PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

1. Quiero calcular la altura de una casa. Desde la calle me pongo frente al edificio y me alejo todo lo que puedo para tener una buena perspectiva, marco con una x roja en el suelo el lugar. Dirijo mi mirada a lo más alto del edificio y mido un ángulo de 27°, observo que en lo alto hay una antena, dirijo mi mirada al punto más alto de la antena y obtengo 31°. Entro y subo a la terraza del edificio y mido la antena que tiene 3 metros. Me pego a ella y observo que desde allí en línea recta con la x roja del hay 2 metros hasta el borde del edificio. Con estos calcula la altura de la casa. Ten en cuenta que mis ojos están a una altura de 1,6 metros.

2. Estoy viendo desde lejos cómo va a despegar y subir un globo en el que viaja un amigo mío. Él quiere que en un momento determinado averigüe a qué altura está. En un momento me llama al móvil y me dice:

   - no te muevas en ningún momento de donde estás y mide tu ángulo de visión hacia mi globo en este momento - lo hago y es de 25º

   - Bien, ahora voy a subir 20 metros

   - mide de nuevo tu ángulo de visión - lo mido y es de 32º.

   - Muy bien, ahora calcula a qué altura estoy

   a. dibuja un esquema con los triángulos necesarios

   b. Averigua la altura teniendo en cuenta que mis ojos están a una altura de 1,6 metros del suelo.

3. Demuestra de forma rápida y sencilla que el área de cualquier triángulo se ajusta a la fórmula:

$$\acute{A}rea\ del\ tri\acute{a}ngulo = \frac{a \cdot b \cdot sen\boldsymbol{\gamma}}{2}$$

$$donde\ \boldsymbol{a}\ y\ \boldsymbol{b}\ son\ dos\ lados\ cualquiera\ del\ tri\acute{a}ngulo$$

$$\boldsymbol{\gamma}\ es\ el\ \acute{a}ngulo\ que\ forman\ entre\ s\acute{i}\ los\ lados\ \boldsymbol{a}\ y\ \boldsymbol{b}$$

4. Utilizando la fórmula anterior resuelve el siguiente problema: Un señor quiere comprarse una finca en un cierto pueblo. Uno de los habitantes le ofrece dos posibles fincas A y B. Las dos tienen forma de triángulo irregular y son colindantes (están pegadas una a otra) y son al mismo precio por m2 (pide por cualquiera de ellas el mismo precio por metro cuadrado) Miden ambas fincas por la longitud de las vallas y observan que:

   a. la finca A tiene unas medidas de 18x24x28 (en metros) siendo el lado de 28 metros el que está pegado a la finca B

   b. la finca B tiene unas medidas de 20x19x30 (en metros) siendo el lado de 30 metros el que está pegado a la finca A.

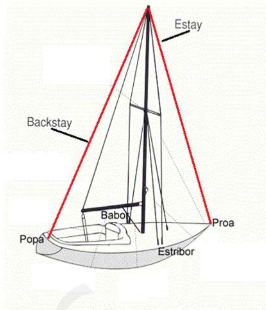
   Se pide:

   a. Haz un esquema de los triángulos.

   b. Calcula los ángulos de las esquinas opuestas al linde compartido

c. Averigua cuál es la finca más cara

5. En un barco de vela se coloca el mástil principal, en alto y vertical, sujetándolo con dos cables de acero en tensión: el stay o estay (se admiten las dos formas) y el backstay. El stay va desde lo alto del mástil hasta el extremo de la proa y el backstay hasta la popa, mirar el dibujo para hacerse una idea. Miguel tiene un velero en el que el stay mide 17,43 m y el backstay 16,44 m, ambos forman entre sí un ángulo de 34° 11’ 8,8”. Calcular: La eslora del barco de Miguel (la eslora es la longitud del barco, de proa a popa) La altura del mástil



6. Un barco a motor se encuentra en cierto punto del mar. La situación de los viajeros es dramática ya que en este momento les queda combustible para recorrer 400 metros. El capitán del barco observa en este punto la luz de un faro con un ángulo de elevación de 8º. Después de recorrer 250 metros en dirección hacia el faro, el ángulo que forma la luz con la horizontal del mar es ahora de 22º. ¿Qué altura tiene el faro? ¿Llegará el barco a tierra?

7. Juan ha heredado una finca de su abuelo en la aldea. Está en un terreno horizontal y tiene la forma de un cuadrilátero irregular. Desea saber el área de dicha finca, para ello denomina a los cuatro vértices de la misma con las letras A, B, C, y D, en el sentido de las agujas del reloj y mide las siguientes magnitudes:

   a. Lado AB, 200 metros.

   b. Desde A ve el punto C, desde el lado AB con un ángulo de 30º, y el punto D con 50º.

   c. Desde B observa el punto C, desde el lado AB con un ángulo de 125º y el punto D con 80º.

   Se pide:

   a. Las longitudes BC, AC, AD y CD y un esquema de la finca.

   b. Como Juan no sacó buenas notas en matemáticas de primero, no sabe cómo calcular el área de la finca. Ayúdale, calcula dicha área. (Pista: calcula las áreas de los triángulos ABC y ACD y súmalos).

8. Arturo es ingeniero forestal y quiere calcular la distancia que existe entre dos puntos A y B separados por un bosque muy frondoso, a través del cual no se pueden usar aparatos que midan dicha distancia. Para hacer la medición, encuentra un punto C desde el que se ven los dos puntos A y B y mide las siguientes magnitudes:

   a. Distancia AC 450 metros

   b. Distancia CB 325 metros.

   c. Ángulo ACB 70º (es decir el ángulo en C).

   Calcula la distancia AB.

9. Margarita ha terminado sus estudios de topografía y le han encargado que mida la altura de una torre situada en lo alto de una colina inaccesible desde donde se encuentra ella. Se le ocurre el siguiente procedimiento. Llama C a la parte alta de la torre y D a su base. Encuentra dos puntos sobre un terreno horizontal A y B separados 50 metros aptos para tomar mediciones de ángulos. Desde la horizontal AB obtiene las siguientes mediciones: Desde A visualiza C con un ángulo de 40º y D con un ángulo de 10º. Desde B observa a C con un ángulo de 60º y D con un ángulo de 20º.

Con estos datos, ¿conseguirá Margarita resolver el problema?, justifícalo con un esquema. Si el problema tiene solución calcula tú la altura de la torre y la altura de su base sobre el lado AB. Haz un esquema del problema.

10. Carmen es la capitana del barco "Stella Maris", acaba de salir de una tormenta, los aparatos de navegación no funcionan y no sabe a qué distancia está de la costa. Divisa en el horizonte un faro, que llamaremos F y mide el ángulo que forman su visual al faro con el rumbo del barco, resultando un ángulo de 30º. Mantiene el mismo rumbo durante 15 minutos a una velocidad de 20 km/h, dejando atrás el faro. En ese momento vuelve a medir el ángulo que forman su visual al faro (ahora ya a su espalda) con el rumbo del barco, el ángulo es de 50º. Calcula la distancia a la que se encuentra el "Stella Maris" de la costa (tomamos el faro como referencia de costa) y a qué distancia estaba cunado tomó la primera medición.

11. Una vez que Carmen ha conseguido calcular la distancia a la costa sigue navegando con normalidad con el deseo de alcanzar su puerto de destino P. En cierto momento divisa el siguiente faro G, la distancia entre los dos faros es de 19 Km, en ese momento su barco está a 20 Km del primer faro F y a 4,5 km del segundo, G. El ángulo que forman FGP es de 135º y el faro G está a 5 km del puerto. Si navega a 15 km/h en dirección al puerto ¿cuánto tiempo tardará en llegar a su destino?

12. En su siguiente travesía el "Setella Maris" desde un punto que llamaremos A recibe una señal de petición de auxilio de la radiobaliza de un barco, llamaremos al punto en el que se encuentra el barco naufragado, C. Esta señal la recibe también el "Furia del Mar", que se encuentra en el punto B cuyo capitán es Uxío. Puestos es comunicación Uxio y Carmen, estiman que el "Stella Maris" y el "Furia del Mar" están separados 10 km. Desde el punto A, por la señal de radio, saben que el ángulo BAC es de 40º, mientras que desde el punto B el ángulo ABC es de 48º. Como es su obligación ambos barcos parten al rescate. Si el "Stella Maris" navega a 20 Km/h y el "Furia del Mar a 15 km/h, ¿quién de ellos llegará primero?

13. Una vez con los náufragos a bordo (ya habrás averiguado que barco llegó primero), hay que tomar la decisión de a qué puerto llevarlos, es decir, encontrar el puerto más cercano. Los posibles puertos son D y E. Desde el puerto D transmiten por radio que observan al barco con un ángulo de 50º, respecto a la línea DE. Desde el puerto E, la medición es de 35º. Sin embargo, el capitán responde que con esos datos no puede tomar la decisión. ¿Es correcta la respuesta del capitán? Justifícalo. Una vez averiguado qué puerto es el más cercano ¿qué dato pedirías para saber la distancia a la que estás del puerto más próximo?

14. Paseando con un amigo por el monte vemos a lo lejos una torre. Queremos averiguar a qué distancia se encuentra sin tener que llegar hasta ella. Mi compañero se aleja en dirección a la torre, 100 metros. Medimos el ángulo que nuestra visual con la torre y obtenemos 25° y 140°. Calcula a qué distancia estoy de la Torre.

15. Dos de los lados, de una finca de forma triangular miden 20 m y 15 m, respectivamente. El ángulo comprendido entre estos dos lados es de 70º.

    a. Si deseáramos vallar la finca, ¿cuántos metros de valla necesitaríamos?

    b. Si el metro lineal de valla cuesta 20 €, ¿tendremos suficiente con 1000 €? Razona tu respuesta.

16. Un pintor está trabajando en la fachada de una casa. Para hacerlo utiliza una escalera de 11 metros que tiene apoyada sobre la pared y forma un ángulo de 40º con el suelo. En un determinado momento la escalera resbala, pero sin caerse. Sigue apoyada en la pared, pero ahora su altura ha bajado 2m.

    a. ¿Qué ángulo formará la escalera con el suelo después del resbalón?

    b. ¿Qué espacio habrá retrocedido el punto de apoyo con el suelo?

17. De un triángulo conocemos dos de sus lados y un ángulo, $a = 10$ cm, $b = 20$ cm y $A=30º$. Calcular los demás datos del triángulo y su área

18. Estamos en el campo y en lo alto observamos a un halcón que vuela a 120 m de altura sobre el suelo, nuestro ángulo de visión con respecto al halcón en ese momento de 60º. Vemos también a una perdiz que está a 100 metros de altura sobre el suelo, nuestro ángulo de visión respecto a la perdiz es de 30º. El buitre lo ha vista y se lanza a por él ¿lo cazará? Tener en cuenta que e buitre sólo logrará alcanzar a la perdiz si la distancia entre ellos es menor de 150m, en otro caso a la perdiz le dará tiempo de esconderse entre los matorrales y la perderá. Es obligatorio hacer un esquema de la situación

19. Calcular sin utilizar la calculadora, el resto de razones trigonométricas (seno y coseno) de un ángulo α sabiendo que $tg\alpha=1/2$ y que α pertenece al primer cuadrante.

20. Los alumnos de 1º de Bach estáis de excursión donde habéis ido a montar en globo, en una llanura enorme. Iván acaba de descender de uno de los globos y observa a Tania con sus prismáticos, que está subiendo a otro globo en ese momento, por la lectura de su aparato de observación sabe que él y Tania están a una distancia de 8 km. En el aire hay otro globo en el que viajan Alba y Joel, Iván los observa bajo un ángulo de 20º, en cambio Tania los ve bajo un ángulo de 35º. ¿A qué distancia está Tania del globo de Alba y Joel?

PROBLEMAS DE REFUERZO

21. Quiero calcular la altura de una torre a la que no me puedo acercar. Para ello dirijo mi mirada hasta el punto más alto de la torre y obtengo un ángulo de 27,25°. Me acerco todo lo que puedo (10 metros) y vuelvo a medir mi ángulo de visión, obteniendo 42,71°, Calcula la altura de la torre sabiendo que mis ojos están a una altura de 1,6 metros del suelo.

22. Un coche se dirige por una larga recta cuando el conductor divisa a su izquierda un pequeño torreón, en ese momento su ángulo de visión con respecto al pie de la torre es de 30°. Continúa por la misma recta durante 1 Km y en ese momento su ángulo de visión es de 45°5’24”.

    a. Calcula la distancia a la que está el coche de la Torre desde su última posición.

    b. Si a 100 metros hay un cruce que le lleva directamente a la Torre, calcula el tiempo que tarda en llegar a ella si su velocidad es de 50Km/h

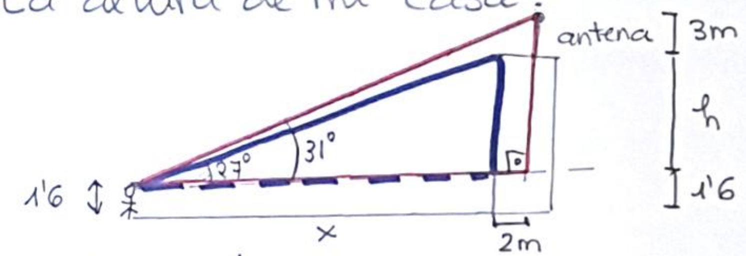
23. Calcula el área de un pentágono regular de 4 cm de lado. ¿y si fuese un polígono regular de 7 lados?

24. Queremos calcular la altura de un torreón cuya base es inaccesible y del que sabemos que estamos a una distancia de 50,4 metros. Para ello medimos el ángulo que forma la horizontal con nuestra línea de visión al punto más alto de la torre 37,38° y lo mismo pero con respecto a la base del torreón 6,79°.

25. Queremos calcular la altura de un torreón de base inaccesible, desconocemos nuestra distancia al torreón y para medir los ángulos nos subimos a un pequeño montículo de 3,6 metros de frente a la torre. Medimos nuestro ángulo de visión al punto más alto de la torre 55° y lo mismo al punto más bajo 16°. Tened en cuenta que mis ojos están a una altura de 1,4 metros.

26. No hay, es un error de las soluciones, donde pone ejercicio 26 es en realidad la continuación del problema 25

1º) La altura de mi casa.



$$\left.\begin{array}{l} tg\,27^\circ = \dfrac{h}{x} \quad \text{(triángulo AZUL)} \\ tg\,31^\circ = \dfrac{3+h}{x+2} \quad \text{(triángulo ROJO)} \end{array}\right\}$$

$x = \dfrac{h}{tg\,27^\circ}$ despejo x en 1ª ec.

sustituyo en 2ª ec.

$$tg\,31^\circ\,(x+2) = 3+h \Leftrightarrow tg\,31^\circ\left(\frac{h}{tg\,27} + 2\right) = 3+h$$

$$\frac{tg\,31}{tg\,27}\,h + 2\,tg\,31 = 3+h \Leftrightarrow \frac{tg\,31^\circ}{tg\,27^\circ}\,h - h = 3 - 2\,tg\,31^\circ$$

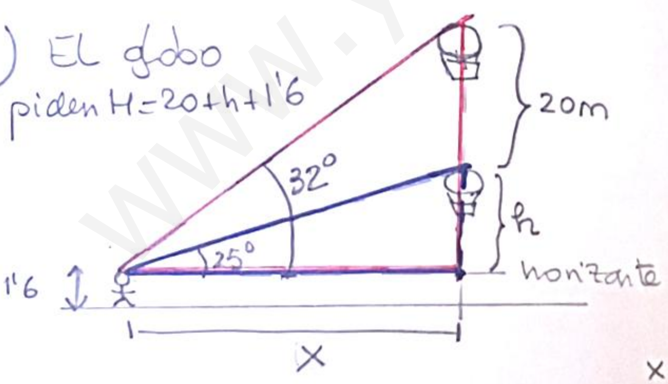
$$\left(\frac{tg\,31}{tg\,27} - 1\right)h = 3 - 2\,tg\,31^\circ \Leftrightarrow h = \frac{3 - 2\,tg\,31^\circ}{\dfrac{tg\,31}{tg\,27} - 1} \simeq$$

$$\simeq \frac{3 - 2\cdot 0'6}{\dfrac{0'6}{0'51} - 1} = \frac{1'8}{0'18} \simeq 10\text{ m}$$

Altura Edificio $\simeq 10 + 1'6 = \boxed{11'6\text{ m}}$

2) El globo

piden $H = 20 + h + 1'6$



$$\left.\begin{array}{l} \text{triángulo azul } tg\,25^\circ = \dfrac{h}{x} \\ \text{triángulo rojo } tg\,32^\circ = \dfrac{h+20}{x} \end{array}\right\}$$

despejo x en 1ª y sustituyo en la 2ª

$$x = \frac{h}{tg\,25}$$

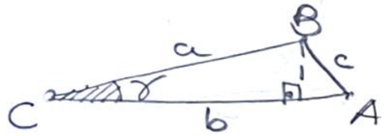
$$x\,tg\,32^\circ = h + 20 \Leftrightarrow \frac{h}{tg\,25}\,tg\,32^\circ = h+20$$

$$h\,\frac{tg\,32}{tg\,25} - h = 20 \Leftrightarrow \quad h = \frac{20}{\dfrac{tg\,32}{tg\,25} - 1} \simeq 58'82\text{ m}$$

$$h\left(\frac{tg\,32}{tg\,25} - 1\right) = 2$$

Altura total $= 58'82 + 20 + 1'6 \simeq \boxed{80'42\text{ m}}$

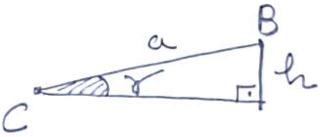
pg 2

3) 

triángulo CUALQUIERA

Área triángulo $= \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$

la altura determina un triángulo rectángulo dentro del otro



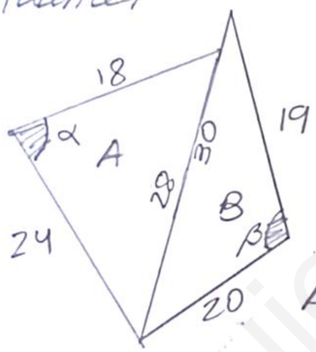
$\operatorname{sen}\gamma =: \frac{h}{a}$ $\quad \frac{\text{cat. op.}}{\text{hipot.}}$

despejando $h = a \cdot \operatorname{sen}\gamma$

Sustituyo en la fórmula del área $\quad \text{Area} = \frac{b \cdot h}{2} =$

$= \boxed{\frac{b \cdot a \operatorname{sen}\gamma}{2}}$ demostrado

4) fincas colindantes



a) α? β?

usando th. coseno

$28^2 = 18^2 + 24^2 - 2 \cdot 18 \cdot 24 \cos\alpha$

$30^2 = 19^2 + 20^2 - 2 \cdot 19 \cdot 20 \cdot \cos\beta$

$A \rightarrow \cos\alpha = \frac{28^2 - 18^2 - 24^2}{-2 \cdot 18 \cdot 24} \simeq 0'13$

$\alpha \simeq 82{,}28^\circ$

finca $B \rightarrow \cos\beta = \frac{30^2 - 19^2 - 20^2}{-2 \cdot 19 \cdot 20} \simeq 0'18$

$\beta \simeq 79{,}63^\circ$

b) Área finca $A = \frac{18 \cdot 24 \cdot \operatorname{sen} 82{,}28^\circ}{2}$ (usando la fórmula del ej. 3)

$\simeq \boxed{212'9 \text{ m}^2}$

Área finca $B = \frac{19 \cdot 20 \cdot \operatorname{sen} 79{,}63^\circ}{2} \simeq \boxed{186{,}9 \text{m}^2}$

Tiene más superficie $\boxed{\text{la finca A}}$, luego será la más cara pág. 3

5) El barco de vela de Miguel

$\Rightarrow$ th. coseno (es obvio)

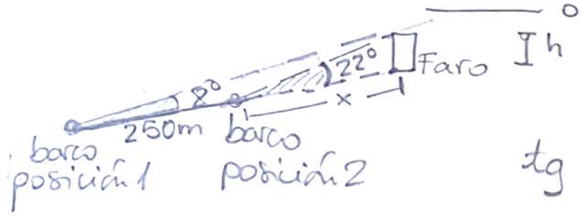
$$e^2 = 16'44^2 + 17'43^2 - 2 \cdot 16'44 \cdot 17'43 \cos(34^\circ 11' 8{,}8'') \simeq 100{,}02$$

$$(34^\circ 11' 8{,}8'' \simeq 34{,}19^\circ)$$

$$e = \sqrt{100{,}02} \simeq 10{,}001 \simeq 10 \text{ metros}$$

— o —

6)



queda combustible para 400 metros

$$\left.\begin{array}{l} tg\, 8^\circ = \dfrac{h}{x+250} \\ tg\, 22^\circ = \dfrac{h}{x} \end{array}\right\} \quad h = tg\, 8^\circ (x+250) \quad x = \frac{h}{tg\, 22^\circ}$$

$$h = tg\, 8^\circ\left(\frac{h}{tg\, 22^\circ} + 250\right) \Leftrightarrow h = \frac{tg\, 8^\circ}{tg\, 22^\circ} h + tg\, 8^\circ \cdot 250$$

$$h - \frac{tg\, 8^\circ}{tg\, 22^\circ} h = tg\, 8^\circ \cdot 250 \Leftrightarrow h\left(1 - \frac{tg\, 8^\circ}{tg\, 22^\circ}\right) = tg\, 8^\circ \cdot 250$$

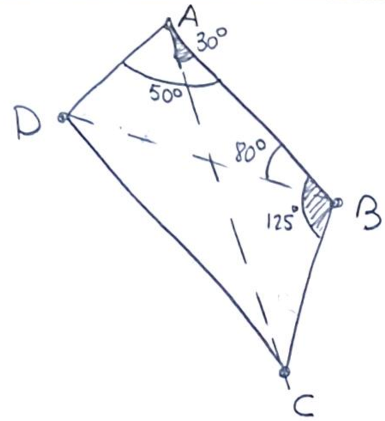
$$h = \frac{250 \cdot tg\, 8^\circ}{1 - \dfrac{tg\, 8^\circ}{tg\, 22^\circ}} \simeq \boxed{53'88 \text{ m}}$$ altura del faro

$$x = \frac{53'88}{tg\, 22^\circ} \simeq \boxed{133{,}36 \text{ m}}$$

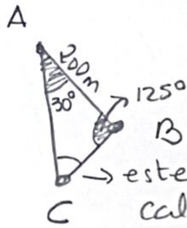
tenían combustible
para 400m
recorrieron 250
$400 - 250 = 150$
les quedaba combustible
para 150m
el faro está a 133'36m
justitos, pero llegan

(en realidad se estrellarían... porque a 133 metros de un faro están en medio de bajos)

7)



$C\widehat{A}B = 30^\circ$
$D\widehat{A}B = 50^\circ$
$C\widehat{B}A = 125^\circ$
$D\widehat{B}A = 80^\circ$



→ este ángulo lo calculo antes como $180^\circ - (125^\circ + 30^\circ) = 25^\circ$

* Calcular $\overline{BC}$ triángulo $A\widehat{B}C$

th seno:

$$\frac{\overline{BC}}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{200}{\text{sen } 25^\circ} \Leftrightarrow \overline{BC} = 200 \cdot \frac{\text{sen } 30^\circ}{\text{sen } 25^\circ} \simeq \boxed{236'62 \text{ m}}$$

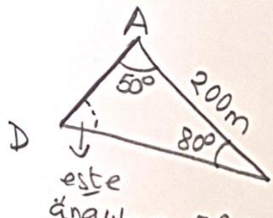
* Calcular $\overline{AC}$. triángulo $A\widehat{B}C$ (el mismo de antes)

th. seno:

$$\frac{\overline{AC}}{\text{sen } 125^\circ} = \frac{200}{\text{sen } 25^\circ} \Leftrightarrow \overline{AC} = 200\, \frac{\text{sen } 125^\circ}{\text{sen } 25^\circ}$$

$$\overline{AC} \simeq \boxed{387'66 \text{ m}}$$

* Calcular $\overline{AD}$ tomo el triángulo



este ángulo es 50° (para que sumen 180°)

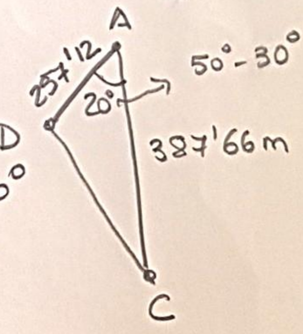
$180 - (50 + 80) = 50$

th. seno

$$\frac{\overline{AD}}{\text{sen } 80^\circ} = \frac{200}{\text{sen } 50^\circ}$$

$$\overline{AD} = 200\, \frac{\text{sen } 80^\circ}{\text{sen } 50^\circ} \simeq \boxed{257'12 \text{ m}}$$

* Calcular $\overline{CD}$ tomo el triángulo



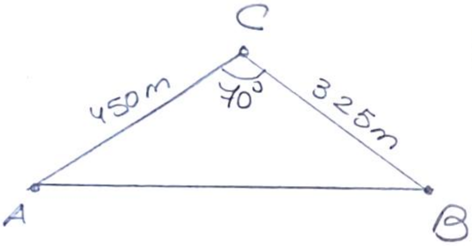
th. coseno

$$\overline{CD}^2 = 257'12^2 + 387'66^2 - 2 \cdot 257'12 \cdot 387'66 \cos 20^\circ$$

$$\overline{CD} = \sqrt{29062'98} \simeq \boxed{170'48 \text{ m}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Área triángulo } A\widehat{B}C = \dfrac{200 \cdot \overline{BC}}{2} \text{ sen } 125^\circ \simeq 19382'78 \text{ m}^2 \\ \text{Área triángulo } A\widehat{C}D = \dfrac{257'12 \cdot 387'66}{2} \text{ sen } 20^\circ \simeq 17045'45 \text{ m}^2 \end{array}\right\} \text{Área} = \boxed{36428'23 \text{ m}^2}$$

8) distancia entre 2 ptos de un bosque



th. coseno

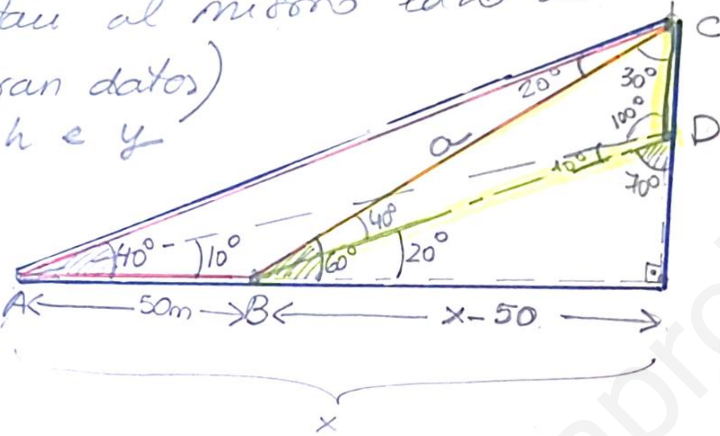
$$(\overline{AB})^2 = 450^2 + 325^2 - 2 \cdot 450 \cdot 325 \cdot \cos 70^\circ$$

$$\boxed{\overline{AB} \simeq 456{,}16\ m}$$

9) En el enunciado faltaba por indicar que A y B están al mismo lado de la torre

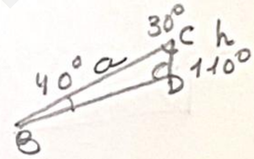
(Sobran datos)

piden h e y



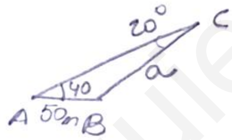
altura de la torre = = h

y



triángulo amarillo

triángulo rojo



→ de aquí saco una dist. auxiliar "a"

$$\frac{a}{\operatorname{sen} 40^\circ} = \frac{50}{\operatorname{sen} 20^\circ} \Rightarrow$$

$$a = 50 \cdot \frac{\operatorname{sen} 40^\circ}{\operatorname{sen} 20^\circ} \simeq \underline{\underline{93'97 m}}$$

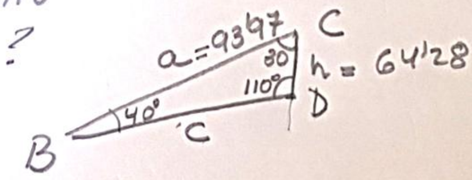
con esta distancia en el triángulo amarillo calculo h

$$\frac{93'97}{\operatorname{sen} 110^\circ} = \frac{h}{\operatorname{sen} 40^\circ}$$

$$\Rightarrow h = 93'97 \, \frac{\operatorname{sen} 40^\circ}{\operatorname{sen} 110^\circ} \simeq \boxed{64'28\ m}$$ altura de la Torre $\overline{CD}$

* Me falta calcular y?

cojo el triángulo amarillo otra vez

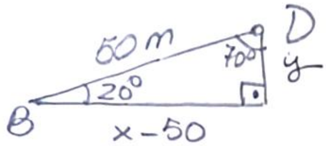


calculo la distancia auxiliar "c"

$$\frac{c}{\operatorname{sen} 30^\circ} = \frac{93'97}{\operatorname{sen} 110^\circ} \; ; \; c = 93'97 \, \frac{\operatorname{sen} 30^\circ}{\operatorname{sen} 110^\circ}$$

$$c \simeq 50 m$$

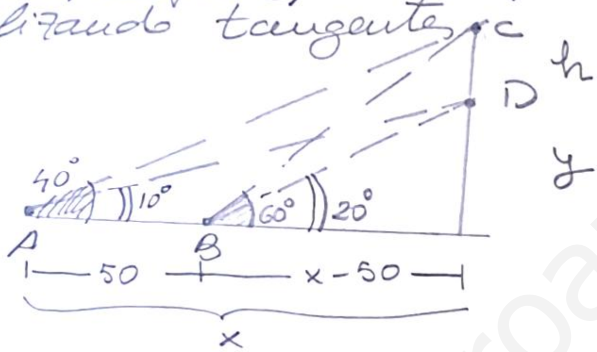
con esa distancia auxiliar calculo, en el triángulo la distancia y



$$\frac{50}{\operatorname{sen} 90} = \frac{y}{\operatorname{sen} 20^\circ}$$

$$y = 50 \, \frac{\operatorname{sen} 20^\circ}{\operatorname{sen} 90^\circ} \simeq \boxed{17'1\ m}$$ la altura desde la base de la Torre a la horizontal AB

Otra forma distinta (para mí, más fácil) de plantear el problema utilizando tangentes



$$\left.\begin{array}{l} tg\, 40^\circ = \dfrac{h+y}{x} \\ tg\, 10^\circ = \dfrac{y}{x} \\ tg\, 60^\circ = \dfrac{h+y}{x-50} \\ tg\, 20^\circ = \dfrac{y}{x-50} \end{array}\right\}$$

Me quedo con 3 Me sobra 1 ecuación

$$\left.\begin{array}{l} tg\, 40 = \dfrac{h+y}{x} \\ tg\, 10 = \dfrac{y}{x} \\ tg\, 20 = \dfrac{y}{x-50} \end{array}\right\}$$

despejo x en la 2ª y sustituyo en la 3ª

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{y}{tg\, 10} \\ tg\, 20\,(x-50) = y \end{array}\right\} \ tg\, 20\left(\frac{y}{tg\, 10} - 50\right) = y$$

$$y\,\frac{tg\, 20}{tg\, 10} - 50\, tg\, 20 = y \ ; \ y\,\frac{tg\, 20}{tg\, 10} - y = 50\, tg\, 20$$

$$\left(\frac{tg\, 20}{tg\, 10} - 1\right) y = 50\, tg\, 20 \ ; \ y = \frac{50 \cdot tg\, 20}{\dfrac{tg\, 20}{tg\, 10} - 1} \simeq$$

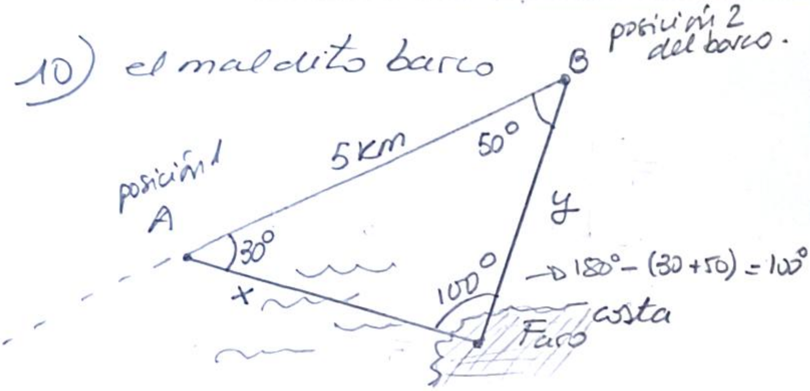
$$y = \boxed{17'1\ m}$$ altura desde la base de la torre a la horizontal $\overline{AB}$

sustituyo en 2º $x = \dfrac{y}{tg\, 10} \simeq 96'98 m$

; sustituyo en 1º $\rightarrow$ $x\, tg\, 40 = h + y \Leftrightarrow h = x\, tg\, 40 - y$

$$h = 96'98 \cdot tg\, 40 - 17'1 \simeq \boxed{64'28\ m}$$ altura de la torre

10) el maldito barco



15' a 20km/h

recorre $60' — 20$ km

$15' — x$

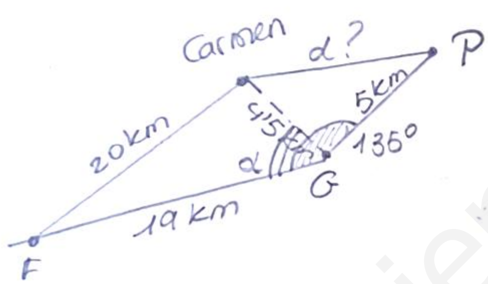
$x = \frac{20 \cdot 15}{60} = 5$ km

Piden x e y

th. seno: $\frac{x}{\text{sen}50°} = \frac{5}{\text{sen}100} \Leftrightarrow x = 5\,\frac{\text{sen}50}{\text{sen}100} \simeq 3'89$ km

$\frac{y}{\text{sen}30°} = \frac{5}{\text{sen}100} \Leftrightarrow y = 5\,\frac{\text{sen}30}{\text{sen}100} \simeq 2'54$ km

11)



navega a 15km/h en dirección a P

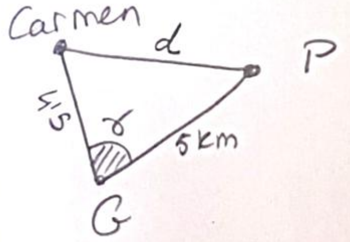
tenemos que calcular d = distancia del barco al puerto en ese momento

antes de eso calculamos el ángulo α que forman $F\widehat{G}Carmen$

th coseno $20^2 = 19^2 + 4'5^2 - 2 \cdot 19 \cdot 4'5 \cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{20^2 - 19^2 - 4'5^2}{-2 \cdot 19 \cdot 4'5} \simeq -0'10965$

$\boxed{\alpha \simeq 96,3°}$



Entonces el ángulo

$\gamma = 135° - 96,3° \simeq \boxed{38,7°}$

por el th. coseno

$d^2 = 4'5^2 + 5^2 - 2 \cdot 4'5 \cdot 5 \cos(38,7°) \simeq 10'13$

$d \simeq \boxed{3'18 \text{ km}}$

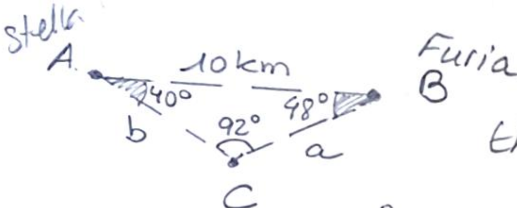
Si $v = 15$ km/h :

$60' — 15$ km

$x — 3'18$ km

$x = \boxed{12,72'}$ en casi 13' estará en el puerto

12) El rescate



$180-(40+48)=92°$

Stella 20 km/h
Furia 15 km/h
calcular b, a - ?

Th. seno

$$\frac{10}{\text{sen}92}=\frac{a}{\text{sen}40}=\frac{b}{\text{sen}48}$$

$$a=\frac{10}{\text{sen}92}\text{sen}40\simeq 6'43 \text{ km}$$ → (está más cerca el barco Furia)

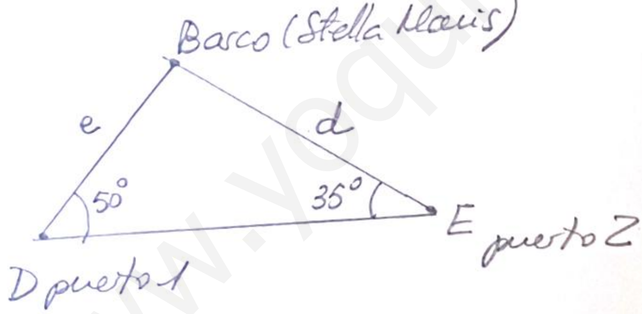
$$b=\frac{10}{\text{sen}92}\text{sen}48\simeq 7'44 \text{ km}$$

Como Stella va a 20km/h → $60'$ — 20 km; x — 7'44 km } $x=22{,}32'$

Como Furia va a 15km/h → $60'$ — 15 km; y — 6,43 km } $y=25{,}72'$

llega antes el Stella maris (3 minutos antes)

13) Los náufragos



a) El capitán se equivoca tiene datos suficientes para saber quien es más corto

$$\frac{e}{\text{sen}35°}=\frac{d}{\text{sen}50°}$$

$$e=\frac{\text{sen}35°}{\text{sen}50°}d$$

$\frac{\text{sen}35°}{\text{sen}50°}=$ 0'75

como $0{,}75<1$ ⇒

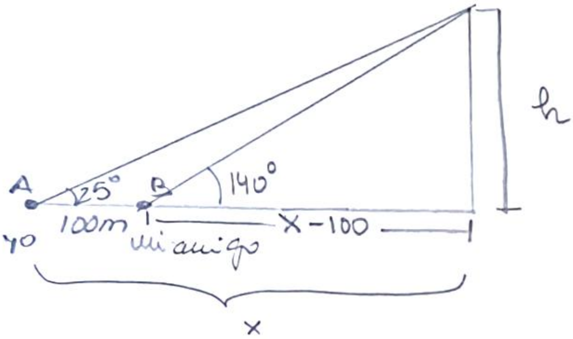
$$e=0'75.d<1.d=d$$

$$\boxed{e<d}$$

está claro que el puerto más cercano es D

si además queremos calcular la distancia deberíamos pedir la distancia entre ambos puertos

(14)



pideu x ?

$$\left.\begin{array}{l} tg\,25 = \dfrac{h}{x} \\ tg\,140 = \dfrac{h}{x-100} \end{array}\right\}$$

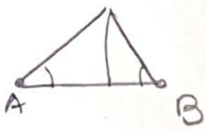
$$\left.\begin{array}{l} h = x\,tg\,25 \\ (x-100)\cdot tg\,140 = h \end{array}\right\} \quad (x-100)\,tg\,140 = x\,tg\,25$$

$$x\,tg\,140 - 100\,tg\,140 - x\,tg\,25 = 0$$

$$x\,tg\,140 - x\,tg\,25 = 100\,tg\,140 \quad ; \quad x = \frac{100\,tg\,140}{tg\,140 - tg\,25} \simeq \boxed{64{,}28\,m}$$

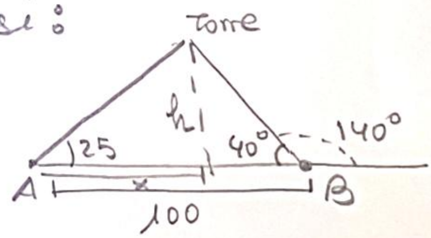
Estoy a 64,28 m → El enunciado ESTÁ MAL redactado

porque en ese caso mi amigo se habría pasado de largo la Torre.



64,28 < 100

* el dibujo sería así:



Replanteamos el ejercicio:
(con los mismos datos)

$$\left.\begin{array}{l} tg\,25 = \dfrac{h}{x} \\ tg\,40 = \dfrac{h}{100-x} \end{array}\right\} \begin{array}{l} h = x\,tg\,25 \\ h = (100-x)\,tg\,40 \end{array}$$

$$x\,tg\,25 = (100-x)\,tg\,40$$

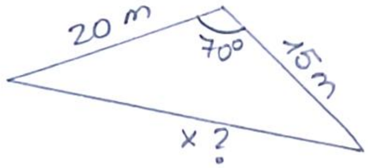
$$x\,tg\,25 = 100\,tg\,40 - x\,tg\,40$$

$$x\,tg\,25 + x\,tg\,40 = 100\,tg\,40$$

$$x = \frac{100\,tg\,40}{tg\,25 + tg\,40} \simeq \boxed{64'28\,m}$$

distancia a la que yo estoy de la torre.

15 finca



th. coseno

$x^2 = 20^2 + 15^2 - 2 \cdot 20 \cdot 15 \cos 70$

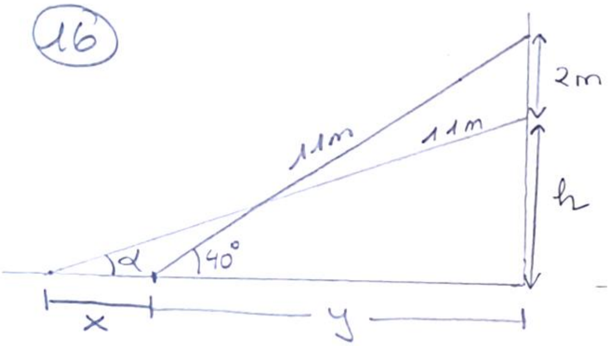
$x \simeq \boxed{20{,}49\, m}$

a) Perímetro $= 20 + 15 + 20{,}49 = \boxed{55{,}49\, m}$

b) 20 €/m nos costaría $\simeq 56 \cdot 20 = 1120$ €

No nos llegan los 1000 € nos faltan cerca de 120 €

16



$\operatorname{sen} \alpha = \frac{c.o.}{hipot.} = \frac{h}{11} \Rightarrow h = 11 \operatorname{sen} \alpha$

$\operatorname{sen} 40 = \frac{h+2}{11} \Rightarrow$

$11 \cdot \operatorname{sen} 40 = (h+2)$

$11 \operatorname{sen} 40 = 11 \operatorname{sen} \alpha + 2$

$\operatorname{sen} \alpha = \frac{11 \operatorname{sen} 40 - 2}{11} \simeq 0{'}46$

$\alpha \simeq \underline{27{,}45°}$ el ángulo que forma después del resbalón.

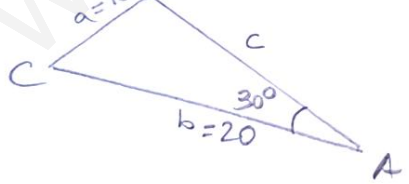
$\cos 40° = \frac{y}{11} \Rightarrow y = 11 \cdot \cos 40°$

$\cos 27{,}45° = \frac{x+y}{11}$; $\cos 27° = \frac{x + 11 \cos 40°}{11}$

$11 \cos 27{,}45° = x + 11 \cos 40°$; $x = 11 \cos 27{,}45° - 11 \cos 40°$

$\boxed{x \simeq 1{'}34\, m}$ lo que ha retrocedido la escalera

17



$\frac{10}{\operatorname{sen} 30°} = \frac{20}{\operatorname{sen} B} \Rightarrow \operatorname{sen} B = \frac{20 \cdot \operatorname{sen} 30°}{10} = 1$

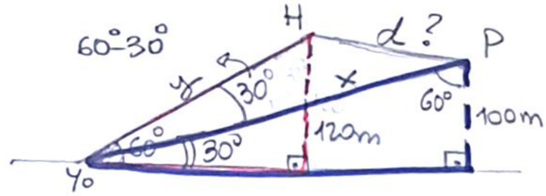
$\boxed{B = 90°} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{C = 60°}$

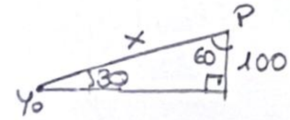
$c^2 = 20^2 + 10^2 - 2 \cdot 20 \cdot 10 \cdot \cos 60° \Rightarrow c^2 = 299{'}99$

$c \simeq \boxed{17{'}32\, m}$

18)

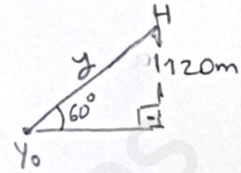


si $d < 150$m
$\Rightarrow$ se la come



1° calculo la distancia auxiliar x
th. seno

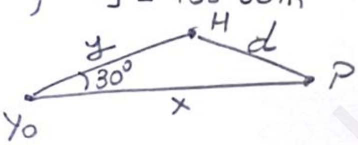
$$\frac{x}{\text{sen}90} = \frac{100}{\text{sen}30} \quad ; \quad \boxed{x = 200\text{ m}}$$



2° Utilizo el triángulo rojo para calcular y
th. seno

$$\frac{y}{\text{sen}90} = \frac{120}{\text{sen}60} \quad ; \quad y \cong 138'56\text{m}$$

3° Utilizo triángulo
para calcular d
por th. coseno



$$d^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos 30^\circ$$

$$d^2 = 200^2 + (138{,}56)^2 - 2 \cdot 200 \cdot 138{,}56 \cdot \cos 30$$

$$d \simeq \boxed{105'83\text{ m}} < 150 \quad \Rightarrow \text{se la come.}$$

19) $\text{tg}\,\alpha = \frac{1}{2}$, $\alpha \in [0°, 90°]$ (seno +, coseno +)

$$\left.\begin{array}{l} \text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \\ \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{2} \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \\ \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x = \text{sen}\,\alpha \\ y = \cos\alpha \end{array}}$$

$$x = \frac{y}{2} \Rightarrow \frac{y^2}{4} + y^2 = 1 \quad ; \quad y^2 + 4y^2 = 4$$

$$5y^2 = 4$$

$$y^2 = \frac{4}{5}$$

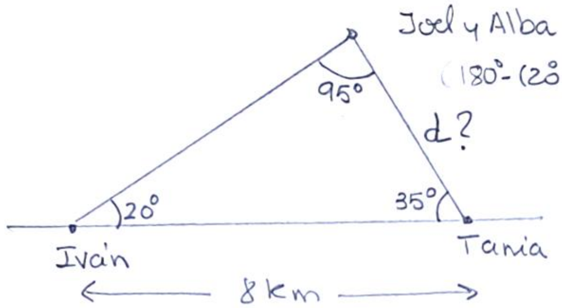
$$y = \frac{2}{\sqrt{5}} = \boxed{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

$$x = \frac{y}{2} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{5}}{10} = \boxed{\frac{\sqrt{5}}{5}}$$

$$\boxed{\text{sen}\,\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}}$$

20)



$180° - (20° + 35°) = 95°$

$$\frac{d}{\operatorname{sen} 20°} = \frac{8}{\operatorname{sen} 95°}$$

$d \simeq 4\ \text{km}$