Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

Física

Sèrie 4

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

PART COMUNA

P1) Ceres és el planeta nan més petit del Sistema Solar i durant molts anys va ser considerat un asteroide, ja que està situat en el cinturó que hi ha entre Mart i Júpiter. Ceres té un període orbital al voltant del Sol de 4,60 anys, amb una massa de $9{,}43 \times 10^{20}$ kg i un radi de 477 km. Calculeu:

a) Quin és el valor de la intensitat de camp gravitatori que Ceres crea a la seva superfície? Quina és la velocitat i l'energia mecànica mínima d'una nau espacial que, sortint de la superfície, escapés totalment de l'atracció gravitatòria del planeta?

b) La distància mitjana entre Ceres i el Sol, tenint en compte que la distància mitjana entre la Terra i el Sol mesura $1{,}50 \times 10^{11}$ m i que el període orbital de la Terra al voltant del Sol és d'un any.

DADA: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

P2) En la vida quotidiana estem sotmesos a moviments vibratoris. Per exemple, en caminar, córrer, viatjar amb algun mitjà de locomoció o estar a prop d'alguna màquina. A l'hora de dissenyar vehicles i màquines, cal fer un estudi d'aquests moviments per tal d'aconseguir que siguin confortables i segurs, ja que els efectes de les vibracions poden anar des de simples molèsties fins al dolor o la mort.

Aquests estudis solen utilitzar l'acceleració màxima del moviment vibratori com a variable, per a relacionar-la amb les molèsties que percebem.

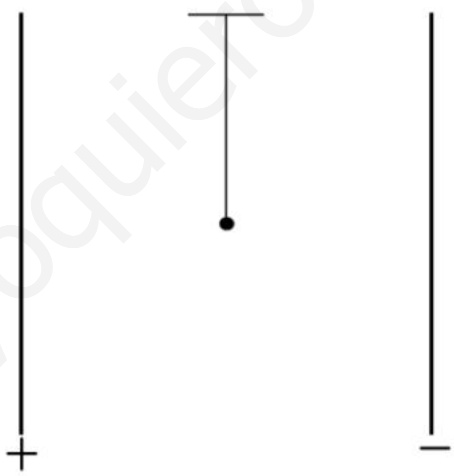
Se sap que som molt sensibles a un moviment vibratori de 6,0 Hz i que, amb aquesta freqüència, a partir d'una acceleració màxima de $6{,}0\ \mathrm{m\,s^{-2}}$, les molèsties són tan fortes que ens poden arribar a alarmar.

***a*)** Calculeu l'amplitud d'oscil·lació que correspon a un moviment vibratori harmònic de 6,0 Hz i una acceleració màxima de $6{,}0\ \mathrm{m\,s^{-2}}$.

***b*)** Calculeu el valor de la constant elàstica d'una molla per tal que una massa de 85 kg que hi estigui enganxada oscil·li amb una freqüència de 6,0 Hz.

OPCIÓ A

P3) Entre les dues làmines de la figura, separades una distància $d = 3{,}0\ \mathrm{m}$, tenim un camp elèctric uniforme de $1{,}5 \times 10^{3}\ \mathrm{N\,C^{-1}}$.



En el centre de l'espai limitat per les dues làmines posem una llentia metàl·lica carregada, penjada d'un fil. Tenint en compte que la longitud del fil és de 1,5 m, que la càrrega de la llentia és de $Q = -5{,}0 \times 10^{-5}\ \mathrm{C}$ i que té una massa $m = 12\ \mathrm{g}$:

***a*)** Representeu les forces que actuen sobre la llentia en el punt d'equilibri i calculeu l'angle que forma el fil amb la vertical en l'equilibri.

***b*)** Calculeu la diferència de potencial entre la posició d'equilibri i la posició vertical.

P4) L'americi (Am) és l'element de nombre atòmic 95. Els primers àtoms d'americi 241 van ser produïts el 1944 per Glenn Theodore Seaborg i els seus col·laboradors fent servir un seguit de reaccions nuclears a partir del plutoni (Pu). A continuació, es mostren, incompletes, les dues últimes etapes del procés:

Glenn Theodore Seaborg

$$^{240}_{94}\text{Pu} + {}^{a}_{b}\text{x} \rightarrow {}^{241}_{94}\text{Pu}$$

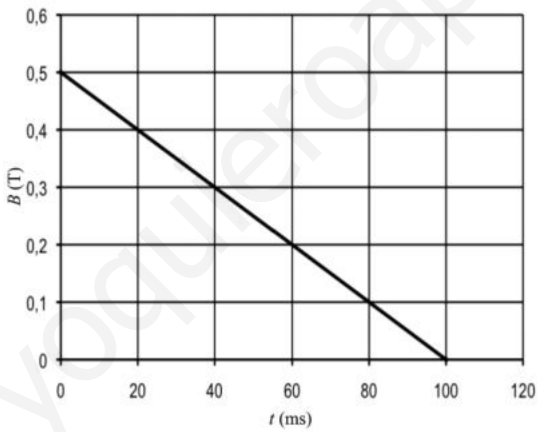
$$^{241}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{241}_{95}\text{Am} + {}^{c}_{d}\text{Y}$$

***a*)** Determineu els valors dels coeficients *a*, *b*, *c* i *d*. Quin nom té la partícula que el Pu-240 ha capturat en la primera reacció? Com s'anomena la desintegració descrita en la segona reacció?

***b*)** Calculeu el percentatge de nuclis de Am-241 que s'han desintegrat des del 1944 fins ara.

DADA: Període de semidesintegració de l'americi 241, $t_{1/2} = 432$ anys

P5) Una espira circular de 4,0 cm de radi es troba en repòs en un camp magnètic constant de 0,50 T que forma un angle de 60° respecte de la normal a l'espira.

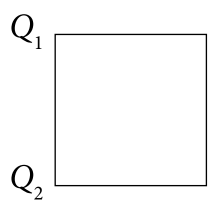


***a*)** Calculeu el flux magnètic que travessa l'espira. S'indueix una força electromotriu en l'espira dins el camp magnètic? Justifiqueu la resposta.

***b*)** En un moment determinat el camp magnètic disminueix tal com mostra la figura. Calculeu la força electromotriu induïda en l'espira.

OPCIÓ B

P3) En el quadrat de la figura, de 2,00 m de costat, hi ha dues càrregues $Q_1 = 9{,}00\ \mu\text{C}$ i $Q_2 = -9{,}00\ \mu\text{C}$ en els vèrtexs de l'esquerra.



***a*)** Determineu la intensitat del camp elèctric en el centre del quadrat.

***b*)** En el centre del quadrat hi situem una tercera càrrega $Q_3 = 7{,}00\ \mu\text{C}$. Calculeu el treball que farà la força elèctrica que actua sobre Q_3 quan la traslladem del centre del quadrat al vèrtex inferior dret.

DADA: $k = 9{,}00 \times 10^9\ \text{N m}^2\ \text{C}^{-2}$

P4) La radioactivitat és un mitjà fiable per a calcular l'edat de les roques i minerals que contenen isòtops radioactius concrets. Aquest sistema de datació radiomètrica ens permet mesurar el temps geològic.

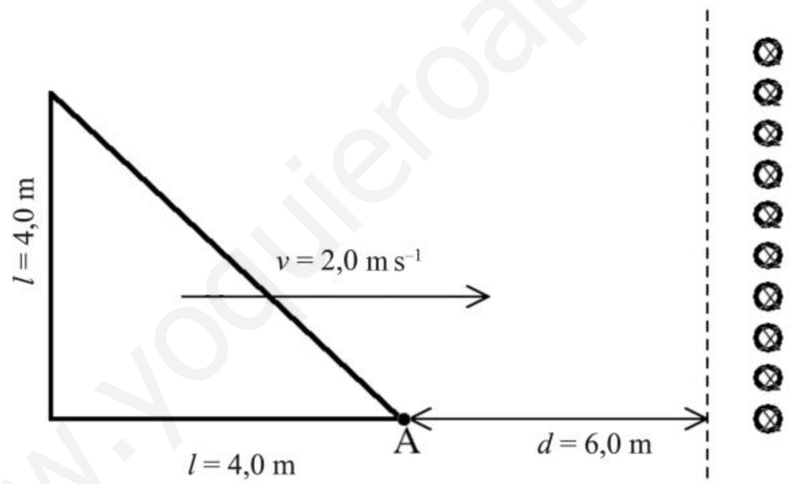
Un d'aquests mètodes es basa en la desintegració de l'isòtop ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$ (potassi) en ${}^{40}_{18}\mathrm{Ar}$ (argó). El rellotge potassi-argó comença a funcionar quan els minerals que contenen potassi cristal·litzen a partir d'un magma o dins una roca. En aquest moment, els nous minerals contenen ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$ i no contenen ${}^{40}_{18}\mathrm{Ar}$. A mesura que passa el temps, el ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$ es desintegra i tots els àtoms de ${}^{40}_{18}\mathrm{Ar}$ que trobem en el mineral en un temps posterior a la formació provenen de la descomposició del ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$.

***a*)** Escriviu la reacció nuclear de l'emissió de partícules β de l'isòtop ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$.

***b*)** En una roca s'han trobat 10,0 g de ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$ i 10,0 g de ${}^{40}_{18}\mathrm{Ar}$. Quina quantitat de ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$ hi haurà quan hauran transcorregut $5{,}00 \times 10^9$ anys? Fent servir la datació radiomètrica basada en el potassi-argó, digueu quina edat té la roca. Considereu que el ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$ es desintegra només en ${}^{40}_{18}\mathrm{Ar}$.

DADA: Període de semidesintegració del ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$, $t_{1/2} = 1{,}25 \times 10^9$ anys

P5) Una espira triangular de $l = 4{,}0$ m de costat com la de la figura es troba inicialment ($t = 0{,}0$) situada a una distància de 6,0 m d'una regió on hi ha un camp magnètic B perpendicular al pla del paper i cap endins.



***a*)** Indiqueu l'expressió de la FEM induïda a l'espira quan aquesta s'endinsa a la regió on hi ha el camp magnètic. Determineu el valor de B sabent que, per a $t = 4{,}0$ s, la FEM induïda és $E = 160$ V.

***b*)** Representeu gràficament la FEM induïda $E = E(\mathrm{t})$ entre $t = 0{,}0$ i $t = 8{,}0$ s. Indiqueu en cada instant el sentit del corrent induït a l'espira.

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

Física

Sèrie 3

L'examen consta d'una part comuna (problemes P1 i P2), que heu de fer obligatòriament, i d'una part optativa, de la qual heu d'escollir UNA de les opcions (A o B) i fer els problemes P3, P4 i P5 corresponents.

Cada problema val 2 punts.

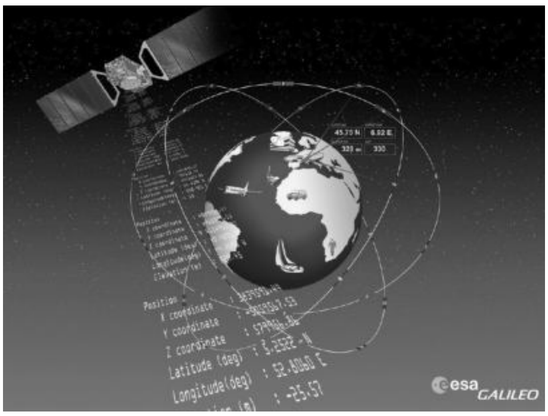
PART COMUNA

P1) El sistema de navegació europeu Galileu estarà format per trenta satèl·lits distribuïts en tres plans orbitals a $2{,}36 \times 10^4$ km d'altura sobre la Terra, i cada un d'ells descriurà una òrbita circular. Calculeu:

a) Quin període de rotació tindran aquests satèl·lits?

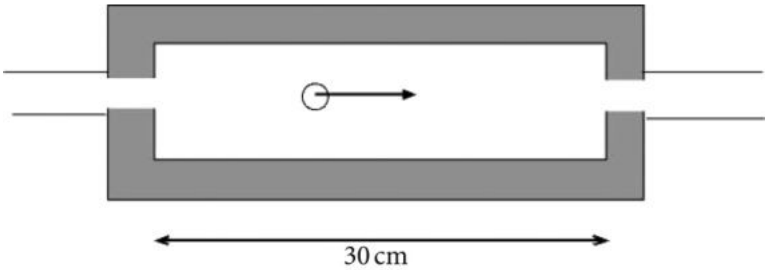
b) Quina serà la velocitat orbital dels satèl·lits?

DADES: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}
$R_{\text{Terra}} = 6{,}37 \times 10^6$ m
$M_{\text{Terra}} = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg



Esquema de les òrbites dels satèl·lits Galileu

P2) A la cambra acceleradora de la figura, de 30,0 cm de llargària, els electrons entren per l'esquerra i surten per la dreta. Mentre estan dins la cambra es mouen amb un MRUA (moviment rectilini uniformement accelerat), amb una acceleració cap a la dreta de $1,20 \times 10^{13}$ m s^{-2}. En aquesta situació, es poden negligir les forces gravitatòries i els efectes relativistes.



a) Calculeu el camp elèctric a l'interior de la cambra acceleradora. Indiqueu-ne també la direcció i el sentit.

b) Quina diferència de potencial hi ha entre les parets esquerra i dreta de la cambra? Quina està a un potencial més alt? Quanta energia guanya cada electró que travessa la cambra?

DADES: $Q_{\text{electró}} = 1,60 \times 10^{-19}$ C
$m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31}$ kg

OPCIÓ A

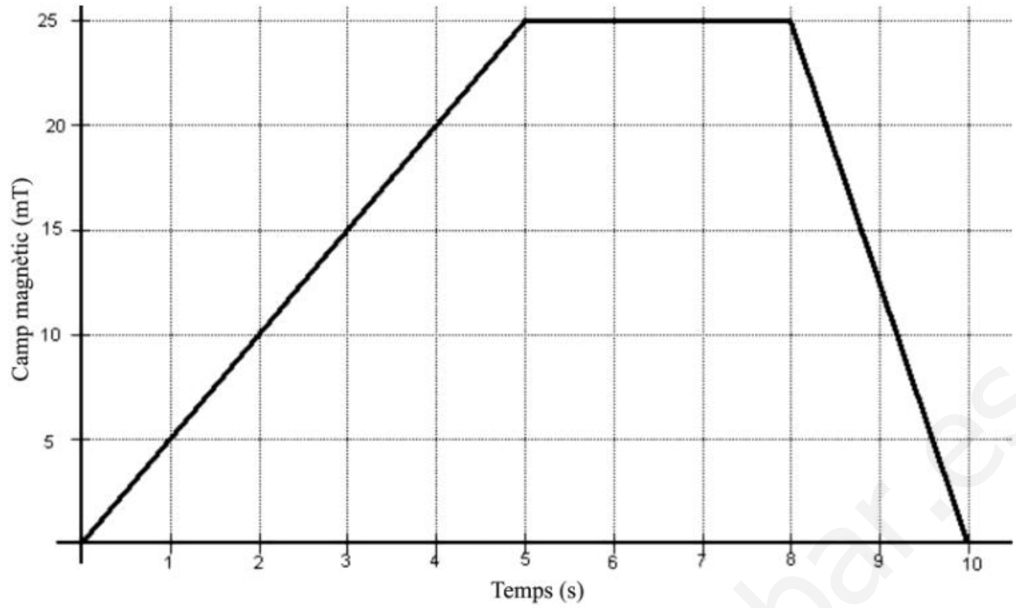
P3) En una experiència, enviem radiació ultraviolada contra una placa de plom i produïm efecte fotoelèctric. Els electrons que es desprenen de la placa són frenats totalment per una diferència de potencial elèctric que depèn de la longitud d'ona de la radiació ultraviolada incident. A partir de les mesures efectuades sabem que quan la longitud d'ona és $1,50 \times 10^{-7}$ m, la diferència de potencial que frena els electrons és de 4,01 V, i quan la longitud d'ona és $1,00 \times 10^{-7}$ m, la diferència de potencial de frenada és de 8,15 V. Calculeu:

a) Per a cada longitud d'ona, la velocitat màxima amb què els electrons són extrets de la placa de plom.

b) L'energia mínima (funció de treball) necessària per a extreure un electró de la placa de plom. Determineu la constant de Planck a partir d'aquestes dades.

DADES: $Q_{\text{electró}} = -1,60 \times 10^{-19}$ C
$c = 3,00 \times 10^{8}$ m s^{-1}
$m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31}$ kg

P4) Un camp magnètic penetra perpendicularment en una bobina de 2 000 espires quadrades i 2,5 cm de costat. Aquest camp varia tal com mostra la figura següent:



***a*)** Determineu l'equació que relaciona el flux magnètic que passa a través de la bobina amb el temps en dos dels intervals (de 0,0 a 5,0 s i de 5,0 a 8,0 s) que es veuen en la figura.

***b*)** Calculeu la tensió induïda (FEM) a la bobina en cada un dels intervals: de 0,0 a 5,0 s, de 5,0 a 8,0 s i de 8,0 a 10,0 s, que es veuen en la figura.

P5) Les sis cordes d'una guitarra vibren entre dos punts fixos (el pont i la celleta). Per a certes freqüències de vibració de la corda es generen ones estacionàries entre tots dos extrems. Si la guitarra està afinada, la vibració de la primera corda en el mode fonamental correspon a la nota mi, de 330 Hz.

***a*)** Determineu la longitud d'ona del mode fonamental, si la longitud de la corda són 65,0 cm, i calculeu també la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, generen l'ona estacionària.

***b*)** Si un espectador situat a 3,0 m de distància de la guitarra percep una sensació sonora de 30 dB, quina sensació sonora percebrà si sonen tres guitarres idèntiques tocant la mateixa nota?

DADA: Intensitat llindar, $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W m^{-2}

OPCIÓ B

P3) El poloni 210 és un emissor de partícules α que es troba a la natura i que també es pot obtenir en laboratoris nuclears a partir del bombardeig del bismut 209 amb neutrons. El període de semidesintegració són 138 dies.

a) Escriviu la reacció de desintegració del poloni 210 si sabem que, en desintegrar-se, produeix un isòtop del plom. Quina és la constant de desintegració del poloni 210?

b) Si una mostra conté 5 mg de poloni 210, quina quantitat de poloni 210 quedarà després de 20 dies?

DADES: Nombres atòmics i símbols químics del poloni $Z(\mathrm{Po}) = 84$ i del plom $Z(\mathrm{Pb}) = 82$

P4) Disposem d'una massa lligada a una molla que fa un moviment harmònic simple. Sabem que a l'instant inicial la seva posició i velocitat són $x = 1{,}00$ m i $v = -5{,}44$ m s^{-1}, i que les energies cinètica i potencial en aquest mateix instant són $E_k = 12{,}00$ J i $E_p = 4{,}00$ J. Calculeu:

a) La constant de recuperació de la molla i el valor de la massa del cos que fa el moviment, així com l'energia mecànica total del sistema.

b) L'amplitud, la freqüència angular i la fase inicial del moviment harmònic que fa la massa. Escriviu l'equació del moviment resultant.

P5) Un petit generador està format per una bobina de 200 espires que pot girar tallant les línies del camp magnètic d'un imant fix. La superfície del quadrat que forma la bobina i que és travessat per les línies del camp magnètic de manera perpendicular en el moment en què el flux és màxim, té 16 cm^2. L'imant crea un camp magnètic constant de 2×10^{-4} T en la zona que travessa la bobina i aquesta gira amb una freqüència de 25 Hz.

a) Representeu la força electromotriu generada en funció del temps per un període complet. Assenyaleu clarament en la gràfica els valors extrems d'aquesta força electromotriu i el valor del temps en què es donen.

b) Enviem el corrent generat en un dispositiu similar al de l'apartat anterior al primari d'un transformador que té 10 voltes. Suposem que la FEM eficaç que arriba a aquest primari és de 0,05 V. Calculeu el nombre de voltes que són necessàries en el secundari per a obtenir 2,5 V eficaços. Calculeu també la intensitat eficaç que ha d'arribar al primari per tal que en el secundari hi circulin 20 mA.

SÈRIE 4

P1)

a)

$$g_C = \frac{GM_C}{R_C^2} = 6,67\cdot 10^{-11}\,\frac{9,43\cdot 10^{20}}{(477\cdot 10^3)^2} = 2,76\cdot 10^{-1}\ \mathrm{m/s^2}\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

Per poder sortir de l'òrbita de Ceres s'ha d'assolir una velocitat mínima (d'escapament) tal que l'energia mecànica sigui com a mínim 0: $E_m = 0$ $\boxed{\mathbf{0.1}}$ Per tant:

$$E_m = 0 = \frac{1}{2}\,m\,v^2 - G\,\frac{M_C m}{R_C}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\,G\,M_C}{R_C}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6,67\cdot 10^{-11}\,9,43\cdot 10^{20}}{477\cdot 10^3}} = 514\,\mathrm{m/s}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

b)

$$\left.\begin{array}{rcl} \frac{GM_S M_C}{d_{S-C}^2} & = & M_C\left(\frac{2\pi}{T_T}\right)^2 d_{S-C} \Rightarrow d_{S-C}^3 = \frac{GM_S}{4\pi^2}\,T_C^2 \\ \frac{GM_S M_T}{d_{S-T}^2} & = & M_T\left(\frac{2\pi}{T_T}\right)^2 d_{S-T} \Rightarrow d_{S-T}^3 = \frac{GM_S}{4\pi^2}\,T_T^2 \end{array}\right\}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$\frac{d_{S-C}^3}{d_{S-T}^3} = \frac{T_C^2}{T_T^2}\ (3^{\mathrm{a}}\ \text{llei de Klepler})\ \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow d_{S-C} = d_{S-T}\sqrt[3]{\frac{T_C^2}{T_T^2}} = 1,50\cdot 10^{11}\sqrt[3]{4,60^2} = 4,15\cdot 10^{11}\mathrm{m}\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

P2)

a) L'equació de un MVHS la podem escriure com (també considerem vàlida si enlloc de la funció cos es fa servir la funció sin:

$$x(t) = A\ \cos(\omega\ t\ +\ \phi)\ \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow v(t) = -A\ \omega\ \sin(\omega\ t\ +\ \phi)\ \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow$$

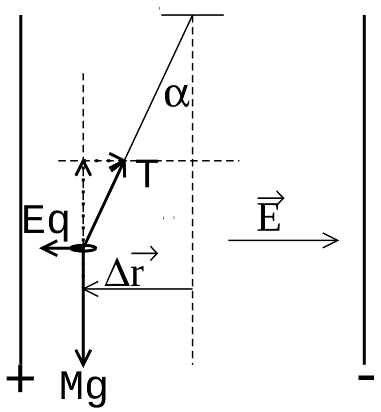
$$a(t) = -A\,\omega^2\ \cos(\omega\,t+\phi)\ \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow \mathrm{a}_{\text{màxima}} = A\,\omega^2 = A\,(2\pi\,\nu)^2\ \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow A = \frac{\mathrm{a}_{\text{màxima}}}{(2\pi\ \nu)^2} = 4,2\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) La constant de recuperació en un MVHS la podem deduir a partir de:

$$a(t) = -\omega^2\,x(t)\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow -k\,x = m\,a = -m\,\omega^2\,x\ \boxed{\mathbf{0.2}}\ k = m\,\omega^2\ \boxed{\mathbf{0.2}} = 85\cdot(2\pi\cdot 6)^2 = 1,2\cdot 10^5\ \mathrm{N/m}\ \boxed{\mathbf{0.4}}$$

Opció A
P3)

a) De forma esquemàtica tindrem:



$\boxed{\mathbf{0.4}}$

Per tant:

$$M\ g\ \tan(\alpha)\ =\ E\ q\ \boxed{\mathbf{0.3}}\ \Rightarrow$$

$$\alpha\ =\ \arctan\left(\frac{E\ q}{M\ g}\right)\ =\ 5,68\cdot 10^{-1}\ \text{rad}\ =\ 33\ ^{\text{o}}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

b) Com que el camp elèctric és uniforme:

$$\Delta\ V\ =\ -\ \vec{E}\cdot\Delta\vec{r}\ \boxed{\mathbf{0.3}}\ =\ E\ L\ \sin(\alpha)\ =\ \boxed{\mathbf{0.2}}\ =\ 1500\ \text{N/C}\ 1,5\ \text{m}\ \sin(32,5^{\text{o}})\ =\ 1,2\cdot 10^{3}\ \text{V}\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

P4)

a)

$$^{240}_{94}\text{Pu}\ +\ ^{a}_{b}\text{x}\ \rightarrow\ ^{241}_{94}\text{Pu}\ \Rightarrow\ \begin{cases} 240\ +\ a\ =\ 241\ \Rightarrow\ a\ =\ 1\ \boxed{\mathbf{0.1}} \\ 94\ +\ b\ =\ 94\ \Rightarrow\ b\ =\ 0\ \boxed{\mathbf{0.1}} \end{cases}$$

$$^{241}_{94}\text{Pu}\ \rightarrow\ ^{241}_{95}\text{Am}\ +\ ^{c}_{d}\text{y}\ \Rightarrow\ \begin{cases} 241\ =\ c\ +\ 241\ \Rightarrow\ c\ =\ 0\ \boxed{\mathbf{0.1}} \\ 94\ =\ d\ +\ 95\ \Rightarrow\ d\ =\ -1\ \boxed{\mathbf{0.1}} \end{cases}$$

El ^{240}Pu ha capturat un neutró $\boxed{\mathbf{0.3}}$

El ^{241}Pu ha emes una partícula β ó electró. La desintegració s'anomena emissió beta $\boxed{\mathbf{0.3}}$

b) La llei de desintegració la podem escriure com:

$$N(t)\ =\ N_0\ \text{e}^{-\frac{t\ \ln 2}{t_{1/2}}}\ =\ N_0\ \left(\text{e}^{-\ln 2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}\ =\ N_0\ 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}}\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

% de nuclis que s'hauran desintegrat després de (2013-1944) = 69 anys:

$$100\cdot\frac{N_0\ -\ N(t=69)}{N_0}\ =\ 100\cdot\frac{N_0\ (1\ -\ 2^{-\frac{69}{432}})}{N_0}\ =\ 10,5\%\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

P5)

a) El flux creat per un camp magnètic en una espira ve determinat per:

$$\Phi \;=\; \vec{B}\cdot\;\vec{S} \;=\; B\;S\;\cos(\alpha)\;\boxed{\mathbf{0.3}}$$

on α és l'angle que forma la direcció del camp magnètic amb la perpendicular a l'espira, per tant $\alpha\;=\;60^{\circ}$

$$\Phi \;=\; 0.5\;\pi\;0,04^{2}\;\cos(60^{\circ})\;=\;1,3\cdot 10^{-3}\;\mathrm{Wb}\;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

Donat que el flux que travessa l'espira es constant en el temps, no s'induirà cap *fem*. $\boxed{\mathbf{0.3}}$

b) Per la gràfica que ens mostren en el enunciat el camp magnètic varia linealment segons l'expressió:

$$B(t)\;=\;0,5\;-\;\frac{0,5}{100\cdot 10^{-3}}\;t\;\boxed{\mathbf{0.3}}$$

Per tant el flux que genera el camp serà:

$$\Phi(t)\;=\;\pi\;0,04^{2}\;(0,5\;-\;\frac{0,5}{100\cdot 10^{-3}}\;t)\;\cos(60^{\circ})\;\boxed{\mathbf{0.3}}$$

i la *fem* generada serà:

$$\varepsilon\;=\;-\;\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\;=\;\pi\;0,04^{2}\;\cos(60^{\circ})\;\frac{0,5}{100\cdot 10^{-3}}\;=\;1,3\cdot 10^{-2}\;\mathrm{V}\;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

Opció B

P3)

a) El camp elèctric és una magnitud vectorial per tant:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K\,\frac{q_1\,\vec{\mu}_1}{r_1^2} + K\,\frac{q_2\,\vec{\mu}_2}{r_2^2}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

On:

$$\vec{\mu}_1 = (\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}});\ \vec{\mu}_2 = (\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}});\ r_1 = r_2 = \sqrt{2}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Per tant:

$$\vec{E}_T = \frac{9\cdot 10^9}{2\,\sqrt{2}}\left\{9\cdot 10^{-6}(\vec{i} - \vec{j}) - 9\cdot 10^{-6}(\vec{i} + \vec{j})\right\} \Rightarrow \vec{E}_T = (0\,\vec{i} - 5,73\cdot 10^4\,\vec{j})\ \mathrm{N/C}\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

Es considerarà la resposta correcte si raonen que per raons de simetria el camp elèctric ha de tenir només component vertical, de signe negatiu i realitzen el càlcul correctament.

b) Al tractar-se de un camp conservatiu podem podem trobar el treball fet per la força elèctrica a partir del potencial elèctric.

$$V_i = K\left\{\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right\} = \frac{9\cdot 10^9\ \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}}\,(9 - 9) = 0\ \mathrm{V}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

$$V_f = K\left\{\frac{q_1}{r_1'} + \frac{q_2}{r_2'}\right\} = 9\cdot 10^9\ \cdot 10^{-6}\,(\frac{9}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2}) = -1,19\cdot 10^4\ \mathrm{V}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Per tant el treball fet per la força elèctrica és:

$$W_E = -\,\Delta V\,q = (V_i - V_f)\,q = (0 + 1,19\cdot 10^4)\,(7\cdot\ 10^{-6}) = 8,33\cdot 10^{-2}\ \mathrm{J}\ \boxed{\mathbf{0.4}}$$

P4)

a) La reacció que ens demanen és:

$$^{40}_{19}\mathrm{K} \rightarrow\ ^{40}_{18}\mathrm{Ar} +\ ^{0}_{1}\beta^+\ \boxed{\mathbf{0.6}}$$

Com podem comprovar la partícula emergent és un positró $\boxed{\mathbf{0.4}}$ (no és precís que comentin res respecte la possible producció de neutrins)

b) La llei de desintegració la podem escriure com:

$$N(t) = N_0\ \mathrm{e}^{-\frac{t\ \ln 2}{t_{1/2}}} \rightarrow m(t) = m_0\ \mathrm{e}^{-\frac{t\ \ln 2}{t_{1/2}}}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$m(t = 5\cdot 10^9) = 10\ \mathrm{g}\ \mathrm{e}^{-\frac{5\cdot 10^9\ \ln 2}{1,25\cdot 10^9}} = 6,25\cdot 10^{-1}\ \mathrm{g}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Tal com diu el enunciat, per saber l'edat de la pedra, hem de partir de la hipòtesi que tot el Ar de la roca prove de la desintegració del K, per tant en el instant inicial teníem 20 g de K. $\boxed{\mathbf{0.1}}$, després de passar el temps t, en tenim 10 g, per tant hem de resoldre l'equació:

$$10\ \mathrm{g} = 20\ \mathrm{g}\ \mathrm{e}^{-\frac{t\ \ln 2}{t_{1/2}}}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} = 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}} \Rightarrow t = t_{1/2} = 1,25\cdot 10^9\ \mathrm{anys}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

P5)

a) Només s'indueix una *fem* sobre l'espira quan el flux del camp magnètic que travessa l'espira varia amb el temps, $\boxed{\mathbf{0.1}}$ per tant es començarà a produir una *fem* quan el punt A comenci a endinsar-se en la regió on hi ha el camp magnètic $\boxed{\mathbf{0.1}}$ i això es produirà a partir de: $\frac{6\ \mathrm{m}}{2\ \mathrm{m/s}} = 3\ \mathrm{s}$ $\boxed{\mathbf{0.1}}$. A partir d'aquest instant el costat horitzontal del triangle s'endinsa com:

$$d(t) = v(t - 3)\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

Al ser una triangle rectangle isócels l'àrea que s'endinsa dintre del camp es:

$$A(t) = \frac{1}{2}\,[v(t - 3)]^2\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

El flux de camp magnètic serà:

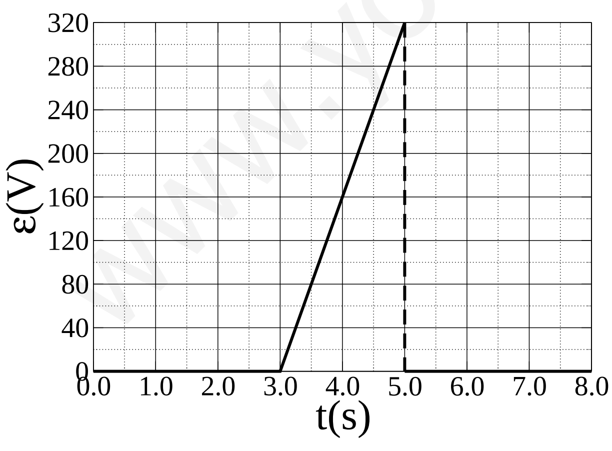
$$\Phi(t) = \frac{1}{2}\,[v(t - 3)]^2\ B\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\,v^2\,(t - 3)\ B\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

El enunciat ens diu que per t= 4s tenim:

$$160\ \mathrm{V} = |-\ 2^2\,(4 - 3)\ B\,| \Rightarrow B = 40\ \mathrm{T}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) Entre $t = 0$ i $t = 3$s, l'espira es troba integrament fora del abast del camp magnètic, per tant la *fem* induïda serà nul·la. $\boxed{\mathbf{0.1}}$ Entre $t = 3$s i $t = 5$s la *fem* augmenta linealment fins arribar al seu valor màxim. $\boxed{\mathbf{0.1}}$ Seguint el conveni de la regla de la ma dreta el sentit del corrent en aquesta zona serà antihorari. $\boxed{\mathbf{0.2}}$ A partir d'aquest instant el flux del camp és constant i per tant no es genera cap *fem*. $\boxed{\mathbf{0.2}}$ La gràfica per tant serà:



$\boxed{\mathbf{0.4}}$

SÈRIE 3

P1)

a)

$$\frac{GM_T m_s}{(h+R_T)^2} = m_s\omega^2(h+R_T) = m_s\frac{4\pi^2}{T^2}(h+R_T)\boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2(h+R_T)^3}{GM_T}\boxed{\mathbf{0.1}}\,T = 2\pi\sqrt{\frac{(h+R_T)^3}{GM_T}}\boxed{\mathbf{0.1}} = 2\pi\sqrt{\frac{(3,00\times10^7)^3}{6,67\times10^{-11}\,5,98\times10^{24}}} = 5,17{\times}10^4\text{s} = 14,4\,\text{h}\boxed{\mathbf{0.6}}$$

b)

$$v = \omega(h+R_T) = \frac{2\pi}{T}(h+R_T)\boxed{\mathbf{0.5}} = 3,65\times10^3\text{ m/s} = 3,65\text{ km/s}\boxed{\mathbf{0.5}}$$

P2)

a)

$$\vec{F} = \vec{\mathcal{E}}\,q = m\,\vec{a}\boxed{\mathbf{0.5}} \Rightarrow \vec{\mathcal{E}} = \frac{m\vec{a}}{q} = \frac{9,11\times10^{-31}\text{kg}\cdot1,20\times10^{13}\text{m/s}^2\vec{i}}{-1,60\times10^{-19}\text{C}} = -68,3\,\vec{i}\,\text{N/C ó V/m}\boxed{\mathbf{0.5}}$$

b) Al ser el camp elèctric constant:

$$\Delta V = -\vec{\mathcal{E}}\,\Delta\vec{r}\boxed{\mathbf{0.2}} = -(-68.3\,\vec{i})(0.3\,\vec{i}) = 20,5\text{V}\boxed{\mathbf{0.2}}$$

El potencial mes alt serà a la part dreta de la càmera $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$\Delta E = \Omega = -\Delta V\,q = -20.5\,(-1.60\times10^{-19}) = 3,28\times10^{-18}\text{ J} = 20.5\text{ eV}\boxed{\mathbf{0.4}}$$

Opció A

P3)

a) Els electrons son frenats pel camp elèctric, transformant la seva energia cinètica en energia potencial elèctrica: $\boxed{\mathbf{0.2}}$

$$\Delta E_c = \Delta E_p \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = |\mathrm{e}|\Delta V \ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2|\mathrm{e}|\Delta V}{m}} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} v_1 = \sqrt{\frac{2\times1{,}60\times10^{-19}\times4{,}01}{9{,}11\times10^{-31}}} = 1{,}19\times10^{6}\mathrm{m/s} \ \boxed{\mathbf{0.3}} \\ v_2 = \sqrt{\frac{2\times1{,}60\times10^{-19}\times8{,}15}{9{,}11\times10^{-31}}} = 1{,}69\times10^{6}\mathrm{m/s} \ \boxed{\mathbf{0.3}} \end{cases}$$

b)

El balanç energètic en l'efecte fotoelèctric és:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = W_0 + E_c \ \boxed{\mathbf{0.1}} = W_0 + |\mathrm{e}|\Delta V \ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

Per tant

$$\left.\begin{array}{l} \frac{hc}{\lambda_1} = W_0 + |\mathrm{e}|\Delta V_1 \\ \frac{hc}{\lambda_2} = W_0 + |\mathrm{e}|\Delta V_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\mathbf{0.1}} h\left\{\frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2}\right\} = |\mathrm{e}|\left\{\Delta V_1 - \Delta V_2\right\} \ \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow$$

$$h = \frac{|\mathrm{e}|}{c}\frac{\Delta V_1 - \Delta V_2}{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}} = 6{,}62\times10^{-34}\mathrm{J\ s} \ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Per altre banda, substituint en una les equacions anteriors:

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_1} - |\mathrm{e}|\Delta V_1 = 6{,}82\times10^{-19}\mathrm{J} \ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

P4)

a) La superfície de una sola espira és:

$$s = 0.025^2 = 6{,}25\cdot10^{-4}\mathrm{m}^2 \ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

El flux del camp magnètic que travessa la bobina, l'escriurem com:

$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cdot\cos 0\cdot = B\cdot S \ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

on S serà:

$$S = 2000\cdot s = 1{,}25\ \mathrm{m}^2 \boxed{\mathbf{0.1}}$$

A partir de la lectura de la gràfica podem escriure:

$$B(t)_{t\in[0,5]} = \frac{25 - 0}{5 - 0}\cdot10^{-3}\cdot t\ \mathrm{T} \ \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow \Phi(t)_{t\in[0,5]} = 6{,}25\cdot10^{-3}\cdot t\ \mathrm{Wb}\boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$B(t)_{t\in[5,8]} = 25\cdot10^{-3}\ \mathrm{T} \ \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow \Phi(t)_{t\in[5,8]} = 31{,}3\cdot10^{-3}\ \mathrm{Wb}\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b)

$$\varepsilon(t) = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\cdot S \ \boxed{\mathbf{0.4}}$$

$$\varepsilon(t)_{t\in[0,5]} = -6{,}3\cdot10^{-3}\ \mathrm{V} \ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$\varepsilon(t)_{t\in[5,8]} = 0\ \mathrm{V} \ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$\varepsilon(t)_{t\in[8,10]} \;=\; 16\cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Es considerarà igualment correcte si la $\varepsilon((t)$ del primer tram es positiva i la del últim es negativa. També es considerarà igualment correcte si es realitza el càlcul sense la utilització del càlcul diferencial i es duu a terme considerant al quocient de les variacions:

$$\varepsilon \;=\; -\frac{\Delta\Phi}{\Delta \mathrm{t}}$$

P5)

a) El mode fonamental (1^{er} harmònic) correspon a aquell on la longitud d'ona és el doble de la longitud de la corda:

$$\lambda_0 \;=\; 2\,L \;=\; 1,30\mathrm{m}\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

La velocitat de propagació és:

$$v \;=\; \lambda_0\,\nu_0 \;=\; 1,3\cdot 330 \;=\; 429\ \mathrm{m/s}\ \boxed{\mathbf{0.5}}$$

b) Per $d \;=\; 3$ m tenim $\beta\;= 30$ dB, si I_1 és la intensitat sonora de una guitarra $\Rightarrow$

$$\beta_1 \;=\; 10\ \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \;=\; 30\ \mathrm{dB}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tres guitarres: $I_3 \;=\; 3\ I_1$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$ i la sensació sonora serà:

$$\beta_3 \;=\; 10\ \log\left(\frac{I_3}{I_0}\right) \;=\; 10\ \log\left(\frac{3\ I_1}{I_0}\right) \;=\; 10\left[\log 3\ +\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)\right] \;\Rightarrow$$

$$\beta_3 \;=\; 10\ \log(3) \;+\; 10\ \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \;=\; 10\ \log(3) \;+\; 30 \;=\; 35\ \mathrm{dB}\ \boxed{\mathbf{0.6}}$$

Opció B
P3)

a) La reacció nuclear del ${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$, serà:

$$ {}^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} \; \boxed{\mathbf{0.5}} $$

També considerem vàlida la resposta on en lloc del He i posem α

Podem escriure la llei de desintegració com:

$$ N(t) = N_0 \, \mathrm{e}^{-\lambda \, t} $$

Per altre banda:

$$ N(t = t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 \, \mathrm{e}^{-\lambda \, t_{1/2}} \; \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow \mathrm{e}^{\lambda \, t_{1/2}} = 2 \Rightarrow \lambda = \frac{\ln \, 2}{t_{1/2}} = 5,02{\cdot}10^{-3} \, \text{dies}^{-1} = 5,81{\cdot}10^{-8} \, \mathrm{s}^{-1} \; \boxed{\mathbf{0.3}} $$

b) La llei de desintegració també la podem escriure:

$$ \frac{m(t)}{m_A} N_A = \frac{m_0}{m_A} N_A \, \mathrm{e}^{-\lambda \, t} \; \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow m(t) = m_0 \, \mathrm{e}^{-\lambda \, t} \; \boxed{\mathbf{0.2}} $$

Per tant:

$$ m(t = 20 \text{ dies}) = 5 \text{ mg } \mathrm{e}^{-\, 5{,}02 \cdot 10^{-3} \cdot \text{dies}^{-1} \cdot 20 \text{ dies}} = 4,52 \text{ mg} \; \boxed{\mathbf{0.7}} $$

O sigui ens quedaran: 4.52 mg

P4)

a) L'energia potencial d'un moviment vibratori harmònic és $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ $\boxed{\mathbf{0.1}}$, per tant:

$$ E_p = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} \, k \, 1^2 \Rightarrow k = 8,00 \text{ N/m} \; \boxed{\mathbf{0.2}} $$

Per altre banda tindrem:

$$ E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 12 = \frac{1}{2}m(5,44)^2 \Rightarrow m = \frac{24}{5,44^2} = 8,11 \cdot 10^{-1} \, \text{kg} \; \boxed{\mathbf{0.2}} $$

Per l'energia total tinrem:

$$ E = E_p + E_c = 12 + 4 = 16 \, \text{J} \; \boxed{\mathbf{0.5}} $$

b) La freqüència angular del moviment és $\omega^2 = k/m$ $\boxed{\mathbf{0.1}}$ i per tant

$$ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{8}{0,811}} = 3.14 \, \text{rad/s} \; \boxed{\mathbf{0.1}} $$

L'amplitud surt de l'expressió de la energia total del moviment:

$$ E = \frac{1}{2}kA^2 \; \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2{\cdot}16}{8}} = 2,00 \, \text{m} \; \boxed{\mathbf{0.1}} $$

Per trobar la fase inicial hem d'anar a les condicions inicials, tot tenint present que l'equació general del moviment harmònic simple és

$$ x(t) = A \, \cos(\omega \, t + \varphi) \; \boxed{\mathbf{0.1}} $$

(També considerem correcte les expressions si partim de la elongació amb la funció sinus) i, per tant, a $t = 0$ resulta $x = A\cos\varphi$, $v = -A\omega\sin\varphi$. Amb $x(0) = 1\,\text{m}$ i $v(0) = -5.44\,\text{m/s}$, i els valor anteriors, obtenim

$$ 1 = 2\cos\varphi \; ; \; -5,44 = -2 \cdot 3,14\sin\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 0.5 \; ; \sin\varphi = 0.86 \Rightarrow \tan\varphi = \frac{0,86}{0,5} \; \boxed{\mathbf{0.1}} \Rightarrow $$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{0.86}{0,5}\right) = 1,04 \text{ rad } \boxed{\mathbf{0.1}}$$

Per tant l'equació del moviment és:

$$x(t) = 2\cos(3,14 \text{ rad/s } t + 1,04 \text{ rad}) \text{ m } \boxed{\mathbf{0.3}}$$

P5)

a) La superfície d'una espira és: $s_0 = 16 \text{ cm}^2 = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, per tant la superfície total que genera el flux magnètic en al bobina és: $S_0 = 200\ s_0 = 3,2 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$ $\boxed{\mathbf{0.1}}$. La superfície efectiva que travessa el camp magnètic és:

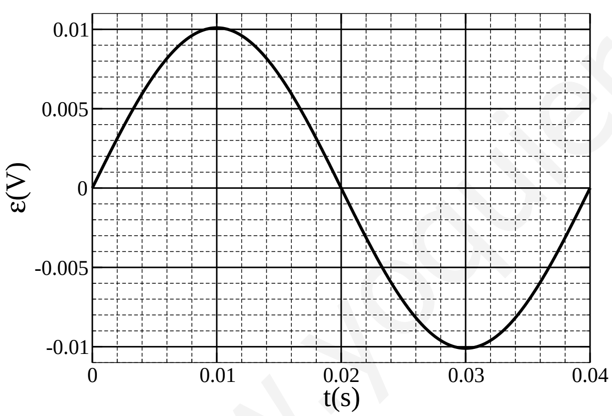
$$S(t) = S_0 \cos(\omega\ t) = S_0 \cos(2\pi\nu\ t) \boxed{\mathbf{0.1}}$$

Per tant el flux que travessa la bobina en funció del temps serà:

$$\Phi = B\ S(t) = B\ S_0 \cos(2\pi\nu\ t) \boxed{\mathbf{0.1}}$$

La *fem* generada serà:

$$\varepsilon(t) = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \boxed{\mathbf{0.1}} = 2\pi\nu\ B\ S_0 \sin(2\pi\nu\ t) \boxed{\mathbf{0.1}} = 1,01 \cdot 10^{-2} \sin(50\pi t) \text{ V } \boxed{\mathbf{0.2}}$$



$\boxed{\mathbf{0.3}}$

b) L'expressió que lliga les voltes del primari i el secundari amb les seves respectives diferencies de potencial és:

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s} = \frac{N_p}{N_s} \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow N_s = \frac{N_p\ \varepsilon_s}{\varepsilon_P} = \frac{10 \cdot 2,5}{0,05} = 500 \text{ voltes } \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Per altre banda la potència transmesa en el primari ha de ser igual a la obtinguda al secundari, per tant:

$$\varepsilon_p\ \mathrm{i}_p = \varepsilon_s\ \mathrm{i}_s \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow \mathrm{i}_p = \frac{\mathrm{i}_s \cdot \varepsilon_s}{\varepsilon_p} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5}{0,05} = 1,0 \text{ A } \boxed{\mathbf{0.3}}$$