

Los técnicos estiman que la superficie del puerto podría estar limpia en 18 horas y advierten que les será imposible limpiar más de 6 ha por hora. Si se sobrepasase este tiempo, el petróleo rebasaría la entrada del puerto y sería irremediable su extensión por el mar.

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) ¿Qué forma tiene el puerto?

b) ¿Cuánta superficie se puede limpiar en una hora?

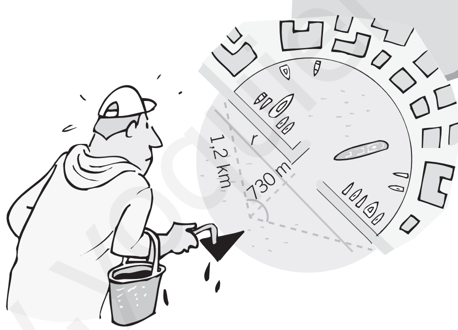
c) ¿En cuánto tiempo se estima que puede estar limpio el puerto?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

d) ¿Cuál es la superficie del puerto?

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

e) ¿Crees que son ciertas las informaciones que proporcionan los técnicos?



a) Tiene forma de semicírculo.

b) Se pueden limpiar 6 ha por hora.

c) Se estima que puede estar limpio en 48 horas.

d) Lo primero que calculamos es el radio usando el teorema de Pitágoras:

$$1\,200^2 = 730^2 + r^2 \rightarrow r^2 = 1\,440\,000 - 532\,900 = 907\,100$$
$$\rightarrow r = \sqrt{907\,100} = 952{,}42 \text{ m}$$

El área del puerto es: $\dfrac{\pi \cdot 952{,}42^2}{2} = 1\,424\,153 \text{ m}^2$

e) Se pueden limpiar hasta 6 hectáreas por hora $= 60\,000$ m^2 por hora.

El tiempo que se tarda en limpiar es: $1\,424\,153 : 60\,000 = 23{,}7$ horas, luego necesitan más de 18 horas para limpiar completamente el puerto.

12 Poliedros y cuerpos de revolución

El cíclope matemático

La tensión se apreciaba en el rostro de los presentes. La operación de cataratas parecía un éxito, pero la luz se fue apagando y Euler se quedó ciego.

Euler, que a sus 59 años derrochaba vitalidad, era el menos afectado de todos y bromeaba contando anécdotas de su vida.

–Si Federico el Grande de Prusia me viera ahora no sabría cómo llamarme –decía Euler, pues el monarca lo llamaba el *cíclope matemático*, porque había perdido un ojo en su juventud.

Euler continuaba con sus bromas y afirmaba:

–¡Ahora me llamaría Polifemo! –pero solo él rió un chiste que a los demás les pareció inoportuno.

Recuperando la seriedad, Euler se dirigió a su familia:

–No os preocupéis, la vista no lo es todo; de hecho ahora evitaré distracciones y me concentraré más. Lo que sí lamento es no poder escribir o dibujar.

–No te preocupes por eso –le dijo su hijo–. Tú solo piensa y dicta, que yo estaré aquí para escribir y dibujar lo que tú imaginas.

Esto ocurría en 1766 en San Petersburgo. Varios años antes, durante su estancia en Prusia, Euler publicó uno de sus trabajos más conocidos: la relación de Euler, que afirma que, en todo poliedro simple, el número de caras más el de vértices es igual al número de aristas más 2.

DESCUBRE LA HISTORIA...

1 **¿Quién fue Leonhard Euler? ¿Cuáles fueron sus aportaciones más importantes al estudio de las matemáticas?**

Una extensa biografía de Euler se encuentra en el apartado de historia de las matemáticas de esta página: http://divulgamat.net

Otros aspectos de su vida se pueden encontrar en esta biografía mucho más resumida: http://www.biografiasyvidas.com

2 **¿A qué episodio de la vida de Euler se refiere el texto? ¿Por qué Federico el Grande lo apodó cíclope matemático?**

En esta extensa biografía se puede encontrar la respuesta a esta pregunta: http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Biografias/28-2-B-E.html

3 **El texto hace referencia a la relación de Euler, ¿qué otros descubrimientos matemáticos se le atribuyen a Euler en el campo de la geometría?**

Una enumeración de los mayores descubrimientos matemáticos de Euler se puede encontrar en: http://sauce.pntic.mec.es/~rmarti9/

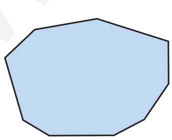
EVALUACIÓN INICIAL

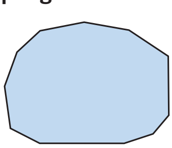
1 **Contesta si es verdadero o falso.**

a) Un polígono puede tener más lados que vértices.
b) Un polígono puede tener más ángulos que vértices.
c) Un polígono puede tener más diagonales que vértices.
d) Un polígono puede tener más lados que ángulos.
e) Un polígono puede tener más lados que diagonales.

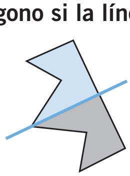
a) Falso.
b) Falso.
c) Verdadero cuando el polígono tiene más de 5 lados.
d) Falso.
e) Verdadero cuando el polígono tiene menos de 5 lados.

2 **Indica el nombre de estos polígonos:**


Eneágono


Endecágono

3 **Completa el polígono si la línea roja es un eje de simetría.**



Poliedros y cuerpos de revolución

EJERCICIOS

001 **Observa la habitación donde te encuentras, e indica elementos que sugieren:**

a) Planos paralelos.

b) Planos secantes.

c) Rectas paralelas.

d) Rectas secantes.

e) Rectas que se cruzan.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) El techo y el suelo, o las paredes opuestas.

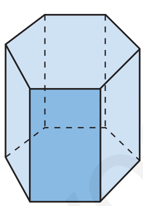
b) Una pared y el suelo, o las paredes consecutivas.

c) Las líneas verticales formadas por la intersección de las paredes.

d) Las líneas que convergen en cada esquina.

e) Las líneas verticales con las horizontales que no confluyen en la misma esquina.

002 **Indica las posiciones de rectas y planos que observes en el siguiente cuerpo geométrico.**



– Rectas paralelas: las aristas verticales, o los lados opuestos de los hexágonos.

– Rectas que se cruzan: las aristas de las bases que están en caras diferentes.

– Dos rectas secantes: cada arista vertical con cada arista horizontal que convergen en el mismo vértice.

– Planos paralelos: las dos bases, o cada par de caras opuestas.

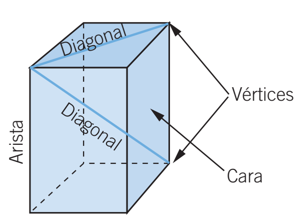
– Planos secantes: cada cara lateral con cada base.

003 **Dos rectas secantes, ¿están siempre en el mismo plano?**

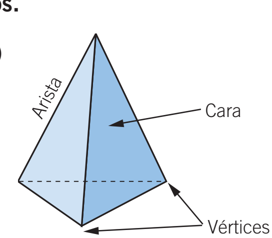
Sí, dos rectas secantes están siempre en el mismo plano.
Tomando una de las rectas y un punto de la otra. Se puede determinar un plano que contendrá a las dos rectas.

004 **Nombra y dibuja los elementos de estos poliedros.**

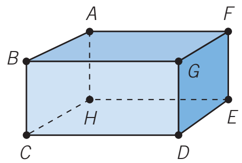
a)



b)

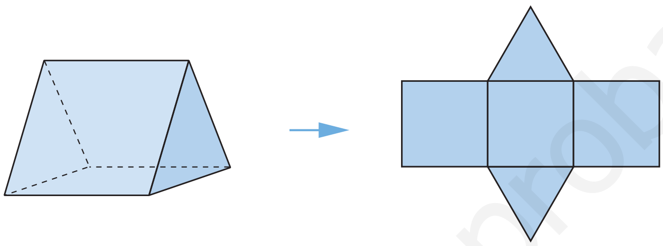


005 **Cuenta el número de vértices, caras y aristas de este poliedro.**



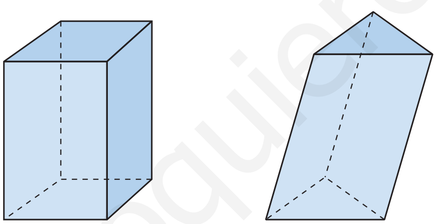
Vértices: 8
Caras: 6
Aristas: 12

006 **Dibuja el desarrollo plano del poliedro.**

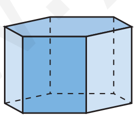


007 **Dibuja un prisma recto de base rectangular y un prisma oblicuo de base triangular.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

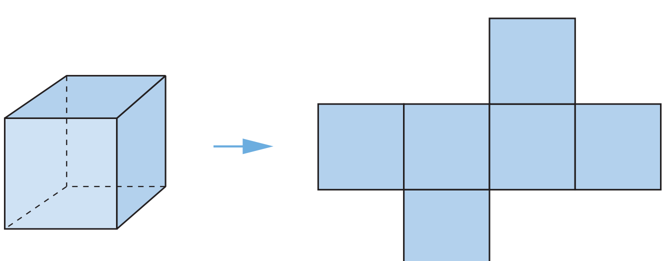


008 **Calcula el número de vértices, aristas y caras de un prisma cuya base es un hexágono.**



Vértices: 12
Aristas: 18
Caras: 8

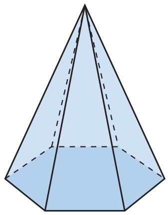
009 **Dibuja el desarrollo plano de un prisma de base cuadrada.**



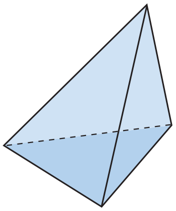
010 **El número de aristas de un prisma es 15. ¿Qué polígonos forman las bases?**

Las bases son pentágonos (15 : 3 = 5).

011 **Dibuja una pirámide hexagonal regular y una pirámide irregular de base triangular. ¿Cuántas aristas, vértices y caras tienen?**



Aristas: 12
Vértices: 7
Caras: 7



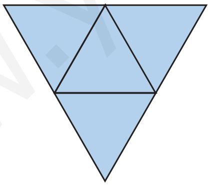
Aristas: 6
Vértices: 4
Caras: 4

012 **Averigua el polígono que forma la base de una pirámide en los siguientes casos.**

a) Si tiene 8 aristas y 5 vértices.
b) Si tiene 5 caras laterales y 6 vértices.
c) Si tiene 10 aristas.

a) Cuadrilátero
b) Pentágono
c) Pentágono

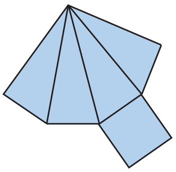
013 **¿Qué pirámide tiene todas sus caras iguales? Dibuja su desarrollo plano.**



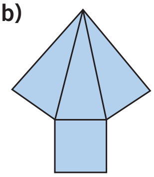
El tetraedro es una pirámide que tiene 4 caras que son triángulos equiláteros iguales.

014 **¿Cuáles de estas figuras son el desarrollo de una pirámide?**

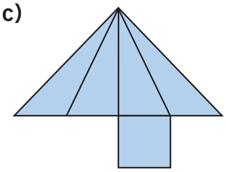
a)



b)



c)



El desarrollo de una pirámide es el correspondiente al apartado a).

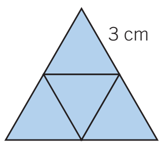
015 **Dibuja el desarrollo plano de los siguientes poliedros regulares.**

a) Un tetraedro de lado 3 cm.

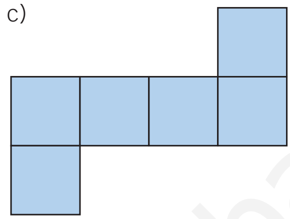
b) Un octaedro de lado 2 cm.

c) Un cubo de lado 4 cm.

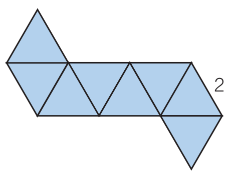
a)



c)



b)



016 **¿Cómo son las aristas de un poliedro regular?**

Las aristas de un poliedro regular son iguales.

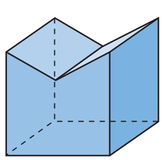
017 **¿Puede existir un poliedro regular con 6 triángulos equiláteros en cada vértice?**

No existe ningún poliedro regular de estas características porque la suma de los ángulos que confluyen en cada vértice debe ser menor que 360°. Como cada ángulo de un triángulo equilátero mide 60°, si tenemos 6 triángulos: $6 \cdot 60 = 360$.

018 **Comprueba que se cumple la fórmula de Euler.**

Poliedro	N.º de caras	N.º de vértices	N.º de aristas	$C + V$	$A + 2$
Tetraedro	4	4	6	8	8
Octaedro	8	6	12	14	14
Dodecaedro	12	20	30	32	32
Icosaedro	20	12	30	32	32

019 **Determina si este poliedro cumple la fórmula de Euler.**



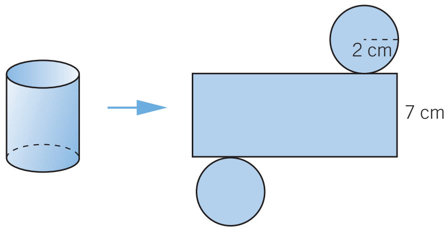
$$\left.\begin{array}{l}\text{Caras} = 7\\ \text{Vértices} = 10\\ \text{Aristas} = 15\end{array}\right\} \rightarrow 7 + 10 = 15 + 2$$

Se cumple la fórmula de Euler.

020 **Un poliedro que cumpla la fórmula de Euler, ¿puede tener el mismo número de caras y de aristas?**

No puede tener el mismo número de caras y de aristas, porque entonces el número de vértices del poliedro sería 2, lo cual es imposible.

021 **Dibuja el desarrollo de un cilindro que tiene 2 cm de radio y 7 cm de altura.**

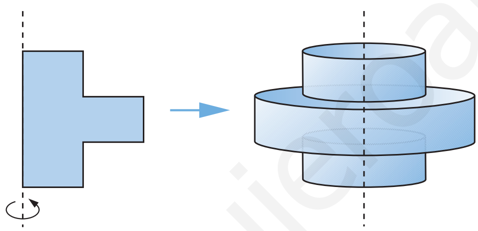


022 **El cartón de un rollo de papel tiene un diámetro de 4,6 cm y una altura de 9,7 cm. ¿Qué dimensiones tiene el desarrollo plano del cartón?**

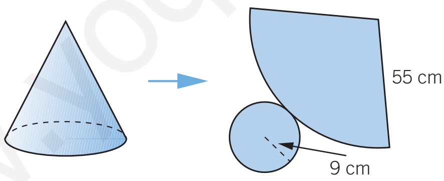
Es un rectángulo, por tanto, sus dimensiones son:

Largo: $4{,}6 \cdot \pi = 14{,}44$ cm Altura: 9,7 cm

023 **Dibuja el cuerpo de revolución que forma esta figura al girar sobre su eje.**



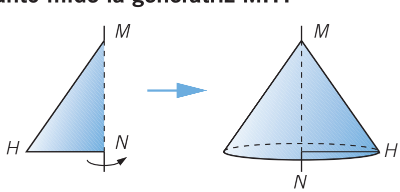
024 **Dibuja el desarrollo de un cono con radio de la base 9 cm y generatriz 55 cm.**



025 **Calcula la altura de un cono si la generatriz mide 13 cm y el radio de la base 5 cm.**

$h = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$ cm mide la altura.

026 **En el triángulo MNH que engendra el cono, MN = 8 cm y NH = 6 cm. ¿Cuánto mide la generatriz MH?**



$MH = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$ cm mide la generatriz.

ACTIVIDADES

027 **Considera las aristas de un cubo como rectas ilimitadas. ¿Cuántas posiciones hay?**

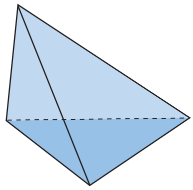
a) De rectas paralelas. **b) De rectas secantes.** **c) De rectas que se cruzan.**

a) Cada arista de la base es paralela a la arista opuesta de la misma base, y a otras dos aristas de la otra base. Las aristas laterales son todas paralelas.

b) Cada arista de la base es secante con dos aristas de la misma base y dos aristas laterales. Cada arista lateral es secante a dos aristas de cada base.

c) Cada arista se cruza con otras 4 aristas.

028 **Indica las posiciones de rectas y planos que encuentres en el siguiente cuerpo geométrico.**



– Todos los planos son secantes.

– Cada recta tiene otra recta con la que se cruza, y con el resto de rectas es secante.

029 **Considera las caras de un cubo como planos. ¿Cuántas posiciones de planos paralelos habrá?**

Cada cara del cubo es paralela a su opuesta.

030 **Contesta a estas preguntas y justifica tu respuesta.**

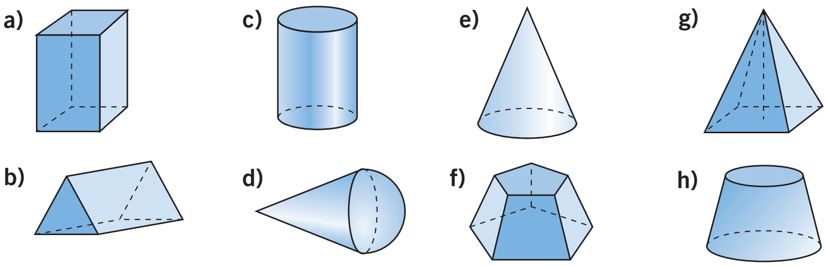
a) ¿Cuántas rectas pasan por un punto en el espacio?

b) ¿Cuántos planos contienen a una recta en el espacio?

a) Pasan infinitas rectas. Si tomamos el punto como centro de una esfera, por cada par de puntos opuestos pasa una recta, y como la esfera tiene infinitos puntos, habrá infinitas rectas.

b) La contienen infinitos planos. Podemos basarnos en el ejemplo anterior, pero considerando un plano que corte a la esfera.

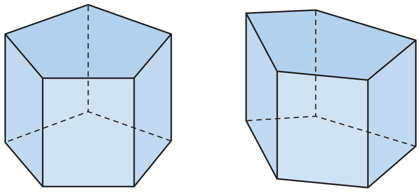
031 **Determina cuáles de estos cuerpos geométricos son poliedros.**



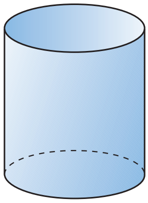
Son poliedros: a), b), f) y g).

032 **Dibuja un poliedro que tenga una base que sea un pentágono.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

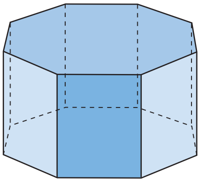


033 **Un cuerpo geométrico cuya base sea un círculo, ¿puede ser un poliedro?**



No puede ser un poliedro, porque el poliedro está limitado por caras que son polígonos.

034 **Observa la figura y contesta a las siguientes cuestiones.**



a) ¿Cuantos vértices, aristas y caras existen?

b) Señala las aristas que forman parte de rectas paralelas y las caras que generan planos paralelos.

c) Indica las rectas secantes y los planos secantes.

a) Tiene 16 vértices, 24 aristas y 10 caras.

b) Rectas paralelas: las verticales, las bases y alturas de cada rectángulo y cada arista de las bases con sus opuestas como octógono.
Planos paralelos: las dos bases y cada pareja de rectángulos opuestos.

c) Son rectas secantes las rectas que convergen en cada vértice.
Son planos secantes los que no son paralelos.

035 **Justifica si es verdadero o falso.**

a) Un poliedro puede tener el mismo número de vértices y de aristas.

b) Un poliedro puede tener igual número de caras que de aristas.

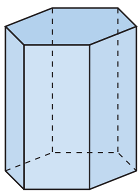
c) Un poliedro puede tener el mismo número de caras y de vértices.

a) No, porque por la fórmula de Euler, el poliedro tendría 2 caras, lo que no es posible.

b) No, porque el número de vértices del poliedro sería 2, y esto es imposible.

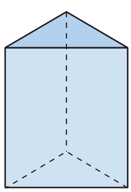
c) Sí, por ejemplo el tetraedro.

036 **Dibuja un poliedro con hexágonos y rectángulos. ¿Cuántas caras se unen en un vértice?**



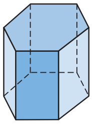
Es un prisma hexagonal. En cada vértice se unen 3 caras.

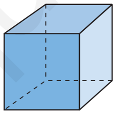
037 **¿Cuántas caras, aristas y vértices tiene un poliedro formado por dos triángulos y tres rectángulos?**

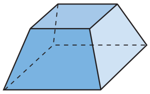


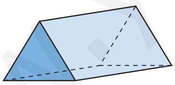
Es un prisma triangular. Tiene 5 caras, 9 aristas y 6 vértices.

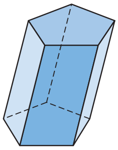
038 **Determina cuáles de estos poliedros son prismas.**

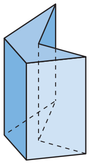
a) 

c) 

e) 

b) 

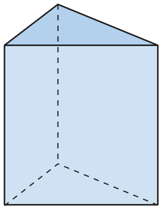
d) 

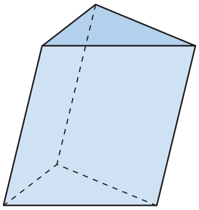
f) 

Son prismas: a), b), c), d) y f).

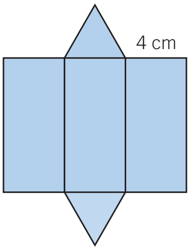
039 **Dibuja un prisma recto de base triangular y otro oblicuo con la misma base.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

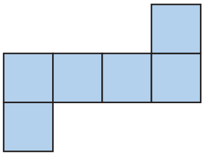




040 Dibuja el desarrollo de un prisma triangular cuya base es un triángulo equilátero de lado 4 cm.



041 Dibuja el desarrollo plano de un cubo de lado 3 cm.



042 Calcula el número de vértices, aristas y caras de un prisma cuyas bases son octógonos.

Un prisma octogonal tiene 16 vértices, 24 aristas y 10 caras.

043 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE DETERMINAN LOS POLÍGONOS QUE FORMAN LAS BASES DE UN PRISMA, SABIENDO SU NÚMERO DE CARAS, ARISTAS O VÉRTICES?

Determina, en cada caso, los polígonos que forman la base de los siguientes prismas.

a) Número de vértices = 10

b) Número de caras = 9

c) Número de aristas = 18

PRIMERO. Se analiza el número de vértices, caras y aristas.

- El número total de vértices es el de las dos bases.

a) Cada base tiene: $\frac{10}{2} = 5$ vértices

- El número total de caras corresponde a las caras laterales más las dos bases.

b) Número de caras laterales: $9 - 2 = 7$

- El número total de aristas es el de las dos bases más el de las caras laterales, que es igual al de las bases.

c) La base tiene: $\frac{18}{3} = 6$ aristas

SEGUNDO. Se estudia el resultado.

N.º de vértices de la base = N.º de caras laterales = N.º de aristas de la base

a) N.º de vértices de la base = 5 $\rightarrow$ Pentágono

b) N.º de caras laterales = 7 $\longrightarrow$ Heptágono

c) N.º de aristas de la base = 6 $\longrightarrow$ Hexágono

044 ¿Qué polígonos forman las bases de estos prismas?

a) Número de aristas: 21 **c)** Número de caras: 18

b) Número de vértices: 20

a) Heptágono c) Polígono de 16 lados, hexadecágono.

b) Decágono

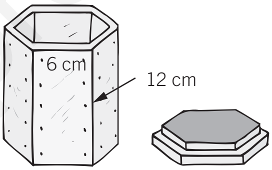
045 Sabiendo que el número de vértices de un prisma es 20, ¿cuántas caras tiene?

Es un prisma cuyas bases son decágonos; por tanto, tiene 12 caras.

046 Un prisma tiene 10 vértices. ¿Puedes indicar cómo son los polígonos de las bases? Si es posible, hazlo.

Si el prisma tiene 10 vértices, las bases son pentágonos.

047 Calcula la superficie de metal necesario para construir esta caja con forma de prisma regular hexagonal.

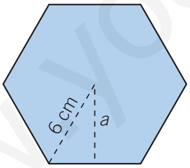


Cada cara lateral tiene una superficie de $6 \cdot 12 = 72$ cm^2, luego la superficie lateral es: $72 \cdot 6 = 432$ cm^2.

La superficie del fondo es igual a la superficie de la tapa, que es un hexágono regular cuyo lado mide 6 cm. Para calcular su superficie necesitamos conocer la apotema del hexágono, que hallamos mediante el teorema de Pitágoras.

Apotema $\rightarrow a = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5,2$ cm

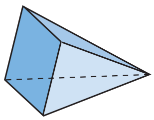
Superficie de la tapa $\rightarrow S = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} = 93,6$ cm^2

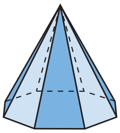


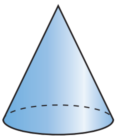
El fondo de la caja más la tapa tienen una superficie de $2 \cdot 93,6 = 187,2$ cm^2.

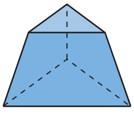
La superficie de metal necesario es: $432 + 187,2 = 619,2$ cm^2.

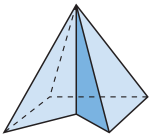
048 Determina cuáles de estos poliedros son pirámides.

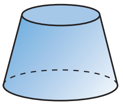
a)


c)


e)


b)


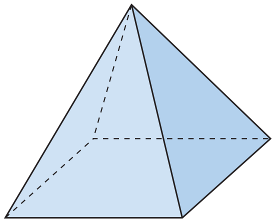
d)


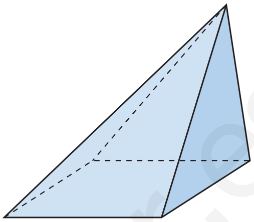
f)


Son pirámides: a), c) y d).

049 Dibuja una pirámide recta de base cuadrangular y otra oblicua con la misma base.

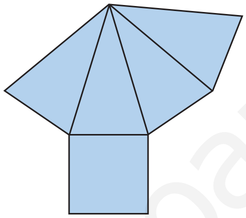
Respuesta abierta.
Por ejemplo:

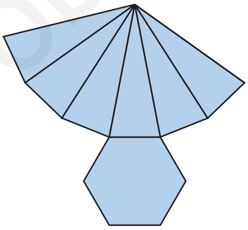




050 Dibuja los desarrollos planos de una pirámide recta de base cuadrangular y de otra de base hexagonal.

Respuesta abierta.
Por ejemplo:





051 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE DETERMINA EL POLÍGONO QUE FORMA LA BASE DE UNA PIRÁMIDE SABIENDO SU NÚMERO DE CARAS, ARISTAS O VÉRTICES?

Determina, en cada caso, el polígono que forma la base de las siguientes pirámides.

a) Número de vértices = 10
b) Número de caras = 9
c) Número de aristas = 18

PRIMERO. Se analiza el número de vértices, caras y aristas.

- El número total de vértices es el de la base más uno.
  a) Número de vértices de la base: $10 - 1 = 9$
- El número total de caras es el de las caras laterales más uno.
  b) Número de caras laterales: $9 - 1 = 8$
- El número total de aristas es el de la base más el de las caras laterales, que es el mismo.
  c) La base tiene: $\frac{18}{2} = 9$ aristas

SEGUNDO. Se estudia el resultado.

N.º de vértices de la base = N.º de caras laterales = N.º de aristas de la base

a) N.º de vértices de la base = 9 → Eneágono
b) N.º de caras laterales = 8 ⟶ Octógono
c) N.º de aristas de la base = 9 ⟶ Eneágono

052 Averigua el polígono que forma la base de una pirámide en los siguientes casos.

a) 12 aristas y 7 vértices.
b) 8 caras laterales.
c) 8 aristas y 5 vértices.
d) 9 caras laterales y 10 vértices.
e) 20 aristas.
f) 13 vértices.
g) 10 caras laterales.
h) 13 caras en total y 24 aristas.

a) Hexágono
b) Octógono
c) Cuadrilátero
d) Eneágono
e) Decágono
f) Dodecágono
g) Decágono
h) Dodecágono

053 **Una pirámide tiene 7 vértices. ¿Cuántos lados tendrá el polígono de la base?**

La base es un polígono de 6 lados, es decir, un hexágono.

054 **Entre los poliedros regulares, ¿hay alguna pirámide regular?**

Sí, el tetraedro.

055 **Sabiendo que el número de vértices de una pirámide es 11 y el número de aristas 20, ¿cuántas caras tiene en total?**

Es una pirámide decagonal y tiene 11 caras.

056 **¿Cuál es el mínimo número de aristas de una pirámide?**

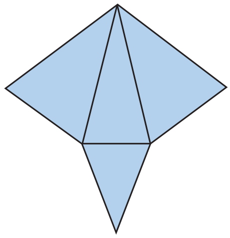
El mínimo número de aristas es 6 (pirámide triangular).

057 **¿Cuál de estas afirmaciones es falsa?**

a) Una pirámide es recta cuando sus caras laterales son todas triángulos equiláteros.
b) La base de una pirámide puede ser un polígono cualquiera.

a) Falsa
b) Cierta

058 **Dibuja el desarrollo de una pirámide recta cuya base sea un triángulo isósceles. Describe la relación entre sus caras laterales.**



Tendrá dos caras laterales que son triángulos isósceles iguales, y la otra cara, un triángulo isósceles distinto a los anteriores.

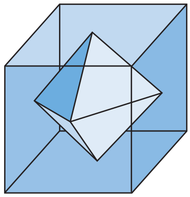
059 ¿Existe alguna pirámide cuyas caras laterales sean todas triángulos rectángulos?

Sí, es posible crear una pirámide triangular de base un triángulo equilátero, y los triángulos laterales rectángulos, con el ángulo recto en el vértice superior.

060 ¿Cuál es el mínimo número de vértices y de caras de una pirámide?

El mínimo número de vértices y caras es 4, es decir, de base triangular.

061 En el siguiente dibujo hay un cubo y, en su interior, un octaedro cuyos vértices están situados en el punto medio de cada cara del cubo. Completa la tabla.



	Cubo	Octaedro
Caras	6	8
Aristas	12	12
Vértices	8	6

062 ¿Cuántos vértices tendrá un poliedro de 8 caras y 18 aristas que verifica la fórmula de Euler?

Fórmula de Euler: $C + V = A + 2 \rightarrow 8 + V = 18 + 2 \rightarrow$
$\rightarrow V = 20 - 8 = 12$ vértices

063 Un poliedro tiene tantas aristas como un icosaedro y cinco veces más vértices que un tetraedro. Si cumple la relación de Euler, ¿cuántas caras tiene?

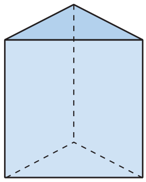
Aristas del icosaedro: 30

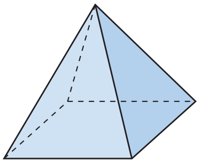
Vértices del tetraedro: 4

$C + V = A + 2 \rightarrow C + 20 = 30 + 2 \rightarrow C = 32 - 20 = 12$ caras

064 Dibuja un poliedro formado por triángulos y cuadrados. ¿Cumple la fórmula de Euler?

Respuesta abierta. Por ejemplo:



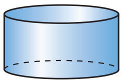


Los dos poliedros cumplen la fórmula de Euler.

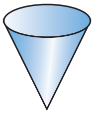
Prisma: $5 + 6 = 9 + 2$

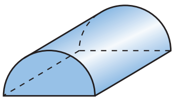
Pirámide: $5 + 5 = 8 + 2$

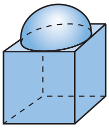
065 Determina cuáles son cuerpos de revolución.

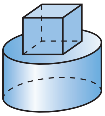
a) 

c) 

e) 

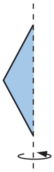
b) 

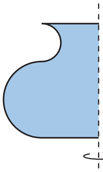
d) 

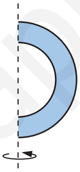
f) 

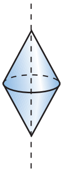
Son cuerpos de revolución: a), c) y e).

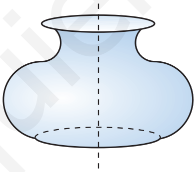
066 Dibuja los cuerpos que se generan al girar las siguientes figuras en torno a los ejes indicados.

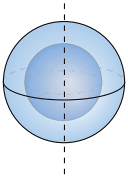
a) 

b) 

c) 

a) 

b) 

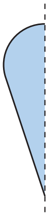
c) 

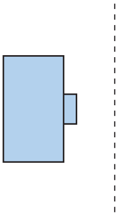
La figura c) es una esfera exteriormente, pero su interior es hueco.

067 Dibuja los polígonos y el eje de estas figuras de revolución.

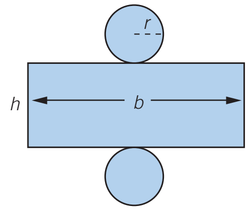
a) 

b) 

a) 

b) 

068 Considera el desarrollo de este cilindro.



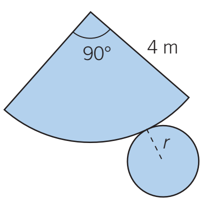
a) ¿Qué relación hay entre la longitud de la circunferencia de la base y el lado mayor del rectángulo?

b) Si el radio del círculo de la base es 5 cm, ¿cuánto mide el lado mayor del rectángulo?

a) El lado mayor del rectángulo es igual a la longitud de la circunferencia de la base.

b) $L = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 31{,}4$ cm mide el lado mayor del rectángulo.

069 **El desarrollo de un cono es el que se muestra en la figura. ¿Cuánto medirá el radio del círculo de la base?**

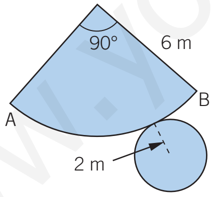


Longitud del arco del área lateral $= \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 90°}{360°} = 6{,}28$ cm

Longitud de la circunferencia de la base $= 2\pi r = 6{,}28$ cm

$r = \dfrac{6{,}28}{6{,}28} = 1$ cm mide el radio del círculo de la base.

070 **¿Son correctos los datos que aparecen en la siguiente figura?**

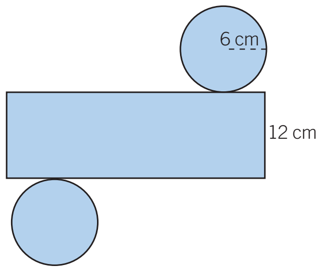


Longitud del arco $AB = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 90°}{360°} = 9{,}42$ cm

Longitud de la circunferencia de la base $= 2 \cdot \pi \cdot 2 =$
$= 12{,}56$ cm

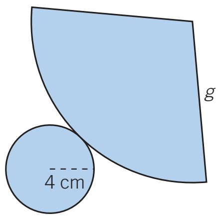
Los datos no son correctos, pues no coinciden las longitudes.

071 **Dibuja el desarrollo de un cilindro cuya altura mide 12 cm y el radio de la base 6 cm.**

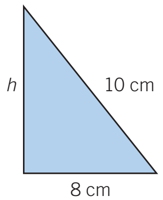


072 **Dibuja el desarrollo de un cono con radio de la base 4 cm y altura 8 cm.**

$g = \sqrt{8^2 + 4^2} = 8{,}94$ cm



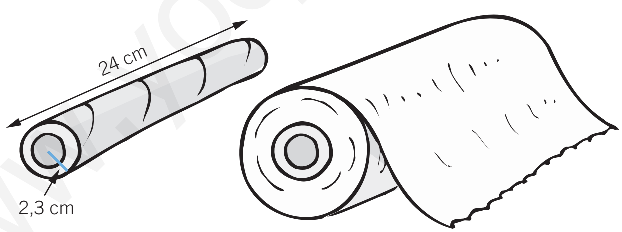
073 **¿Cuánto vale la altura de un cono cuyo radio de la base mide 8 cm y la generatriz 10 cm?**



$h = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$ cm

La altura del cono mide 6 cm.

074 **El cilindro de cartón de un rollo de papel tiene un radio de 2,3 cm y un ancho de 24 cm. ¿Qué dimensiones tiene el cartón?**



Ancho del cartón $= 2 \cdot \pi \cdot 2{,}3 = 14{,}44$ cm

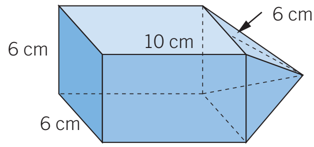
Dimensiones: $24 \times 14{,}44$ cm

075 **Un orfebre ha realizado un brazalete cilíndrico cuyo exterior quiere cubrir de plata. El radio del brazalete es de 3 cm y su altura 4 cm. ¿Qué área tiene que cubrir de plata?**

Longitud de la circunferencia de la base $= 2 \cdot \pi \cdot 3 = 18{,}84$ cm

Área que tiene que cubrir de plata $= 18{,}84 \cdot 4 = 75{,}36$ cm^2

076 **Lola pinta joyeros de madera. Hoy ha pintado dos joyeros como el de la figura. ¿Qué área ha pintado en total?**



La base es un cuadrado de 6 cm de lado, luego su superficie es 36 cm^2.

Las caras laterales son cuatro rectángulos de base 6 cm y altura 10 cm.
Su superficie es: $4 \cdot 6 \cdot 10 = 240\ cm^2$

El remate superior son las caras laterales de una pirámide de base cuadrada, que son 4 triángulos iguales de base 6 cm y altura 6 cm.

La superficie es: $4 \cdot \dfrac{6 \cdot 6}{2} = 72\ cm^2$.

El área que ha pintado es: $36 + 240 + 72 = 348\ cm^2$.

077 **Delia trabaja en una fábrica donde hacen latas cilíndricas de conservas. Si las latas tienen un área de 500 cm^2 y un radio de 5 cm, ¿cuál es su altura?**

Área de la lata = Área de las dos bases + Área lateral

$$500\ cm^2 = 2 \cdot \pi \cdot 5^2 + 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot h = 157 + 31{,}4 \cdot h$$

$$h = \frac{500 - 157}{31{,}4} = 10{,}9\ cm$$

La altura de la lata es 10,9 cm.

078 **Para la fiesta de fin de curso, los alumnos se van a disfrazar. Para ello necesitan un gorro con forma cónica. María, Susana y Carlos se van a hacer los gorros de tela. Si los radios son 8, 10 y 13 cm y las generatrices 28, 35 y 40 cm, respectivamente, ¿cuánta tela necesitarán como mínimo?**

Arco del gorro de radio 8 cm $= 2 \cdot \pi \cdot 8 = 50{,}24$ cm

$$\text{Área} = \frac{50{,}24 \cdot 28}{2} = 2\,208{,}5\ cm^2$$

Arco del gorro de radio 10 cm $= 2 \cdot \pi \cdot 10 = 62{,}8$ cm

$$\text{Área} = \frac{62{,}8 \cdot 35}{2} = 1\,099\ cm^2$$

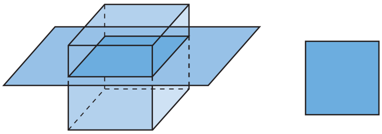
Arco del gorro de radio 13 cm $= 2 \cdot \pi \cdot 13 = 81{,}64$ cm

$$\text{Área} = \frac{81{,}64 \cdot 40}{2} = 1\,632{,}8\ cm^2$$

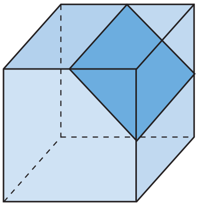
Tela necesaria para hacer los gorros:

$$2\,208{,}5 + 1\,099 + 1\,632{,}8 = 4\,940{,}3\ cm^2$$

079 **Un plano paralelo a una cara de un cubo, y que corta al mismo, origina siempre un cuadrado.**

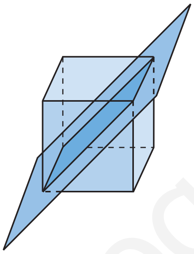


¿Se puede obtener un cuadrado cortando un cubo por un plano que no sea paralelo a ninguna cara?



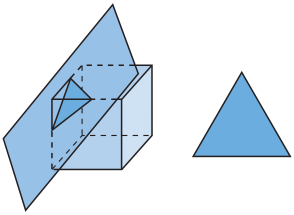
Sí, se puede hacer cortando de manera oblicua, de tal modo que sea paralelo a uno de los lados y el corte con las caras tenga la misma longitud que el lado.

080 **Si en un cubo, el plano trazado contiene a dos aristas opuestas, ¿qué cuadrilátero se obtiene?**



Se obtiene un rectángulo de dimensiones el lado del cubo y la diagonal de una de sus caras.

081 **Un plano que corta a tres caras de un cubo con un vértice común, origina un triángulo como el de la figura.**



a) ¿En qué casos el triángulo es isósceles?
b) ¿En qué casos es equilátero?
c) ¿Cuál es el mayor triángulo equilátero que se puede formar?

a) Cuando el plano contiene a una recta paralela a la diagonal de una de las caras.

b) Si contiene rectas paralelas a las tres diagonales de las caras.

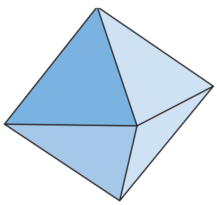
c) Si contiene a las tres diagonales de las caras.

082 ●●● **Observa el siguiente octaedro y di cómo obtendrías, al cortarlo por un plano:**

a) Un cuadrado.

b) Un rectángulo.

c) Un rombo.



a) Cuando el plano es paralelo al plano formado por el cuadrado que forman sus cuatro aristas horizontales.

b) En ningún caso se puede obtener un rectángulo.

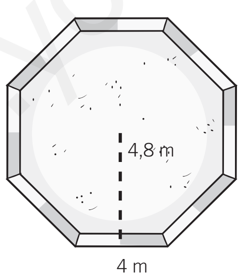
c) Cuando el plano pasa por dos vértices opuestos.

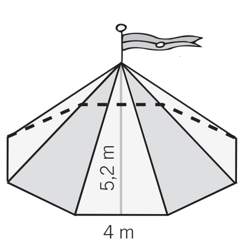
PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

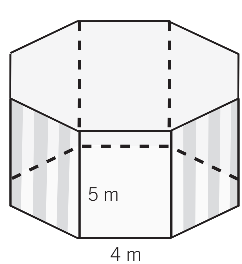
083 ●●● **Los hermanos Chinetti, dueños del CIRCO MUNDIAL DE LOS MUNDOS, han decidido comprar una carpa nueva para su espectáculo.**

La carpa que tienen actualmente está deteriorada y, además, se les ha quedado pequeña. Por eso quieren que la nueva carpa sea mayor que la anterior.

Después de analizarlo, han diseñado la siguiente figura.



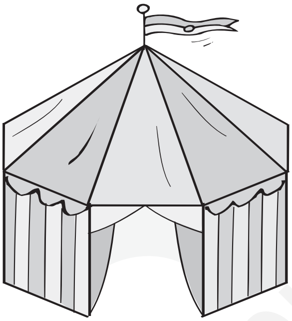




Eres capaz de... Comprender

a) ¿Qué forma tiene la parte inferior de la carpa? ¿Y sus caras laterales? ¿Cuáles son sus medidas?

b) ¿Qué forma tiene la parte superior de la carpa? ¿Y sus caras laterales? ¿Cuáles son sus medidas?



Eres capaz de... Resolver

c) La carpa se fabrica con una lona que cuesta 12 €/m² el material y 11 €/m² su confección. Calcula el coste total de la nueva carpa.

Eres capaz de... Decidir

d) Si el año pasado, el circo tuvo 9 456 espectadores en total, y los beneficios por espectador son aproximadamente de 5,50 €, ¿crees que podrían pagarlo con los beneficios de este año?

a) La parte inferior de la carpa tiene forma de prisma octógonal regular y sus caras laterales son rectángulos de 4 m de ancho y 5 m de altura.

b) La parte superior de la carpa tiene forma de pirámide octogonal regular y sus caras laterales son triángulos isósceles de 4 m de base y 5,2 m de altura.

c) Paredes $\rightarrow 8 \cdot 5 \cdot 4 = 160\ m^2$

Techo $\rightarrow 8 \cdot \dfrac{4 \cdot 5{,}2}{2} = 83{,}2\ m^2$

Suelo $\rightarrow \dfrac{4 \cdot 8 \cdot 4{,}8}{2} = 76{,}8\ m^2$

Total de lona $\rightarrow 160 + 83{,}2 + 76{,}8 = 320\ m^2$

Precio material $\rightarrow 320 \cdot 12 = 3\,840$ €

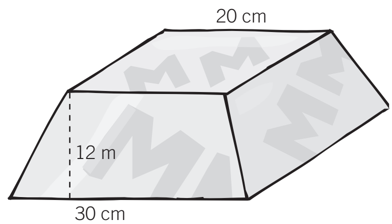
Precio confección $\rightarrow 320 \cdot 11 = 3\,520$ €

Precio total $\rightarrow 3\,840 + 3\,520 = 7\,360$ €

d) $9\,456 \cdot 5{,}50 = 52\,008$ €, sí podrán pagarlo.

Lo podrían pagar aunque el número de espectadores de este año sea muy inferior, si se mantiene el mismo beneficio por espectador.

084 ●●● **En la campaña de márketing elaborada para las tiendas de ropa MODAS MEDAS han diseñado esta caja.**



ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) Si prolongas los lados, que no pertenecen a las bases, de las caras laterales, ¿qué poliedro obtendrías?

b) ¿Qué forma tienen las caras laterales de la caja? ¿Cuáles son sus medidas?

c) ¿Y qué forma tienen las bases? ¿Cuáles son sus medidas?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

d) A la gerente de la empresa le ha parecido una caja original y que responde al estilo de sus tiendas.

Al encargar su fabricación, tienen que enviar el desarrollo plano de la caja para elaborar una plantilla.

¿Sabrías dibujar su desarrollo plano?

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

e) Tras ver varias muestras han decidido que la caja sea de cartón plastificado y con un tinte de color. El problema es su coste, pues cada metro cuadrado cuesta 2,20 €, incluyendo el material, el corte y el montaje de la caja. Este coste se tendrá que incrementar en el precio de cada prenda.

Si un vestido cuesta 60 €, ¿en cuánto incrementará su precio si le añadimos el coste de la caja? ¿Crees que es excesivo el incremento de precio?

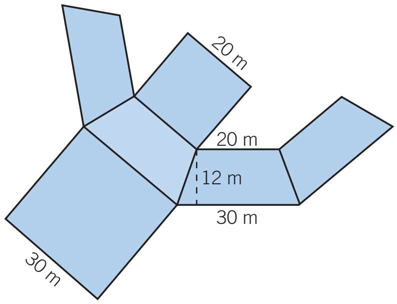
a) Se obtendría una pirámide.

b) Tienen forma de trapecio.

Medidas: base mayor 30 cm, base menor 20 cm y altura 12 cm.

c) Las bases tienen forma de cuadrado de 30 cm y de 20 cm de lado, respectivamente.

d) El desarrollo plano de la caja sería:



e) El área total de la caja es:

$$30^2 + 20^2 + \left(\frac{30 + 20}{2} \cdot 12\right) \cdot 4 = 900 + 400 + 1\,200 = 2\,500 \text{ cm}^2 = 0{,}25 \text{ m}^2$$

$0{,}25 \cdot 2{,}20 = 0{,}55$ € incrementará el precio de la prenda.

Calculamos el porcentaje del precio final que representa 0,55 €:

$$\text{Porcentaje} = \frac{0{,}55 \cdot 100}{60} = 0{,}92\,\%$$

El incremento de precio no llega al 1 %, por lo cual no parece excesivo.

13 Funciones y gráficas

La bruja de Agnesi

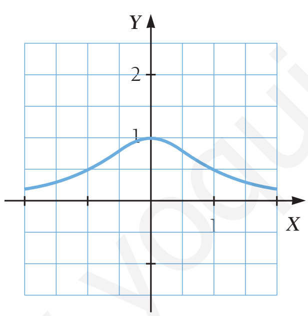
Los ágiles dedos acariciaban las cuerdas y arrancaban dulces sonidos al arpa. María Agnesi se relajó por un momento. Oír a su hermana Teresa tocar el arpa hacía que se olvidara de todo, y que solo existieran notas y compases.

Después de concluir la pieza, Teresa le preguntó a su hermana por su enfado y esta le contestó:

–Esta mañana ha vuelto a suceder: uno de mis alumnos de la universidad ha vuelto a llamarla la *bruja de Agnesi*.

–María –le cortó su hermana–, olvida ya esa historia. Nadie tiene la intención de ofenderte al nombrar la gráfica así.

–¡Pero lo hacen! –dijo María–. La culpa la tiene el traductor que al traducir mi libro al inglés llamó a la curva la *bruja de Agnesi*, y han terminado llamándomelo a mí.



Actualmente a esta gráfica se le sigue llamando la *bruja de Agnesi*, en honor de María Gaetana Agnesi, que fue la primera mujer en impartir clases en una universidad.

DESCUBRE LA HISTORIA...

1 **Busca información sobre la vida de María Gaetana Agnesi, matemática que vivió en el siglo XVIII.**

Una biografía de María de Agnesi se puede encontrar en la página:
http://centros5.pntic.mec.es/~barriope/matematicas/web_taller_0203/mujeres/marta/agnesi.htm

Para completar la información, también se puede consultar esta página donde también se ofrece una biografía mucho más extensa:
http://divulgamat.ehu.es/weborriak/historia/MateOspetsuak/Agnesi.asp

2 **María Agnesi estudió con detalle una curva llamada, debido a una mala traducción, la bruja de Agnesi. Investiga cómo se genera dicha curva y describe sus propiedades.**

Una explicación de este hecho se da en esta página de un instituto segoviano:
http://www.iesezequielgonzalez.com/matematicas/brujagne.htm

También podemos encontrar una propuesta para su construcción en esta página:
http://www.epsilones.com/paginas/i-curvas.html

3 **Averigua qué otros trabajos realizó María Agnesi relacionados con las matemáticas.**

Además de centrar el personaje en su entorno histórico, una extensa relación de su obra la podemos encontrar en esta página:
http://www.fmujeresprogresistas.org/fichavisibilidad/Agnesi.htm

EVALUACIÓN INICIAL

1 **Completa esta tabla:**

Lado del cuadrado	Perímetro	Área
1	4	1
2	8	4
3	12	9
4	16	16

2 **Expresa en lenguaje algebraico.**

a) La tercera parte de un número.
b) El doble de un número más 6 unidades.
c) El triple de un número menos su doble.

a) $\frac{x}{3}$ b) $2x + 6$ c) $3x - 2x$

3 **Halla el valor de y en estas ecuaciones para que sea solución si $x = 3$.**

a) $y - 10x = 3y + 12$ **b) $xy - 2 = 2y + 1$**

a) $y - 10 \cdot 3 = 3y + 12 \rightarrow 2y = -42 \rightarrow y = -\frac{42}{2} = -21$

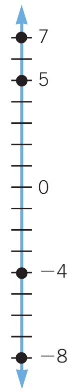
b) $3 \cdot y - 2 = 2y + 1 \rightarrow y = 3$

Funciones y gráficas

EJERCICIOS

001 **Representa los siguientes números en una recta horizontal: -1, 5, 7 y -4.**

002 **Representa estos números en una recta vertical: -8, 5, 7 y -4.**



003 **El punto *A* está situado a la derecha de cero. ¿Qué afirmación es correcta?**

a) ***A* es positivo.**

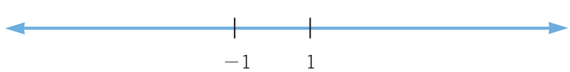
b) ***A* es negativo.**

c) **$A = 0$**

d) ***A* puede ser positivo o negativo.**

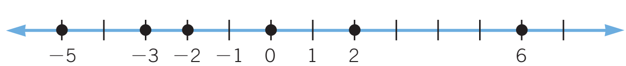
a) *A* es positivo.

004 **Dada la recta numérica:**



a) **Representa el número 0.**

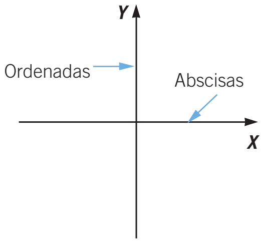
b) **Coloca en la recta estos números: -3, 2, -2, -5 y 6.**



005 **Indica cómo representarías los siguientes números en una recta numérica: -1, $\frac{1}{2}$ y $-1{,}5$.**

-1 se representa una unidad a la izquierda del 0; $\frac{1}{2}$, media unidad a la derecha del 0, y $-1{,}5$, una unidad y media a la izquierda del 0.

006 **Dibuja unos ejes de coordenadas, y colorea de azul el eje de abscisas, y de rojo, el de ordenadas.**



007 **Señala cinco puntos con:**

a) Abscisa −2.

b) Ordenada −2.

c) Igual abscisa y ordenada.

a) Ejemplos: (−2, 4), (−2, 0), (−2, −2), (−2, 7), (−2, −10)

b) Ejemplos: (2, −2), (0, −2), (−3, −2), (8, −2), (−5, −2)

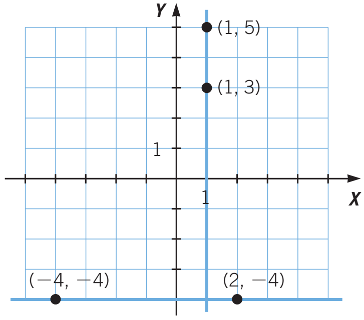
c) Ejemplos: (0, 0), (−2, −2), (−9, −9), (8, 8), (11, 11)

008 **La abscisa del punto *A* es positiva y la ordenada del punto *B* es negativa. ¿En qué cuadrante estará situado el punto *A*? ¿Y el punto *B*?**

Si la abscisa es positiva, el punto *A* puede estar situado en el primer o cuarto cuadrante.

Si la ordenada es negativa, el punto *B* puede estar situado en el tercer o cuarto cuadrante.

009 **¿Qué ocurre con los puntos que tienen igual ordenada y distinta abscisa? ¿Y con los que tienen igual abscisa y distinta ordenada? Dibuja unos ejes de coordenadas y señálalo.**

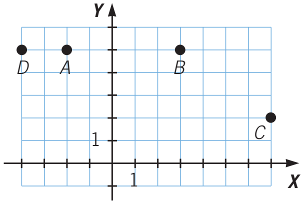


Los puntos que tienen la misma abscisa están en la misma recta vertical.

Los puntos que tienen la misma ordenada están en la misma recta horizontal.

010 **Representa los siguientes puntos e indica en qué cuadrante se encuentran.**

***A*(−2, 5)** **B(3, 5)** ***C*(7, 2)** ***D*(−4, 5)**

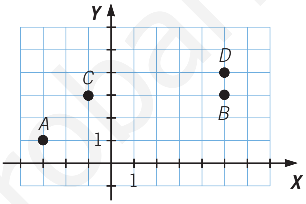


B y *C* están en el primer cuadrante, y *A* y *D* en el segundo.

011 **Representa los puntos y señala su cuadrante.**

***A*(−3, 1)** ***B*(5, 3)** ***C*(−1, 3)** ***D*(5, 4)**

A y *C* están en el segundo cuadrante, y *B* y *D* en el primero.



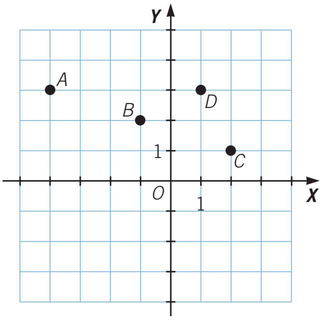
012 **Indica, sin representarlos, el cuadrante en el que se sitúa cada punto.**

***A*(−8, 3)** ***B*(5, 10)** ***C*(−7, 2)** ***D*(4, 6)**

A y *C* están en el segundo cuadrante, y *B* y *D* en el primero.

013 **Indica las coordenadas cartesianas de estos puntos.**

¿Qué característica común tienen los puntos del primer y segundo cuadrantes?

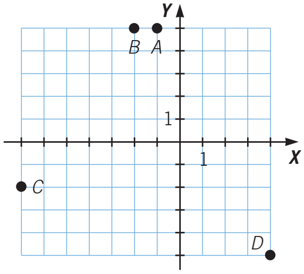


A(−4, 3) *B*(−1, 2) *C*(2, 1) *D*(1, 3)

En ambos cuadrantes, la ordenada es positiva.

014 **Representa los siguientes puntos en el plano, e indica en qué cuadrante se encuentran.**

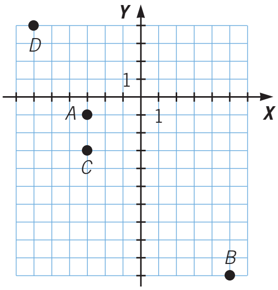
***A*(−1, 5)** ***B*(−2, 5)** ***C*(−7, −2)** ***D*(4, −5)**



El punto *A* pertenece al segundo cuadrante, el punto *B* al segundo, *C* al tercero y *D* al cuarto.

015 **Representa los puntos en el plano y señala su cuadrante.**

$A(-3, -1)$ **$B(5, -10)$** **$C(-3, -3)$** **$D(-6, 4)$**



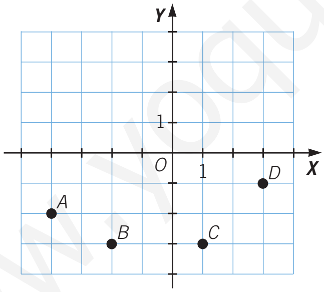
El punto A pertenece al tercer cuadrante, el punto B al cuarto, C al tercero y D al segundo.

016 **Indica, sin representarlos, el cuadrante en el que se sitúa cada punto.**

$A(-8, 3)$ **$B(8, -2)$** **$C(-7, -3)$** **$D(4, 6)$**

El punto A pertenece al segundo cuadrante, el punto B al cuarto, C al tercero y D al primero.

017 **Indica las coordenadas de los puntos.**
¿Qué característica común tienen los puntos del tercer y cuarto cuadrantes?

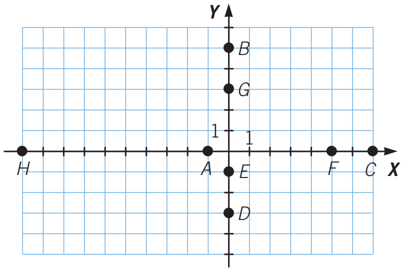


$A(-4, -2)$ $C(1, -3)$
$B(-2, -3)$ $D(3, -1)$

Los puntos del tercer y cuarto cuadrantes tienen la ordenada negativa.

018 **Representa los siguientes puntos en el plano.**

$A(-1, 0)$ **$E(0, -1)$**
$B(0, 5)$ **$F(5, 0)$**
$C(7, 0)$ **$G(0, 3)$**
$D(0, -3)$ **$H(-10, 0)$**



019 **Escribe tres puntos situados en el eje *X* de abscisa positiva, y otros tres en el eje *Y* de ordenada negativa.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Puntos del eje *X*: (2, 0), (7, 0), (30, 0)

Puntos del eje *Y*: (0, −2), (0, −5), (0, −15)

020 **Indica, sin representarlos, sobre qué eje se encuentra cada punto.**

***A*(0, 2)** ***B*(−1, 0)** ***C*(0, −1)** ***D*(−7, 0)**

El punto *A* está en el eje *Y*, el punto *B* en el *X*, *C* en el *Y* y *D* en el *X*.

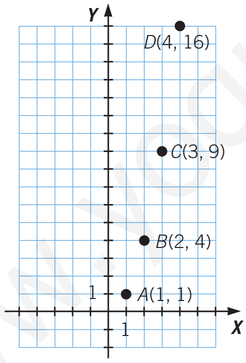
021 **¿Existe algún punto que se sitúe en los dos ejes simultáneamente? ¿Qué punto es?**

Sí, el punto (0, 0), que es el origen de coordenadas.

022 **Asocia a cada número natural del 1 al 9 su doble, y halla los pares de coordenadas que resultan.**

(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10), (6, 12), (7, 14), (8, 16), (9, 18)

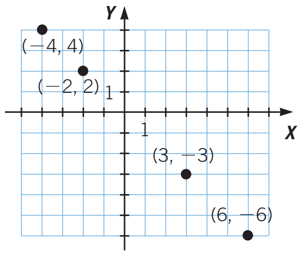
023 **Dado el conjunto inicial: {1, 2, 3, 4}, calcula el conjunto final, si a cada número le asociamos su cuadrado. Halla los pares de coordenadas que resultan, y represéntalos en un sistema de coordenadas cartesianas.**



El conjunto final es: {1, 4, 9, 16}

Los pares ordenados son:
A(1, 1), *B*(2, 4), *C*(3, 9), *D*(4, 16)

024 **Dada la relación que asigna a cada número su opuesto, determina si es una función y representa gráficamente algunos de sus puntos.**



Sí es una función, porque cada número tiene un único opuesto.

025 **A cada cantidad de dinero le asociamos el número de monedas y billetes necesarios para formar esa cantidad. ¿Es esta relación una función?**

No es una función, porque una misma cantidad de dinero se puede formar por distinto número de monedas y billetes.

026 **Dado el conjunto inicial: {0, 1, 2, 3, 4, 5}, calcula el conjunto final de la relación que asocia:**

a) A cada número su triple más 1.

b) A cada número su cubo.

c) A cada número su mitad más cuatro.

d) A cada número el triple de su mitad.

a) {1, 4, 7, 10, 13, 16}

b) {0, 1, 8, 27, 64, 125}

c) $\left\{4, \frac{9}{2}, 5, \frac{11}{2}, 6, \frac{13}{2}\right\}$

d) $\left\{0, \frac{3}{2}, 3, \frac{9}{2}, 6, \frac{15}{2}\right\}$

027 **Escribe la ecuación que representa la función que asocia a cada número su cuadrado más 2.**

$y = x^2 + 2$

028 **La relación que asigna a cualquier número el número 3, ¿es una función? En caso afirmativo, calcula su ecuación.**

Sí es una función, pues cada valor solo tiene una imagen.

Su ecuación es $y = 3$.

029 **Considerando la función $y = x - 2$, halla los valores de y para $x = 0$, $x = -2$ y $x = 3$.**

$x = 0 \rightarrow y = -2$ $\quad x = -2 \rightarrow y = -4$ $\quad x = 3 \rightarrow y = 1$

030 **Indica a cuál de estas funciones pertenece el punto $A(-1, 3)$.**

a) $f(x) = x^3 - 3$

b) $g(x) = x - 4$

c) $h(x) = -2x^2 + 5$

d) $i(x) = 2x + 3$

a) $(-1)^3 - 3 \neq 3 \rightarrow$ No pertenece.

b) $-1 - 4 \neq 3 \rightarrow$ No pertenece.

c) $-2 \cdot (-1)^2 + 5 = 3 \rightarrow$ Sí pertenece.

d) $2 \cdot (-1) + 3 \neq 3 \rightarrow$ No pertenece.

031 **Determina la ecuación que representa la función que asocia a cada número su doble más 1. ¿Pertenece el punto (2, 6) a dicha función? ¿Y (3, 7)?**

$y = 2x + 1$

$2 \cdot 2 + 1 \neq 6 \rightarrow$ (2, 6) no pertenece a la función.

$2 \cdot 3 + 1 = 7 \rightarrow$ (3, 7) pertenece a la función.

032 **¿Puede un mismo punto pertenecer a dos funciones diferentes? Compruébalo con algún ejemplo.**

Sí, por ejemplo:

$f(x) = x + 1$ El punto (0, 1) pertenece a las dos funciones.

$g(x) = 2x + 1$ $0 + 1 = 1$ $2 \cdot 0 + 1 = 1$

033 **Dada la función $f(x) = 4x + 8$, escribe una tabla con seis valores.**

x	−2	−1	0	1	2	3
y	0	4	8	12	16	20

034 **Dada la función $f(x) = x^2$, escribe la tabla de valores para $x = 0$, $x = -1$, $x = 1$, $x = -2$ y $x = 2$. ¿Qué observas?**

x	0	−1	1	−2	2
y	0	1	1	4	4

A cada número y su opuesto les corresponde el mismo valor, ya que un número y su opuesto tienen el mismo cuadrado.

035 **Expresa en una tabla estas funciones, representando algunos de sus pares de valores.**

a) El perímetro de un triángulo equilátero y su lado.

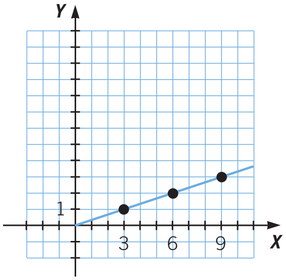
b) El lado de un cuadrado y su perímetro.

c) El radio de un círculo y su área.

Escribe la expresión general de cada una de ellas.

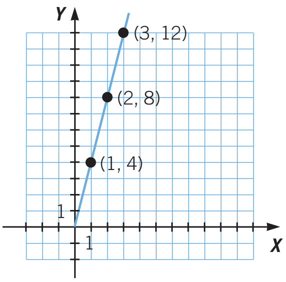
a) $y = \dfrac{x}{3}$

x	3	6	9	12	15
y	1	2	3	4	5



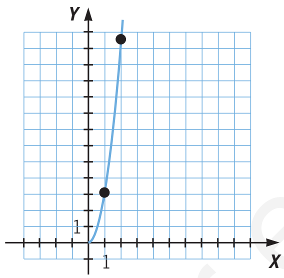
b) $y = 4 \cdot x$

x	1	2	3	4	5
y	4	8	12	16	20



c) $y = \pi \cdot x^2$

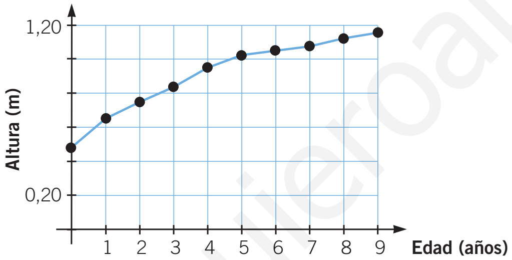
x	1	2	3	4	5
y	π	4π	9π	16π	25π



036 **La siguiente tabla relaciona la altura de Marta con su edad.**

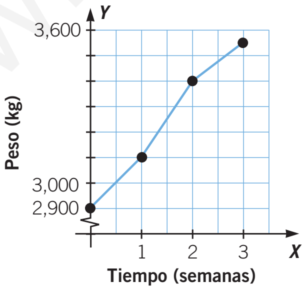
Edad (años)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Altura (m)	0,48	0,65	0,75	0,84	0,95	1,02	1,05	1,08	1,12	1,16

Construye un gráfico de puntos con los valores de la tabla anterior.



Unimos los puntos porque a cualquier edad de Marta le corresponde una altura.

037 **Un bebé pesa al nacer 2,9 kg. La primera semana gana 200 g, la segunda 300 g y la tercera 150 g. Representa la gráfica correspondiente.**



x	0	1	2	3
y	2,900	3,100	3,400	3,550

Unimos los puntos porque a cualquier edad del bebé le corresponde un peso.

038 **Dada la expresión algebraica $y = -2x + 2$:**

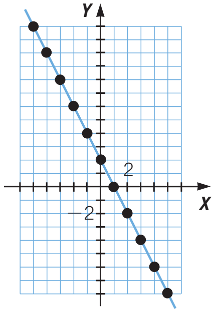
a) Construye una tabla con valores enteros de x comprendidos entre -5 y 5.

b) Representa la función gráficamente.

a)

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	12	10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8

b)



039 **El alquiler de una película de vídeo cuesta 1,80 € por cada día de alquiler.**

a) Haz una tabla que relacione el número de días de alquiler con su precio.

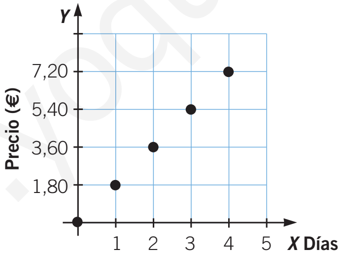
b) Dibuja la gráfica correspondiente.

c) Indica cuáles son las variables independiente y dependiente.

a)

N.º de días	1	2	3	4	5
Precio	1,80	3,60	5,40	7,20	9

b)

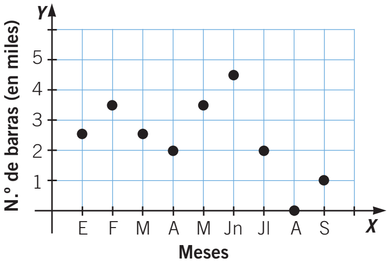


c) Variable independiente: número de días.

Variable dependiente: precio.

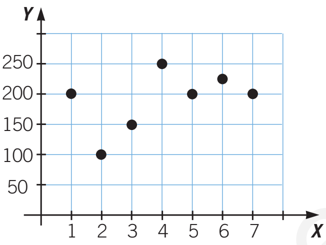
040 **Esta gráfica representa el número de barras de pan que se han vendido en una panadería durante los primeros seis meses del año.**

Realiza una interpretación de esta gráfica.



De enero a febrero se incrementaron las ventas; de febrero a abril descendieron, de abril a junio volvieron a subir, de junio a agosto bajan, en agosto cierra la panadería y en septiembre vuelven a abrir.

041 **La gráfica muestra los asistentes a una obra de teatro los siete primeros días desde el estreno.**



a) ¿Qué representa cada una de las variables?

b) ¿Qué día hubo más asistentes? ¿Y menos?

a) $x \rightarrow$ Días.
$y \rightarrow$ Número de asistentes.

b) El día que hubo más asistentes es el cuarto, el que menos, el segundo.

042 **Construye una gráfica con la temperatura de tu ciudad durante una semana e interprétala.**

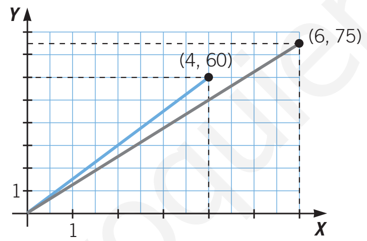
Respuesta libre.

043 **Representa este enunciado mediante una gráfica.**

Cuatro amigos van de excursión.

- **El primero de ellos recorre 6 kilómetros en 75 minutos.**
- **El segundo recorre 4 kilómetros y tarda 60 minutos.**
- **El tercero tarda lo mismo que el primero, y el cuarto tarda lo mismo que el segundo.**

Razona si tiene sentido unir los puntos que obtienes

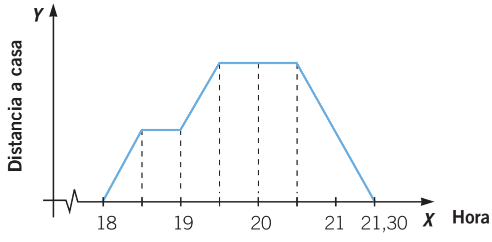


No tiene sentido unir los puntos obtenidos porque cada punto corresponde a una observación distinta.

044 **Representa el texto mediante una gráfica.**

Tomás salió a pasear a las 18:00. A las 18:30 h se encontró con Juan y se detuvo media hora.

Luego siguió andando hasta que a las 19:30 h llegó a una ermita. Allí decidió pararse a descansar durante una hora. Después, regresó a su casa: tardó una hora en llegar y no hizo ninguna parada en el camino.



045 **Realiza una gráfica que represente el trayecto que realizas hasta el instituto.**

Respuesta libre.

ACTIVIDADES

046 Representa los siguientes números sobre una recta numérica horizontal.

−15 −7 10 1

047 Representa estos números sobre una recta numérica vertical.

−15 −7 10 1

La solución es igual que en el ejercicio anterior, pero en una recta vertical.

048 Representa los números.

−4 7 −11 0

a) En una recta numérica horizontal.

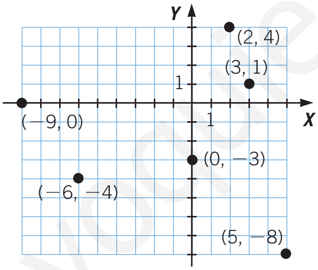
b) En una recta numérica vertical.

a) 

b) La solución es la misma que en el apartado anterior, pero en una recta vertical.

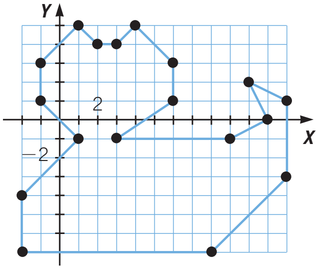
049 Sitúa cada punto en el cuadrante que corresponda.

(2, 4) (5, −8) (3, 1) (−9, 0) (−6, −4) (0, −3)



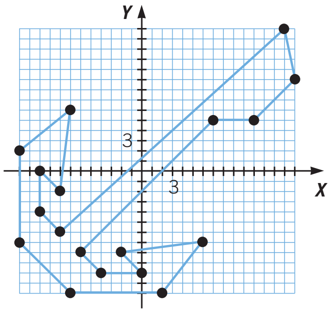
050 Representa en tu cuaderno los puntos y únelos ordenadamente.

$P_1(4, 5)$	$P_6(-1, 1)$	$P_{11}(12, -3)$	$P_{16}(3, -1)$
$P_2(3, 4)$	$P_7(1, -1)$	$P_{12}(12, 1)$	$P_{17}(6, 1)$
$P_3(2, 4)$	$P_8(-2, -4)$	$P_{13}(10, 2)$	$P_{18}(6, 3)$
$P_4(1, 5)$	$P_9(-2, -7)$	$P_{14}(11, 0)$	
$P_5(-1, 3)$	$P_{10}(8, -7)$	$P_{15}(9, -1)$	

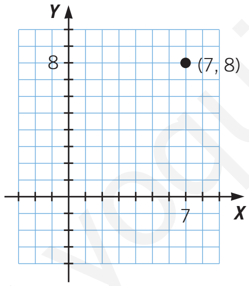


051 Representa en tu cuaderno estos puntos y únelos ordenadamente.

$P_1(14, 14)$	$P_6(-4, -10)$	$P_{11}(-7, -12)$	$P_{16}(-10, 0)$
$P_2(15, 9)$	$P_7(0, -10)$	$P_{12}(-12, -7)$	$P_{17}(-10, -4)$
$P_3(11, 5)$	$P_8(-2, -8)$	$P_{13}(-12, 2)$	$P_{18}(-8, -6)$
$P_4(7, 5)$	$P_9(6, -7)$	$P_{14}(-7, 6)$	
$P_5(-6, -8)$	$P_{10}(2, -12)$	$P_{15}(-8, -2)$	

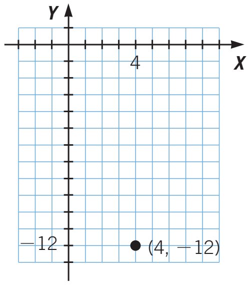


052 Un punto tiene abscisa 7 y ordenada 8. Representa dicho punto e indica en qué cuadrante se encuentra.



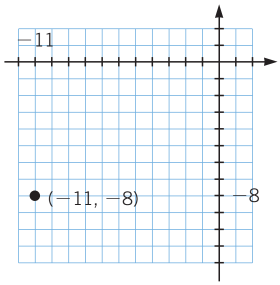
El punto (7, 8) está en el primer cuadrante.

053 Un punto tiene abscisa 4 y ordenada −12. Represéntalo y señala el cuadrante en el que se sitúa.



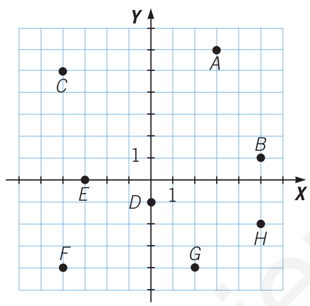
El punto (4, −12) está en el cuarto cuadrante.

054 Un punto tiene abscisa −11 y ordenada −8. Represéntalo e indica en qué cuadrante se localiza.



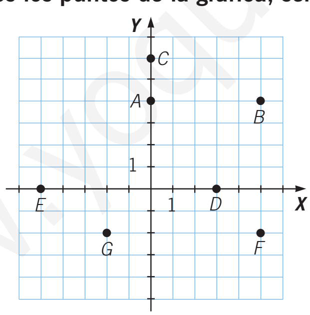
El punto (−11, −8) está en el tercer cuadrante.

055 Indica las coordenadas cartesianas de los siguientes puntos.



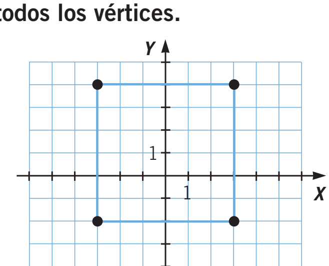
A(3, 6)	*D*(0, −1)	*G*(2, −4)
B(5, 1)	*E*(−3, 0)	*H*(5, −2)
C(−4, 5)	*F*(−4, −4)	

056 Dados los puntos de la gráfica, señala cuáles son sus coordenadas.



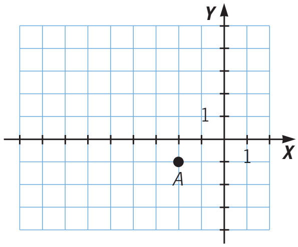
A(0, 4)	*D*(3, 0)	*F*(5, −2)
B(5, 4)	*E*(−5, 0)	*G*(−2, −2)
C(0, 6)		

057 El punto de la figura es uno de los vértices de un cuadrado con los lados verticales y horizontales y 6 unidades de lado. Determina las coordenadas de todos los vértices.



Los vértices son:
(−3, −2); (3, −2); (3, 4); (−3, 4)

058 Dibuja los ejes de coordenadas para que el punto sea $A(-2, -1)$.



059 Dado el conjunto inicial {3, 5, 7, 9}, halla el conjunto final si a cada número le asociamos:

a) Su doble más 1.
b) Su mitad.
c) Su cuádruple.
d) Su cuadrado.

a) {7, 11, 15, 19}

b) $\left\{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}\right\}$

c) {12, 20, 28, 36}

d) {9, 25, 49, 81}

060 Construye una tabla de cinco valores para cada una de las funciones.

a) $y = 2x + 6$ b) $\dfrac{2x - 4}{2}$ c) $y = x^2 - 7$ d) $y = 2x^2 + 6$

a)

x	−2	−1	0	1	2
y	2	4	6	8	10

b)

x	−2	−1	0	1	2
y	−4	−3	−2	−1	0

c)

x	−2	−1	0	1	2
y	−3	−6	−7	−6	−3

d)

x	−2	−1	0	1	2
y	14	8	6	8	14

061 Haz una tabla para los valores comprendidos entre −3 y 3 para las funciones.

a) $y = x - 6$ b) $y = 2x - 4$ c) $y = x^2 - 4$ d) $y = -4x - 3$

a)

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−9	−8	−7	−6	−5	−4	−3

b)

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−10	−8	−6	−4	−2	0	2

c)

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	5	0	−3	−4	−3	0	5

d)

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	9	5	1	−3	−7	−11	−15

062 Dada la función $y = -x + 3$:

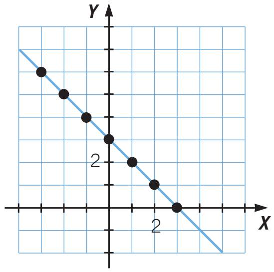
a) Haz una tabla de valores.
b) Represéntala gráficamente.
c) ¿Pertenece el punto (3, −1) a la función?

a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	5	4	3	2	1	0

c) $-3 + 3 \neq -1$
No pertenece.

b)



063 **Indica a cuál de las siguientes funciones pertenece el punto (5, −2).**

a) $y = 2x - 4$ **b)** $y = x^2 - 27$ **c)** $y = -x + 3$ **d)** $y = 2x - 3$

a) $-2 \neq 2 \cdot 5 - 4 \rightarrow$ No
b) $-2 = 5^2 - 27 - 2 \rightarrow$ Sí
c) $-2 = -5 + 3 \rightarrow$ Sí
d) $5 \neq 2 \cdot (-2) - 3 \rightarrow$ No

064 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE HALLA LA EXPRESIÓN ALGEBRAICA DE UNA FUNCIÓN?

En una tienda de fotografías nos cobran 2 € por el revelado y 20 céntimos por cada fotografía.
Haz una tabla donde se exprese el precio total de revelar 1, 2, 3… fotografías, y determina la expresión algebraica que relaciona las dos variables.

PRIMERO. Se construye la tabla numérica que expresa la relación.

N.º de fotografías	1	2	3	4	…
Coste (€)	2,20	2,40	2,60	2,80	…

SEGUNDO. Se calcula la expresión algebraica que relaciona las variables:
$y = 2 + 0{,}20x$.

065 **Si las cerezas se venden a 3,25 €/kg:**

a) **Escribe la expresión algebraica que relaciona el coste (y) en función de los kilos de cerezas (x).**

b) **¿Cuál es la variable dependiente en esta expresión? ¿Y la variable independiente?**

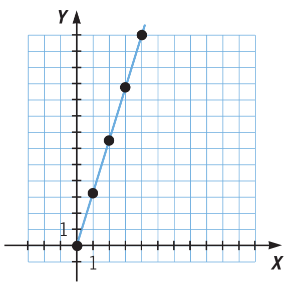
c) **Haz una tabla y representa gráficamente sus pares de valores.**

a) $y = 3{,}25 \cdot x$

b) La variable independiente es los *kilos de cerezas* y la variable dependiente es el *precio*.

c)

x	0	1	2	3	4
y	0	3,25	6,50	9,75	13



066 Una relación entre números enteros se expresa de la siguiente manera: «A cada número entero lo relacionamos con su doble más una unidad». Escribe la expresión de la función y completa la tabla.

x	**−2**	**−1**	**0**	1	**3**	**7**	**10**
y	−3	−1	1	**3**	7	15	21

$y = 2x + 1$

067 Una persona observa la temperatura en un día cualquiera desde las 8 de la mañana hasta las 8 de la tarde.

a) ¿Cuáles son las variables que intervienen?

b) ¿Es posible encontrar una expresión algebraica que relacione ambas magnitudes?

a) Tiempo y temperatura.

b) No, porque la relación entre la hora del día y la temperatura no sigue una regla fija.

068 Un camión circula por la autopista a 25 m/s y, después, frena de manera gradual de forma que cada segundo disminuye su velocidad en 1,5 m/s. Haz una tabla que relacione la velocidad y el tiempo de frenado. Escribe la expresión de esa función.

x	0	1	2	3	4	5	6
y	25	23,5	22	20,5	19	17,5	16

$y = 25 - 1{,}5 \cdot x$

069 La gráfica muestra las precipitaciones en una localidad durante un año. En el eje de abscisas están representados los meses del año, y en el de ordenadas, las precipitaciones, en ℓ/m².

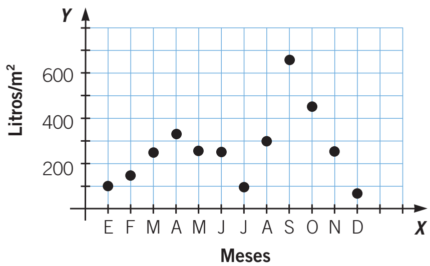
a) ¿Cuál fue el mes más lluvioso?

b) ¿Y el más seco?

c) ¿Qué mes tuvo unas precipitaciones de 300 ℓ/m²?

d) ¿Cuáles fueron las precipitaciones en enero?

e) ¿En qué estación se produjeron más precipitaciones?



a) El mes más lluvioso fue septiembre.

b) El mes menos lluvioso fue diciembre.

c) Agosto.

d) 100 ℓ/m²

e) Se produjeron más precipitaciones en otoño.

070 ●●

El precio de una bebida es 1,75 €/ℓ.

a) Construye una tabla que relacione el número de litros con el precio.

b) Indica cuáles son las variables independiente y dependiente.

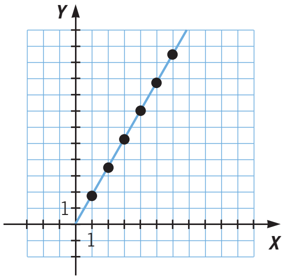
c) Representa los datos gráficamente.

a) $y = 1{,}75 \cdot x$

x	1	2	3	4	5	6
y	1,75	3,50	5,25	7	8,75	10,50

b) La variable independiente es el número de litros (x) y la variable dependiente es el precio (y).

c)

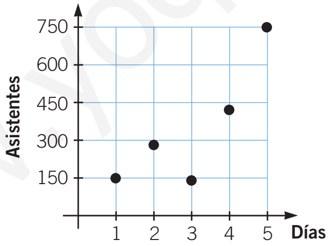


071 ●●

La siguiente tabla refleja el número de asistentes en un cine durante los días laborables de una semana.

Días	1	2	3	4	5
Asistentes	150	280	140	420	750

Representa los datos en un sistema cartesiano y dibuja la gráfica.



072 ●●

Un globo sonda mide la temperatura de la atmósfera a distintas alturas. Se comprueba que, cada 200 m de ascensión, la temperatura disminuye 1 °C.

a) Construye una tabla de valores para la función que determina este experimento.

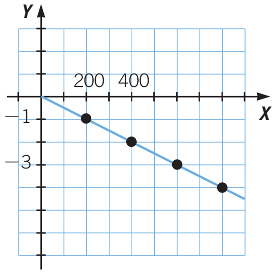
b) Dibuja la función en una gráfica.

c) ¿Qué temperatura habrá si ascendemos a 1 000 m?

a)

***x* (m)**	200	400	600	800
***y* (°C)**	−1	−2	−3	−4

b)



$x \rightarrow$ Metros de ascensión

$y \rightarrow$ Grados centígrados que baja la temperatura

c) La temperatura habrá bajado 5 °C.

073 **El precio de una carrera de taxi es 1,20 € de bajada de bandera y medio céntimo por cada segundo.**

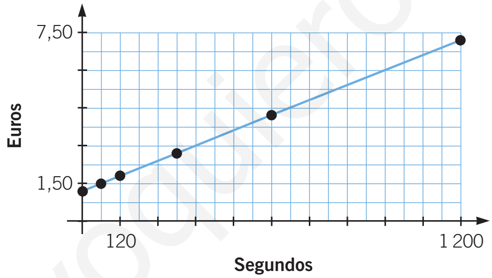
a) Construye una tabla con diferentes valores para la relación *Tiempo-Precio*.

b) Representa los valores en una gráfica.

a) $y = 1{,}20 + 0{,}005x$

***x* (s)**	0	60	120	300	600	1 200
***y* (€)**	1,20	1,50	1,80	2,70	4,20	7,20

b)



074 **Dos ciclistas salen en la misma dirección. Uno parte de una ciudad con una velocidad media de 20 km/h. El otro sale de una ciudad situada a 10 km de distancia de la primera, al mismo tiempo y con igual velocidad.**

a) Realiza una tabla para cada uno de los ciclistas, y representa los datos en dos gráficas distintas.

b) Representa ambas gráficas en los mismos ejes de coordenadas.

c) ¿Qué relación hay entre las funciones?

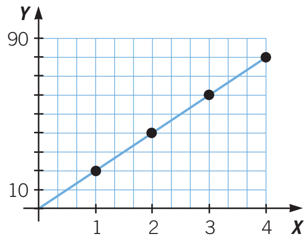
a) Si tomamos como punto de partida la ciudad *A* del primer ciclista, el punto de partida del segundo ciclista se encuentra a 10 km de la ciudad *A*. El segundo ciclista, en una hora se encontrará a 30 km, en 2 horas a 50 km…

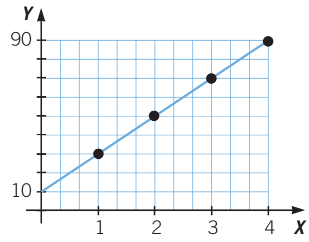
Tabla de valores: ciclista *A*

***x* (h)**	0	1	2	3	4
***y* (km)**	0	20	40	60	80

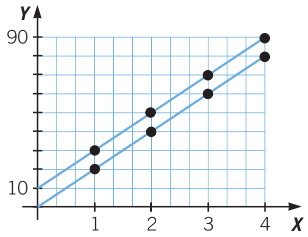
Tabla de valores: ciclista *B*

***x* (h)**	0	1	2	3	4
***y* (km)**	10	30	50	70	90





b)



c) Son dos rectas paralelas.

075 ●●

Un río tiene riesgo de desbordarse e inundar un pueblo si el agua alcanza 270 cm de altura. En la tabla aparecen las medidas del nivel del río, tomadas entre las 6 de la mañana y las 6 de la tarde.

Tiempo (h)	6	8	10	12	14	16	18
Altura (cm)	180	210	240	245	255	265	250

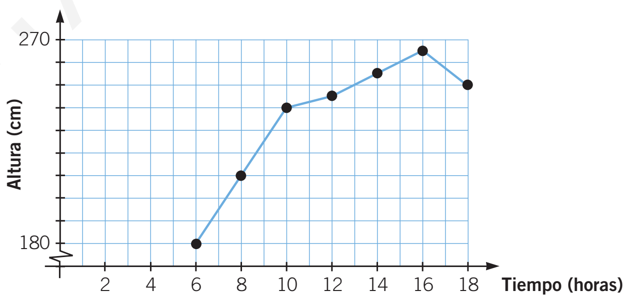
a) Haz una gráfica que refleje la crecida del río.

b) Averigua cuál es la variable independiente y la dependiente.

c) ¿Ha sido inundado el pueblo?

d) ¿A qué hora se ha tenido más riesgo de inundación?

a)



b) La variable independiente es el tiempo, y la dependiente, la altura del agua.

c) Hasta las 18 horas el agua no ha superado los 270 m; por tanto, el pueblo no se ha inundado.

d) A las 16 horas.

076 ●●

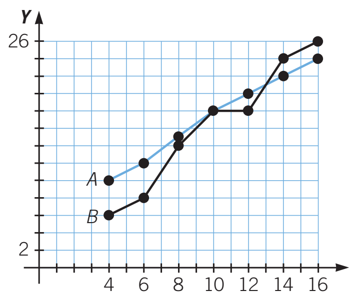
En un partido de baloncesto se elabora una tabla con los puntos marcados por cada equipo. Antes de llegar al final del 2.° cuarto podemos ver la siguiente tabla:

Minuto	4	6	8	10	12	14	16
Equipo *A*	10	12	15	18	20	22	24
Equipo *B*	6	8	14	18	18	24	26

a) Haz las gráficas de ambos equipos (la del equipo *A* en azul y la del equipo *B* en rojo).

b) Realiza un resumen del partido a la vista de la gráfica.

a)



b) El equipo *A* ganó hasta el minuto 10 en el que empataron. El equipo *A* se volvió a adelantar hasta el minuto 14 en que el equipo *B* se puso por delante en el marcador hasta el final del 2.° cuarto.

077 ●●

Observa la gráfica que representa el paseo que ha dado Julio: ha salido de casa, ha ido a comprar y ha regresado.

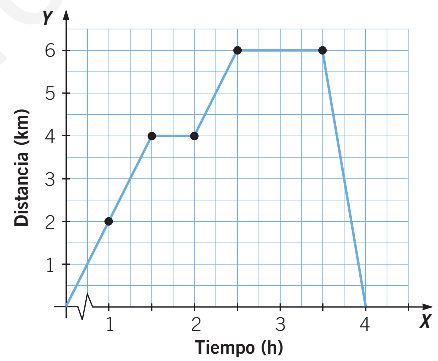
a) ¿Qué variables están representadas?

b) ¿Cuánto tiempo ha durado el paseo?

c) ¿Cuál es la distancia más lejana a la que ha ido?

d) ¿Cuándo ha caminado más rápido, a la ida o a la vuelta?

e) ¿Qué crees que significan los tramos horizontales?



a) Tiempo y distancia.
b) Ha durado 4 horas.
c) 6 kilómetros.
d) A la vuelta.
e) Indican tiempos en los que no se ha movido.

078 ●●

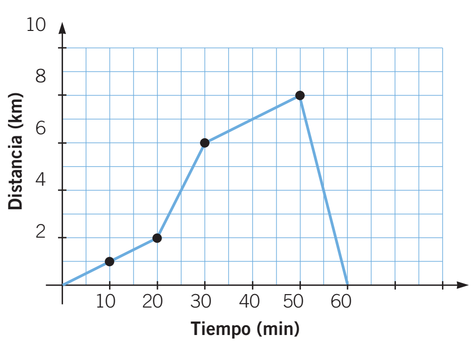
La siguiente gráfica expresa la relación entre los minutos y los kilómetros que José ha recorrido durante una hora, caminando y montando en bicicleta en línea recta.

a) ¿Cuántos kilómetros ha caminado?

b) ¿Y cuántos ha hecho en bicicleta?

c) ¿Cuánto tiempo ha caminado?

d) ¿Y cuánto ha montado en bicicleta?



a) Ha caminado 4 kilómetros: del kilómetro 0 al 2 y del 6 al 8.

b) Ha hecho en bicicleta 12 kilómetros: del kilómetro 2 al 6 y los 8 kilómetros de retorno.

c) Ha caminado durante 40 minutos: del minuto 1 al 20 y del 30 al 50.

d) Ha montado en bicicleta durante 60 − 40 = 20 minutos.

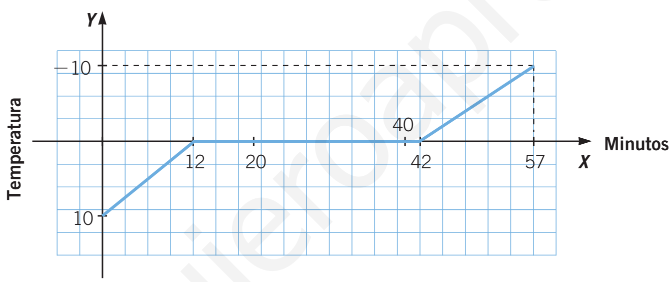
079 **Tenemos un trozo de hielo a 10 grados bajo cero (−10 °C) y lo calentamos.**

- **Durante 12 minutos la temperatura sube uniformemente hasta 0 °C.**
- **Después, comienza a derretirse durante 30 minutos sin aumentar su temperatura.**
- **Una vez que el hielo se transforma en agua a 0 °C, se calienta durante 15 minutos y alcanza una temperatura de 10 °C.**

a) Dibuja una gráfica que muestre el proceso.

b) Averigua a qué temperatura estará el agua después de 20 y 40 minutos.

a)



b) La gráfica nos muestra que a los 20 minutos la temperatura es de 0 °C, y a los 40 minutos sigue siendo de 0 °C.

080 **Un automóvil circula por una autopista a una velocidad constante de 120 km/h.**

a) Haz una tabla de valores donde se relacionen el tiempo y la distancia recorrida.

b) Averigua su expresión algebraica.

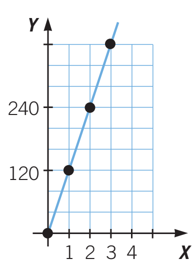
c) Representa la función.

a)

x	0	1	2	3	4	5
y	0	120	240	360	480	600

b) $y = 120x$

c)



081 ●●●

La empresa LA RAUDA alquila sus autobuses por 300 € diarios.
Haz una tabla que relacione cuánto tiene que pagar cada pasajero en función del número de personas que viajen en el autobús. ¿Cuál es la expresión algebraica que relaciona ambas magnitudes?

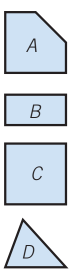
***x* (personas)**	1	5	10	20	30	50
***y* (precio)**	300	60	30	15	10	6

La expresión algebraica es: $y = \dfrac{300}{x}$.

082 ●●●

Las siguientes figuras tienen la misma base, pero diferentes forma y altura. La gráfica representa el área en función de la altura. Identifica los puntos con las figuras *A*, *B*, *C* y *D*.

Como *C* es un cuadrado, su área tiene que ser un cuadrado perfecto, en este caso (5, 25) o (6, 36). Y como es la figura de mayor área será (6, 36), por lo que la base de todas las figuras es 6. Según esto, *B* se corresponde con (3, 18), *D* con (4, 12), y por exclusión, *A* con (5, 25).



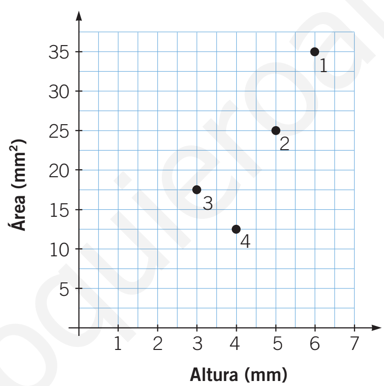
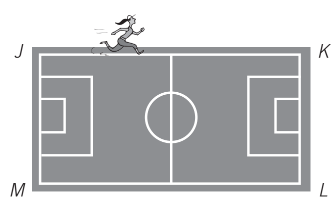


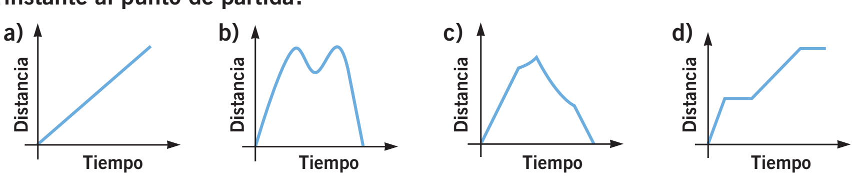
Figura *A* → 2
Figura *B* → 3
Figura *C* → 1
Figura *D* → 4

083 ●●●

María empieza a correr desde *J* en este sentido: *J* - *K* - *L* - *M* - *J* - …



¿Qué gráfica representa la distancia en cada instante al punto de partida?



En el recorrido *JK*, se aleja a la misma velocidad, la gráfica es una recta.
En el recorrido *KL* y *LM*, la distancia varía de forma no lineal.
En el recorrido *MJ*, la distancia decrece de forma lineal.
Por tanto, la gráfica correspondiente es la c).

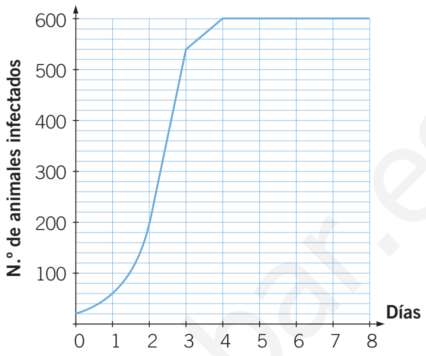
PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

84 ●●●

En un laboratorio están estudiando la propagación de una enfermedad en una población de animales.

Para ello, cada día se ha anotado el número de animales infectados y se ha observado que, a partir de cierta cantidad, el número de animales permanece estable.

Los datos obtenidos se representan en esta gráfica:



ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) Observa la gráfica y realiza una tabla con los datos obtenidos.

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

b) A la vista de esta tabla, realiza un informe sobre el comportamiento de la enfermedad:

- **Número de animales infectados con el que comienza el experimento.**
- **Número de animales infectados necesarios para que se estabilice la enfermedad, y día en el que se estabiliza.**
- **Relación entre los días y el número de infectados, y el número de infectados en el 4.º, 5.º y 6.º días si esta relación se mantiene.**

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

c) En otra población se han detectado hace 2 días 5 animales infectados por la misma enfermedad. Si en ese momento se dispone de 175 antídotos, ¿crees que son suficientes para erradicar la enfermedad?

a)

Días	0	1	2	3	4	5	6	7	8
N.º de infectados	20	60	180	540	600	600	600	600	600

b) Se empieza la observación con 20 animales infectados.

El número de animales infectados crece hasta el cuarto día, en el que alcanza los 600 y, después, se mantiene constante.

El número de animales infectados crece de una forma rápida, multiplicándose por 3 cada día, hasta estabilizarse en 600 el cuarto día.

c) En este caso se estabiliza en el quinto día, que es cuando se llega a las 600 bacterias.

Días	0	1	2	3
N.º de infectados	5	15	45	135

Si el número de animales infectados crece de la misma forma que en la observación, el tercer día habrá, aproximadamente, 135 animales infectados. Tenemos suficientes antídotos.

85 ●●●

Damián, Ruth, Luis y Amanda utilizan la bicicleta o la moto para ir desde su casa a la playa.

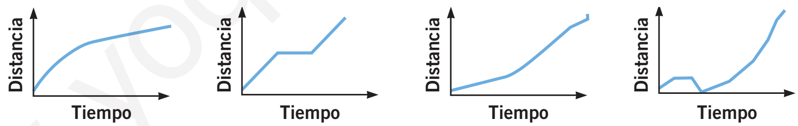
ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) Si dibujamos una gráfica para cada uno de los amigos en la que la variable independiente sea el tiempo, y la dependiente, la distancia, ¿cómo se indicará que Ruth ha tenido que volver a casa?

b) ¿Cómo se representará que Luis ha seguido andando después de quedarse sin gasolina?

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

c) Si las gráficas que representan los trayectos son las siguientes, ¿cuáles corresponden a los viajes de Ruth, Luis y Damián?



ERES CAPAZ DE… DECIDIR

d) ¿Qué crees que dijo Amanda sobre su trayecto?

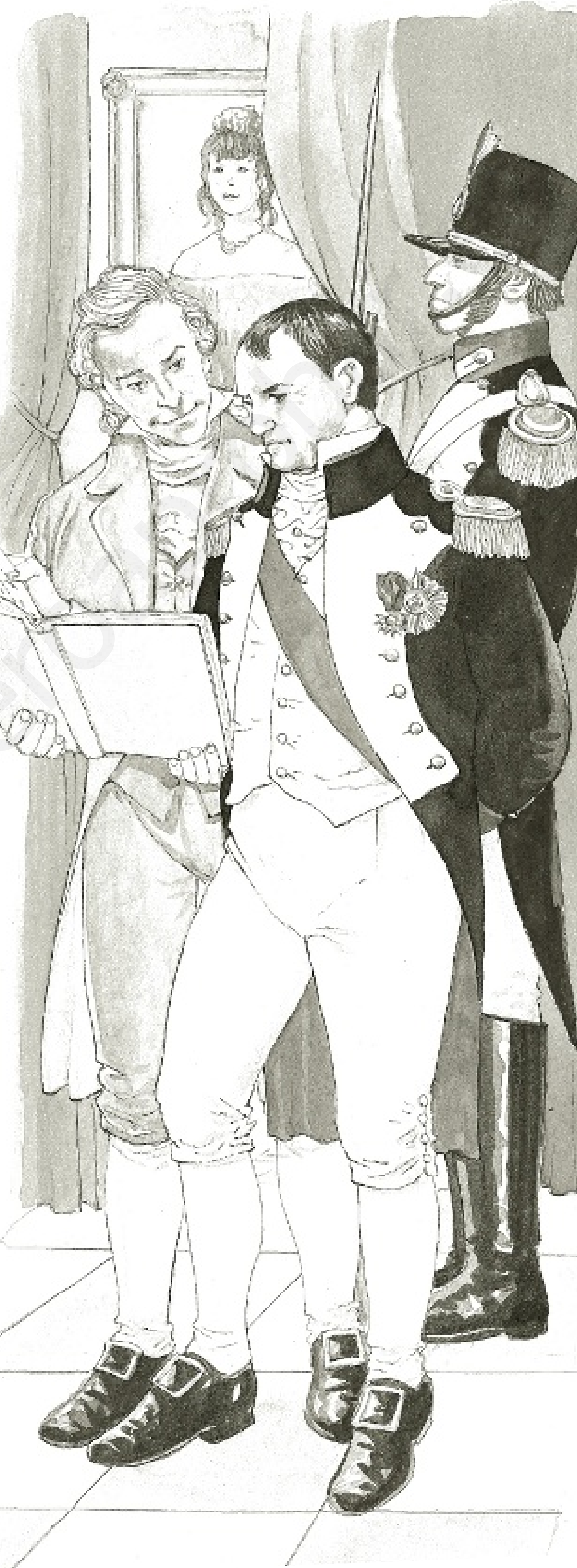
a) La gráfica cortará al eje X en un punto distinto del origen.

b) La pendiente de la gráfica a partir de un cierto punto tiene que ser menor que la pendiente del trozo de gráfica inicial.

c) Ruth se corresponde con la gráfica 4, que representa el retorno a casa.
Luis se corresponde con la gráfica 1, que comienza con mayor pendiente (más rápido, en moto) y continúa con menos pendiente (más lento, andando).
Damián se corresponde con la gráfica 3, que comienza con menos pendiente (más lento) y cuya pendiente se va incrementando (aumenta la velocidad).

d) Amanda diría:
«Salí de casa, me paré a descansar y después seguí hasta la playa», que se corresponde con la gráfica 2.

14 Estadística y Probabilidad



El matemático y el emperador

El azar, o quizás la Providencia, fue quien en 1785 puso ante Pierre Simon Laplace, siendo profesor en la Escuela Militar de París, a un joven de 16 años que destacaba en Matemáticas y que, en el futuro, se convertiría en el hombre más poderoso de Europa, Napoleón Bonaparte.

Ahora las tornas habían cambiado, era Laplace quien presentaba un trabajo sobre mecánica celeste al emperador de Francia.

–Monsieur Laplace, ha escrito este libro sobre las leyes del universo sin haber mencionado ni una sola vez a su creador.

–Sire, es que no he necesitado esa hipótesis –repuso el matemático.

La respuesta hizo que el emperador mostrase una de sus escasas sonrisas y, después, continuó con la audiencia.

Diez años después de este suceso, Laplace publicó la obra *Teoría analítica de las probabilidades*, que él llamaba *La geometría del azar*.

Al recibir el libro, Laplace se paró a pensar precisamente en el azar, esa cualidad que tienen los experimentos de no ser predeterminados, y cómo él los había atado a leyes matemáticas.

DESCUBRE LA HISTORIA...

1 **Busca información sobre la vida de Pierre Simon Laplace, matemático francés que realizó importantes estudios sobre probabilidad.**

Se puede encontrar esta información en la siguiente página web:

http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Biografias/52-4-b-laplace.html

2 **La lectura narra la presentación de Laplace a Napoleón de su *Tratado sobre mecánica celeste*. Investiga cuándo y cómo se produjo este acontecimiento.**

Para completar la información sobre cómo se produjo el encuentro entre Laplace y Napoleón se puede visitar esta página web:

http://ific.uv.es/rei/Historia/anecdotas2.htm

3 **Averigua qué otros trabajos realizó Laplace relacionados con las matemáticas.**

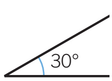
En la siguiente página web se pueden encontrar trabajos de Laplace relacionados con las matemáticas, la física, la química o la astronomía:

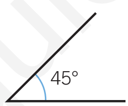
http://www.portalplanetasedna.com.ar/laplace.htm

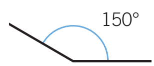
EVALUACIÓN INICIAL

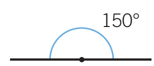
1 **Dibuja estos ángulos utilizando el transportador.**

a) 30° **b) 45°** **c) 150°** **d) 180°**

a) 

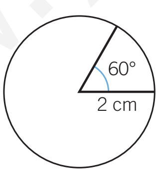
b) 

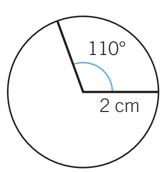
c) 

d) 

2 **Dibuja los siguientes sectores circulares en una circunferencia de 2 cm de radio.**

a) De amplitud 60°. **b) De amplitud 110°.**

a) 

b) 

3 **Ordena, de menor a mayor, estas fracciones.**

a) $\frac{3}{4}, \frac{12}{5}, \frac{4}{6}$ **b)** $\frac{4}{3}, \frac{14}{20}, \frac{7}{5}$

a) m.c.m. (4, 5, 6) $=$ 60

$$\frac{4}{60} < \frac{45}{60} < \frac{144}{60}$$

$$\frac{4}{6} < \frac{3}{4} < \frac{12}{5}$$

b) m.c.m. (3, 20, 5) $=$ 60

$$\frac{42}{60} < \frac{80}{60} < \frac{84}{60}$$

$$\frac{14}{20} < \frac{4}{3} < \frac{7}{5}$$

EJERCICIOS

001 En un estudio sobre la edad a la que se caen los dientes de leche, hemos escogido 50 niños de nuestra comunidad. Determina:

a) La población.

b) La muestra y su tamaño.

c) Los individuos.

d) La variable estadística.

a) La población está formada por todos los niños que hay en la comunidad autónoma.

b) La muestra la foman los 50 niños escogidos y el tamaño es 50.

c) Los individuos de la población son cada uno de los niños de la comunidad y los de la muestra son los 50 niños escogidos.

d) La variable es la edad a la que se caen los dientes de leche.

002 Di cómo realizarías un estudio sobre los gustos musicales de los alumnos de ESO. Especifica la población, la muestra y algunos valores que puede tomar la variable estadística.

La población es los alumnos de ESO.

Una muestra estaría formada por los alumnos de los cursos de ESO de un determinado instituto, siendo el número de alumnos de los cursos de ESO del instituto el tamaño de la muestra.

Algunos valores que puede tomar la muestra son: música rock, pop, tecno…

003 Señala en qué caso es más conveniente estudiar la población o una muestra. Razona tu respuesta.

a) La longitud de los tornillos que fabrica una máquina de manera continua durante un día.

b) La estatura de los turistas extranjeros que visitan España en un año.

c) El peso de un grupo de cinco amigos.

d) La duración de una bombilla hasta que se funde.

e) El sueldo de los empleados de una empresa.

¿Qué variable se estudia en cada caso?

a) Una muestra, pues la población es muy grande.

b) Una muestra, ya que la población es demasiado grande.

c) La población, porque son pocos individuos.

d) Una muestra, debido a que la población es muy grande.

e) Depende del tamaño de la empresa; si no es muy extensa puede estudiarse la población, y en caso contrario, una muestra.

004 **Clasifica las siguientes variables estadísticas.**

a) Marca de un teléfono.
b) Color de ojos.
c) Deporte favorito.
d) Altura.
e) Edad.
f) Nombre.

a) Cualitativa.
b) Cualitativa.
c) Cualitativa.
d) Cuantitativa continua.
e) Cuantitativa discreta.
f) Cualitativa.

005 **Escribe tres variables cualitativas, tres cuantitativas continuas y otras tres cuantitativas discretas.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- Cualitativas: equipo de fútbol favorito, país de nacimiento e idioma hablado.
- Cuantitativas continuas: pluviosidad de una región, velocidad de un automóvil y tiempo que se tarda en recorrer 100 metros.
- Cuantitativas discretas: número de hijos de una familia, corredores de una maratón y vehículos que cruzan la frontera en un día.

006 **Para clasificar los perros abandonados, los empleados de la perrera rellenan una ficha con los siguientes datos.**

a) Raza.
b) Edad.
c) Alzada (cm).
d) Peso (kg).
e) Sexo.
f) Color de pelo.
g) Nivel de adiestramiento.
h) Nivel de peligrosidad.

Clasifica las variables. ¿Existe alguna variable que sea cualitativa y cuantitativa a la vez?

a) Cualitativa.
b) Cuantitativa.
c) Cuantitativa.
d) Cuantitativa.
e) Cualitativa.
f) Cualitativa.
g) Cuantitativa o cualitativa.
h) Cuantitativa o cualitativa.

007 **Realiza un recuento de estas calificaciones:**

3 2 7 1 9 5 3 4 5 6 7 8 4 5 6 7 4 5 7 3 6 8 9 7 5

Calificaciones	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Repeticiones	1	1	3	3	5	3	5	2	2

008 **Después de lanzar 20 veces una moneda, los resultados (C = cara, + = cruz) han sido:**

C C + C + + + + + C
C + C C + C C + C +

Efectúa un recuento y organiza los datos.

Cara	10
Cruz	10

009 **Lanza un dado 20 veces y anota los resultados. Después, haz un recuento y organiza los datos obtenidos. ¿Cuál es la variable que estás estudiando?**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Cara	1	2	3	4	5	6
Repeticiones	3	5	2	4	2	4

La variable estudiada es el número que sale al lanzar el dado.

010 **Vuelve a realizar el experimento anterior, y clasifica los resultados en números pares o impares. ¿De qué tipo es ahora la variable?**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Pares	13
Impares	7

La variable es cualitativa.

011 **En una clase de 24 alumnos de 1.º ESO, las calificaciones obtenidas en el último examen de Matemáticas han sido:**

4 6 7 3 6 8 5 9 7 5 8 7 5 4 7 8 4 6 5 8 7 3 10 7

Forma una tabla con el recuento de datos, y calcula las frecuencias de los valores que toma su variable.

x_i	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia relativa h_i
3	2	0,08
4	3	0,12
5	4	0,17
6	3	0,12
7	6	0,25
8	4	0,17
9	1	0,4
10	1	0,4

012 **Anota el color del pelo de tus compañeros, y realiza una tabla de frecuencias.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

x_i	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia relativa h_i
Moreno	3	0,15
Castaño	10	0,50
Rubio	5	0,25
Pelirrojo	2	0,1
	20	1

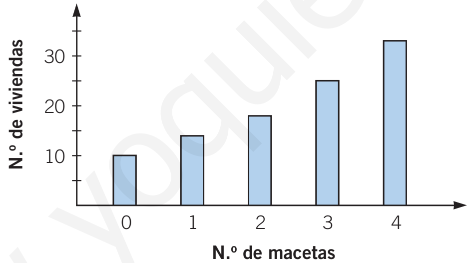
013 **Completa la siguiente tabla, sabiendo que el número de suspensos es 4.**

Nota	S	A	Not	Sob	Total
Frecuencia f_i	4	**8**	**6**	4	**22**

014 **Realiza un diagrama de barras con el número de macetas que tienen 100 viviendas.**

N.º de macetas	0	1	2	3	4
N.º de viviendas	10	14	18	25	33

¿Se puede trazar el polígono de frecuencias?



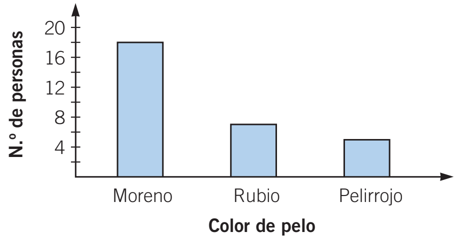
Sí se puede trazar el polígono de frecuencias, aunque no nos aporta información adicional.

015 **El color de pelo de 30 personas es:**

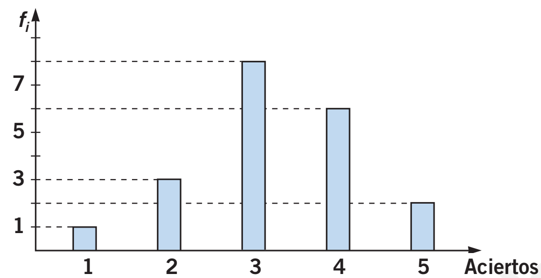
M = moreno R = rubio P = pelirrojo

M R P M M M M R R P P M M M M
M M P R R R P M M M M R M M M

Organiza los datos en un diagrama de barras.



016 **Este gráfico representa las frecuencias absolutas de un examen de 5 preguntas.**



a) ¿Qué tipo de variable estamos estudiando?

b) Construye la tabla correspondiente a partir del gráfico.

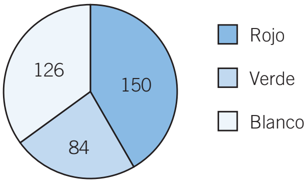
a) Variable cuantitativa discreta.

b)

N.º de aciertos	1	2	3	4	5
N.º de alumnos	1	3	8	6	2

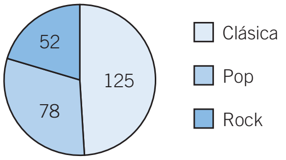
017 **Haz un diagrama de sectores con estos datos:**

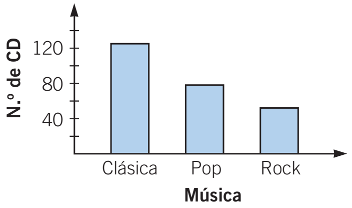
Color	**Rojo**	**Verde**	**Blanco**
N.º de coches	**150**	**84**	**126**



018 **Dibuja un diagrama de barras y otro de sectores con los siguientes datos. ¿Cuál de las dos representaciones te parece más adecuada? ¿Por qué?**

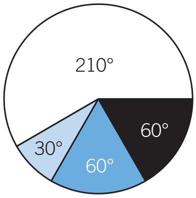
Música	**Clásica**	**Pop**	**Rock**
N.º de CD	**125**	**78**	**52**





El diagrama de sectores representa mejor el porcentaje de CD que hay de cada tipo de música.

019 **Este diagrama de sectores muestra las respuestas de un grupo de personas sobre el color de vehículo que prefieren.**



a) ¿Cuál es el color que prefiere la mayoría?

b) Si hemos entrevistado a 720 personas, ¿cuántas prefieren cada color?

a) El color preferido es el blanco.

b) Blanco: 420. Negro: 120. Azul: 120. Rojo: 60.

020 **Clasifica los siguientes experimentos.**

a) Calcular la longitud de tu mano.

b) Lanzar un dado y anotar el resultado.

c) Determinar el peso de un ladrillo.

d) Predecir la temperatura máxima de la semana que viene.

e) Determinar si mañana lloverá.

a) Determinista.

b) Aleatorio.

c) Determinista.

d) Aleatorio.

e) Aleatorio.

021 **Describe dos experimentos aleatorios y otros dos deterministas.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- Experimentos aleatorios: predecir el palo de la baraja que saldrá al tomar una carta, saber el resultado de un partido de fútbol antes de jugarse.
- Experimentos deterministas: hallar la distancia que hay de Salamanca a Cáceres, conocer los ingredientes de un gazpacho.

022 **¿Puede existir algún experimento que sea aleatorio y determinista a la vez? Razona tu respuesta con un ejemplo.**

No, porque si sabemos el resultado de un experimento antes de realizarlo (determinista), evidentemente, no podemos no saberlo.

023 **En los siguientes experimentos aleatorios, determina su espacio muestral, sus sucesos elementales y dos sucesos compuestos.**

a) Extraer una bola de una urna que contiene 3 bolas rojas, 2 bolas verdes y 1 bola azul.

b) Extraer una carta de una baraja.

c) Lanzar dos dados y anotar la suma de sus puntuaciones.

d) Extraer una bola de una urna que contiene 5 bolas numeradas del 1 al 5.

a) Espacio muestral: $E = \{$bola roja, bola verde, bola azul$\}$
Sucesos elementales: {bola roja}, {bola verde}, {bola azul}
Sucesos compuestos: {bola roja o verde}, {bola roja o azul}

b) Espacio muestral: $E = \{$el conjunto de cartas de la baraja$\}$
Sucesos elementales: cada una de las cartas de la baraja
Sucesos compuestos: {sacar oros}, {sacar un rey}

c) Espacio muestral: $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
Sucesos elementales: {2}, {3}, {4}, {5}, {6}, {7}, {8}, {9}, {10}, {11}, {12}
Sucesos compuestos: {obtener suma par}, {suma mayor que 7}

d) Espacio muestral: $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
Sucesos elementales: {1}, {2}, {3}, {4}, {5}
Sucesos compuestos: {sacar número par}, {número menor que 3}

024 **Referidos a la extracción de una carta de la baraja española, clasifica los siguientes sucesos en elementales o compuestos.**

a) A = «Sacar el rey de oros»

b) B = «Sacar una carta de copas»

c) C = «No sacar un as»

a) Elemental. b) Compuesto. c) Compuesto.

025 **Pon un ejemplo de experimento aleatorio cuyo espacio muestral tenga tres sucesos elementales.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

El resultado de un partido de fútbol en la quiniela, $E = \{1, X, 2\}$.

026 **Lanza un dado 20 veces y anota los resultados en una tabla.**

a) ¿Qué probabilidad le asignarías al suceso «Sacar 5»?

b) ¿Y al suceso «Sacar 3»?

c) Junta tus resultados con los de tus compañeros y vuelve a calcular la probabilidad de sacar 5. ¿Qué resultado crees que es más fiable?

En los apartados a) y b) le asignaría la frecuencia relativa obtenida por cada alumno, y en el apartado c) la obtenida juntando las tiradas de todos los alumnos. La más fiable será la última.

027 **En una ciudad viven 24 264 hombres y 25 736 mujeres. ¿Qué probabilidad hay de que escogida una persona al azar sea mujer?**

$$P(\text{mujer}) = \frac{25\,736}{50\,000} = 0{,}51472$$

028 **Después de lanzar una moneda muchas veces, obtenemos que la probabilidad de que salga cara es 0,37. Razona cuál es la probabilidad de obtener cruz. ¿Qué podemos afirmar de la moneda?**

La probabilidad de obtener cruz será: $1 - 0{,}37 = 0{,}63$

Podemos afirmar que la moneda está trucada, ya que la probabilidad debería ser similar, en torno a 0,5.

029 **Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos en el experimento aleatorio que consiste en tirar un dado y anotar el número de su cara superior. ¿Es un experimento regular?**

a) $A =$ **«Salir número par»**
b) $B =$ **«Salir múltiplo de 3»**
c) $C =$ **«Salir número mayor que 10»**
d) $D =$ **«Salir número menor o igual que 4»**

Si el dado no está trucado es un experimento regular.

a) $P(\text{par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

b) $P(\text{múltiplo de } 3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

c) $P(\text{mayor que } 10) = \frac{0}{6} = 0$

d) $P(\text{menor o igual que } 4) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

030 **Un dado de quinielas tiene tres 1, dos X y un 2. ¿Cuál es la probabilidad de que salga una X? ¿Y un 2?**

$$P(X) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(2) = \frac{1}{6}$$

031 **Lanzamos dos monedas simultáneamente. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan dos caras? ¿Y una cara y una cruz?**

$$P(\text{dos caras}) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{una cara y una cruz}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

ACTIVIDADES

032 **Se quiere realizar un estudio estadístico de la altura de los alumnos de 1.º ESO de un instituto, y para ello se mide a los alumnos de una clase. Determina.**

a) La población.
b) La muestra.
c) Los individuos.
d) La variable estadística.

¿Cómo es el tipo de variable que se estudia?

a) Los alumnos de 1.º ESO.

b) Los alumnos de la clase.

c) Cada uno de los alumnos de la clase.

d) La altura de los alumnos de 1.º ESO.

La variable es cuantitativa continua.

033 **Di cómo harías un estudio sobre el color de ojos de tus vecinos.**

Especifica cuál sería la población, la muestra, el tamaño de la muestra y algunos valores que puede tomar la variable estudiada.

La población es la totalidad de los vecinos, por lo que la muestra sería toda la población, siendo el tamaño de 45 vecinos. Algunos valores posibles son: ojos azules, marrones, negros y verdes.

034 **Indica el tipo de variable: cualitativa o cuantitativa.**

a) Número de hermanos.
b) Sexo.
c) Nacionalidad.
d) Número de calzado.
e) Edad.

a) Cuantitativa.
b) Cualitativa.
c) Cualitativa.
d) Cuantitativa.
e) Cuantitativa.

035 **Clasifica las siguientes variables en discretas o continuas.**

a) Número de hermanos.
b) Número de calzado.
c) Edad.
d) Ingresos diarios en una frutería.
e) Peso de un grupo de alumnos.

a) Discreta.
b) Discreta.
c) Discreta.
d) Discreta.
e) Continua.

036 **Una variable estadística toma estos valores:**

3 5 4 2 6 1 2 3

a) Realiza un recuento.

b) Calcula las frecuencias absolutas.

c) Halla las frecuencias relativas.

d) Organiza los datos en una tabla de frecuencias.

x_i	Recuento	f_i	h_i
1	/	1	0,125
2	//	2	0,25
3	//	2	0,25
4	/	1	0,125
5	/	1	0,125
6	/	1	0,125

037 **Las notas que se obtienen en un examen, de 0 a 5, son las siguientes:**

0 1 0 5 4 5 4 2 5 3

a) Realiza un recuento.

b) Calcula las frecuencias absolutas y relativas.

c) Organiza los datos en una tabla de frecuencias.

x_i	Recuento	f_i	h_i
0	//	2	0,2
1	/	1	0,1
2	/	1	0,1
3	/	1	0,1
4	//	2	0,2
5	///	3	0,3

038 **Las temperaturas máximas, en °C, que se han registrado en los últimos quince días del mes de agosto han sido:**

40 39 41 39 40 38 37 40 40 41 42 39 40 39 39

a) Realiza un recuento de estas temperaturas.

b) Calcula las frecuencias absolutas y relativas.

c) Organiza los datos en una tabla de frecuencias.

x_i	Recuento	f_i	h_i	%
37	/	1	0,07	7
38	/	1	0,07	7
39	~~////~~	5	0,33	33
40	~~////~~	5	0,33	33
41	//	2	0,14	14
42	/	1	0,07	7

039 Luis lanza 10 veces un dado, con cuatro caras numeradas del 1 al 4, y anota los resultados en su cuaderno.

a) ¿Cuántas veces se han repetido los resultados? Realiza un recuento.

b) Calcula las frecuencias absolutas y relativas.

c) Organiza los datos en una tabla de frecuencias.

x_i	f_i	h_i
1	3	0,3
2	2	0,2
3	2	0,2
4	3	0,3

040 Estos son los nombres de 10 alumnos de una clase de 1.º ESO.

Carlos	Rosa	Eduardo	Fernando	Julia
Lola	Fátima	Consuelo	Paco	Isabel

Considerando la variable *sexo del alumno* (chico/chica), realiza una tabla de frecuencias.

x_i	f_i	h_i
Chico	4	0,4
Chica	6	0,6

041 El número de hermanos de 20 alumnos es:

2	1	2	1	1	0	2	1	3	1
2	1	1	2	1	0	3	1	0	4

a) Efectúa el recuento.

b) Obtén las frecuencias absolutas y relativas.

c) Organiza los resultados obtenidos en una tabla.

x_i	Recuento	f_i	h_i
0	///	3	0,15
1	~~////~~ ////	9	0,45
2	~~////~~	5	0,25
3	//	2	0,1
4	/	1	0,05

042 El número de horas diarias que ven la televisión los 30 jugadores de un equipo de fútbol es:

0	1	2	2	3	1	2	3	4	2	3	1	1	0	2
1	1	0	2	1	1	3	0	1	4	2	1	3	0	0

Efectúa el recuento de datos y obtén las frecuencias absolutas y relativas.

x_i	Recuento	f_i	h_i
0	~~////~~ /	6	0,2
1	~~////~~ ~~////~~	10	0,33
2	~~////~~ //	7	0,23
3	~~////~~	5	0,17
4	//	2	0,07

043 Los siguientes datos corresponden al número de empleados de una cadena de tiendas.

4	7	5	2	4	5	6	4	7	3	7	4	3	4	4
3	4	3	2	4	4	1	1	2	5	3	2	2	5	3
3	8	2	3	2	2	5	4	1	5	8	6	6	1	3

a) Indica cuál es la variable y de qué tipo es.

b) Efectúa el recuento de datos y realiza una tabla de frecuencias.

a) La variable es el número de empleados, que es cuantitativa y discreta.

b)

x_i	Recuento	f_i	h_i
1	////	4	0,09
2	~~////~~ ///	8	0,18
3	~~////~~ ////	9	0,20
4	~~////~~ ~~////~~	10	0,22
5	~~////~~ /	6	0,13
6	///	3	0,07
7	///	3	0,07
8	//	2	0,04

044 Lanzamos un dado 48 veces, obteniéndose estos resultados:

3	4	5	1	6	2	2	3	4	2	6	5
1	4	2	3	1	4	5	3	2	1	4	6
4	4	3	2	1	6	2	5	6	2	3	1
5	4	1	6	3	2	4	6	6	2	1	2

Efectúa el recuento de datos, y obtén una tabla con todas las frecuencias.

x_i	Recuento	f_i	h_i
1	~~////~~ ///	8	0,17
2	~~////~~ ~~////~~ /	11	0,23
3	~~////~~ //	7	0,15
4	~~////~~ ////	9	0,19
5	~~////~~	5	0,10
6	~~////~~ ///	8	0,17

045 **Se ha preguntado a 50 alumnos por su deporte favorito: 16 han escogido fútbol, 12 baloncesto, 6 balonmano, 10 equitación y 6 ciclismo. Considerando estos datos:**

a) Calcula las frecuencias absolutas.

b) ¿Qué frecuencia absoluta representa el 20 %?

c) Obtén las frecuencias relativas.

d) ¿Qué frecuencia relativa representa el 32 %?

a) y c)

x_i	f_i	h_i
Fútbol	16	0,32
Baloncesto	12	0,24
Balonmano	6	0,12
Equitación	10	0,2
Ciclismo	6	0,12

b) La equitación representa el 20 %, con una frecuencia absoluta de 10.

d) El fútbol representa el 32 %, con una frecuencia relativa de 0,32.

046 **Completa los datos de la siguiente tabla de frecuencias:**

Dato	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
2	**4**	**0,2**
4	3	**0,15**
6	5	0,25
8	2	**0,1**
10	**6**	0,3

047 **Completa la tabla, sabiendo que hay el doble de suspensos que de notables.**

Notas	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Suspenso	20	0,4
Aprobado	15	**0,3**
Notable	10	0,2
Sobresaliente	**5**	**0,1**

$$h_4 = \frac{f_4}{N} \rightarrow 0{,}1 = \frac{5}{N} \rightarrow N = 50$$

Aprobados: $\frac{f_2}{50} = 0{,}3 \rightarrow f_2 = 15$

$$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = N \xrightarrow{f_1 = 2f_3} 3f_3 + 15 + 5 = 50 \rightarrow f_3 = 10 \rightarrow f_1 = 20$$

048 Las edades de los socios de un club son:

19 21 24 24 24 25 24 21 26 19
20 22 29 23 28 27 22 23 24 19

a) Construye una tabla de frecuencias en la que figuren sus porcentajes.
b) ¿Qué porcentaje de socios tienen más de 25 años?

a)

x_i	f_i	h_i	%
19	3	0,15	15
20	1	0,05	5
21	2	0,10	10
22	2	0,10	10
23	2	0,10	10
24	5	0,25	25
25	1	0,05	5
26	1	0,05	5
27	1	0,05	5
28	1	0,05	5
29	1	0,05	5

b) Tienen más de 25 años los socios que tienen de 26 a 29 años, que son el 20 % del total.

049 **Para estudiar cómo influye trasnochar en el rendimiento académico, se ha preguntado a los alumnos de un centro universitario cuántos días salen de fiesta por semana, obteniéndose los siguientes resultados:**

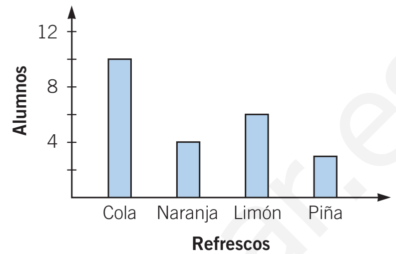
0 2 3 2 1 1 1 4 0 1
1 2 2 1 3 1 3 0 1 2

Efectúa el recuento de datos y obtén la tabla de frecuencias.

x_i	Recuento	f_i	h_i
0	///	3	0,15
1	~~////~~ ///	8	0,4
2	~~////~~	5	0,25
3	///	3	0,15
4	/	1	0,05

050 En una clase de 1.º ESO se pregunta a los alumnos por sus refrescos preferidos. Representa estos datos en un diagrama de barras.

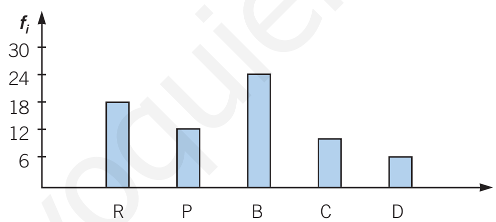
Refrescos	N.º de alumnos
Cola	10
Naranja	4
Limón	6
Piña	3



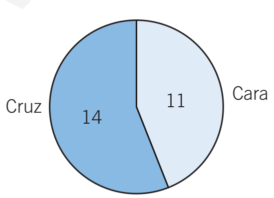
051 La música preferida por los alumnos de 1.º ESO, según una encuesta realizada, es:

Música	N.º de alumnos
Rock	18
Pop	12
Bacalao	24
Clásica	10
Dance	6

Representa estos datos en un diagrama de barras.



052 Los resultados obtenidos al lanzar una moneda 25 veces son 11 caras y 14 cruces. Represéntalos en un diagrama de sectores.



053 En un edificio de 24 viviendas, el número de personas que habitan en cada una es:

3 4 2 5   6 4 2 0   1 2 3 4

6 8 4 3   5 4 6 2   8 4 1 3

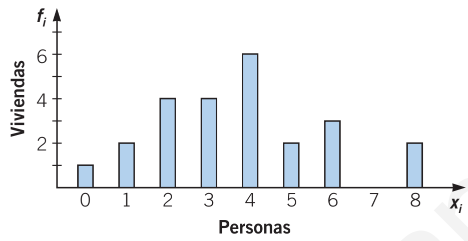
a) Construye una tabla de frecuencias.

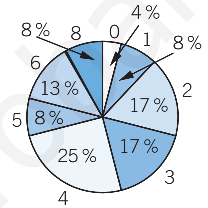
b) Representa los datos con un diagrama de barras y un diagrama de sectores.

a)

x_i	f_i	h_i
0	1	0,04
1	2	0,08
2	4	0,17
3	4	0,17
4	6	0,25
5	2	0,08
6	3	0,13
7	0	0
8	2	0,08

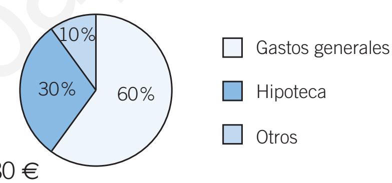
b)





054 **Una familia gasta mensualmente 1 800 €. El siguiente gráfico muestra lo que destina a cada concepto.**

¿Cuánto dinero gasta en cada concepto?



Gastos generales: 60 % de 1 800 = 1 080 €

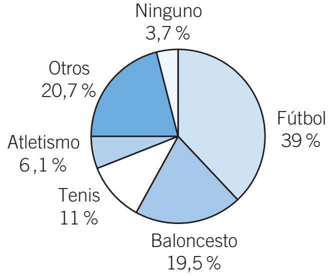
Hipoteca: 30 % de 1 800 = 540 €

Otros: 10 % de 1 800 = 180 €

055 **Se ha preguntado a los alumnos de una clase sobre su deporte favorito, y este ha sido el resultado.**

Fútbol: 32	**Baloncesto: 16**
Tenis: 9	**Otros: 17**
Atletismo: 5	**Ninguno: 3**

Representa, en un diagrama de sectores, estos resultados, e indica el porcentaje de cada sector.



Fútbol $\rightarrow \dfrac{32}{82} \cdot 360 = 140°$

Baloncesto $\rightarrow$ 70°

Tenis $\rightarrow$ 40°

Atletismo $\rightarrow$ 22°

Otros $\rightarrow$ 75°

Ninguno $\rightarrow$ 3°

056 ●●

En una encuesta realizada a 2 500 personas, sobre el funcionamiento de los autobuses urbanos, se han obtenido los siguientes datos:

Muy bien: 30,7 %	**Mal: 1 %**
Bien: 48 %	**Muy mal: 0,4 %**
Regular: 10,9 %	**NS/NC: 9 %**

a) Construye una tabla de frecuencias.

b) ¿Cuántas personas responden Bien o Muy bien?

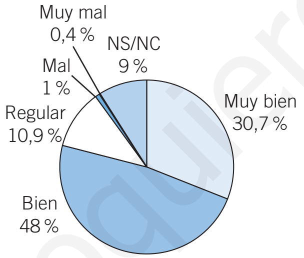
c) Representa los datos en un diagrama de sectores.

a)

x_i	f_i	h_i
Muy bien	767	0,307
Bien	1 200	0,48
Regular	273	0,109
Mal	25	0,01
Muy mal	10	0,004
NS/NC	225	0,09

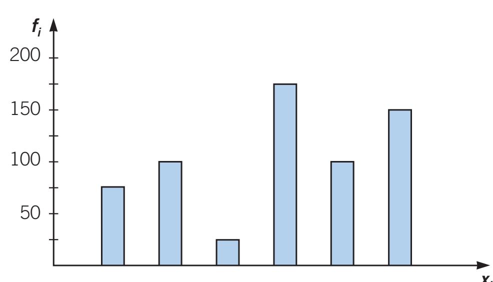
b) 769 + 1 200 = 1 967 personas responden: Bien o Muy bien.

c)



057 ●●

Observa el diagrama de barras. Describe una situación según los datos que se representan. Pon un título para el eje horizontal y otro para el eje vertical.



Respuesta abierta.
Por ejemplo: se puede hacer un estudio sobre los postres más solicitados de un restaurante, obteniendo los siguientes datos:

Flan: 75	Helado: 175
Tarta de chocolate: 100	Natillas: 100
Fruta del tiempo: 25	Cuajada: 150

Título del eje horizontal: postres del restaurante.

Título del eje vertical: n.° de clientes que eligen cada postre.

058 Clasifica estos experimentos en aleatorios o deterministas.

a) Lanzar una piedra al aire y verificar si cae al suelo o no.
b) Hacer una quiniela y comprobar los resultados.
c) Predecir el ganador en una carrera de caballos.
d) Adivinar quién será la siguiente persona en llamarte por teléfono.
e) Medir la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 3 cm y 4 cm.

a) Determinista.
b) Aleatorio.
c) Aleatorio.
d) Aleatorio.
e) Determinista.

059 De los siguientes experimentos, indica si son aleatorios o deterministas.

a) Contar el número de palabras de una página de un libro que empiezan por vocal.
b) Contar el número de palabras de una página de un libro, elegida al azar, que empiezan por vocal.
c) Medir la longitud de una circunferencia de 5 cm de radio.
d) Anotar el color del pelo de la próxima persona que suba al autobús.
e) Predecir el número de goles que se marcarán en un partido de fútbol.

a) Determinista.
b) Aleatorio.
c) Determinista.
d) Aleatorio.
e) Aleatorio.

060 Indica tres experimentos aleatorios y razona por qué lo son.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- Predecir el resultado de un partido de fútbol, porque de antemano no se sabe quién ganará.
- Saber el resultado del próximo sorteo de la ONCE, ya que puede salir cualquiera de los números que se sortean.
- Adivinar la edad de la próxima persona que entre por la puerta, pues no sabemos quién entrará.

061 En el experimento aleatorio que consiste en lanzar un dado y anotar el resultado, distingue los sucesos elementales de los sucesos compuestos.

a) «Salir número par»
b) «Salir número primo»
c) «Salir número mayor o igual que 5»
d) «Salir múltiplo de 4»
e) «Salir 7»
f) «Salir número menor que 7»

En los sucesos que consideres compuestos, indica cuántos sucesos elementales contienen.

a) Compuesto. {2, 4, 6}
b) Compuesto. {2, 3, 5}
c) Compuesto. {5, 6}
d) Elemental.
e) Suceso nulo.
f) Compuesto. {1, 2, 3, 4, 5, 6}

062 Escribe el espacio muestral asociado a cada uno de estos experimentos aleatorios.

a) Sacamos una carta de la baraja española y anotamos el palo.

b) Extraemos una bola de una caja que tiene bolas rojas, azules, amarillas y verdes.

c) Tomamos un huevo de una huevera donde hay huevos crudos y cocidos.

a) E = {oros, copas, espadas, bastos}

b) E = {roja, azul, amarilla, verde}

c) E = {crudo, cocido}

063 Escribe el espacio muestral en cada caso.

a) Se extrae una moneda de una hucha que contiene monedas de 5, 10, 20 y 50 céntimos.

b) Se coge una papeleta de una urna que contiene papeletas numeradas del 1 al 10.

c) Se extrae una carta de la baraja y se anota si es figura o no.

a) $E = \{5, 10, 20, 50\}$

b) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

c) E = {figura, no figura}

064 En el experimento aleatorio que consiste en extraer una carta de la baraja española, define el espacio muestral y estos sucesos.

a) Sacar un rey.

b) Sacar una carta con un número par.

c) Sacar espadas.

d) No sacar oros.

e) Sacar una figura.

Espacio muestral: E = {el conjunto de cartas de la baraja}

a) Sacar rey = {rey de oros, rey de copas, rey de espadas, rey de bastos}

b) Sacar número par = {2, 4, 6, la sota y el rey de cualquier palo}

c) Sacar espadas = {todas las cartas de espadas}

d) No sacar oros = {todas las cartas de copas, espadas y bastos}

e) Sacar figura = {todas las sotas, caballos y reyes}

065 ●

En una bolsa tenemos 4 bolas azules, 3 rojas, 2 verdes y 1 blanca. Se saca una bola al azar.

a) ¿Qué es más probable, que salga azul o blanca?

b) ¿Es más probable que salga roja o verde?

c) Calcula las probabilidades de cada resultado (azul, roja, verde o blanca). ¿Cuánto vale la suma de estas probabilidades?

$P(\text{azul}) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0{,}4$ $P(\text{verde}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

$P(\text{roja}) = \frac{3}{10} = 0{,}3$ $P(\text{blanca}) = \frac{1}{10} = 0{,}1$

a) Es más probable que salga azul.

b) Es más probable que salga roja.

c) La suma de las probabilidades es 1.

066 ●

En una bolsa hay 5 bolas rojas, 6 azules, 4 verdes y 3 naranjas.

a) ¿Cuántas bolas hemos de sacar para estar seguros de obtener una bola azul?

b) ¿Qué color es más probable al sacar una bola de la bolsa?

a) Como hay 18 bolas y 6 azules necesitamos sacar $18 - 6 + 1 = 13$ bolas.

b) El color más probable es el azul, pues es el color que más bolas tienen.

067 ●●

Una bolsa A tiene 3 bolas rojas y 2 verdes, y otra bolsa B, 1 bola roja y 2 verdes. Se elige una bolsa, se saca una bola y gana quien saca bola verde. Para ganar habrá que elegir:

a) La bolsa A.

b) Cualquier bolsa.

c) La bolsa B.

d) No se puede saber.

d) No se puede saber, aunque es más probable sacar verde si se escoge la bolsa B. $P(\text{verde en B}) = \frac{2}{3} > P(\text{verde en A}) = \frac{2}{5}$

068 ●●

Define un suceso seguro y otro imposible para cada uno de los siguientes experimentos.

a) Lanzar un dado con las caras numeradas del 1 al 6.

b) Lanzar dos monedas.

c) Extraer una bola de una bolsa que contiene bolas numeradas del 1 al 4.

d) Lanzar dos dados y sumar los puntos obtenidos.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) Suceso seguro: sacar un número menor que 10.
Suceso imposible: sacar un 11.

b) Suceso seguro: sacar cara o cruz.
Suceso imposible: sacar tres caras.

c) Suceso seguro: sacar un número menor que 5.
Suceso imposible: sacar un 0.

d) Suceso seguro: sacar número mayor que 1.
Suceso imposible: sacar suma 23.

069 ●●

¿Son equiprobables los sucesos elementales de estos experimentos?

a) Extraer una carta de la baraja española y anotar si es figura o no.

b) Lanzar dos monedas.

c) Extraer una pieza de fruta de un frutero que contiene cinco manzanas, tres naranjas y cuatro ciruelas.

a) No son equiprobables, pues es más probable sacar no figura.

b) Sí son equiprobables, si tenemos en cuenta el orden de las monedas, sino no lo son.

c) No son equiprobables, ya que no hay la misma cantidad de cada fruta.

070 ●

Se lanza un dado con las caras numeradas del 1 al 6 y se anota el resultado de la cara superior. Calcula la probabilidad de que sea:

a) Número par.

b) Número impar.

c) Número mayor que 2.

d) Número menor que 1.

e) Número mayor o igual que 6.

f) Múltiplo de 3.

g) Múltiplo de 4.

a) $P(\text{par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

b) $P(\text{impar}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

c) $P(\text{mayor que } 2) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

d) $P(\text{menor que } 1) = \frac{0}{6} = 0$

e) $P(\text{mayor o igual que } 6) = \frac{1}{6}$

f) $P(\text{múltiplo de } 3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

g) $P(\text{múltiplo de } 4) = \frac{1}{6}$

071 En una baraja española de 40 cartas se extrae una carta. Calcula la probabilidad de que:

a) Sea de oros.
b) Sea el rey de copas.
c) Sea un rey.
d) No sea el as de espadas.
e) Sea de copas.
f) Sea de bastos.
g) Sea de copas o de bastos.
h) No sea un as.
i) Sea una figura.
j) No sea una figura.

a) $P(\text{oros}) = \dfrac{10}{40} = \dfrac{1}{4}$

b) $P(\text{rey de copas}) = \dfrac{1}{40}$

c) $P(\text{rey}) = \dfrac{4}{40} = \dfrac{1}{10}$

d) $P(\text{no as de espadas}) = \dfrac{39}{40}$

e) $P(\text{copas}) = \dfrac{10}{40} = \dfrac{1}{4}$

f) $P(\text{bastos}) = \dfrac{10}{40} = \dfrac{1}{4}$

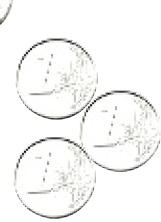
g) $P(\text{copas o bastos}) = \dfrac{20}{40} = \dfrac{1}{2}$

h) $P(\text{no as}) = \dfrac{36}{40} = \dfrac{9}{10}$

i) $P(\text{figura}) = \dfrac{12}{40} = \dfrac{3}{10}$

j) $P(\text{no figura}) = \dfrac{28}{40} = \dfrac{7}{10}$

072 En un monedero hay seis monedas de 20 céntimos, cuatro de 50 céntimos y tres de 1 euro. Se extrae una moneda al azar. Calcula la probabilidad de que sea:



a) Una moneda de 20 céntimos.
b) Una moneda de 50 céntimos.
c) Una moneda de 1 euro.

a) $P(20 \text{ céntimos}) = \dfrac{6}{13}$

b) $P(50 \text{ céntimos}) = \dfrac{4}{13}$

c) $P(1\ €) = \dfrac{3}{13}$

073 **En una bolsa hay 5 bolas azules, 4 bolas blancas y 3 bolas rojas. Se extrae una bola al azar. Calcula la probabilidad de obtener:**

a) Una bola azul.
b) Una bola roja.
c) Una bola blanca.
d) Una bola azul o roja.
e) Una bola roja o blanca.
f) Una bola amarilla.
g) Una bola de cualquier color.

a) $P(\text{azul}) = \dfrac{5}{12}$

b) $P(\text{roja}) = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$

c) $P(\text{blanca}) = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$

d) $P(\text{azul o roja}) = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}$

e) $P(\text{roja o blanca}) = \dfrac{7}{12}$

f) $P(\text{amarilla}) = \dfrac{0}{12} = 0$

g) $P(\text{cualquier color}) = \dfrac{12}{12} = 1$

074 **En una bolsa hay bolas numeradas del 1 al 20. Se extrae una bola al azar. Calcula la probabilidad de obtener una bola:**

a) Con número par.
b) Con número impar.
c) Con múltiplo de 3.
d) Con número mayor que 5.
e) Con número menor o igual que 15.
f) Con múltiplo de 3 y 4 a la vez.

a) $P(\text{par}) = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$

b) $P(\text{impar}) = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$

c) $P(\text{múltiplo de 3}) = \dfrac{6}{20} = \dfrac{3}{10}$

d) $P(\text{mayor que 5}) = \dfrac{15}{20} = \dfrac{3}{4}$

e) $P(\text{menor o igual que 15}) = \dfrac{15}{20} = \dfrac{3}{4}$

f) $P(\text{múltiplo de 3 y 4}) = \dfrac{1}{20}$

075 **Se lanzan dos dados. Halla la probabilidad de obtener:**

a) Dos números iguales.
b) Dos números pares.
c) Al menos un 6.
d) La pareja 1 y 3.

a) $P(\text{dos iguales}) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$

b) $P(\text{dos pares}) = \dfrac{9}{36} = \dfrac{1}{4}$

c) $P(\text{al menos un 6}) = \dfrac{11}{36}$

d) $P(1 \text{ y } 3) = \dfrac{2}{36} = \dfrac{1}{18}$

076 ●●

Lanzamos dos monedas al aire. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Una sola cara.
b) Una sola cruz.
c) Dos caras.
d) Dos cruces.
e) Al menos una cara.
f) Al menos una cruz.
g) Ninguna cara.
h) Ninguna cruz.

a) $P(\text{una cara}) = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

b) $P(\text{una cruz}) = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

c) $P(\text{dos caras}) = \dfrac{1}{4}$

d) $P(\text{dos cruces}) = \dfrac{1}{4}$

e) $P(\text{al menos una cara}) = \dfrac{3}{4}$

f) $P(\text{al menos una cruz}) = \dfrac{3}{4}$

g) $P(\text{ninguna cara}) = \dfrac{1}{4}$

h) $P(\text{ninguna cruz}) = \dfrac{1}{4}$

077 ●●

Se lanzan tres monedas al aire. Halla la probabilidad de obtener:

a) Tres caras.
b) Al menos una cara.
c) Al menos dos cruces.
d) Ninguna cara.

a) $P(\text{tres caras}) = \dfrac{1}{8}$

b) $P(\text{al menos una cara}) = \dfrac{7}{8}$

c) $P(\text{al menos dos cruces}) = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$

d) $P(\text{ninguna cara}) = \dfrac{1}{8}$

078 ●●●

Lanzamos dos dados y sumamos los puntos obtenidos. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Suma 2.
b) Suma mayor que 2.
c) Suma 7.
d) Suma distinta de 7.
e) Suma menor que 12.
f) Suma mayor que 12.

a) $P(2) = \dfrac{1}{36}$

b) $P(\text{mayor que } 2) = \dfrac{35}{36}$

c) $P(7) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$

d) $P(\text{distinta de } 7) = \dfrac{30}{36} = \dfrac{5}{6}$

e) $P(\text{menor que } 12) = \dfrac{35}{36}$

f) $P(\text{mayor que } 12) = \dfrac{0}{36} = 0$

079 ●●

Un frutero tiene sacos de cebollas de 2 kg, 5 kg y 10 kg. Durante un día ha vendido 10 sacos de 2 kg, 5 sacos de 5 kg y 2 sacos de 10 kg.

a) Organiza estos datos mediante una tabla de frecuencias.

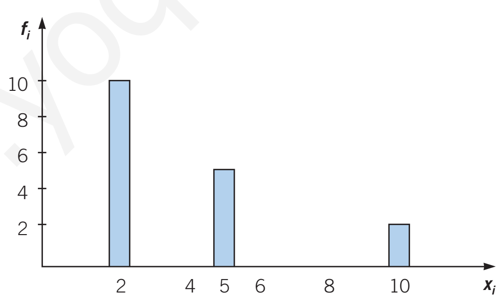
b) Representa, en un diagrama de barras, las frecuencias absolutas.

c) Dibuja un diagrama de barras donde representes las frecuencias relativas.

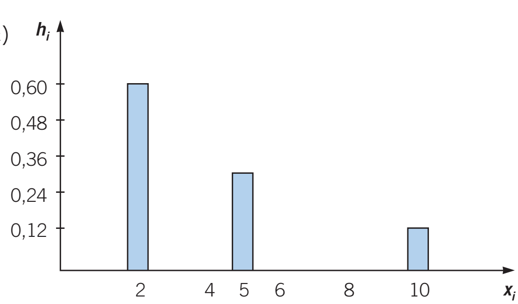
a)

x_i	Recuento	f_i	h_i	%
2	~~||||~~ ~~||||~~	10	0,59	59
5	~~||||~~	5	0,29	29
10	//	2	0,12	12

b)



c)



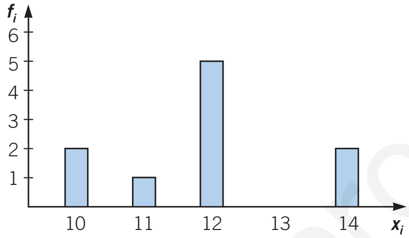
080 ●●

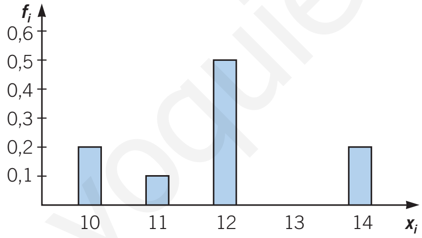
Las edades, en años, de los 10 primeros visitantes al parque de atracciones de una ciudad son las siguientes:

12 10 14 12 14
10 11 12 12 12

Dibuja un diagrama de barras con las frecuencias absolutas y otro con las frecuencias relativas.

x_i	f_i	h_i
10	2	0,2
11	1	0,1
12	5	0,5
13	0	0
14	2	0,2





081 **HAZLO ASÍ**

¿CÓMO SE CALCULAN PROBABILIDADES DE FORMA EXPERIMENTAL?

En un saco hay 50 kg de judías blancas y judías pintas. Halla la probabilidad de que al sacar una judía del saco sea pinta.

PRIMERO. Se realiza el experimento un número elevado de veces. Se extrae varias veces un puñado y se cuentan las judías que hay en él.

SEGUNDO. Se apunta la frecuencia de cada suceso en el conjunto del experimento.

Por ejemplo: 738 judías pintas en 5 000 judías.

TERCERO. El valor de la probabilidad es aproximadamente su frecuencia relativa.

$$P(\text{Judía pinta}) = \frac{738}{5\,000} = 0{,}1476$$

082 ●●

En una bolsa hay un número indeterminado de bolas numeradas del 1 al 5. Se repite 5 000 veces el experimento de extraer una bola, anotar el resultado y devolverla a la bolsa. Las frecuencias se muestran en la tabla:

Número	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
f_i	**950**	**1 200**	**900**	**1 100**	**850**

a) Calcula la probabilidad de obtener múltiplo de 2.

b) Si en la bolsa hay 1 000 bolas, ¿cuántas son de cada clase? Justifica tu respuesta.

a) $P(\text{múltiplo de } 2) = \dfrac{1\,200 + 1\,100}{5\,000} = 0{,}66$

b) Si en la bolsa hay 1 000 bolas, y multiplicamos la probabilidad de cada suceso por 1 000, tendremos una aproximación al número de bolas:

$$h_i \cdot 1\,000 = \frac{f_i}{5\,000} \cdot 1\,000 = \frac{f_i}{5}$$

Número	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
N.º de bolas	190	240	180	220	170

083 ●●

Calcula, de forma experimental, la probabilidad de obtener el número 1 en el lanzamiento de un dado con las caras numeradas del 1 al 6. Utiliza y completa esta tabla:

Lanzamientos	**N.º de unos**	f_i	h_i
20			
40			
60			
80			
100			

Compara la frecuencia relativa de cada paso con el resultado que obtendrías aplicando la regla de Laplace. ¿Qué observas?

El resultado es variable dependiendo del experimento del alumno. Los resultados obtenidos aplicando la regla de Laplace deberían aproximarse a los del experimento, especialmente cuantas más tiradas se realicen.

084 ●●

En un sorteo se han hecho 10 000 papeletas. Si Juan tiene 30 papeletas y María tiene 53, ¿quién tendrá más probabilidad de ganar?

$$P(\text{Juan}) = \frac{30}{10\,000} = \frac{3}{1\,000} < \frac{53}{10\,000} = P(\text{María})$$

María tiene más probabilidad de ganar.

085 Se hace girar una ruleta como la del dibujo. Halla la probabilidad de que la bola caiga en:

a) El número 1.

b) El número 3.

c) El número 6.

d) Un número impar.

e) Un múltiplo de 3.

a) $P(1) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

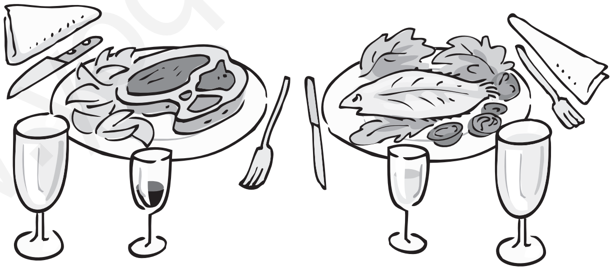
b) $P(3) = \frac{3}{8}$

c) $P(6) = \frac{1}{8}$

d) $P(\text{impar}) = \frac{7}{8}$

e) $P(\text{múltiplo de } 3) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

086 En una comida hay 28 hombres y 32 mujeres. Toman carne 16 hombres y 20 mujeres, y el resto pescado. Si elegimos una persona al azar, calcula la probabilidad de estos sucesos.



a) Sea hombre.

b) Haya tomado pescado.

c) Sea hombre y tome pescado.

a) $P(\text{hombre}) = \frac{28}{60} = \frac{7}{15}$

b) $P(\text{pescado}) = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$

c) $P(\text{hombre y tome pescado}) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$

087 **Si conocemos las frecuencias relativas, ¿podrías calcular las frecuencias absolutas?**

Para conocer las frecuencias absolutas necesitamos, además de las frecuencias relativas, el tamaño de la muestra o alguna de las frecuencias absolutas.

088 **¿Un experimento aleatorio puede tener un solo suceso elemental? ¿Y dos? ¿Y tres? En caso afirmativo, pon algunos ejemplos.**

Un experimento aleatorio no puede tener un único suceso elemental, pues entonces sería un suceso seguro y el experimento sería determinista.

Sí puede tener cualquier número de sucesos mayor que 1. Por ejemplo, para el caso de dos sucesos al tirar una moneda, los sucesos son cara y cruz. Para el caso de tres sucesos respecto al resultado de un partido en la quiniela, los sucesos son 1, X, 2.

089 **Las calculadoras científicas tienen la función RAN o RANDOM. Con ella obtenemos un número entre 0 y 1 que podemos considerar aleatorio. ¿Cómo podrías obtener un número aleatorio entre 0 y 100 usando esa función?**

Multiplicando por 100 el número que da la función y tomando la parte entera.

090 **Una bolsa contiene seis bolas rojas, cuatro verdes y cinco amarillas. ¿Cuántas bolas rojas debemos añadir para que la probabilidad de sacar una bola roja sea $\frac{4}{5}$?**

La probabilidad actual es $P(\text{roja}) = \frac{6}{15}$, y si añadimos x bolas rojas será: $\frac{6+x}{15+x}$

$$\frac{6+x}{15+x} = \frac{4}{5} \rightarrow 30 + 5x = 60 + 4x \rightarrow x = 30$$

Debemos añadir 30 bolas rojas.

091 **En un dado trucado se sabe que la probabilidad de sacar un 6 es el doble que la de sacar cualquier otro número. ¿Qué probabilidad tiene cada suceso elemental?**

$$P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = x,\ P(6) = 2x$$

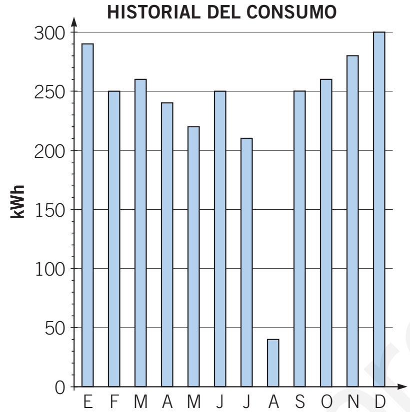
$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$x + x + x + x + x + 2x = 1 \rightarrow 7x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{7}$$

$$x = \frac{1}{7} \rightarrow P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = \frac{1}{7},\ P(6) = \frac{2}{7}$$

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

092 ●●● **Estos son algunos de los datos de la última factura de electricidad.**



En la factura hay dos conceptos que son fijos:

ERES CAPAZ DE… COMPRENDER

a) **¿Cuántos kWh se consumieron en diciembre?**

b) **¿Cuál es el gasto fijo por potencia y alquiler de equipo? ¿Y el importe de consumo por kWh?**

ERES CAPAZ DE… RESOLVER

c) **Si en el mes de diciembre se pagaron 72 €, ¿cuál es el precio de 1 kWh?**

ERES CAPAZ DE… DECIDIR

d) **Si el gasto por equipamiento es el que muestra el gráfico, ¿cómo crees que se podría reducir dicho gasto?**

a) En diciembre se consumieron 300 kWh.

b) El gasto fijo por potencia y alquiler de equipo es de 8 €, y el importe de consumo por kWh es de 0,11 €.

c) El coste de la factura de diciembre es:

$$72 = 8 + 0{,}11 \cdot 300 + x \cdot 300 \rightarrow x = \frac{31}{300} = 0{,}103 \text{ €/kWh}$$

d) Se podría reducir el gasto en iluminación. Según los dos gráficos dicho gasto es excesivo puesto que, por ejemplo, en julio, donde los días son largos y no es necesario encender la calefacción, el consumo ha sido de 210 kWh y el gasto en iluminación supondría 84 kWh, lo que equivale a tener las luces muchas horas encendidas.

093 ●●●

Esta mañana Andrés y yo hemos visto el anuncio de un restaurante que ofrece un menú a 9,50 € y, además, afirma que podemos escoger entre 27 menús diferentes.

Después de ver el anuncio del menú, Andrés no está muy convencido de su veracidad.

En el menú que exhiben en la entrada podemos escoger entre 3 primeros platos, 3 segundos y 3 postres. Además, podemos hacer cualquier combinación tomando un primer plato, un segundo y un postre.

Eres capaz de… Comprender

a) Si elegimos sopa de primero y fruta de postre, ¿cuántas posibilidades de menú hay?

b) Si elegimos menestra de primero, ¿cuántas posibilidades de menú hay en este caso?

Eres capaz de… Resolver

c) ¿Cuántas posibilidades de menú hay?

Eres capaz de… Decidir

d) A la vista de los datos, ¿es correcta la publicidad exhibida por el restaurante?

a) Como el primero y el postre están elegidos, hay 3 posibilidades de menú, una para cada postre que se elija:
- Sopa, pescado y fruta.
- Sopa, estofado de carne y fruta.
- Sopa, tortilla de gambas y fruta.

b) En este caso, como el primero está elegido, las posibilidades se forman al elegir cada uno de los segundos y cada uno de los postres, por tanto, son $3 \cdot 3 = 9$:
- Menestra, pescado y fruta.
- Menestra, estofado de carne y fruta.
- Menestra, tortilla de gambas y fruta.
- Menestra, pescado y tarta.
- Menestra, estofado de carne y tarta.
- Menestra, tortilla de gambas y tarta.
- Menestra, pescado y flan.
- Menestra, estofado de carne y flan.
- Menestra, tortilla de gambas y flan.

c) Se pueden elegir 3 primeros, 3 segundos y 3 postres, por tanto, las posibilidades de menú son:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

d) Por tanto, es correcta la publicidad del restaurante.