PROBLEMAS DISTRIBUCIÓN BINOMIAL, CLÁSICOS

1. (Murcia 2021, Extraordinaria) Juan es un estudiante bastante despistado y su tutora está cansada de que llegue tarde a clase. Él se defiende diciendo que no es para tanto y que la tutora le tiene manía. Ella le propone el siguiente trato: si en los próximos 9 días Juan llega tarde como mucho 2 días, la tutora le sube 1 punto en la nota final de la evaluación. Sabiendo que la probabilidad de que Juan llegue tarde a clase cada día es 0,45, determine:
    a. El tipo de distribución que sigue la variable aleatoria que cuenta el número de días que Juan llega tarde a clase en los próximos 9 días. ¿Cuáles son sus parámetros?
    b. ¿Cuál es la media y la desviación típica de esta distribución?
    c. ¿Cuál es la probabilidad de que Juan consiga la ansiada subida de 1 punto en la nota final?

2. (Aragón 2021, Extraordinaria) Uno de cada 7 deportistas de la selección española de gimnasia deportiva, será elegido para las próximas olimpiadas. Se escogen aleatoriamente y de modo independiente 9 deportistas de dicha selección española.
    a. ¿Cuál es la probabilidad de que sean elegidos exactamente 2 de estos 9 deportistas para las próximas olimpiadas?
    b. ¿Cuál es la probabilidad de que alguno (al menos 1) de estos 9 deportistas sea elegido para las próximas olimpiadas?

3. (Galicia 2021, Ordinaria) El portador de una cierta enfermedad tiene un 10% de probabilidades de contagiarla a quien no estuvo expuesto a ella. Si entra en contacto con 8 personas que no estuvieron expuestas, calcule:
    a. La probabilidad de que contagie a un máximo de 2 personas.
    b. La probabilidad de que contagie a 2 personas por lo menos.

4. (Madrid 2021, Modelo) En un instituto uno de cada cuatro alumnos practica baloncesto. Se eligen 6 alumnos al azar y se considera la variable aleatoria X que representa el número de estudiantes entre estos 6 que practican baloncesto. Se pide:
    a. Identificar la distribución de la variable aleatoria X y calcular $P(X = 0)$.
    b. Calcular la probabilidad de que al menos 5 de los 6 elegidos practiquen baloncesto.
    c. Calcular la probabilidad de que al menos 1 de los 6 practique baloncesto.

1 El tardón de Juan

9 días → que llegue, como MUCHO, 2 tarde → +1 pto en la NOTA

a) P(Juan llegue tarde) = 0'45

- Cada suceso es indep. (no dep. del día)
- La probabilidad de que Juan llegue tarde siempre es la misma
- sólo se contemplan 2 posibilidades: éxito (que llegue tarde) o fracaso (No llega tarde)

X = "nº de días que Juan llega tarde en el plazo de 9 que le dió la profe"

P(éxito) = probabilidad de Juan llegue tarde = p

⇒ es una Binomial $X \in Bi(9, 0'45)$

$\begin{cases} n = 9 \\ p = 0'45 \\ q = 1 - p = 0'55 \end{cases}$

fórmula $P(X=k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

b) $\mu = n \cdot p = 9 \cdot 0'45 = \boxed{4'05}$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{9 \cdot 0'45 \cdot 0'55} = 1'49248\ldots \simeq \boxed{1'4925}$

c) $P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) =$

$= \binom{9}{0} 0'45^0 \cdot 0'55^9 + \binom{9}{1} 0'45^1 \cdot 0'55^8 + \binom{9}{2} \cdot 0'45^2 \cdot 0'55^7 =$

$\simeq 0'0046 + 0'0339 + 0'11098 \simeq 0'1495 = \boxed{14'95\%}$

———o———

2 1 de cada 7 → olimpiadas. éxito = ir a las olimpiadas

- $p = \frac{1}{7}$ es siempre constante
  Se escogen al azar 9 deportistas, n = 9 e indep.
- cada suceso será independiente
- sólo contemplamos éxito o fracaso

} Justificación de Binomial

X = "nº de elegidos entre los 9 para ir a las olimpiadas"

$\Rightarrow X \in Bi(9, \frac{1}{7})$

a) $P(X=2) = \binom{9}{2} \left(\frac{1}{7}\right)^2 \left(\frac{6}{7}\right)^7 = 36 \cdot \frac{6^7}{7^2 \cdot 7^7} \simeq \boxed{0'2497} = \boxed{24'97\%}$

b) alguno = al menos 1

$P(X \geq 1) = P(X=1) + P(X=2) + \cdots + P(X=9)$

$= 1 - P(X=0) = 1 - \binom{9}{0}\left(\frac{1}{7}\right)^0 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^9 \simeq 1 - 0'2497 \simeq$

es lo mismo que lo contrario de que no elijan a NINGUNO

(así es más corto, menos operaciones)

$\simeq \boxed{0'7503} = \boxed{75'03\ \%}$

---

3. Portador de una enfermedad → tiene $p = P(\text{contagiarla}) = 0'1$ esta probabilidad es constante

Se eligen 8 personas, $\boxed{n=8}$ de forma aleatoria (independiente)

⇒ cada caso será indep.

Sólo contemplamos 2 posibilidades: se contagia (éxito) o no se contagia (fracaso)

⇒ Es una binomial $X =$ "nº personas contagiadas entre las 8" $\in Bi(8, 0'1)$

$n = 8$
$p = 0'1$
$q = 0'9$

a) $P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) =$

como mucho 2

$= \binom{8}{0} p^0 q^8 + \binom{8}{1} 0'1^1 \cdot 0'9^7 + \binom{8}{2} 0'1^2 \cdot 0'9^6 \simeq \boxed{0'9619}$

$\boxed{96'19\%}$

b) $(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) + \cdots + P(X=8)$

por lo menos a 2

para no hacer tantas cuentas puedo pensarlo al revés =

$= 1 - \left[\underbrace{P(X=0) + P(X=1)}_{\text{las calculamos antes}}\right] \simeq \boxed{0'1869} = \boxed{18'69\%}$

4) Un instituto, un deporte: baloncesto

~ P(alumno practique baloncesto) $= \frac{1}{4} = 0'25 \to$ éxito

prob. constante

~ Se eligen al azar 6 alumnos, por tanto cada caso será independiente

~ sólo contemplamos éxito (que practique baloncesto) ó fracaso (que no lo practique)

$\Rightarrow$ es una Binomial

$\left.\begin{array}{l} n=6 \\ p=0'25 \\ q=0'75 \end{array}\right\}$ X = "nº alumnos que practican baloncesto entre los 6 elegidos"

$X \in Bi(6, 0'25)$

a) $P(X=0) = \binom{6}{0} 0'25^0 \cdot 0'75^6 \simeq \boxed{0'1780} = \boxed{17'8\%}$

b) $P(X \geq 5) = P(X=5) + P(X=6) =$

(al menos 5 de los 6)

$= \binom{6}{5} 0'25^5 \cdot 0'75^1 + \binom{6}{6} 0'25^6 \cdot 0'75^0 \simeq \boxed{0'00464}$

$= \boxed{0'464\%}$

c) al menos 1 $\Rightarrow P(X \geq 1) = P(X=1) + \cdots + P(X=6) =$

$= 1 - P(X=0) = 1 - \binom{6}{0} 0'25^0 \cdot 0'75^6 =$

para hacer las cuentas más cortas

$\simeq \boxed{0'8220} = \boxed{82'20\%}$