- O exame realizarase en 50 minutos, e puntúase sobre 10.
- A proba debe cubrirse utilizando un bolígrafo azul ou negro non borrable. Poñerase o nome en todas as follas.
- Non se valorará ningunha resposta que non reflicta os pasos para chegar a ela ou non estea suficientemente razoada.
- Despexar mal ou realizar pasos matematicamente incorrectos anula o apartado dese exercicio.
- Se un alumno copia, utiliza métodos indebidos como móbil, calculadoras non aptas para selectividade, auriculares bluethoot..., retiraráselle o exame e obterá unha puntuación de 0.

1. Comproba a seguinte igualdade e indica as condicións que debe cumprir o parámetro ***a*** para que se cumpra (2 puntoa)

$$\log\left(a+\sqrt{a^2-1}\right)+\log\left(a-\sqrt{a^2-1}\right)=0$$

2. Resolve o sistema (2 puntos)

$$\begin{cases}\log_2(3^y-1)-x=0\\ 3\cdot 2^x-2\cdot 3^y=6\end{cases}$$

3. Resolve a ecuación: (2 puntos)

$$4e^{-3x}-5e^{-x}+e^x=0$$

4. Resolve polo método de Gauss os sistemas: (4 puntos)

$$a)\ \begin{cases}x-3y+7z=10\\ 5x-y+z=8\\ x+4y-10z=-11\end{cases}\qquad b)\ \begin{cases}x-y-3z=1\\ 2x+y=0\\ x+y+2z=0\end{cases}$$

Soluciones

$\boxed{1}$ a) $\log(a+\sqrt{a^2-1}) + \log(a-\sqrt{a^2-1}) = \log\left[(a+\sqrt{a^2-1})(a-\sqrt{a^2-1})\right] =$

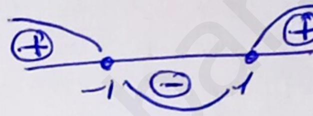
suma por diferencia =
= diferencia de cuadrados
producto notable

$= \log\left[a^2 - (\sqrt{a^2-1})^2\right] = \log(a^2-(a^2-1)) = \log(\cancel{a^2}-\cancel{a^2}+1) = \log 1 = \underline{\underline{0}}$

b) Sí, es cierto, para aquellos valores en los q. exista el logaritmo

para ello $\left.\begin{array}{l} a-\sqrt{a^2-1} > 0 \\ a+\sqrt{a^2-1} > 0 \end{array}\right\}$ además $a^2-1 \geq 0$

$a^2-1=0 \Leftrightarrow a = \pm 1$



* si $a \leq 1 \Rightarrow$ como $\left.\begin{array}{l}\sqrt{a^2-1} < |a| \\ \text{para } |a|>1\end{array}\right\} \Rightarrow a - \sqrt{a^2-1} < 0$ No valen

$\uparrow$ si $a<0$

* si $a \geq 1 \Rightarrow$ $a^2-1\geq 0$ y además $\underset{\substack{\vee\!\!\shortparallel \\ 1}}{a} + \underset{\substack{\vee\!\!\shortparallel \\ 0}}{\sqrt{a^2-1}} \geq 1 \Rightarrow \exists \log(a+\sqrt{a^2-1})$

como $a \geq 1 \Rightarrow a^2-1 \geq 0$ $\Rightarrow a - \sqrt{a^2-1} \geq 0$

como $\sqrt{a^2-1} \leq a$

$\Rightarrow \exists \log(a-\sqrt{a^2-1})$

por a) 1'5ptos
b) 0'5ptos

Solución válida para $\underline{a \geq 1}$

$\boxed{2}$ $\log_2(3^y-1) - x = 0 \Rightarrow x = \log_2(3^y-1)$ sustituyendo:

$3\cdot \underbrace{2^{\log_2(3^y-1)}}_{\substack{\shortparallel \\ 3^y-1}} - 2\cdot 3^y = 6 \Leftrightarrow 3(3^y-1) - 2\cdot 3^y = 6$

$\Leftrightarrow 3\cdot 3^y - 3 - 2\cdot 3^y = 6$; $3^y(3-2) = 6+3$; $3^y = 9$; $\boxed{y=2}$

$\Rightarrow x = \log_2(3^2-1) = \log_2 8 = \boxed{3}$

Comprobación: $\log(3^2-1) - 3 = \log 8 - 3 = 3-3 = 0$ ✓ cierto

$3\cdot 2^3 - 2\cdot 3^2 = 24 - 18 = 6$ ✓ cierto

$\boxed{3}$ $4e^{-3x} - 5e^{-x} + e^{x} = 0$; tener en cuenta q. $e^x > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$ y por tanto $\neq 0$ ↓

llamo $t = e^x \Rightarrow 4t^{-3} - 5t^{-1} + t = 0$; $4 - 5t^2 + t^4 = 0$;

$a = t^2$ (bicuadrada) $a^2 - 5a + 4 = 0$; $a = \left\langle \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \right.$

para $a = 4 \Rightarrow t = \pm 2$; si $t = -2 \Rightarrow \nexists \ Ln(-2)$ No vale

para $a = 1 \Rightarrow t = \pm 1$; si $t = -1 \Rightarrow \nexists \ Ln(-1)$ No vale

soluciones válidas $t = 2$ y $t = 1$; como $x = Ln\, t \Rightarrow$

Soluciones $x = Ln 2$ y $x = 0$

$\boxed{4}$ a) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 7 & 10 \\ 5 & -1 & 1 & 8 \\ 1 & 4 & -10 & -11 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 \leftrightarrow F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 7 & 10 \\ 1 & 4 & -10 & -11 \\ 5 & -1 & 1 & 8 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-5F_1]{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 7 & 10 \\ 0 & 7 & -17 & -21 \\ 0 & 14 & -34 & -42 \end{array}\right)$

$\xrightarrow{F_3-2F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 7 & 10 \\ 0 & 7 & -17 & -21 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$ $\boxed{\text{S.C.I. } \infty \text{ sol}}$

$\begin{cases} x - 3y + 7z = 10 \\ 7y - 17z = -21 \end{cases}$

$\boxed{z = \lambda} \in \mathbb{R}$

$y = \dfrac{-21 + 17\lambda}{7} = \boxed{-3 + \dfrac{17}{7}\lambda}$

$x = 10 + 3y - 7z$; $x = 10 + 3\left(-3 + \frac{17}{7}\lambda\right) - 7\lambda$;

$x = 10 - 9 + \frac{51}{7}\lambda - 7\lambda$; $x = 1 + \frac{51-49}{7}\lambda$; $\boxed{x = 1 + \frac{2}{7}\lambda}$

Sol $= \left\{ \left(1 + \frac{2}{7}\lambda, -3 + \frac{17}{7}\lambda, \lambda\right) / \lambda \in \mathbb{R} \right\}$

b) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{F_2-2F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -3 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & -2 \\ 0 & 2 & 5 & -1 \end{array}\right) \xrightarrow[3F_3]{2F_2}$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -3 & 1 \\ 0 & 6 & 12 & -4 \\ 0 & 6 & 15 & -3 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_2]{} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -3 & 1 \\ 0 & 6 & 12 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{array}\right)$ $\boxed{\begin{matrix}\text{S.C.D} \\ \exists^{o} \text{ sol.}\end{matrix}}$

$3z = 1 \Rightarrow \boxed{z = \frac{1}{3}}$ $6y + 12z = -4$; $6y + \frac{12}{3} = -4$;

$6y = -4 - 4$; $6y = -8$; $y = -\frac{8}{6} = \boxed{-\frac{4}{3}}$

$x - y - 3z = 1$; $x = 1 + y + 3z$; $x = 1 - \frac{4}{3} + 3\left(\frac{1}{3}\right)$; $x = 2 - \frac{4}{3}$

$x = \frac{6-4}{3}$; $\boxed{x = \frac{2}{3}}$

$\boxed{\text{Sol: } \left(\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right)}$