

- Resoleu el problema P1 i responeu a les qüestions Q1 i Q2.
- Escolliu una de les opcions (A o B) i resoleu el problema P2 i responeu a les qüestions Q3 i Q4 de l'opció escollida.

(En total cal resoldre dos problemes i respondre a quatre qüestions.)  
 [Cada problema val 3 punts (1 punt per cada apartat). Cada qüestió val 1 punt.]

P1. Una massa  $m_1 = 200 \text{ g}$  es troba en repòs sobre una superfície horitzontal, sense fricció apreciable, unida a l'extrem d'una molla de massa negligible que per l'altre extrem està unida a una paret i inicialment no està ni comprimida ni estirada. Una segona massa  $m_2 = 600 \text{ g}$  es desplaça sobre la mateixa superfície amb una velocitat  $v = 4 \text{ m/s}$  en el sentit indicat en la figura i experimenta un xoc frontal, perfectament inelàstic, amb  $m_1$ . La constant recuperadora de la molla val  $k = 500 \text{ N/m}$ .



Calculeu:

- a) L'energia mecànica perduda en el xoc.
  - b) La compressió màxima de la molla.
  - c) La velocitat del sistema quan el desplaçament, mesurat des del punt on es produeix el xoc, és de 6 cm.
- Q1. Dos satèl·lits A i B tenen la mateixa massa i giren al voltant de la Terra en òrbites circulars, de manera que el radi de l'òrbita d'A és més gran que el radi de l'òrbita de B.
- a) Quin dels dos satèl·lits té més energia cinètica?
  - b) Quin dels dos satèl·lits té més energia mecànica?

Q2. Calculeu el valor de la longitud d'ona associada a un fotó d'energia 3 keV.

Dades:  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ,  $1 \text{ eV} = 1,609 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .



OPCIÓ A

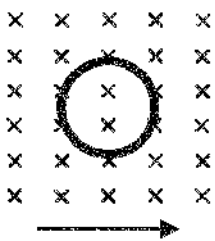
P2. Tres càrregues elèctriques puntuals, positives, de  $10^{-4}$  C cadascuna, estan situades als vèrtexs d'un triangle equilàter de  $\sqrt{3}$  m de costat. Calculeu:

- a) El valor de la força electrostàtica que actua sobre cada càrrega per efecte de les altres dues.
- b) El potencial elèctric en el punt mitjà d'un costat qualsevol del triangle.
- c) L'energia potencial electrostàtica emmagatzemada en el sistema de càrregues.

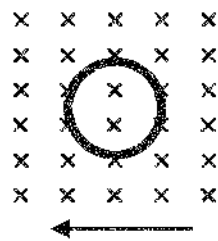
Dada:  $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ .

Q3. Són les dotze en punt. Tant l'agulla horària com l'agulla minutera del rellotge apunten cap amunt. En quin instant tornaran a coincidir, per primer cop, les dues agulles del rellotge?

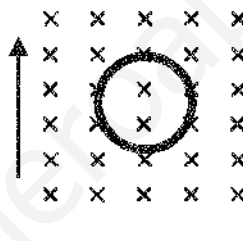
Q4. Una espira es mou en el si del camp magnètic uniforme representat en la figura, en el sentit que s'indica en cada cas. El símbol X indica que el camp entra en el paper.



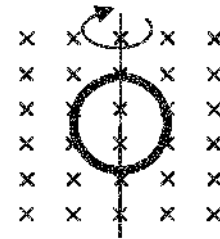
A: cap a la dreta



B: cap a l'esquerra



C: cap amunt



D: girant al voltant del diàmetre vertical

En l'espira, s'indueix corrent elèctric:

- a) en tots els casos.
- b) només en el cas D.
- c) en els casos A i B.
- d) en els casos A, B i C.

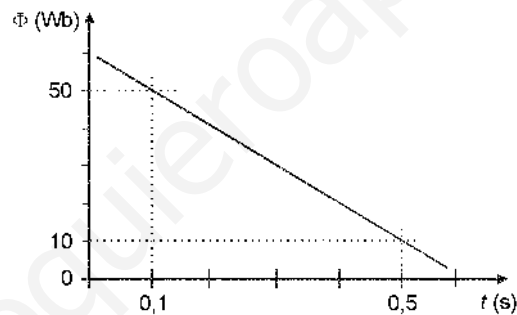
Escolliu l'opció correcta i raoneu la resposta.

## OPCIÓ B

P2. En un moviment circular de radi  $r = 6,5 \text{ m}$  la velocitat angular ve donada per  $\omega = 2 + 3t$  (en unitats del sistema internacional).

- Es tracta d'un moviment circular uniformement accelerat? Per què?
  - Calculeu l'acceleració tangencial i l'acceleració normal del punt mòbil en l'instant  $t = 3 \text{ s}$ .
  - Determineu la longitud de l'arc recorregut en els dos primers segons del moviment i la velocitat angular al final de la primera volta.
- Q3. Un raig de llum vermella que es propaga per l'aire incideix sobre un vidre i forma un angle de  $30^\circ$  amb la direcció normal a la superfície del vidre. L'índex de refracció del vidre per a la llum vermella és  $n_v = 1,5$  i el de l'aire és  $n_a = 1$ . Calculeu l'angle que formen entre si el raig reflectit i el raig refractat.

Q4. En aquest gràfic es representa la variació del flux magnètic amb el temps en un circuit.



El valor de la força electromotriu induïda serà:

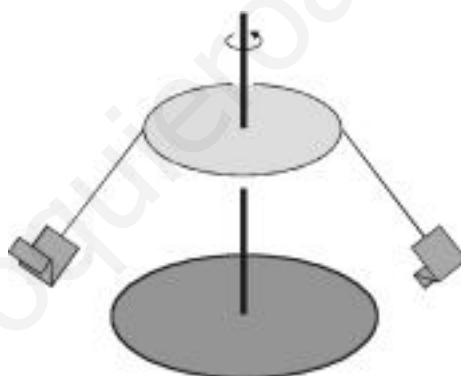
- 20 V
  - 50 V
  - 100 V
  - 500 V
- Trieu la resposta que considereu correcta i traslladeu-la al quadernet de respostes, indicant el número de la pregunta i, al costat, la lletra que precedeix la resposta que considereu correcta (A, B, C o D).
  - Justifiqueu la resposta.

- Resoleu el problema P1 i responeu a les qüestions Q1 i Q2.
- Escolliu una de les opcions (A o B) i resoleu el problema P2 i responeu a les qüestions Q3 i Q4 de l'opció escollida.

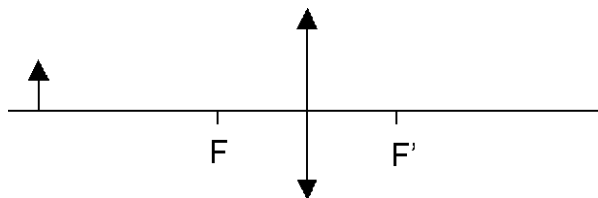
(En total cal resoldre dos problemes i respondre a quatre qüestions.)  
 [Cada problema val 3 punts (1 punt per cada apartat). Cada qüestió val 1 punt.]

- P1. El muntatge d'una atracció de fira consisteix en una anella horitzontal de 3 m de radi, de la qual pengen cordes de 4 m de longitud i massa negligible. A l'extrem de cada corda hi ha una cadireta de 2 kg de massa. L'anella gira a velocitat angular constant, al voltant d'un eix vertical que passa pel seu centre.
- a) Calculeu la velocitat angular de l'anella quan la corda d'una cadireta buida forma un angle de  $37^\circ$  amb la vertical.
  - b) En les condicions anteriors, calculeu la tensió de la corda.
  - c) Si la tensió màxima que poden suportar les cordes sense trencar-se és de 796 N i l'atracció gira a la velocitat adequada perquè la corda continuï formant un angle de  $37^\circ$  amb la vertical, quin és el pes màxim que pot tenir un usuari de l'atracció sense que es trenqui la corda? A quina massa (en kg) correspon aquest pes màxim?

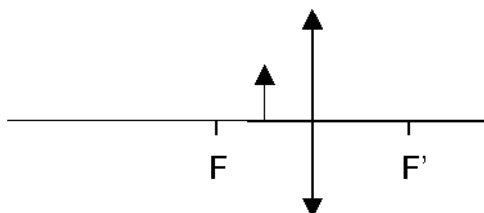
Considereu  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .



- Q1. En l'esquema inferior, dibuixeu la imatge de la fletxa produïda per la lent fent la marxa de raigs corresponent. F i F' són els focus de la lent.



Repetiu el dibuix per al cas que la fletxa se situï entre el focus i la lent, com en l'esquema inferior.



Q2. Un punt material que efectua un moviment harmònic simple realitza 1.700 oscil·lacions d'amplitud 20 cm en 10 s i genera una ona transversal que es propaga a 340 m/s. Calculeu-ne la longitud d'ona. Sabent que la posició inicial del punt material és la de màxima elongació, escriviu l'equació  $y(x,t)$  d'aquesta ona en unitats del sistema internacional.

#### OPCIÓ A

P2. Un cos de massa  $m$  es troba sobre una superfície horitzontal sense fricció, lligat a l'extrem d'una molla ideal. El cos experimenta un moviment vibratori harmònic simple, representat per l'equació  $x = 0,02 \cos(10t + \pi/2)$  en unitats del sistema internacional.

- Calculeu els valors màxims de la posició i la velocitat del cos. Indiqueu en quins punts de la trajectòria s'assoleixen aquests valors màxims.
- Si  $m = 150$  g, calculeu la constant recuperadora de la molla. Calculeu també l'energia total del moviment.
- Calculeu el mòdul de la velocitat del cos quan aquest es troba en la posició corresponent a la meitat de l'amplitud.

Q3. Dos satèl·lits que tenen la mateixa massa descriuen òrbites circulars al voltant d'un planeta. Les òrbites tenen radis  $a$  i  $b$ , amb  $a < b$ . Raoneu quin dels dos satèl·lits té més energia cinètica.

Q4. Una esfera conductora de radi 2 cm té una càrrega de  $-3 \mu\text{C}$ .

- Quant val el potencial elèctric creat per l'esfera en un punt que dista 3 cm del centre de l'esfera?
- Quant val el camp elèctric creat per l'esfera en un punt que dista 1 cm del centre de l'esfera?

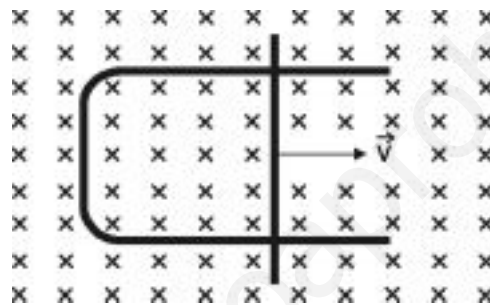
Dada:  $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ .

OPCIÓ B

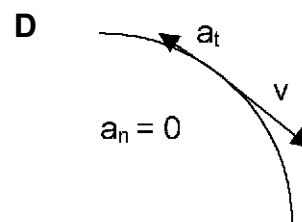
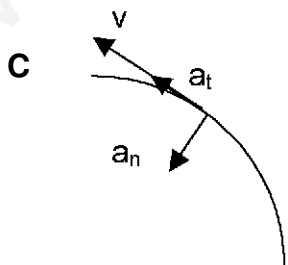
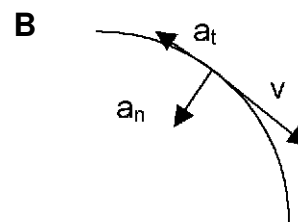
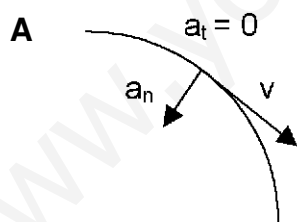
P2. Considereu dues càrregues iguals, cadascuna de valor  $Q = 10^{-5} \text{ C}$ , fixes en els punts  $(0,2)$  i  $(0,-2)$ . Les distàncies es mesuren en m i la constant de Coulomb val  $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ .

- Calculeu el camp elèctric en el punt  $(2,0)$ . Determineu la força elèctrica total que experimentaria una petita càrrega  $q = 10^{-6} \text{ C}$  situada en aquest punt.
- Determineu el treball elèctric que un agent extern ha hagut de fer sobre la càrrega  $q$  per portar-la des de l'infinit fins al punt  $(2,0)$  sense modificar la seva energia cinètica.
- Suposeu que la càrrega  $q$  té una massa de 3 g i es troba en repòs en el punt  $(2,0)$ . Calculeu la velocitat amb què arriba al punt  $(3,0)$ .

Q3. Considereu un camp magnètic uniforme, perpendicular a la superfície plana delimitada per un fil metàl·lic en forma de U, i una barra metàl·lica que es mou sobre el fil a velocitat constant i en el sentit indicat en la figura. El símbol X indica que el camp apunta cap a dins del paper.



- En quin sentit circula el corrent induït en el circuit? Raoneu la resposta.
  - Quin moviment hauria de descriure la barra perquè el corrent induït fos altern? Per què?
- Q4. Considereu una partícula que descriu un moviment circular uniformement retardat, amb acceleració angular no nul·la. Quin dels diagrames següents li correspon?



- Trieu la resposta que considereu correcta i traslladeu-la al quadernet de respostes, indicant el número de la pregunta i, al costat, la lletra que precedeix la resposta que considereu correcta (A, B, C o D).
- Justifiqueu la resposta.

## PAUTES DE CORRECCIÓ

P1.  $m_1 = 0,2 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 0,6 \text{ kg}$ ;  $v = 4 \text{ m/s}$ ;  $k = 500 \text{ N/m}$ .

a)  $m_1 \cdot 0 + m_2 \cdot v = (m_1 + m_2) v' \rightarrow v' = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v = \boxed{3 \text{ m/s}}$  (0,5)

$\Delta E_m = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 - \frac{1}{2} m_2 v^2 = \boxed{-1,2 \text{ J}}$  (en el xoc). (0,5)

b) Després del xoc:  $\Delta E_m = 0$  (0,5)

$\frac{1}{2} k A^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 = 0 \rightarrow \boxed{A = 0,12 \text{ m}}$  (0,5)

c) Primer mètode:

$\Delta E_m = 0 \rightarrow \frac{1}{2} k \left(\frac{A}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^{*2} - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 = 0 \rightarrow \boxed{v^* = 2,6 \text{ m/s}}$  (0,25)

Segon mètode:

$x = A \sin(\omega t + \varphi) \quad t=0 \leftrightarrow x=0 \Rightarrow \varphi=0 \rightarrow x = A \sin \omega t$

$x = A/2 = A \sin \omega t \rightarrow \omega t = \pi/6 \text{ rad} \rightarrow v^* = A \omega \cos \omega t = \boxed{2,6 \text{ m/s}}$  (0,25)

Q1. a)  $G \frac{m M_\oplus}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \rightarrow E_c \equiv \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} G \frac{m M_\oplus}{r} > 0$  (0,25)

$r_A > r_B \rightarrow \boxed{E_{cA} < E_{cB}}$  (0,25)

b)  $E_m = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{m M_\oplus}{r} = \left(\frac{1}{2} - 1\right) G \frac{m M_\oplus}{r} = -E_c \rightarrow \boxed{E_{m_A} > E_{m_B}}$  (0,25)  
(les dues negatives)

Q2.  $3 \text{ keV} = 3 \text{ keV} \cdot 10^3 \text{ eV/keV} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 4,806 \cdot 10^{-16} \text{ J}$  (0,25)

$E = h\nu = hc/\lambda \rightarrow \lambda = hc/E = \boxed{4,13 \cdot 10^{-10} \text{ m}}$  (0,75)

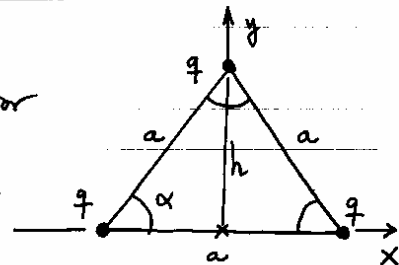
## OPCIÓ A/ SÈRIE 3

P2. Considerem la càrrega del vèrtex superior

a)  $\cos \alpha/2 = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  (0,25)

$F = 2 \left[ k \frac{q^2}{a^2} \right] \cos \alpha/2 = \boxed{52,0 \text{ N}}$  (0,75)

b)  $V = k \left( \frac{q}{a/2} + \frac{q}{a/2} + \frac{q}{h} \right) = \boxed{2,7 \cdot 10^6 \text{ V}}$  (0,75)



$h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$

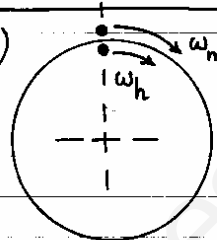
$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = 1,5 \text{ m}$  (0,25)

$$c) E_p = k \frac{q \cdot q}{a} + k \frac{q \cdot q}{a} + k \frac{q \cdot q}{a} = 3k \frac{q^2}{a} \rightarrow E_p = 1,56 \cdot 10^2 \text{ J}$$

(0,75) (0,25)

Q3.  $\omega_h = \frac{2\pi}{12 \text{ h} \cdot 60 \text{ m/h} \cdot 60 \text{ s/m}} = \frac{2\pi}{43.200} \text{ rad/s}$  (0,25)

$$\omega_m = \frac{2\pi}{60 \text{ m/h} \cdot 60 \text{ s/m}} = \frac{2\pi}{3.600} \text{ rad/s}$$
 (0,25)



$$\theta_h = \theta_m - 2\pi \rightarrow \omega_h \cdot t^* = \omega_m \cdot t^* - 2\pi \rightarrow t^* = 3,927 \text{ s} = 1 \text{ h } 5 \text{ m } 27 \text{ s}$$

(0,25) (0,25)

Q4. Opció correcta: (b) "... només en el cas D." (0,25)

Justificació: en A, B, C el flux magnètic a través de l'espira no canvia en el temps, i per tant no s'indueix corrent. En D el flux varia de forma alternativa i per tant s'indueix un corrent altern. (0,75)

### OPCIÓ B / SÈRIE 3

P2. a)  $\alpha = d\omega/dt = 3 \text{ rad/s}^2 = \text{const}$ . Sí, perquè  $\alpha = \text{const} \neq 0$ . (1,0)

b)  $a_t = \alpha \cdot r = 19,5 \text{ m/s}^2$  (0,5)

$$a_n = \omega^2 \cdot r = (2 + 3 \cdot 3)^2 \cdot 65 = 786,5 \text{ m/s}^2$$
 (0,5)

c)  $\Delta\theta = \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha \Delta t^2 = 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2^2 = 10 \text{ rad} \rightarrow \Delta s = r \cdot \Delta\theta = 65 \text{ m}$  (0,25)

$$\Delta\theta = \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha \Delta t^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha \Delta t$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha \Delta\theta$$
 (0,25)

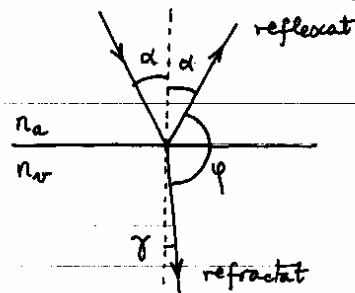
$$\omega^2 = 2^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2\pi \rightarrow \omega = 6,5 \text{ rad/s}$$
 (0,25)

Q3. Llei de Snell:

$$n_a \cdot \sin \alpha = n_r \cdot \sin \gamma$$
 (0,5)

$$\rightarrow \gamma = \arcsin\left(\frac{n_a}{n_r} \sin \alpha\right) = 19,47^\circ$$

$$\rightarrow \varphi = 180^\circ - \alpha - \gamma = 130,53^\circ$$
 (0,5)



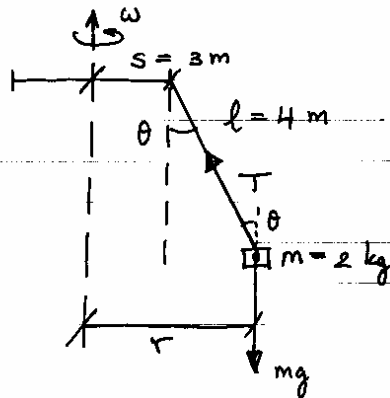
Q4. a) Opció correcta: (C) (sense justificació) (0,5)

b)  $|\mathcal{E}| = d\Phi/dt = \Delta\Phi/\Delta t = \frac{50-10}{0,1-0,5} = 100 \text{ V}$  (0,5)



## PAUTES DE CORRECCIÓ

P1.



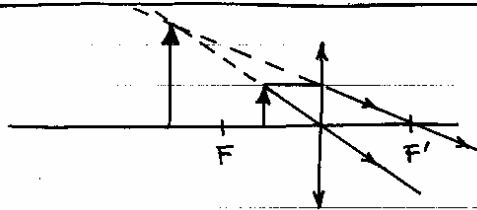
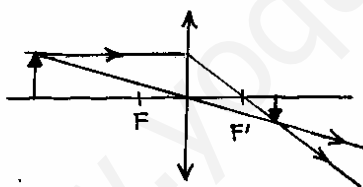
a)  $r = s + l \sin \theta = 5,4 \text{ m.}$

$$\left. \begin{array}{l} T \sin \theta = m \omega^2 r \\ T \cos \theta - mg = 0 \end{array} \right\} \omega^2 = \frac{g \tan \theta}{r} \rightarrow \boxed{\omega = 1,17 \text{ rad/s}}$$

b)  $T = mg / \cos \theta \rightarrow \boxed{T = 24,6 \text{ N}}$

c)  $T' \cos \theta - (m+M)g = 0 \rightarrow Mg = T' \cos \theta - mg \rightarrow \boxed{Mg = 616,4 \text{ N}}$   
 $\boxed{M = 62,8 \text{ kg}}$

Q1.



Q2.  $\nu = 1.700 \text{ osc} / 10 \text{ s} = 170 \text{ Hz} \rightarrow \lambda = \nu / \nu = \boxed{2 \text{ m}} \quad (0,5)$

$y = A \cos 2\pi (x/\lambda - \nu t) \rightarrow \boxed{y = 0,2 \cos 2\pi (x/2 - 170t)} \quad (0,5)$

## OPCIÓ A / SÈRIE 1

P2. a)  $v = dx/dt = -0,02 \cdot 10 \cdot \sin(10t + \pi/2).$

$\boxed{x_{\max} = 0,02 \text{ m}} \quad (0,25) \rightarrow \text{Als extrems de l'oscil·lació} \quad (0,25)$

$\boxed{v_{\max} = 0,2 \text{ m/s}} \quad (0,25) \rightarrow \text{Al punt mig de l'oscil·lació} \quad (0,25)$

b)  $a = dv/dt = -0,02 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cos(10t + \pi/2) = -100 \cdot x(t)$

$$F = -kx = ma \rightarrow k = -\frac{ma}{x} = 100 \cdot m = \boxed{15 \text{ N/m}} \quad (0,5)$$

$$E = \frac{1}{2} kA^2 = \boxed{0,003 \text{ J}} \quad (0,5)$$

c)  $x = 0,01 = 0,02 \cos(10t + \pi/2) \rightarrow (10t + \pi/2) = \arccos \frac{0,01}{0,02} = 60^\circ \quad (0,5)$

$$|v| = 0,02 \cdot 10 \cdot \sin(10t + \pi/2) = \boxed{0,173 \text{ m/s}} \quad (0,5)$$

Q3.  $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \rightarrow E_c = \frac{1}{2} mv^2 = G \frac{Mm}{r} \quad (0,5)$

$r \uparrow \Rightarrow E_c \downarrow$  : Te' més  $E_c$  el de radi menor (a)  $(0,5)$

Q4. a) El punt és exterior,  $V = k q/r = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-2}} = \boxed{9 \cdot 10^5 \text{ V}} \quad (0,5)$

b) El punt és interior,  $E = 0. \quad (0,5)$

OPCIÓ B/SÈRIE 1

P2. a)  $r^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \text{ m}^2 \quad (0,25)$

$$E(2,0) = 2k \frac{Q}{r^2} \cos \pi/2 = \boxed{1,59 \cdot 10^4 \text{ N/C}} \quad (0,25) \quad ; \quad \vec{E} = E \hat{i} \quad (0,25)$$

$$F = qE = \boxed{1,59 \cdot 10^{-2} \text{ N}} \quad (0,25) \quad ; \quad \vec{F} = F \hat{i} \quad (0,25)$$

b)  $W = q \cdot \Delta V = q \cdot V(2,0) \quad (0,5)$


$$W = q \cdot 2k \frac{Q}{r} = \boxed{6,36 \cdot 10^{-2} \text{ J}} \quad (0,5) \quad W > 0 : \text{s'ha fet contra el camp } \vec{E}.$$

c)  $E_c + u = \text{const} \rightarrow \Delta E_c + \Delta u = 0. \quad (0,25)$

$$\Delta u = q [V(3,0) - V(2,0)] = q \cdot 2kQ \left[ \frac{1}{\sqrt{2^2+3^2}} - \frac{1}{\sqrt{2^2+2^2}} \right] = \boxed{-1,37 \cdot 10^{-2} \text{ J}} \quad (0,5)$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} mv^2 - 0$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{-2 \Delta u}{m}} = \boxed{3,02 \text{ m/s}} \quad (0,25)$$

Q3. a) El corrent induït apareix en sentit antihorari   $(0,25)$   
per compensar la variació del flux magnètic.  $(0,25)$ .

b) Un MHS, perquè el corrent induït varia de forma sinusoidal en el temps.  $(0,5)$

Q4. a) Opció correcta: (B) (sense justificació)  $(0,5)$

b) Circular implica que l'acceleració normal és diferent de zero. Retardat implica que l'acceleració tangencial és diferent de zero i en sentit oposat a la velocitat.  $(0,5)$