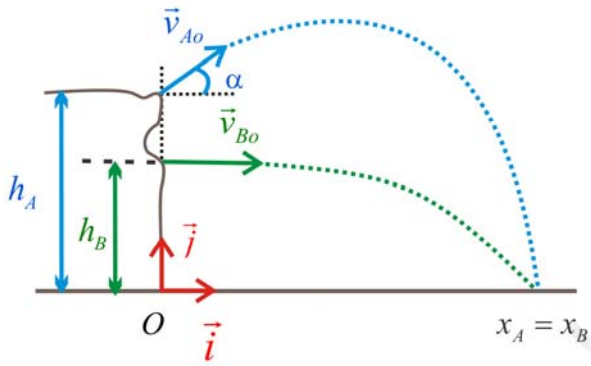
Problemas de cinemática

Un niño A está en lo alto de un barranco de altura h_A = 40 m y lanza una piedra con una velocidad v_{A0} = 24 m/s y un ángulo de 30°. Su amigo B se encuentra en un saliente del barranco a una altura h_B del suelo sobre la misma vertical y lanza otra piedra horizontalmente con una velocidad v_{B0} = 36.5 m/s. ¿Cuánto vale h_B si las dos piedras llegan al mismo sitio? ¿Cuánto tiempo tarda en caer cada una?



Primero calculamos x_A (dónde aterriza la piedra lanzada por A):

$$\vec{r}_{A0} = h_A\,\vec{j} = 40\,\vec{j} \quad \text{m}$$
$$\vec{v}_{A0} = v_{A0}\cos\alpha\,\vec{i} + v_{A0}\,\text{sen}\,\alpha\,\vec{j} = 24\cos 30\,\vec{i} + 24\,\text{sen}\,30\,\vec{j} \quad \text{m/s}$$
$$\vec{a} = -g\,\vec{j} = -9.8\,\vec{j} \quad \text{m/s}^2$$

$$\vec{r}_A = \vec{r}_{A0} + \vec{v}_{A0}t + \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} x_A = 24\cos 30\,t = 20.8\,t \\ y_A = h_A + 24\,\text{sen}\,30\,t - ½\,9.8\,t^2 = 40 + 12\,t - 4.9\,t^2 \end{array} \right.$$

$$\text{Condición para que llegue al suelo } y_A = 0 \qquad 40 + 12\,t - 4.9\,t^2 = 0 \quad \rightarrow \quad t = 4.33\,\text{s}$$

$$\text{Coordenada } x_A \text{ en ese instante} \qquad x_A = 20.8\,t\,\big|_{t=4.33} = 90\ \text{m}$$

Ahora calculamos el tiempo que tarda la piedra lanzada por B en caer. Igualamos x_B en ese instante a x_A y despejamos h_B:

$$\vec{r}_{B0} = h_B\,\vec{j} \quad \text{m}$$
$$\vec{v}_{B0} = v_{B0}\,\vec{i} = 36.5\,\vec{i} \quad \text{m/s}$$
$$\vec{a} = -g\,\vec{j} = -9.8\,\vec{j} \quad \text{m/s}^2$$

$$\vec{r}_B = \vec{r}_{B0} + \vec{v}_{B0}t + \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} x_B = 36.5\,t \\ y_B = h_B - ½\,9.8\,t^2 \end{array} \right.$$

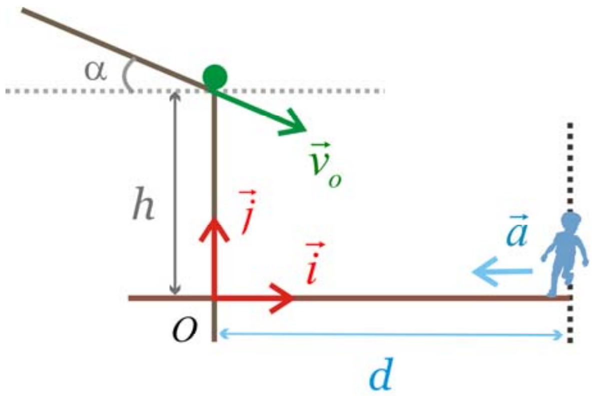
$$\text{Condición para que llegue al suelo } y_B = 0 \qquad h_B - 4.9\,t^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \left(\frac{h_B}{4.9}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Coordenada } x_B \text{ en ese instante } (x_B = x_A = 90)$$

$$x_B = 36.5\,t = 36.5\left(\frac{h_B}{4.9}\right)^{\frac{1}{2}} = 90 \quad \rightarrow \quad \boxed{h_B = 29.8\ \text{m}}$$

Una pelota cae por un plano inclinado un ángulo α = 30º a un barranco de altura h = 6 m, con una velocidad de módulo 8 m/s en el momento de abandonar el plano. Un chico se encuentra en el fondo del barranco a una distancia d = 8.5 m de la base del mismo.

a) Expresar las componentes del vector posición y el vector velocidad de la pelota en función del tiempo. Calcular en el instante t = 0.2 s el módulo de la velocidad y la altura a la que se encuentra.



$$\vec{r}_0 = h\vec{j} \qquad \vec{a} = -g\,\vec{j}$$

$$\vec{v}_0 = v_0 \cos\alpha\,\vec{i} - v_0 \text{sen}\alpha\,\vec{j}$$

$$h = 6\text{ m} \qquad \alpha = 30^{\circ}$$

$$v_0 = 8\text{ m/s} \qquad g = 9.8\text{ m/s}^2$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2 \;\Rightarrow\; \left| \begin{array}{l} x = v_0 \cos\alpha t = 6.93t \\ y = h - v_0 \,\text{sen}\,\alpha t - (1/2) g t^2 = 6 - 4t - \frac{1}{2} 9.8 t^2 \end{array} \right.$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t \;\Rightarrow\; \left| \begin{array}{l} v_x = v_0 \cos\alpha = 6.93 \\ v_y = -v_0 \text{sen}\alpha - gt = -4 - 9.8t \end{array} \right.$$

Para t = 0.2 s, se obtiene:

$$\vec{v} = 6.93\vec{i} - 5.96\vec{j} \qquad v = \left(6.93^2 + 5.96^2\right)^{1/2} = 9.14\text{ m/s}$$

Altura (coordenada y): $\quad y = 5\text{m}$

b) Calcular el tiempo que tarda en llegar al suelo, la distancia recorrida en el eje horizontal y el vector velocidad en ese instante.

Condición para que llegue al suelo y = 0

$$6 - 4t - 4.9t^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 0.82\text{ s}$$

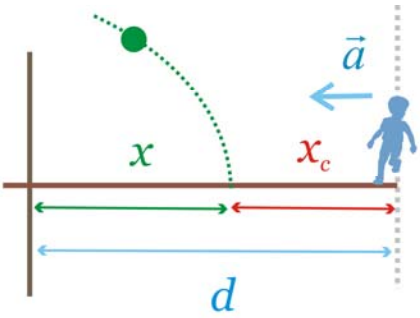
Sustituyendo t en las coordenadas de la velocidad:

$$\left. \begin{array}{l} v_x = v_0 \cos\alpha = 6.93 \\ v_y = -4 - 9.8t = -12.04 \end{array} \right| \quad \vec{v} = 6.93\,\vec{i} - 12.04\,\vec{j} \quad \text{m/s}$$

Distancia horizontal (coordenada x en t = 0.82) $\Rightarrow$ x = 5.68 m

www.yoquieroaprobar.es

c) El chico empieza a correr justo en el instante en el que la pelota abandona el plano. Calcular con qué aceleración como mínimo tendría que arrancar si quiere cogerla antes de que llegue al suelo.



Distancia que debe recorrer el chico (x_c)

$$x_c = d - x = 8.5 - 5.68 = 2.82 \quad \text{m}$$

Partiendo del reposo ($\vec{v}_0 = 0$) y en un t = 0.82 s debe arrancar con una aceleración:

$$x_c = \frac{1}{2} a\, t^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2x_c}{t^2} = 8.38 \, \text{m/s}^2$$

www.yoquieroaprobar.es

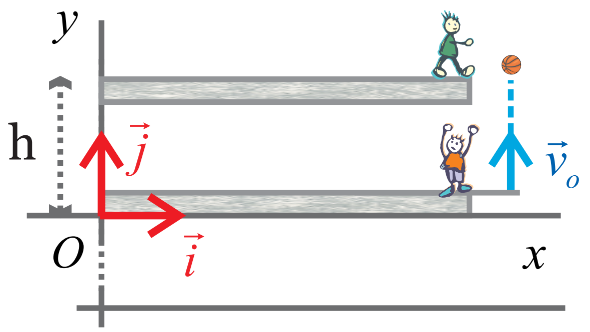
Un chico se encuentra en la terraza de un tercer piso, situada a 2.5 m sobre el suelo y lanza una pelota verticalmente hacia arriba. Su amigo está en una terraza superior 0.8 m por encima de él.

a) ¿Con qué velocidad mínima debe lanzar la pelota para que llegue a su amigo?

Si la lanza hacia arriba con una velocidad de 2 m/s

b) ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo? ¿Con qué velocidad lo hace?
c) ¿A qué distancia está del suelo cuando lleva una velocidad de - 5.74 **j** m/s?

a)



$$\vec{r}_0 = 0 \quad \vec{v}_0 = v_0\vec{j} \quad \vec{a} = -g\,\vec{j} = -9.8\vec{j} \;\; m/s^2$$

Ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado (1 dim.)

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2 \;\Rightarrow\; y = v_0\,t - \frac{1}{2}9.8\,t^2$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t \;\Rightarrow\; v = v_0 - 9.8\,t$$

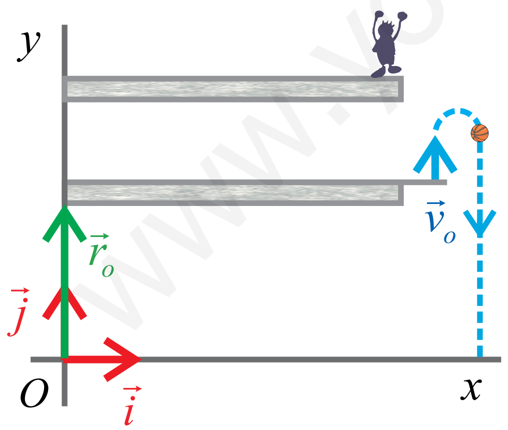
Para calcular la v_0 mínima hacemos que llegue arriba con $v = 0$

$$v = v_0 - 9.8\,t = 0 \;\Rightarrow t = \frac{v_0}{9.8}$$

En ese tiempo se debe cumplir $y = 0.8$, sustituimos y despejamos v_0

$$0.8 = v_0\left(\frac{v_0}{9.8}\right) - \frac{1}{2}9.8\left(\frac{v_0}{9.8}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{9.8} \;\Rightarrow\; v_0 = 3.96 \quad \boxed{\vec{v}_0 = 3.96\vec{j}} \quad m/s$$

b)



Tomamos el origen en el suelo (unidades S.I.)

$$\vec{r}_0 = 2.5\vec{j} \qquad \vec{v}_0 = 2\vec{j} \qquad \vec{a} = -9.8\vec{j}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2 \;\Rightarrow\; y = 2.5 + 2\,t - \frac{1}{2}9.8\,t^2$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t \;\Rightarrow\; v = 2 - 9.8\,t$$

Para que llegue al suelo $(y = 0)$

$$y = 2.5 + 2\,t - \frac{1}{2}9.8\,t^2 = 0 \Rightarrow \boxed{t = 0.98}\; s$$

$$v = 2 - 9.8\,t\Big|_{t=0.98} = -7.6 \quad \boxed{\vec{v} = -7.6\vec{j}} \;\; m/s$$

c)

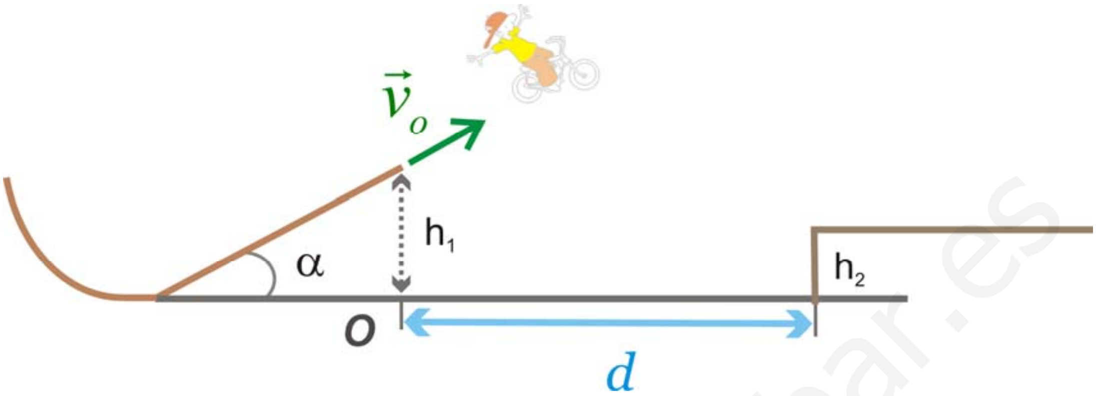
Calculamos para qué valor de t se cumple: $\vec{v} = -\,5.74\vec{j}$

$$v = v_0 - g\,t \qquad -5.74 = 2 - 9.8\,t \;\Rightarrow\; t = 0.79 \; s$$

Coordenada y en ese instante:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}g\,t^2 = 2.5 + 2\,t - 4.9\,t^2\Big|_{t=0.79} = 1.02 \simeq 1 \quad \boxed{y = 1\,m}$$

En un espectáculo al aire libre de saltos acrobáticos, un ciclista ensaya sobre la pista de la figura de manera que sale despedido con una velocidad v_0 = 15 m/s desde la rampa inclinada un ángulo α = 30º y una altura h_1 = 3 m. Quiere aterrizar sobre una plataforma de altura h_2 = 1.5 m.



a) Expresar las componentes del vector posición y del vector velocidad en función del tiempo. Calcular la máxima altura alcanzada por el ciclista y la velocidad en ese instante.

$$h_1 = 3\,\text{m} \qquad g = 9.8\,\text{m/s}^2 \qquad \alpha = 30^\circ \qquad v_0 = 15\,\text{m/s} \qquad h_2 = 1.5\,\text{m}$$

$$\vec{r}_0 = h_1\,\vec{j} \qquad \vec{v}_0 = v_0\cos\alpha\,\vec{i} + v_0\,\text{sen}\alpha\,\vec{j} \qquad \vec{a} = -g\,\vec{j}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2 \;\Rightarrow\; \left| \begin{array}{l} x = v_0\cos\alpha\, t = 13t \\ y = h_1 + v_0\,\text{sen}\,\alpha t - (1/2)g\,t^2 = 3 + 7.5t - \frac{1}{2}9.8t^2 \end{array} \right.$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t \;\Rightarrow\; \left| \begin{array}{l} v_x = v_0\cos\alpha = 13 \\ v_y = v_0\,\text{sen}\alpha - g\,t = 7.5 - 9.8t \end{array} \right.$$

En el punto más alto $v_y = 0 \Rightarrow v_y = 7.5 - 9.8t = 0 \Rightarrow t = 0.76$ s

$$\text{Altura:} \quad y(t = 0.76) = 3 + 7.5t - \frac{1}{2}9.8t^2 = 5.9\,\text{m}$$

$$\text{Velocidad:} \quad |\vec{v}(t = 0.76)| = |v_x\vec{i}| = 13 \quad \text{m/s}$$

www.yoquieroaprobar.es

b) ¿A qué distancia, como máximo, se tiene que colocar la plataforma para que caiga sobre ella?

Calculamos el tiempo que tarda en alcanzar una altura h_2

$$y = 3 + 7.5t - \frac{1}{2}9.8t^2 = h_2 = 1.5 \quad \Rightarrow \quad t = 1.71\,s$$

En ese t su coordenada x vale:

$$x\,(t = 1.71) = 13t = 22.2\text{ m}$$

Luego siempre que $d < 22.2$ m caerá sobre la plataforma.

$$\boxed{d = 22.2\,m}$$

El día del concurso existe viento que provoca una aceleración horizontal de frenado, de módulo a_x.

c) Razonar cómo cambian las respuestas del apartado (a).

Ahora la aceleración es: $\vec{a} = -a_x\vec{i} - g\,\vec{j}$

Sólo varían las magnitudes en componente x:

$$x = 13t - \frac{1}{2}a_x t^2 \qquad y = 3 + 7.5t - \frac{1}{2}9.8t^2 \text{ (no varía)}$$

$$v_x = 13 - a_x t \qquad v_y = 7.5 - 9.8t \text{ (no varía)}$$

Tiempo en alcanzar altura máxima y dicha altura no varían.

Velocidad en ese instante: $v_x(t = 0.76s) = 13 - 0.76\,a_x \qquad v_y = 0$

d)

La coordenada x cuando $y = h_2$ debe valer:

$$x = d - 1.3 = 22.2 - 1.3 = 20.9\,m$$

El tiempo en alcanzar la altura $y = h_2$ es el mismo de antes ($t = 1.71$ s)

Sustituimos en la expresión de x en función de t y despejamos a_x

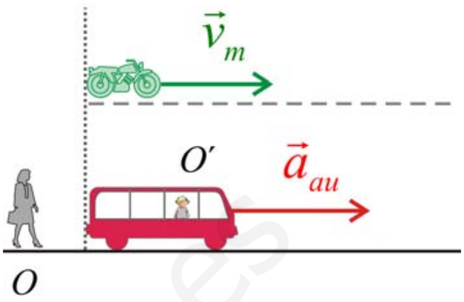
$$x = 13t - \frac{1}{2}a_x t^2 = 20.9$$

$$x(t = 1.71) = 22.23 - 1.46a_x = 20.9 \quad \Rightarrow \quad \boxed{a_x = 0.91\,m/s^2}$$

www.yoquieroaprobar.es

3.- Un niño se monta en un autobús mientras despide a su madre que se queda en reposo en la acera. El autobús arranca con una aceleración constante en el mismo instante la madre ve que pasa una moto con una velocidad de 18 m/s.

a) Calcular la aceleración del autobús con respecto a la madre si el niño observa que la moto tarda 6 s en pararse.
b) la velocidad y la posición de la moto para la madre y para el niño transcurridos 10 s.
c) ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para que el autobús alcance a la moto?¿Cuál es la aceleración de la moto para la madre y para el niño?



a)

El autobús (O´) es un sistema de referencia uniformemente acelerado con respecto a O, con A = a_{aut}.

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{A}\,t \quad \Rightarrow \quad v' = v - a_{aut}\,t$$

v´ velocidad de la moto observada por el niño en el autobús

v velocidad observada por la madre $\Rightarrow$ $v = 18\ \text{ms}^{-1}$

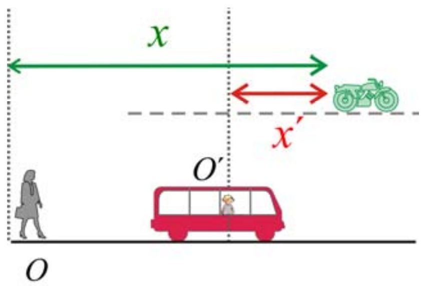
Cuando t = 6 s el niño observa que la moto se para (v´= 0), luego:

$$v' = v - a_{aut}\,t = 0 \;\Rightarrow\; 0 = 18 - 6a_{aut} \;\Rightarrow\; a_{aut} = \frac{18}{6} = 3 \qquad \boxed{a_{aut} = 3\ \text{ms}^{-2}}$$

b)

Para la madre (O) la moto se mueve con velocidad constante ($18\ \text{ms}^{-1}$)

luego: $x = v\,t\big|_{t=10} = 18\times 10 = 180\,\text{m}$



El niño (O´) es un sistema de traslación uniformemente acelerado (con a_{aut}), luego la posición que él observa (x´) viene dada por:

$$x' = x - \frac{1}{2}a_{aut}\,t^2\Big|_{t=10} = 180 - \frac{1}{2}3\times 10^2 = 30\,\text{m}$$

c)

Para que el autobús alcance a la moto se debe cumplir: $x' = 0$

$$x' = x - \frac{1}{2}a_{aut}t^2 \quad \text{en donde} \quad x = v\,t, \text{ sustituyendo datos:} \quad x' = 18t - \frac{1}{2}3t^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{t = 12\,\text{s}}$$

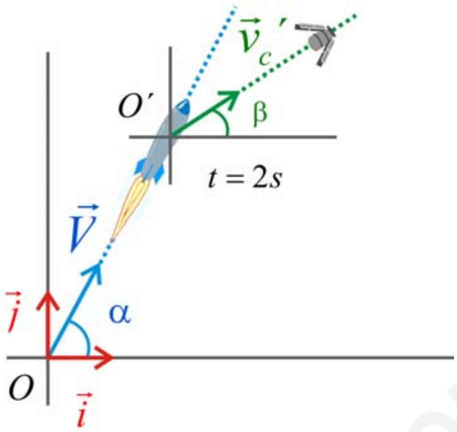
Para la madre (O), la moto lleva velocidad constante luego: $a = 0$

Para el niño (O´) se cumple: $a' = a - a_{aut} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a' = -3\,\text{ms}^{-2}}$

www.yoquieroaprobar.es

2.- Se lanza desde la superficie terrestre un cohete con un ángulo $\alpha = 70^o$ con la horizontal y una velocidad 2500 km/h, que se mantiene constante. Transcurridos 2 s desde el lanzamiento, se eyecta una cápsula que sale con respecto al cohete con una velocidad constante de 150 km/h y un ángulo $\beta = 30^o$ con la horizontal.

a) Calcular la velocidad de salida de la cápsula con respecto a la Tierra.



Expresamos los datos en forma vectorial y en el S.I.:

$$V = 2500\,km/h = 694.4\,m/s \qquad v'_c = 150\,km/h = 41.7\,m/s$$

$$\vec{V} = V\cos\alpha\,\vec{i} + V sen\alpha\,\vec{j} = 694.4\cos 70\,\vec{i} + 694.4 sen 70\,\vec{j} = 237.5\vec{i} + 652.5\,\vec{j}$$

$$\vec{v}'_c = v'_c\cos\beta\,\vec{i} + v'_c sen\beta\,\vec{j} = 41.7\cos 30\,\vec{i} + 41.7 sen 30\,\vec{j} = 36.1\vec{i} + 20.8\,\vec{j}$$

Para un sistema en traslación uniforme con velocidad $\vec{V}$,

$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V} \quad \vec{v}$: velocidad determinada por el sistema en reposo.

Entonces, la velocidad de la cápsula para O ($\vec{v}_c$) será:

$$\vec{v}'_c = \vec{v}_c - \vec{V} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_c = \vec{v}'_c + \vec{V} = (237.5 + 36.1)\vec{i} + (652.5 + 20.8)\,\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{v}_c = 273.6\vec{i} + 673.3\,\vec{j}} \quad m/s$$

b) Calcular el vector posición de la cápsula con respecto a la Tierra y con respecto al cohete transcurridos 5 s desde que se lanzó el cohete.

Con respecto al origen O:

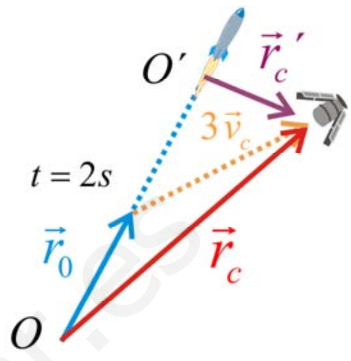
Posición del cohete cuando sale la cápsula (t = 2):

$$\vec{r}_0 = \vec{V}\,t\Big|_{t=2} = (237.5\vec{i} + 652.5\,\vec{j})2 = 475\vec{i} + 1305\vec{j}$$

La cápsula se traslada durante 3 s con $\vec{v}_c$ luego:

$$\vec{r}_c = \vec{r}_0 + \vec{v}_c\,t\Big|_{t=3} = (475\vec{i} + 1305\vec{j}) + (273.6\vec{i} + 673.3\,\vec{j})3$$

$$\vec{r}_c = 1295.8\vec{i} + 3324.9\vec{j} \quad \text{m}$$



Con respecto al origen O′ (Transformaciones de Galileo):

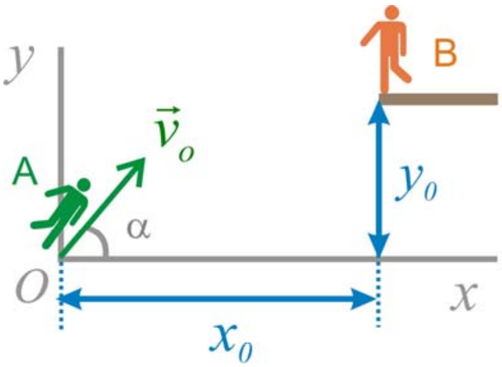
$$\vec{r}_c\,' = \vec{r}_c - \vec{V}\,t\Big|_{t=5} = (1295.8\vec{i} + 3324.9\vec{j}) - 5(237.5\vec{i} + 652.5\,\vec{j}) = 108.3\vec{i} + 62.4\vec{j} \quad \text{m}$$

(o también $\vec{r}_c\,' = \vec{v}_c\,'\,t\big|_{t=3}$)

www.yoquieroaprobar.es

Dos trapecistas A y B tienen un número de circo que consiste en que uno de ellos es lanzado por un cañón con una velocidad de módulo 20 m/s formando un ángulo de 20^0 con la horizontal, mientras que el otro se deja caer en el mismo instante sin velocidad inicial, desde una plataforma de altura y_0 = 16 m. La distancia horizontal entre ellos es x_0 = 8 m.

a) ¿Harán contacto los trapecistas en algún momento?



Para que hagan contacto, se debe cumplir $y_A = y_B$ justo cuando $x_A = x_0$.

$$\vec{r}_{0A} = 0 \quad \vec{v}_{0A} = v_0 \cos\alpha \,\vec{i} + v_0 \operatorname{sen}\alpha \,\vec{j} \quad \vec{a}_A = -g\,\vec{j}$$

$$x_A = v_0 \cos\alpha t = 18.79\,t = x_0 \quad \Rightarrow \quad 18.79t = 8 \quad \Rightarrow \quad t = 0.42 \text{ s}$$

En ese instante A se encuentra a una altura y_A:

$$y_A(t = 0.42) = v_0 \operatorname{sen}\alpha t - (1/2)g\,t^2 = 6.84\,t - 4.9\,t^2 = 2 \text{ m}$$

Para el trapecista B:

$$\vec{r}_{0B} = y_0\vec{j} \quad \vec{v}_{0B} = 0 \quad \vec{a}_B = -g\,\vec{j}$$

$$y_B(t = 0.42) = y_0 - (1/2)g\,t^2 = 16 - 4.9t^2 = 15.1 \text{ m}$$

$$y_A \neq y_B \quad \Rightarrow \text{ No hacen contacto}$$

b) Calcular cuál sería el alcance del trapecista A y las coordenadas en el punto más alto de su trayectoria.

Alcance ($x_{Amáx}$): coordenada x_A cuando $y_A = 0$

$$y_A = 6.84t - 4.9t^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 1.4 \text{ s}$$

$$x_{Amáx}(t = 1.4) = 26.3 \text{ m}$$

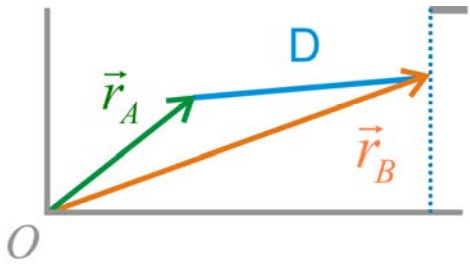
En el punto más alto de la trayectoria $v_y = 0$:

$$v_{Ay} = v_0 \operatorname{sen}\alpha - g\,t = 6.84 - 9.8\,t = 0 \Rightarrow t = 0.7 \text{ s}$$

$$x_A(t = 0.7) = 13.15 \text{ (coincide con } \frac{x_{Amáx}}{2}) \qquad y_A(t = 0.7) = 2.39 \text{ m}$$

www.yoquieroaprobar.es

c) Calcular las coordenadas de los trapecistas a los 0.2 s de iniciado el movimiento y la separación entre ellos en ese momento.



Separación entre ellos: $D = \left| \vec{r}_B - \vec{r}_A \right|$

$x_A = 18.79\,t \qquad x_A(t=0.2) = 3.76$

$y_A = 6.84\,t - 4.9\,t^2 \qquad y_A(t=0.2) = 1.17$

$\vec{r}_A = 3.76\,\vec{i} + 1.17\,\vec{j}$

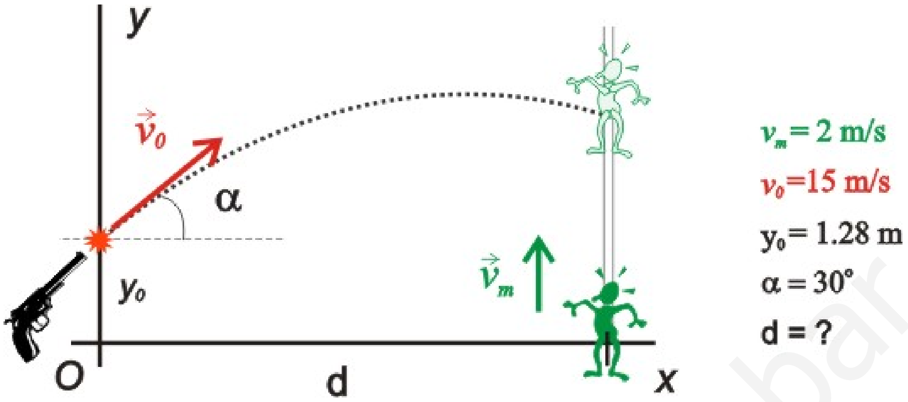
$x_B = 8 \qquad y_B = 16 - 4.9\,t^2 \qquad y_B(t=0.2) = 15.8$

$\vec{r}_B = 8\,\vec{i} + 15.8\,\vec{j}$

$\vec{r}_B - \vec{r}_A = 4.24\,\vec{i} + 14.63\,\vec{j} \quad \Rightarrow \quad D = \sqrt{4.24^2 + 14.63^2} = 15.2\ \text{m}$

www.yoquieroaprobar.es

1.- Una atracción de feria consiste en un muñeco que sube por un carril a una velocidad constante de 2 m/s. Desde una distancia *d* se dispara un proyectil con una velocidad inicial de 15 m/s y un ángulo de inclinación de 30º. En el instante del disparo el proyectil se encuentra a una altura de 1.28 m por encima del muñeco.



a) Expresar en forma vectorial la velocidad y la posición inicial del proyectil, así como la aceleración a la que está sometido durante el vuelo.

$$\vec{r}_0 = y_0\,\vec{j} = 1.28\,\vec{j}$$
$$\vec{v}_0 = v_0 \cos\alpha\,\vec{i} + v_0 \operatorname{sen}\alpha\,\vec{j} = 13\,\vec{i} + 7.5\,\vec{j}$$
$$\vec{a} = -g\,\vec{j} = -9.8\,\vec{j}$$

b) Expresar en componentes la velocidad y la posición del proyectil en función del tiempo.

$$\vec{r} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} x = v_0 \cos\alpha\, t = 13t \\ y = y_0 + v_0 \operatorname{sen}\alpha\, t - \tfrac{1}{2} g t^2 = 1.28 + 7.5t - 4.9t^2 \end{array} \right.$$

$$\vec{v} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} v_x = v_0 \cos\alpha = 13 \\ v_y = v_0 \operatorname{sen}\alpha - g t = 7.5 - 9.8\, t \end{array} \right.$$

www.yoquieroaprobar.es

c) Determinar la distancia *d* a la que se tiene que situar la pistola para que el proyectil alcance al muñeco.

Tiempo que tarda el proyectil en llegar al carril $(x = d)$:

$$x = 13t = d \quad \Rightarrow \quad t = \frac{d}{13}$$

En ese tiempo, la coordenada y del muñeco (y_m) y la del proyectil (y) son:

$$y_m = v_m\, t = 2\frac{d}{13}$$

$$y = 1.28 + 7.5t - 4.9t^2 = 1.28 + 7.5\frac{d}{13} - 4.9\left(\frac{d}{13}\right)^2$$

Igualando ambas expresiones y resolviendo la ecuación en d se obtiene:

$$y = y_m \Rightarrow \boxed{d \simeq 17\,m}$$

d) Calcular el módulo de la aceleración tangencial en el instante en el que proyectil alcanza al muñeco.

Módulo de la velocidad en función del tiempo:

$$|\vec{v}| = \left(13^2 + (7.5 - 9.8t)^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

Expresión para la aceleración tangencial:

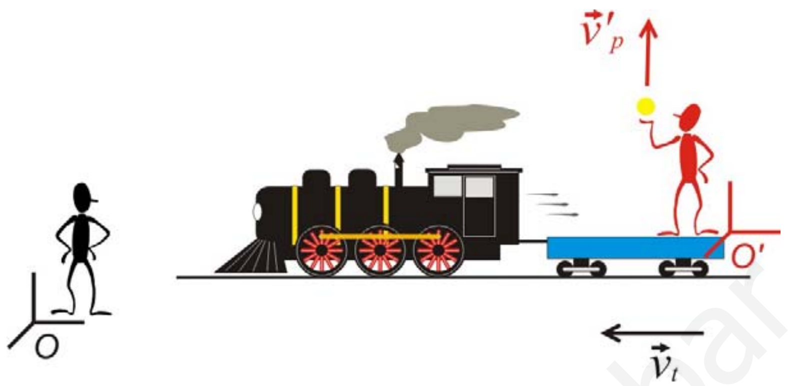
$$a_T = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{1}{2}\left(13^2 + (7.5 - 9.8t)^2\right)^{-\frac{1}{2}} 2\,(7.5 - 9.8t)(-9.8)$$

sustituyendo en el instante del impacto $t = \frac{d}{13} = 1.3\,s$

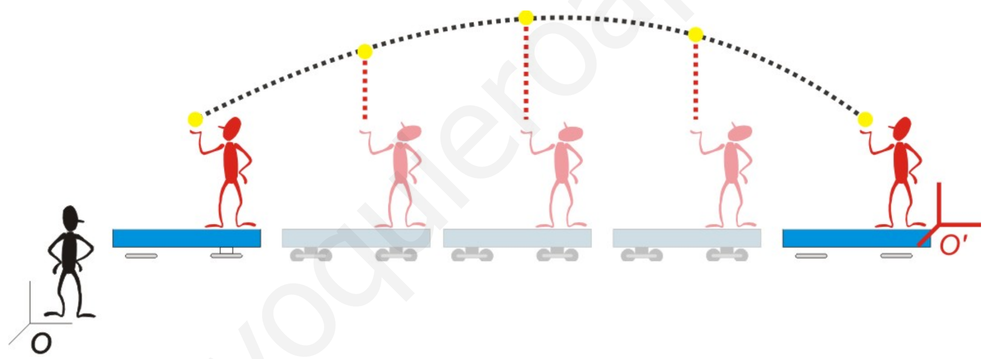
$$\boxed{|\vec{a}_T| = 3.66\ m/s^2}$$

www.yoquieroaprobar.es

2.- Un tren se mueve con velocidad constante $\mathbf{v_t}$ = 28 **i** (m/s) con respecto a un observador *O* que se encuentra de pie junto a la vía (ver figura). Una persona situada en el tren (*O'*) lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad $\mathbf{v'_p}$ = 6 **j** (m/s) (m/s). Contestar a las siguientes preguntas:



a) ¿Qué trayectoria describe la pelota para ambos observadores? ¿Cuál es la velocidad inicial de la pelota para O'?



b) Determinar la velocidad mínima que tiene la pelota para cada uno de los observadores.

Para O' es la velocidad en la altura máxima:

$$v'_{min} = 0;$$

Para O la velocidad en el punto más alto de la parábola:

$$v_{min} = v_t = 28\, m/s$$

www.yoquieroaprobar.es

c) ¿Cuánto tiempo permanece en el aire para cada uno de ellos?

El mismo para ambos.

Para O' es el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima x2:

$y_{máx} \rightarrow v_y = 0;$

$v_y = v_p' - gt = 0; \quad t = \frac{v_p'}{g} = \frac{6}{10} = 0.6\,s \quad \boxed{t_t = 2t = 1.2s}$

Para O es el tiempo que está en el aire:

$y = v_p' t - \frac{1}{2} g t^2 = 0; \quad t = \frac{v_p'}{5} = 1.2\,s$

d) ¿Qué aceleración tiene la pelota para cada uno de los observadores?

Ambos observadores son inerciales, por lo que:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}' = \vec{g}}$$

www.yoquieroaprobar.es