
TABLAS DE CONTINGENCIA

1. (Aragón 2021, Extraordinaria) En un departamento de calidad se analiza el funcionamiento del software del motor de vehículos eléctricos e híbridos. Se revisaron 85 coches eléctricos y 145 coches híbridos. En total, 43 coches tenían errores en el software de sus motores. Además, de los motores con software defectuoso, 12 correspondían a coches eléctricos.
 - a. Calcule la probabilidad de que un coche revisado seleccionado al azar, sea híbrido y presente el software de su motor correcto.
 - b. Calcule la probabilidad de que un coche híbrido seleccionado al azar tenga defectuoso el software del motor.

2. (Extremadura 2021, Modelo) En un instituto hay tres grupos de 2o de Bachillerato. El grupo 1 tiene 36 alumnos y han suspendido el 25 %, en el grupo 2 hay 40 alumnos y 8 de los alumnos han suspendido, y en el grupo 3 hay 30 alumnos todos aprobados. Si elegimos un alumno al azar, calcular la probabilidad de que:
 - a. Haya aprobado y sea del grupo 1.
 - b. Sabiendo que el alumno ha aprobado, que sea del grupo 2

3. (Extremadura 2021, Extraordinaria) En un estudio a 1000 estudiantes europeos, 500 saben hablar inglés, 300 saben hablar español, y 100 de ellos hablan los dos idiomas. Se elige un estudiante al azar del estudio:
 - a. Calcular la probabilidad de que hable alguno de los dos idiomas.
 - b. Calcular la probabilidad de que hable español, sabiendo que habla inglés.

4. (País Vasco 2021, Extraordinaria) De los 700 estudiantes que tiene un centro escolar se sabe que 500 proceden del barrio donde está ubicado el centro, 575 utilizan el servicio de comedor y 400 son del barrio y utilizan el servicio de comedor. Se escoge un estudiante al azar.
 - a. Si es del barrio, ¿cuál es la probabilidad de que use el servicio de comedor?
 - b. Si usa el servicio de comedor, ¿cuál es la probabilidad de que no proceda del barrio?
 - c. ¿Cuál es la probabilidad de que sea del barrio o use el servicio de comedor?
 - d. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea del barrio ni utilice el servicio de comedor?

5. (Galicia 2021, Extraordinaria) En una determinada ciudad, el 8% de la población practica yoga, el 20% tiene mascota y el 3% practica yoga y tiene mascota. Si en esa ciudad se elige una persona al azar, calcule:
 - a. La probabilidad de que no practique yoga y a la vez tenga mascota.
 - b. La probabilidad de que tenga mascota sabiendo que practica yoga.

Tablas de contingencia

útiles para registrar los datos de un problema en el que se contrastan 2 variables para ver si existe relación o dependencia entre ellas.

Los datos se organizan en filas y columnas. En cada celda se coloca el valor de la intersección de la fila y columna correspondiente.

Se añaden los valores totales en la última fila y columna para facilitar el cálculo de las probabilidades.

Se entiende mejor con ejemplos:
Necesitaremos siempre los totales y la prob. de una intersección

① Tenemos coches eléctricos e híbridos y un software que puede o no tener errores, la idea es comprobar si hay relación entre los errores detectados y el tipo de motor. Apuntamos los datos del problema:

- E = "Coche eléctrico"
- H = "Coche híbrido"
- D = "errores en software"
- \bar{D} = "sin errores de software"

	E	H	Tot
D	12		43
\bar{D}			
Tot		145	

Completamos la Tabla fácilmente:

	E	H	Tot
D	12	31	43
\bar{D}	73	114	187
Tot	85	145	230

31 lo obtenemos: $43 - 12$
 73 lo obtenemos como $85 - 12$
 114 lo sacamos de $145 - 31$
 $187 = 73 + 114 = 230 - 43$
 o también

$12 = E \cap D$ $73 = E \cap \bar{D}$
 $31 = H \cap D$ $114 = H \cap \bar{D}$

Ahora será fácil calcular las probabilidades

Nos piden:

a) $P(H \cap \bar{D}) = \frac{114}{230}$ (mirando la tabla) = 0'4957

p. 2

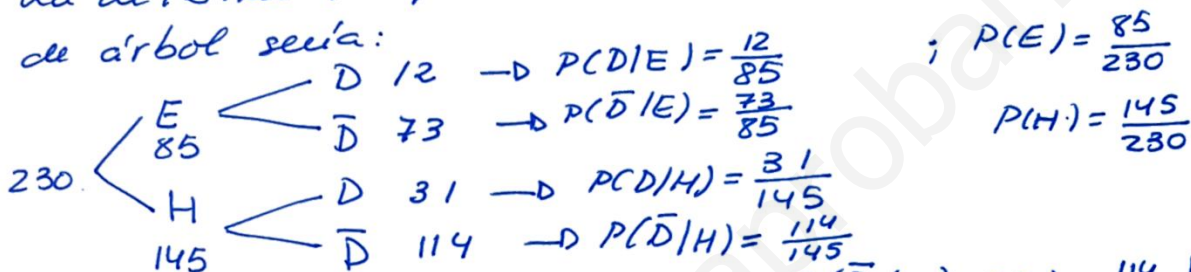
b) $P(D|H) = \frac{31}{145}$ (mirando la tabla en la columna H)

como está condicionado por H, miramos los datos en la columna H

y listo!

es muy rápido y fácil.

la alternativa para este problema con diagrama de árbol sería:



a) para calcular $P(H \cap \bar{D}) = P(\bar{D}|H) \cdot P(H) = \frac{114}{145} \cdot \frac{145}{230} = \frac{114}{230} \approx 0'4957 = 49'57\%$

b) $P(D|H) = \frac{31}{145} \approx 0'2138$

mirando simplemente el árbol

2

	A	B	C	Total
S	9	8	0	17
\bar{S}	27	32	30	89
Total	36	40	30	106

2º Bach A = A

2º Bach B = B

2º Bach C = C

S = suspender

$P(A \cap S) = 0'25$

$n^\circ \text{alun}(A \cap S) = 25\% \cdot 36 = 9$

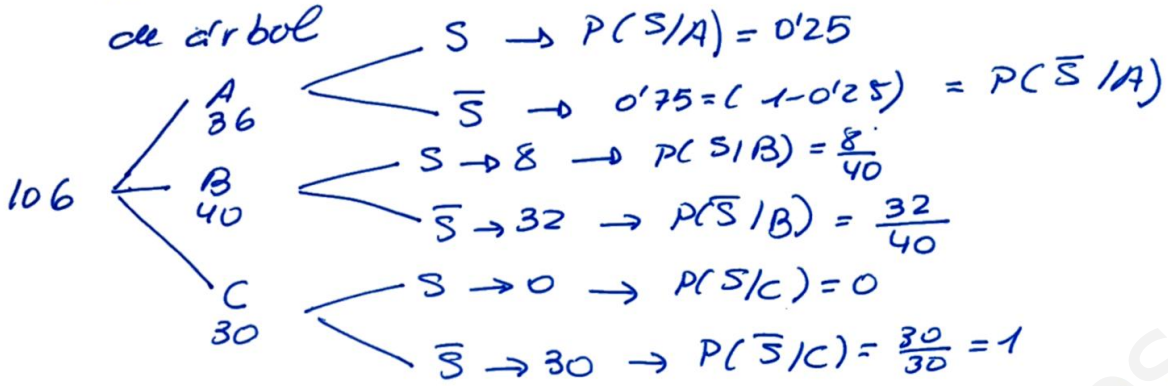
(Completamos los datos de la tabla en rojo)

a) $P(\bar{S} \cap A) = \frac{27}{106} \approx 0'2547 = 25'47\%$

b) $P(B|\bar{S}) = \frac{32}{40} \approx 0'8 = 80\%$

y Listo!

Si lo hubiésemos hecho con el diagrama de árbol



a) $P(\bar{S} \cap A) \stackrel{\text{Bayes}}{=} P(\bar{S}/A) \cdot P(A) = 0.75 \cdot \frac{36}{106} \approx 0.2577$

b) $P(B/\bar{S}) \stackrel{\text{Bayes}}{=} \frac{P(B \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} = \frac{P(\bar{S} \cap B)}{P(\bar{S})} \stackrel{\text{Bayes}}{=} \frac{P(\bar{S}/B) P(B)}{P(\bar{S})} =$
 $= \frac{\frac{32}{40} \cdot \frac{40}{106}}{\frac{89}{106}} = \frac{32}{89} \approx \boxed{0.3596}$

* para calcular $P(\bar{S}) \stackrel{\text{P. Totales}}{=} P(\bar{S}/A) P(A) + P(\bar{S}/B) P(B) + P(\bar{S}/C) P(C)$
 $= 0.75 \cdot \frac{36}{106} + \frac{32}{40} \cdot \frac{40}{106} + 1 \cdot \frac{30}{106}$
 $\approx \frac{89}{106}$

3

	E	\bar{E}	Total
I	100	400	500
\bar{I}	200	300	500
Total	300	700	1000

$E = \text{"habla Español"}$
 $I = \text{"habla Inglés"}$
 (En rojo los complementos en azul los datos originales)

a) $P(E \cup I) = \frac{100 + 400 + 200}{1000} \approx \boxed{0.7} = \boxed{70\%}$

b) $P(E/I) \stackrel{\text{se mira en la 1ª Fila}}{=} \frac{100}{500} = \boxed{0.2} = \boxed{20\%}$

4) B = "son del Barrio"
 C = "de comedor"

pa'g. 4

	B	\bar{B}	total
C	400	175	575
\bar{C}	100	25	125
Total	500	200	700

a) $P(C|B) = \frac{400}{500} = 0.8 = 80\%$

miramos en la tabla la 1ª columna, que se corresponde con los del Barrio

b) $P(\bar{B}|C) = \frac{175}{575} = 0.3 = 30\%$

miramos en la tabla la 1ª fila, que se corresponde con los que son de comedor

c) $P(B \cup C) = \frac{400 + 175 + 100}{700} = \frac{675}{700} \approx 96.43\%$

toma las celdas con valores de B o C

d) $P(\bar{B} \cap \bar{C}) = \frac{25}{700} = 0.0357 \approx 0.04 = 4\%$

miramos directamente en la celda de $\bar{B} \cap \bar{C}$

5) Y = "practica yoga"
 M = "tiene mascota"

no dan $P(M \cap Y) = 3\%$
 $P(M) = 20\%$ $P(Y) = 8\%$

	M	\bar{M}	total
Y	3	5	8
\bar{Y}	17	75	92
Total	20	80	100

(en %)

a) Miro en la tabla la celda correspondiente a $\bar{Y} \cap M$

$P(\bar{Y} \cap M) = 17\%$

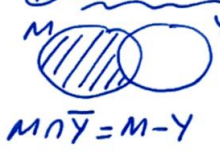
b) Miro en la tabla la 1ª fila, que es la que se corresponde con Yoga

$P(M|Y) = \frac{3}{8} = 0.375 = 37.5\%$

Si no se supriese sacar la tabla de contingencia, otra forma de hacer el problema:

a) $P(\bar{Y} \cap M) = P(M - Y) = P(M) - P(M \cap Y) = 0.2 - 0.03 = 0.17$

* demostración



$Y \cap M = (M - Y) \cup (M \cap Y)$
 disjunta

$P(M) = P(M - Y) + P(M \cap Y)$

despejando $P(M \cap \bar{Y}) = P(M - Y) = P(M) - P(M \cap Y)$

b) $P(M|Y) = \frac{P(M \cap Y)}{P(Y)} = \frac{0.03}{0.08} = 0.375$
 Bayes