PROBLEMAS DE DISTRIBUCIÓN NORMAL TÍPICOS

1. (Castilla-León 2021, Modelo) La variable aleatoria IMC (índice de masa corporal, de modo abreviado) de las personas adultas de un determinado país sigue una distribución normal de media 26 y desviación típica de 6. Si tener un IMC superior a 35 significa ser obeso, encontrar la proporción de personas adultas obesas de ese país.

2. (Castilla-León 2021, Extraordinaria) Se sabe que el coeficiente intelectual de la población adulta española sigue una distribución normal de media 100 y desviación típica 20.
   a. ¿Qué porcentaje de españoles adultos se espera que tengan un coeficiente intelectual entre 95 y 105?
   b. Si se considera que una persona es superdotada cuando su coeficiente intelectual es mayor que 160, calcular el porcentaje de españoles adultos que son superdotados.

3. (Extremadura 2021, Extraordinaria) La duración de un Smartphone se ajusta a una normal de media 3 años y desviación típica de 1 año. El fabricante da una garantía de 3,5 años a sus Smartphone.
   a. Calcular la probabilidad de que un Smartphone dure menos que la garantía.
   b. Calcular la probabilidad de que un Smartphone dure más de 5 años.

4. (Galicia 2021, Modelo) En un determinado lugar, la temperatura máxima durante el mes de julio sigue una distribución normal de media 25℃ y desviación típica 4℃. Calcule la probabilidad de que la temperatura máxima de un cierto día esté comprendida entre 21℃ y 27.2℃. ¿En cuántos días del mes se espera que la temperatura máxima permanezca dentro de ese rango?

5. (Galicia 2021, Extraordinaria) El grosor de las planchas de acero que se producen en una cierta fábrica sigue una distribución normal de media 8 mm y desviación típica 0.5 mm. Calcule la probabilidad de que una plancha elegida al azar tenga un grosor comprendido entre 7.6 mm y 8.2 mm.

www.yoquieroaprobar.es

6. (Baleares 2021, Ordinaria) Una compañía aérea ha observado que los pesos de las maletas de un determinado trayecto siguen una distribución normal de media 7,5 kg y desviación típica de 0,4 kg. Calcula la probabilidad de que, elegida una maleta al azar:
    a. pese menos de 7,2 kg pero más de 7 kg.
    b. pese entre 7,8 kg y 8 kg.
    c. Si en un trayecto hay 90 maletas, ¿cuántas maletas es de esperar que pesen al menos 8,1 kg?

7. (Baleares 2021, Extraordinaria) La altura de las personas de una clase se distribuye según una normal de media 160 cm y desviación típica 10 cm. Calcula la probabilidad de que, elegida al azar una persona de la clase, su altura:
    a. sobrepase los 170 cm.
    b. sea menor que 155 cm.
    c. esté comprendida entre 155 cm y 170 cm

8. (Canarias 2021, Extraordinaria) Suponiendo que el tiempo de espera en la cola de Correos sigue una distribución normal de media 7,5 minutos con 2 minutos de desviación típica.
    a. Hallar el porcentaje de personas que esperan más de 9 minutos.
    b. Correos afirma que: "Menos del 40% de las personas que acuden a Correos esperan entre 7 y 10 minutos". ¿Es correcta la afirmación?

9. (La Rioja 2021, Ordinaria) La duración de un cierto modelo de máquina de aire acondicionado sigue una distribución normal, con media 20 años y desviación típica 5 años. El fabricante garantiza el buen funcionamiento de la máquina por un periodo de 25 años.
    a. ¿Qué porcentaje de máquinas se espera que no cumplan la garantía?
    b. ¿Qué proporción de máquinas tienen una duración comprendida entre los 15 y 21 años?

10. (País Vasco 2021, Extraordinaria) La estatura de los individuos de una población sigue una distribución normal de media 1,74 cm y desviación típica 0,05 cm. Se elige un individuo al azar.
    a. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga una estatura igual o inferior a la media?
    b. ¿Cuál es la probabilidad que su estatura esté comprendida entre 1,64 y 1,84 cm?
    c. Si la población está compuesta por 1500 individuos, ¿Cuántos tienen una estatura inferior a 1,54 cm?

www.yoquieroaprobar.es

PROBLEMAS CLÁSICOS Y FÁCILES DE DIST. NORMAL

1 $IMC \in N(26, 6)$ $\qquad IMC > 35$ = "ser obeso"

calcular $P(IMC > 35) \underset{\uparrow}{=} P\left(Z > \dfrac{35-26}{6}\right) = P(Z > 1'5) =$

tipificamos

$$Z = \frac{IMC - 26}{6} \in N(0,1)$$

$= 1 - P(Z < 1'5) \underset{\uparrow}{=} 1 - 0'9332 = \boxed{0'0668} = \boxed{6'68\%}$

TABLA

6'68% de la población sufre obesidad

2 $CI \in N(100, 20)$ tipificamos $Z' = \dfrac{CI - 100}{20} \in N(0,1)$

a) $P(95 < CI < 105) \underset{\uparrow}{=} P\left(\dfrac{95-100}{20} < Z' < \dfrac{105-100}{20}\right) =$

tipificamos

$= P(-0'25 < Z' < 0'25) = P(Z' < 0'25) - P(Z' < -0'25) =$

$= P(Z' < 0'25) - (P(Z' > 0'25) =$

$= P(Z' < 0'25) - [1 - P(Z' < 0'25)] =$

$= 2P(Z' < 0'25) - 1 \underset{\uparrow}{=} 2 \cdot 0'5987 - 1 =$

TABLA

$= \boxed{0'1974} = \boxed{19'74\%}$

b) si $C.I. > 160 \Rightarrow$ la persona es superdotada

$P(CI > 160) \underset{\uparrow}{=} P\left(Z' > \dfrac{160-100}{20}\right) = P(Z' > 3) = 1 - P(Z' < 3)$

tipificamos

$$Z' = \frac{CI - 100}{20} \in N(0,1)$$

$\underset{\uparrow}{=} 1 - 0'99865 =$

TABLA

$= \boxed{0'00135} = \dfrac{13'5}{10.000} = \dfrac{135}{1000}$

son 135 de cada 1000 habitantes. $\boxed{0'135\%}$

www.yoquieroaprobar.es

3 duración Smartphone $= Z \in N(3,1)$ (en años)

El fabricante da una garantía de 3,5 años

a) que dure menos que la garantía

$$P(Z < 3'5) \underset{\uparrow}{=} P\left(Z' < \frac{3'5-3}{1}\right) = P(Z' < 0'5) \underset{\uparrow \text{ TABLA}}{=} \boxed{0'6915}$$

tipificamos

$$Z' = \frac{Z-3}{1} \in N(0,1)$$

$\boxed{69'15\%}$

b) $P(Z > 3'5) = P\left(Z' > \frac{3'5-3}{1}\right) = P(Z' > 0'5) =$

$= 1 - P(Z' < 0'5) = 1 - 0'6915 = \boxed{0'0228} = \boxed{2'28\%}$

---

4 T = "temperatura máxima (en un cierto día), durante mes de Julio"

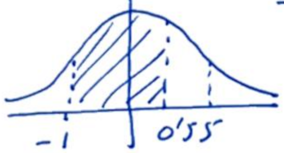
$T \in N(25,4) \Rightarrow$ tipificamos $Z' = \frac{T-25}{4} \in N(0,1)$

a) $P(21 < T < 27'2) \underset{\uparrow \text{ tipif.}}{=} P\left(\frac{21-25}{4} < Z' < \frac{27'2-25}{4}\right)$

$= P(-1 < Z' < 0'55) = P(Z' < 0'55) - P(Z' < -1) =$

$= P(Z' < 0'55) - P(Z' > 1) = P(Z' < 0'55) - [1 - P(Z' < 1)]$

$= P(Z' < 0'55) + P(Z' < 1) - 1 \underset{\uparrow \text{ TABLA}}{=} 0'7088 + 0'8413 - 1$



$= \boxed{0'5501} = \boxed{55'01\%}$

El 55'01% de los días de Julio se espera que la temperatura permanezca entre los 21° y 27'2°

Como Julio tiene 31 días $\Rightarrow$ $31 \cdot 0'5501 = 17'0531$ días

se espera que en 17 días se esté entre los 21°C y los 27'2°

---

5 Z = "grosor en mm de las planchas acero de una cierta fábrica" $\in N(8, 0'5)$

$P(7'6 < Z < 8'2) = P\left(\frac{7'6-8}{0'5} < Z' < \frac{8'2-8}{0'5}\right) = P(-0'8 < Z' < 0'4) =$

tipificamos

$$Z' = \frac{Z-8}{0'5} \in N(0,1)$$

$= P(Z' < 0'4) - P(Z' < -0'8) =$

$= P(Z' < 0'4) - P(Z' > 0'8)$

$= P(Z' < 0'4) - [1 - P(Z' < 0'8)]$

www.yoquieroaprobar.es

continuación $\boxed{5}$

$$P(Z'<0'4)+P(Z'<0'8)-1 \underset{\text{TABLA}}{=} 0'6554+0'7881-1=\boxed{0'4435}=\boxed{44'35\%}$$

— o —

$\boxed{6}$ Z = "pesos de las maletas en cierto trayecto" $\in N(7'5,\ 0'4)$

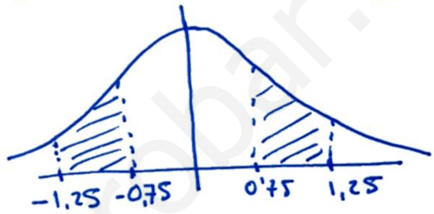
tipificando $Z'=\dfrac{Z-7'5}{0'4}\in N(0,1)$

a) $P(Z<7'2 \text{ y } >7)$

escribámoslo bien: $P(7<Z<7'2)$

$$\underset{\text{tipificamos}}{=} P\left(\frac{7-7'5}{0'4}<Z'<\frac{7'2-7'5}{0'4}\right)=P(-1'25<Z'<-0'75)=$$

$=P(0'75<Z'<1'25)=$



$=P(Z'<1'25)-P(Z'<0'75)=$

$\underset{\text{TABLA}}{=} 0'8944-0'7734=\boxed{0'121}=\boxed{12'1\%}$

b) $P(7'8<Z<8)\underset{\text{tipif.}}{=}P\left(\dfrac{7'8-7'5}{0'4}<Z'<\dfrac{8-7'5}{0'4}\right)=P(0'75<Z'<1'25)$

$\underset{\text{igual a)}}{=}\boxed{0'121}=\boxed{12'1\%}$

c) $P(Z>8'1)=P\left(Z'>\dfrac{8'1-7'5}{0'4}\right)=P(Z'>1'5)=$

$=1-P(Z'<1'5)\underset{\text{TABLA}}{=}1-0'9332=\boxed{0'0668}=6'68\%$

100 — 6'68
90 — x

$x=\dfrac{90\cdot 6'68}{100}=6'012$

Hay 6 maletas (se espera) que pesen más de 8'1 kg

— . —

www.yoquieroaprobar.es

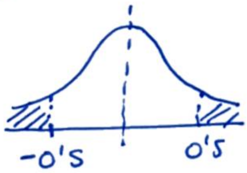
7 "Altura de las personas de una clase" $= Z \in N(160, 10)$

tipificando $Z' = \dfrac{Z-160}{10} \in N(0,1)$ (para la tabla)

a) $P(Z>170) = P\left(Z' > \dfrac{170-160}{10}\right) = P(Z'>1) = 1 - P(Z'<1) =$

$\underset{\text{TABLA}}{=} 1 - 0'8413 = \boxed{0'1587} = \boxed{15'87\%}$

b) $P(Z<155) = P\left(Z' < \dfrac{155-160}{10}\right) = P(Z'<-0'5) = P(Z'>0'5)$



$= 1 - P(Z'<0'5) \underset{\text{TABLA}}{=} 1 - 0'6915 = \boxed{0'3085} = \boxed{30'85\%}$

c) $P(155<Z<170) = P\left(\dfrac{155-160}{10} < Z' < \dfrac{170-160}{10}\right) =$

$= P(-0'5<Z'<1) = P(Z'<1) - P(Z'<-0'5) = P(Z'<1) - P(Z'>0'5)$

$= P(Z'<1) - [1 - P(Z'<0'5)] =$

$= P(Z'<1) + P(Z'<0'5) - 1 \underset{\text{TABLA}}{=} \boxed{0'5328} = \boxed{53'28\%}$

— o —

8 $Z =$ "tiempo espera en cola Correos" $\in N(7'5, 2)$

a) $P(Z>9)$ tipificamos $Z' = \dfrac{Z-7'5}{2} \in N(0,1)$

$\parallel$

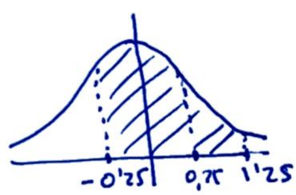
$P\left(Z' > \dfrac{9-7'5}{2}\right) = P(Z'>0'75) = 1 - P(Z'<0'75) \underset{\text{TABLA}}{=} 1 - 0'7734 =$

$= \boxed{0'2266} = \boxed{22'66\%}$

b) $P(7<Z<10) = P\left(\dfrac{7-7'5}{2} < Z' < \dfrac{10-7'5}{2}\right) = P(-0'25<Z'<1'25)$

$= P(Z'<1'25) - P(Z'<-0'25) =$

$= P(Z'<1'25) - P(Z'>0,25) =$



$= P(Z'<1'25) - [1 - P(Z'<0'25)] =$

$= P(Z'<1'25) + P(Z'<0'25) - 1 \underset{\text{TABLA}}{=} 0'8944 + 0'5987 - 1$

$\simeq \boxed{0'4931} \simeq \boxed{49'31\%} > 40\% \Rightarrow$ Correos MIENTE

www.yoqueroaprobar.es

9 Z = "duración (años) máquina" $\in N(20,5)$

a) Garantía cubre los 25 primeros años

calcular el porcentaje de máquinas <u>no cumple</u> la garantía

(es una frase un poco ambigua) veámoslo como el % de máquinas que no usen la garantía porque su tiempo sea > 25 años, que no se estropeen antes de los 25 y no usarán la garantía. (esto habría que aclararlo en el examen, preguntándolo en alto)

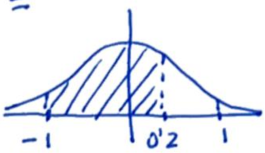
$$P(Z>25) \underset{\text{tipificamos}}{=} P\left(Z' > \frac{25-20}{5}\right)$$

$$Z' = \frac{Z-20}{5} \in N(0,1)$$

$$= P(Z'>1) = 1 - P(Z'<1) \underset{\text{TABLA}}{=} 1 - 0'8413 = \boxed{0'1587} = \boxed{15'87\%}$$

b) $P(15 < Z < 21) \underset{\text{tipificamos}}{=} P\left(\frac{15-20}{5} < Z' < \frac{21-20}{5}\right) = P(-1 < Z' < 0'2)$

$=$



$$P(Z'<0'2) - P(Z'<-1) = P(Z'<0'2) - P(Z'>1) =$$
$$= P(Z'<0'2) - [1 - P(Z'<1)] =$$
$$= P(Z'<0'2) + P(Z'<1) - 1 \underset{\text{TABLA}}{=} 0'5793 + 0'8413 - 1 =$$
$$= \boxed{0'4206} = \boxed{42'06\%}$$

10 Z = "estatura de una población" $\in N(1'74, 0'05)$

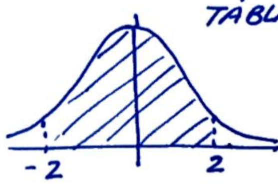
tipificando $Z' = \dfrac{Z - 1'74}{0'05} \in N(0,1)$

a) $P(Z \leq 1'74) \underset{\text{es un V.A continua}}{=} P(Z < 1'74) \underset{\text{tipificamos}}{=} P\left(\frac{Z - 1'74}{0'05} < \frac{1'74 - 1'74}{0'05}\right)$

$$= P(Z'<0) = \boxed{0'5} = \boxed{50\%}$$

b) $P(1'64 < Z < 1'84) = P\left(\frac{1'64 - 1'74}{0'05} < Z' < \frac{1'84 - 1'74}{0'05}\right) =$

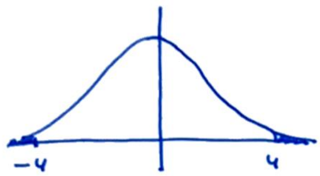
$$= P(-2 < Z' < 2) = P(Z'<2) - P(Z'<-2) = P(Z'<2) - P(Z'>2)$$
$$= P(Z'<2) - [1 - P(Z'<2)] = 2P(Z'<2) - 1 \underset{\text{TABLA}}{=} 2 \cdot 0'9772 - 1$$
$$= \boxed{0'9544} = \boxed{95'44\%}$$



c) $n = 1500$ individuos

$P(Z < 1'54) = P\left(Z' < \dfrac{1'54 - 1'74}{0'05}\right) = P(Z' < -4) = P(Z' > 4) =$

$= 1 - P(Z' < 4) \underset{\text{TABLA}}{=} 1 - 0'99997 = 0'00003$



3 individuos de 100.000

como $n = 1500 \Rightarrow$

$100.000 — 3$
$1500 — x$

$x = \dfrac{3 \cdot 1500}{100.000} = 0'045$ individuos, vamos ni 1 ni 1/2 NINGUNO

www.yoquieroaprobar.es