CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAU

XUÑO 2016

Código: 36

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(*O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos*)

OPCIÓN A

1. Dadas as matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ e $C=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

(a) Calcula as matrices B^{-1} e C^{-1}, inversas das matrices B e C respectivamente.

(b) Despexa e calcula a matriz X que verifica $A^t + B\cdot X = 5C^{-1}$, A^t matriz trasposta de A.

2. (a) Calcula os valores de a e b para que a función $f(x) = ax^2 + bx^3$ teña un punto de inflexión en (2, 16).

(b) Consideremos a función $f(x) = -x^3 + 6x^2$. Calcula e clasifica os seus extremos relativos. Determina o punto ou puntos nos que a recta tanxente á gráfica da función ten pendente igual a 9.

3. Segundo os datos do ano 2013 relativos ás pensións básicas en alta da Seguridade Social na nosa Comunidade Autónoma, sábese que o 49,5% dos pensionistas son homes e deles o 11% ten 85 ou máis anos. Ademais sábese tamén que o 16% do total de pensionistas teñen 85 ou máis anos.

(a) Calcula a porcentaxe de homes entre os pensionistas de 85 ou máis anos.

(b) Elíxese un pensionista ao azar e resulta ser muller, calcula a probabilidade de que teña 85 ou máis anos.

4. Un fabricante garante a un laboratorio farmacéutico que as súas máquinas producen comprimidos cun diámetro medio non superior a 13 milímetros, que é o tope admitido polo laboratorio. Sábese que o diámetro dos comprimidos do fabricante segue unha distribución normal con desviación típica 0,6 milímetros. O laboratorio comproba unha mostra aleatoria de 100 comprimidos dese fabricante e obtén que o diámetro medio é 13,12 milímetros.

(a) Formula un test para contrastar que o diámetro medio dos comprimidos é o que afirma o fabricante, fronte a que é superior. ¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación?

(b) Calcula un intervalo do 95% de confianza para o diámetro medio dos comprimidos dese fabricante. Interpreta o intervalo obtido.

OPCIÓN B

1. Sexa a función $f(x,y) = x + 2y$ suxeita ao conxunto de restricións $y \le x+2,\ x+y \le 10,\ x \ge -1,\ y \ge -2$.

(a) Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

(b) Calcula o punto ou puntos onde a función f alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo. Razoa se se obtén o mesmo valor máximo se engadimos a restrición $y \le 3$ ao conxunto de restricións anteriores.

2. Sexa a función de poboación $P(t) = 8 + \dfrac{12t}{t^2+9}$, $t \ge 0$, onde t é o tempo transcorrido en anos e $P(t)$ a poboación en millóns de individuos.

(a) Estuda o crecemento e decrecemento da poboación. Calcula o valor máximo da poboación.

(b) Calcula cando a poboación é de 9,6 millóns de individuos. Estuda o comportamento da poboación a longo prazo.

3. Unha tenda que vende os seus produtos a través de Internet utiliza tres empresas de transporte para a entrega dos seus pedidos A, B e C. Reparten a entrega de pedidos entre as empresas, de forma que A entrega a metade, B a terceira parte e C o resto dos pedidos. O 84% dos pedidos entregados por A, o 90% dos entregados por B e o 96% dos entregados por C, cumpren co prazo de entrega establecido.

(a) ¿Que porcentaxe de pedidos son entregados no prazo establecido?

(b) Calcula a probabilidade de que un pedido, seleccionado ao azar, ou é entregado pola empresa B ou non cumpre co prazo de entrega establecido.

4. Unha empresa multinacional que posúe delegacións en Francia e España, realiza un estudo sobre a satisfacción dos seus empregados no traballo. Polo estudo realizado na delegación francesa, sabemos que o 45% dos empregados están satisfeitos co seu traballo. Na delegación española, dunha mostra aleatoria de 1600 empregados 672 están satisfeitos co seu traballo.

(a) Formula un test para contrastar a hipótese de que a proporción de empregados satisfeitos na delegación española é polo menos a mesma que na delegación francesa fronte a que é inferior. ¿Cal sería a conclusión cun 1% de nivel de significación?

(a) Explica, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e de tipo II.

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(*O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos*)

OPCIÓN A

1. Sexa a matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

(a) Determina os valores de x e y para os que se verifica a seguinte ecuación $3A^2 - xA + yI = O$, onde I é a matriz identidade de orde 2 e O é a matriz nula da mesma orde.

(b) Despexa e calcula a matriz X na ecuación matricial $2A + X = 3A^{-1}$ (A^{-1} é a matriz inversa de A).

2. O número de persoas, en centos, que visitou unha exposición que permaneceu aberta durante tres meses nun museo, estimouse pola función $N(t) = -t^3 + at^2 + bt$, $0 \le t \le 3$, onde t é o tempo transcorrido en meses desde a inauguración.

(a) Calcula os valores de a e b, se se sabe que no segundo mes se alcanzou o máximo de 400 visitantes.

(b) Para a = 3 e b = 0, estuda en que período de tempo se rexistrou un aumento e no que se rexistrou unha diminución do número de visitantes. Estuda a concavidade e convexidade da función e representa a súa gráfica.

3. Uns grandes almacéns teñen á venda un determinado artigo en dous formatos diferentes: A e B. Entre os compradores do artigo, dous de cada cinco elixen o formato A e o resto elixen o formato B. Quedan satisfeitos o 80% dos que elixen o formato A e o 85% dos que elixen o formato B.

(a) Determina a probabilidade de que unha persoa quede satisfeita coa compra do artigo.

(b) Se un comprador do artigo, elexido ao azar, non quedou satisfeito coa compra, ¿cal é a probabilidade de que elexise o formato A?

4. Un estudo revela que polo menos o 80% dos universitarios galegos practican algún deporte. Elexida unha mostra aleatoria de 200 universitarios galegos comprobouse que 146 deles practican algún deporte.

(a) Formula un test para contrastar a afirmación do estudo fronte a que menos do 80% dos universitarios galegos practican algún deporte. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?

(b) A partir da mostra dada, calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de universitarios galegos que practican algún deporte. Interpreta o intervalo obtido.

OPCIÓN B

1. Consideremos o sistema de inecuacións $y \ge 0$, $2 \le y + x \le 9$, $3y - 4x \le 6$, $2y \ge 3x - 12$.

(a) Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

(b) ¿En que punto ou puntos desa rexión alcanza os valores máximo e mínimo a función $f(x,y) = 4x - 3y + 2$?

2. Os gastos de mantemento $G(t)$, en miles de euros, da maquinaria dunha empresa estímanse en función do tempo t, en meses, que dita maquinaria leva en funcionamiento por:

$$G(t) = \begin{cases} -\dfrac{1}{9}t + \dfrac{7}{2} & \text{se } 0 \le t \le 18 \\ 6 - \dfrac{144}{t+14} & \text{se } t > 18 \end{cases}.$$

(a) Calcula os intervalos de crecemento e de decrecemento do gasto de mantemento. ¿Nalgún mes o gasto é mínimo? Nese caso, ¿a canto ascende?

(b) Determina en que mes ou meses o gasto é de 3000 euros. Xustifica e calcula o valor ao que tende o gasto co paso do tempo.

3. Sexan A e B sucesos tales que $P(A) = 0{,}80$, $P(B) = 0{,}60$ e $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0{,}52$, onde $\bar{A}$ e $\bar{B}$ son os sucesos contrarios ou complementarios de A e B, respectivamente.

(a) Calcula $P(A \cap B)$. Xustifica se son independentes ou non os sucesos A e B.

(b) Formula e calcula as probabilidades de: "*que aconteza A e non aconteza B*" e "*que non aconteza nin A nin B*".

4. O peso das robalizas capturadas polos pesqueiros dun porto da costa galega distribúese normalmente con media μ e desviación típica σ = 500 gramos. Elíxese unha mostra aleatoria de 25 robalizas do devandito porto.

(a) Obtense o intervalo de confianza (2083, 2517) para a media μ. Calcula o peso medio das robalizas da mostra e o nivel de confianza co que se construíu o intervalo.

(a) Utilizando o peso medio da mostra obtido no apartado (a), formula un test para contrastar que o peso medio das robalizas que alí se pescan é de polo menos 2500 gramos como afirman os pescadores do lugar, fronte a que é inferior. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos:**
- Calcular a inversa da matriz *B*: **0,75 puntos**.
- Calcular a inversa da matriz *C*: **1 punto**.

(b) **1,25 puntos:**
- Despexar a matriz *X* : **0,50 puntos**.
- Calcular $5C^{-1} - A^t$: **0,25 puntos**.
- Obter a matriz *X*: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,50 puntos:**
- Determinar a primeira e a segunda derivada da función: **0,50 puntos**.
- Condición de punto de inflexión no punto dado: **0,25 puntos**.
- Condición de pasar a función polo punto anterior: **0,25 puntos**.
- Obter o valor de a e de b: **0,50 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Calcular os puntos críticos: **0,25 puntos**.
- Determinar o máximo e o mínimo relativos: **0,50 puntos**.
- Formular a condición pedida: **0,25 puntos**.
- Resolver a ecuación anterior para obter os puntos pedidos: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formulación da probabilidade condicionada pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade condicionada anterior e resultado: **0,50 puntos**.
- Responder a porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Expresión da probabilidade condicionada pedida: **0,25 puntos**.
- Utilizar as propiedades adecuadas para chegar o resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Decidir, cun 5% de nivel de significación, se aceptamos ou rexeitamos a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Expresión do intervalo de confianza: **0,25 puntos.**
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos.**
- Interpretar o intervalo de confianza obtido: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos:**
- Vértices da rexión factible: **1 punto**.
- Representación gráfica da rexión factible: **0,75 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os catro vértices).

(b) **1,25 puntos:**
- Puntos onde a función alcanza o valor máximo e o valor mínimo: **0,50 puntos**.
- Comprobar que non se obtén o mesmo valor máximo que no apartado anterior ao engadir a nova restrición: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos:**
- Derivada da función: **0,75 puntos**.
- Calcular o punto crítico válido: **0,25 puntos**.
- Determinar o intervalo no que creceu a poboación: **0,25 puntos**.
- Determinar o intervalo no que decreceu a poboación: **0,25 puntos**.
- Calcular o valor máximo da poboación: **0,25 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**
- Calcular os anos pedidos: **0,75 puntos**.
- Obter o límite da función: **0,25 puntos**.
- Expresar o anterior resultado no contexto do exercicio: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida, utilizar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades da fórmula e resultado: **0,75 puntos**.
- Expresar o resultado obtido coma porcentaxe: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formulación da probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade da unión anterior e chegar ao resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1,50 puntos:**
- Cálculo da proporción mostral: **0,25 puntos**.
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0,25 puntos**.
- Decidir se se acepta ou se rexeita a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

(b) **0,50 puntos:**
- Interpretar, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e de tipo II: **0,50 puntos.**

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos**:
- Calcular as matrices $3A^2$, $x \cdot A$ e $y \cdot I$: **0,75 puntos**.
- Operar alxébricamente coas matrices obtidas: **0,25 puntos**.
- Obter os valores de x e y : **0,50 puntos**.
- Comprobar que estes valores satisfán todas as ecuacións: **0,25 puntos**.

(b) **1,25 puntos**:
- Calcular a matriz inversa de A: **0,75 puntos**.
- Despexar e obter a matriz X: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,25 puntos:**
- Determinar a primeira derivada: **0,25 puntos**.
- Condición de máximo no punto $t = 2$: **0,25 puntos**.
- Condición de valor máximo nese punto: **0,25 puntos**.
- Resolver o sistema obtendo os valores de a e b: **0,50 puntos**.

(b) **1,75 puntos:**
- Meses nos que se rexistrou un aumento de visitantes: **0,25 puntos**.
- Meses nos que se rexistrou unha diminución de visitantes: **0,25 puntos**.
- Concavidade e convexidade da función: **0,50 puntos**.
- Representar a gráfica da función: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Utilizar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades da fórmula e resultado: **0,75 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formular a probabilidade condicionada pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior e chegar ao resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1,25 puntos:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica, para o nivel de significación do 5%: **0,25 puntos**.
- Decidir se aceptamos ou rexeitamos a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

(b) **0,75 puntos:**
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos.**
- Interpretar o intervalo obtido: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

<u>OPCIÓN B</u>

<u>EXERCICIO 1</u> **(3 puntos)**

(a) **2,25 puntos:**
- Vértices da rexión factible: **1,25 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **1 punto** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os cinco vértices).

(b) **0,75 puntos:**
- Punto onde a función alcanza o seu valor máximo: **0,25 puntos**.
- Puntos onde a función alcanza o seu valor mínimo: **0,50 puntos**.

<u>EXERCICIO 2</u> **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos:**
- Determinar a primeira derivada da función: **0,50 puntos**.
- Intervalos de crecemento e decrecemento do gasto: **0,50 puntos**.
- Comprobar se hai mínimo: **0,25 puntos**.
- Calcular o mes no que o gasto é mínimo e a canto ascende: **0,50 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**
- Resolver a ecuación pedida no primeiro anaco da función: **0,25 puntos**.
- Resolver a ecuación no segundo anaco da función **0,25 puntos**.
- Responder, no contexto do exercicio, aos meses pedidos: **0,25 puntos**.
- Calcular o límite da función: **0,25 puntos**.
- Especificar o valor ao que tende o gasto: **0,25 puntos**.

<u>EXERCICIO 3</u> **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Calcular a probabilidade da intersección: **0,50 puntos**.
- Xustificar que os sucesos son independentes: **0,50 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formular e calcular a primeira probabilidade pedida: **0,50 puntos**.
- Formular e calcular a segunda probabilidade pedida: **0,50 puntos**.

<u>EXERCICIO 4</u> **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Calcular o peso medio: **0,25 puntos**.
- Identificar o radio do intervalo: **0,25 puntos**.
- Calcular o nivel de confianza: **0,50 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Dadas as matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ e $C=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

(a) **1´75 puntos**. *Calcula as matrices B^{-1} e C^{-1}, inversas das matrices B e C respectivamente.*

- Calcular a matriz $B^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ **0´75 puntos**.
- Calcular a matriz $C^{-1}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ **1 punto**.

(b) **1´25 puntos.** *Despexa e calcula a matriz X que verifica $A^t + B\cdot X = 5C^{-1}$, A^t matriz trasposta de A.*

- Despexar $X = B^{-1}\left(5C^{-1} - A^t\right)$ **0´50 puntos**.
- Operar coas matrices $5C^{-1}-A^t = 5\cdot\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.
- Calcular $X=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

(a) **1´50 puntos**. *Calcula os valores de a e b para que a función* $f(x)=ax^2+bx^3$ teña un punto de inflexión en (2, 16).

- Determinar a primeira e a segunda derivada da función
  $f'(x)=2ax+3bx^2$ **0´25 puntos**.
  $f''(x)=2a+6bx$ **0´25 puntos**.
- Condición de punto de inflexión no (2, 16) e condición de pasar a función por ese punto

$$\left.\begin{array}{l} f''(2)=0 \Rightarrow 2a+12b=0 \ \ \textbf{0´25 puntos} \\ f(2)=16 \Rightarrow 4a+8b=16 \ \ \textbf{0´25 puntos} \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} a+6b=0 \\ a+2b=4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} a=6 \ \ \textbf{0´25 puntos} \\ b=-1 \ \ \textbf{0´25 puntos} \end{array}$$

(b) **1´50 puntos**. *Consideremos a función* $f(x)=-x^3+6x^2$. *Calcula e clasifica os seus extremos relativos. Determina o punto ou puntos nos que a recta tanxente á gráfica da función ten pendente igual a 9.*

- Calcular os puntos críticos $f'(x)=0 \Rightarrow x\left(-3x+12\right)=0 \left\langle \begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$ **0´25 puntos**.
- Determinar os extremos relativos,

$$f''(x)=-6x+12\begin{cases} \textit{No } x=0, \ \ f''(0)=12>0 \ \Rightarrow \textit{f(x) presenta un mínimo relativo no punto } (0,0) \ \ \textbf{0,25 puntos} \\ \textit{No } x=4, \ \ f''(4)=-12<0 \Rightarrow \textit{f(x) presenta un máximo relativo no punto } (4,32) \ \textbf{0,25 puntos} \end{cases}$$

  Tamén se poderían determinar os extremos estudando o crecemento e o decrecemento da función.
- Formular a condición pedida
  x? tal que $f'(x)=9 \Leftrightarrow -3x^2+12x=9$ **0´25 puntos**.

- Resolver a ecuación anterior para determinar os puntos pedidos
  $x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$. No punto (1, 5) **0´25 puntos** e no punto (3, 27) **0´25 puntos** a recta tanxente á gráfica da función ten pendente igual a 9.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Segundo os datos do ano 2013 relativos ás pensións básicas en alta da Seguridade Social na nosa Comunidade Autónoma, sábese que o 49´5% dos pensionistas son homes e deles o 11% ten 85 ou máis anos. Ademais sábese tamén que o 16% do total de pensionistas teñen 85 ou máis anos.

Sexan os sucesos:

- *H: un pensionista da nosa CA, elexido ao azar, é home.*
- *M: un pensionista da nosa CA, elexido ao azar, é muller.*
- *E: un pensionista da nosa CA, elexido ao azar, ten 85 ou máis anos.*

Datos: $P(H) = 0´495$; $P(M) = 0´505$; $P(E) = 0´16$; $P(E/H) = 0´11$.

(a) **1 punto**. *Calcula a porcentaxe de homes entre os pensionistas de 85 ou máis anos.*

- Formular a probabilidade condicionada pedida
  $P(H/E)$ **0´25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior e resultado
  $P(H/E) = \dfrac{P(H \cap E)}{P(E)} = \dfrac{0´495 \cdot 0´11}{0´16} = 0´34031 \cong 0´34$ **0´50 puntos**.
- Responder á porcentaxe pedida
  "Aproximadamente, o 34% dos pensionistas de 85 ou máis anos, son homes" **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Elíxese un pensionista ao azar e resulta ser muller, calcula a probabilidade de que teña 85 ou máis anos.*

- Expresión da probabilidade condicionada
  $P(E/M)$ **0´25 puntos**.
- Utilizando o teorema das probabilidades totais
  $P(E) = P(H \cap E) + P(M \cap E) \Rightarrow 0´16 = 0´495 \cdot 0´11 + 0´505 \cdot P(E/M)$ **0´25 puntos**.

  $P(E/M) = \dfrac{0´16 - 0´495 \cdot 0´11}{0´505}$ **0´25 puntos**.

  Resultado
  $P(E/M) = 0´20900 \cong 0´21$ **0´25 puntos**.
- *Tamén se podería facer así*

  $$\underbrace{P(E/M)}_{\textbf{0´25 puntos}} = \underbrace{\frac{P(E \cap M)}{P(M)} = \frac{P(E) \cdot P(M/E)}{P(M)} = \frac{0´16(1-0´34)}{0´505}}_{\textbf{0´50 puntos}} = \underbrace{\frac{0´1056}{0´505}}_{\textbf{0´25 puntos}} \cong 0´21.$$
- *E no caso de facer a táboa*

	H	*M*	
E	5´445	10´555	16
$\bar{E}$	44´055	39´945	84
	49´5	50´5	100

Pola táboa ben feita: **1 punto**.

(a) **0´50 puntos** $\begin{cases} - \text{P}(H/E) \ \textbf{0´25 puntos} \\ - \text{P}(H/E) = \dfrac{5´445}{16} \cong 0´34. \textit{ O 34\%, aproximadamente, dos pensionistas de 85 ou máis anos, son homes } \textbf{0´25 puntos} \end{cases}$

(b) **0´50 puntos** $\begin{cases} - \text{P}(E/M) \ \textbf{0´25 puntos} \\ - \text{P}(E/M) = \dfrac{10´555}{50´5} \cong 0´21 \ \textbf{0´25 puntos} \end{cases}$

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Un fabricante garante a un laboratorio farmacéutico que as súas máquinas producen comprimidos cun diámetro medio non superior a 13 milímetros, que é o tope admitido polo laboratorio. Sábese que o diámetro dos comprimidos do fabricante segue unha distribución normal con desviación típica 0´6 milímetros. O laboratorio comproba unha mostra aleatoria de 100 comprimidos dese fabricante e obtén que o diámetro medio é 13,12 milímetros.

(a) **1 punto.** *Formula un test para contrastar que o diámetro medio dos comprimidos é o que afirma o fabricante, fronte a que é superior. ¿A qué conclusión se chega cun 5% de nivel de significación?*

Sexan:

X : *diámetro, en milímetros, dun comprimido do fabricante* $\sim \mathrm{N}(\mu, \sigma = 0'6)$

$\downarrow$ $n = 100$ $\mu \equiv$ *diámetro medio dos comprimidos do fabricante* (*parámetro a estimar e contrastar*)

$\bar{X}$: *estatístico media mostral* $\equiv$ *diámetro medio dos comprimidos, en mostras de* 100 *comprimidos*

Valor particular do estatístico $\bar{X}$ para a mostra dada, $\bar{x} = 13'12$

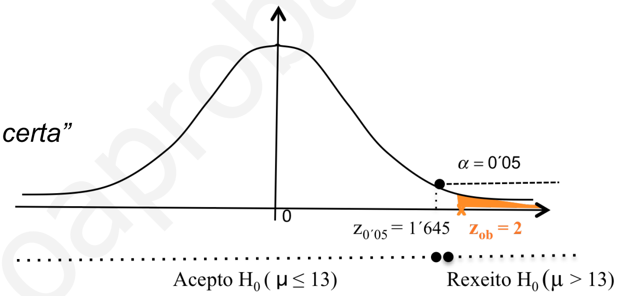
- Formular o contraste

$$\begin{cases} H_0 : \mu \le 13 \\ H_1 : \mu > 13 \end{cases}$$ **0´25 puntos**.

- Estatístico de proba: $\dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

- Avaliar o estatístico de proba, *“baixo a hipótese H_0 certa”*

$$z_{ob} = \frac{13'12 - 13}{0'6/\sqrt{100}} = 2$$ **0´25 puntos**.



- Rexión crítica (1´645, +∞)

- Decisión

$z_{ob} = 2 > z_{crít} = z_{0'05} = 1'645 \Rightarrow$ “*Rexeito H_0*” **0´25 puntos**.

- Conclusión

“Cun risco de equivocarnos dun 5% podemos concluír, en base a mostra dada, que o diámetro medio dos comprimidos do fabricante supera o tope admitido polo laboratorio” **0´25 puntos**.

(b) **1 punto.** *Calcula un intervalo do 95% de confianza para o diámetro medio dos comprimidos dese fabricante. Interpreta o intervalo obtido.*

- Expresión do intervalo de confianza

$$P\left(\underbrace{\bar{X} - z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{L_1} < \mu < \underbrace{\bar{X} + z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{L_2}\right) = 1 - \alpha$$ **0´25 puntos**.

- Calcular numéricamente os extremos do intervalo, avaliando os estatísticos L_1 e L_2 para a mostra dada

$$L_1 \xrightarrow[\text{avaliamos para a mostra dada}]{} 13'12 - 1'96\cdot\frac{0'6}{\sqrt{100}} = 13'12 - 0'1176 = 13'0024 \cong 13'002$$ **0´25 puntos**

$$L_2 \xrightarrow[\text{avaliamos para a mostra dada}]{} 13'12 + 1'96\cdot\frac{0'6}{\sqrt{100}} = 13'12 + 0'1176 = 13'2376 \cong 13'238$$ **0´25 puntos**

- Interpretar o resultado, respondendo no contexto do exercicio

“Estimamos, cun 95% de confianza e en base a mostra dada, que o diámetro medio dos comprimidos dese fabricante está entre 13´002 milímetros e 13´238 milímetros” (*pode observarse que se superan os 13 milímetros*). **0´25 puntos**.

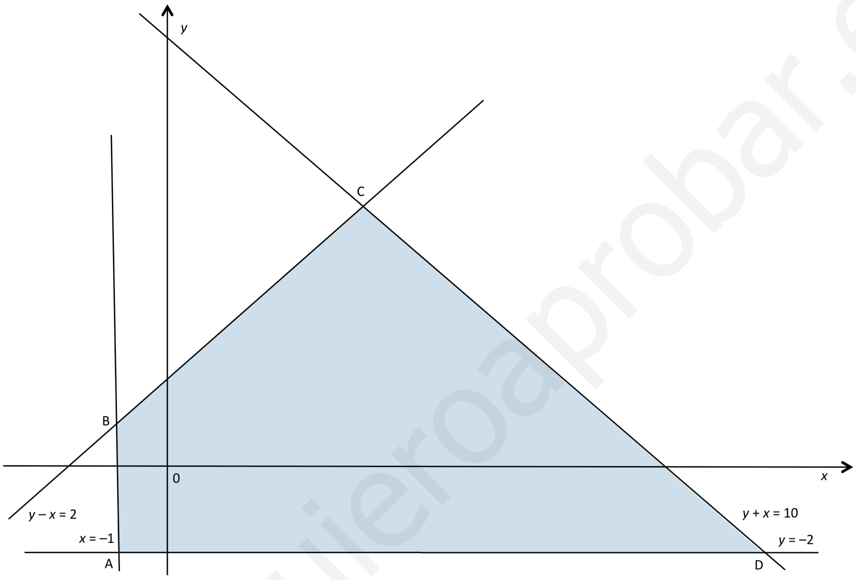
OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a función $f(x,y) = x + 2y$ suxeita ao conxunto de restricións $y \le x + 2,\ \ x + y \le 10,\ \ x \ge -1,\ \ y \ge -2.$

(a) **1´75 puntos**. *Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.*

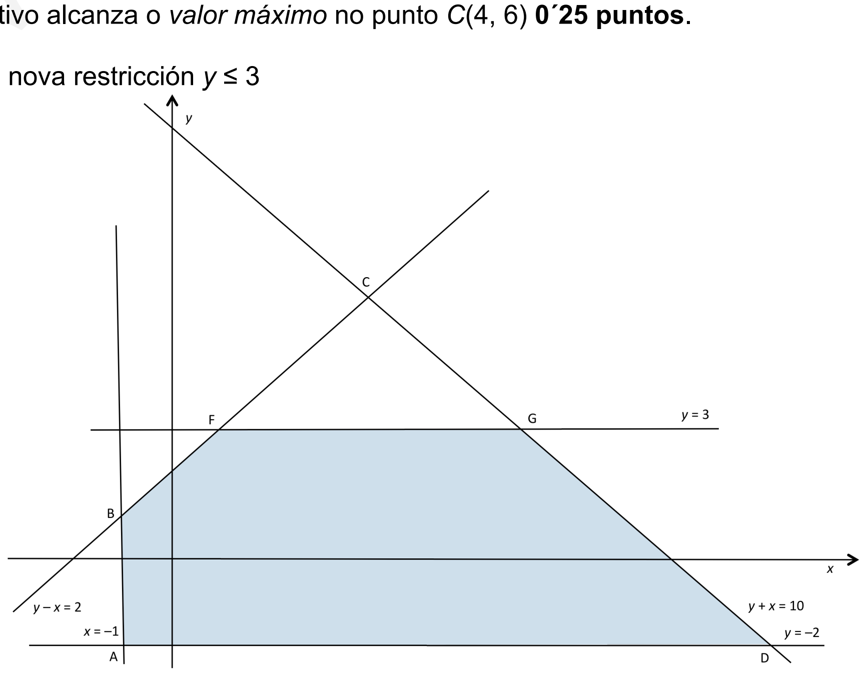
- Representamos as rectas
  $y = x + 2$, pasa polos puntos (0, 2) e (–2, 0).
  $x + y = 10$, pasa polos puntos (0, 10) e (10, 0)
  $x = -1$ e $y = -2$
- Representación gráfica da rexión factible **0´75 puntos**



- Vértices
  A(–1, –2) **0´25 puntos**; *B*(–1, –1) **0´25 puntos**; *C*(4, 6) **0´25 puntos**; *D*(12, –2) **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos**. *Calcula o punto ou puntos onde a función f alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo. Razoa se se obtén o mesmo valor máximo se engadimos a restrición y ≤ 3 ao conxunto de restricións anteriores.*

- A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* no punto *A*(–1, –2) **0´25 puntos**.
- A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto *C*(4, 6) **0´25 puntos**.
  0´75 puntos.
  Se engadimos a nova restricción $y \le 3$



- Razoamos, ou ben especificando que os novos vértices da nova rexión factible *F* (1, 3) e *G* (7, 3) están por baixo do vértice *C*, co que xa non se obtería o mesmo valor máximo que o que se obtivo no vértice *C*
- Ou calculamos, no punto *F*: *f*(1, 3) = 7, no punto *G*: *f*(7, 3) = 13 e vemos que non é o mesmo valor máximo que antes, que era no punto *C*, *f*(4, 6) = 16

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a función de poboación $P(t) = 8 + \dfrac{12t}{t^2+9}$, $t \geq 0$, onde *t* é o tempo transcorrido en anos e *P*(*t*) a poboación en millóns de individuos.

(a) **1´75 puntos**. *Estuda o crecemento e decrecemento da poboación. Calcula o valor máximo da poboación.*

- Determinar a primeira derivada da función

$$P'(t) = \frac{12\left(t^2+9\right) - 12t \cdot 2t}{\left(t^2+9\right)^2} = \frac{12\left(-t^2+9\right)}{\left(t^2+9\right)^2}$$ **0´75 puntos.**

- Calcular o punto crítico válido

$$P'(t) = 0 \Rightarrow t^2 = 9 \left\langle \begin{array}{ll} t = -3 & \textit{solución non válida} \\ t = 3 & \textit{solución válida} \end{array} \right.$$ **0´25 puntos**.

- Determinar o intervalo no que creceu e no que decreceu a poboación

	(0, 3)	(3, +∞)
t	*t* = 1	*t* = 4
signo de P´(t)	*P´*(1) > 0	*P´*(4)< 0

"A poboación crece nos tres primeiros anos **0´25 puntos** *e decrece a partir do terceiro ano"* **0´25 puntos**.

- Calcular o valor máximo da poboación
  P(*t*) alcanza o máximo no punto *t* = 3, sendo *P*(3) = 10,
  "A poboación máxima é de 10 millóns de individuos" **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos**. *Calcula cando a poboación é de 9´6 millóns de individuos. Estuda o comportamento da poboación a longo prazo.*

- Calcular os anos pedidos

$$P(t) = 9'6 \Rightarrow 8 + \frac{12t}{t^2+9} = 9'6 \Rightarrow 1'6t^2 - 12t + 14'4 = 0$$ **0´25 puntos**.

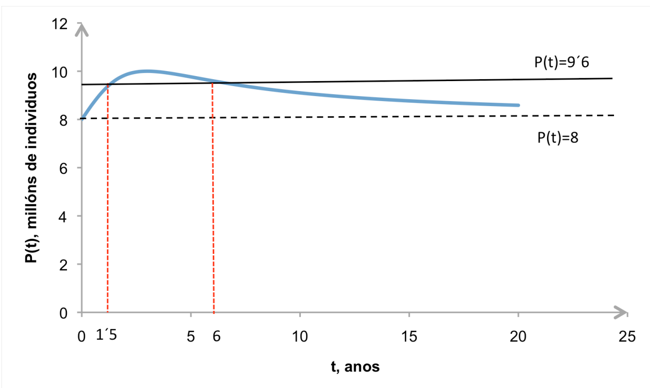
$$t^2 - 7'5t + 9 = 0 \Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} t = 3/2 \\ t = 6 \end{array} \right.$$

"*A poboación alcanza os 9´6 millóns de individuos ao ano e medio e aos seis anos*" **0´50 puntos.**

- Obter o límite da función

$$\lim_{t \to +\infty} P(t) = \lim_{t \to +\infty} \left(8 + \frac{12t}{t^2+9} \right) = 8$$ **0´25 puntos.**

- Expresar o anterior resultado no contexto do exercicio
  "*A poboación tende a estabilizarse ao redor dos oito millóns de individuos*" **0´25 puntos.**
- A gráfica da función (non se pide)



***Exercicio 3*.** (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha tenda que vende os seus produtos a través de Internet utiliza tres empresas de transporte para a entrega dos seus pedidos *A*, *B* e *C*. Reparten a entrega de pedidos entre as empresas, de forma que *A* entrega a metade, *B* a terceira parte e *C* o resto dos pedidos. O 84% dos pedidos entregados por *A*, o 90% dos entregados por *B* e o 96% dos entregados por *C*, cumpren co prazo de entrega establecido.

(a) **1 punto**. *¿Que porcentaxe de pedidos son entregados no prazo establecido?*

Denominamos aos sucesos "*A*": *un pedido, elexido ao azar, é entregado pola empresa A*,
"*B*": *un pedido, elexido ao azar, é entregado pola empresa B*,
"*C*": *un pedido, elexido ao azar, é entregado pola empresa C.*
"*E*": *un pedido, elexido ao azar, cumpre co prazo de entrega establecido.*

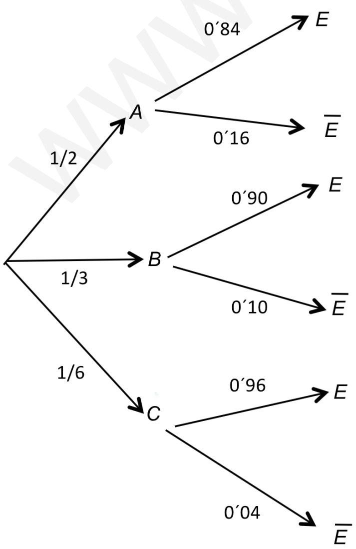
As probabilidades que nos dan no enunciado son

$$P(A)=1/2,\ \ P\left(E/A\right)=0'84$$
$$P(B)=1/3,\ \ P\left(E/B\right)=0'90$$
$$P(C)=1/6,\ \ P\left(E/C\right)=0'96$$

- Formular a probabilidade pedida e utilizar o teorema das probabilidades totais
  $P(E)=P(A\cap E)+P(B\cap E)+P(C\cap E)=P(A)\cdot P\left(E/A\right)+P(B)\cdot P\left(E/B\right)+P(C)\cdot P\left(E/C\right)$ **0´25 puntos.**
- Identificar as probabilidades da fórmula coas do enunciado do exercicio e resultado
  $P(E)=\frac{1}{2}\cdot 0'84+\frac{1}{3}\cdot 0'9+\frac{1}{6}\cdot 0'96=0'88$ **0´50 puntos.**
- Expresar o resultado obtido coma porcentaxe
  "*Un 88% dos pedidos son entregados no prazo establecido*" **0´25 puntos.**

(b) **1 punto**. *Calcula a probabilidade de que un pedido, seleccionado ao azar, ou é entregado pola empresa B ou non cumpre co prazo establecido.*

- Formulación da probabilidade pedida
  $P\left(B\cup\bar{E}\right)$ **0´25 puntos.**
- Expresión da probabilidade da unión e da probabilidade da intersección de sucesos dependentes
  $P\left(B\cup\bar{E}\right)=P(B)+P(\bar{E})-P\left(B\cap\bar{E}\right)=P(B)+P(\bar{E})-P(B)\cdot P(\bar{E}/B)$ **0´25 puntos.**
- Identificar as probabilidades anteriores e resultado
  $P\left(B\cup\bar{E}\right)=\frac{1}{3}+(1-0'88)-\frac{1}{3}\cdot(1-0'9)=0'42$ **0´50 puntos.**



No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

0´75 puntos pola árbore ben feita e despois

(*a*)
- Resultado **0´25 puntos**
- Expresión da porcentaxe **0´25 puntos**

(*b*)
- Formular a probabilidade pedida **0´25 puntos**
- Fórmula da unión de sucesos **0´25 puntos**
- Resultado **0´25 puntos**

Ao realizar exercicios onde interveñan fraccións do tipo 1/3, 1/6…, convén recalcar que hai que operar con elas como fraccións e non pasalas a decimais 0´3, 0´33, 0´16…,. Por exemplo, no exercicio anterior a suma das probabilidades das tres primeiras ramas da árbore non daría 1, co que non habería partición e non se verificarían as hipóteses do teorema das probabilidades totais, (igualmente se non utilizamos a árbore).

***Exercicio 4*.** (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha empresa multinacional que posúe delegacións en Francia e España, realiza un estudo sobre a satisfacción dos seus empregados no traballo. Polo estudo realizado na delegación francesa, sabemos que o 45% dos empregados están satisfeitos co seu traballo. Na delegación española, dunha mostra aleatoria de 1600 empregados 672 están satisfeitos co seu traballo.

(a) **1´50 puntos**. *Formula un test para contrastar a hipótese de que a proporción de empregados satisfeitos na delegación española é polo menos a mesma que na delegación francesa fronte a que é inferior. ¿Cal sería a conclusión cun 1% de nivel de significación?*

Sexan
"p : proporción de empregados satisfeitos co seu traballo na delegación española". ***Parámetro poboacional descoñecido* (*é o que nos mandan contrastar*)**

Estatístico proporción mostral $\equiv \hat{P}$: *proporción de empregados satisfeitos co seu traballo,*

en mostras de 1600 *empregados, na delegación española* $\xrightarrow[\text{valor particular do estatístico } \hat{P}\text{, para a mostra dada}]{} \hat{p} = \frac{672}{1600} = 0´42$

0´25 puntos.

p_0 : *proporción de empregados franceses satisfeitos* $= 0´45$

- Especificar as hipóteses nula e alternativa:

$$\begin{cases} H_0 : p \geq 0´45 \\ H_1 : p < 0´45 \end{cases}$$ **0´25 puntos.**

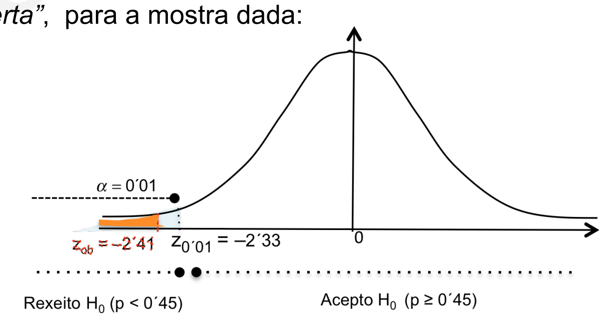
- Estatístico de proba: $\dfrac{\hat{P} - p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$

- Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*, para a mostra dada:

$$z_{ob} = \frac{0´42 - 0´45}{\sqrt{\dfrac{0´45 \cdot 0´55}{1600}}} \cong -2´41$$ **0´25 puntos.**

- Establecer a rexión crítica,
  para $\alpha = 0´01$, $(-\infty, -2´33)$ **0´25 puntos.**

- Decidir se se acepta ou se rexeita a hipótese nula
  $z_{ob} = -2´41 < z_{crit} = -2´33 \Rightarrow$ *Rexeito* H_0 **0´25 puntos.**



- Conclusión
  "Cun risco de equivocarnos dun 1%, podemos concluír que a proporción de empregados satisfeitos co seu traballo é menor na delegación española que na francesa" **0´25 puntos.**

(b) **0´50 puntos**. *Explica, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e de tipo II.*

- *Erro tipo* I $\equiv \alpha = P\left(\text{Rexeitar } H_0 / H_0 \text{ certa}\right) \equiv$ *"concluír que a proporción de empregados españois saisfeitos co seu traballo é menor que a de franceses, cando realmente non o é"* **0´25 puntos.**

- *Erro tipo* II $\equiv \beta = P\left(\text{Aceptar } H_0 / H_0 \text{ falsa}\right) \equiv$ *"concluír que a proporción de empregados españois saisfeitos co seu traballo é polo menos a mesma que a de franceses, cando realmente o certo é que sería menor"* **0´25 puntos.**

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a matriz $A=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$.

(a) **1´75 puntos**. *Determina os valores de x e y para os que se verifica a seguinte ecuación* $3A^2-xA+yI=O$, *onde* I *é a matriz identidade de orde 2 e O é a matriz nula da mesma orde.*

- Calcular as matrices $\begin{cases} 3A^2=3\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 3\\ 3 & 15\end{pmatrix} \textbf{ 0´25 puntos.}\\ xA=x\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-x & x\\ x & 2x\end{pmatrix} \textbf{ 0´25 puntos.}\\ yI=y\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}y & 0\\ 0 & y\end{pmatrix} \textbf{ 0´25 puntos.}\end{cases}$
- Operar alxébricamente coas matrices obtidas
  $3A^2-xA+yI=O \Leftrightarrow \begin{pmatrix}6+x+y & 3-x\\ 3-x & 15-2x+y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.
- Obter os valores de *x* e *y*
  $\begin{cases} 6+x+y=0 \Rightarrow y=-9 \ \textbf{0´25 puntos}\\ 3-x=0 \qquad \Rightarrow x=3 \ \textbf{0´25 puntos}\\ 15-2x+y=0 \ \textit{comprobar que } x=3 \textit{ e } y=-9 \textit{ satisfán esta ecuación } \textbf{0´25 puntos}\end{cases}$

(b) **1´25 puntos**. *Despexa e calcula a matriz X na ecuación matricial* $2A+X=3A^{-1}$ (A^{-1} é a matriz inversa de *A*)

- Calcular a matriz inversa de *A*, $A^{-1}=\begin{pmatrix}-2/3 & 1/3\\ 1/3 & 1/3\end{pmatrix}$ **0´75 puntos**
- Despexar *X*, $X=3A^{-1}-2A$ **0´25 puntos**
- Obter a matriz pedida $X=\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & -3\end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

O número de persoas, en centos, que visitou unha exposición que permaneceu aberta durante tres meses nun museo, estimouse pola función $N(t)=-t^3+at^2+bt,\ 0\le t\le 3,$ onde *t* é o tempo transcorrido en meses desde a inauguración.

(a) **1´25 puntos**. *Calcula os valores de a e b, se se sabe que no segundo mes se alcanzou o máximo de 400 visitantes.*

- Determinar a primeira derivada
  $N'(t)=-3t^2+2at+b$ **0´25 puntos**
- Condición de máximo no punto *t* = 2
  $N'(2)=0 \Leftrightarrow 4a+b=12$ **0´25 puntos**
- Condición de valor máximo nese punto
  $N(2)=4 \Leftrightarrow 4a+2b=12$ **0´25 puntos**
- Resolver o sistema, obtendo o valor de *a* = 3 **0´25 puntos** e de *b* = 0 **0´25 puntos**.

(b) **1´75 puntos**. *Para a = 3 e b = 0, estuda en que período de tempo se rexistrou un aumento e no que se rexistrou unha diminución do número de visitantes. Estuda a concavidade e convexidade da función e representa a súa gráfica.*

– $N'(t) = -3t^2 + 6t = 0 \Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} t = 0 \\ t = 2 \end{array} \right.$

	(0, 2)	(2, 3)
t	$t = 1$	$t = 2'5$
signo de $N'(t)$	$N'(1) > 0$	$N'(2'5) < 0$

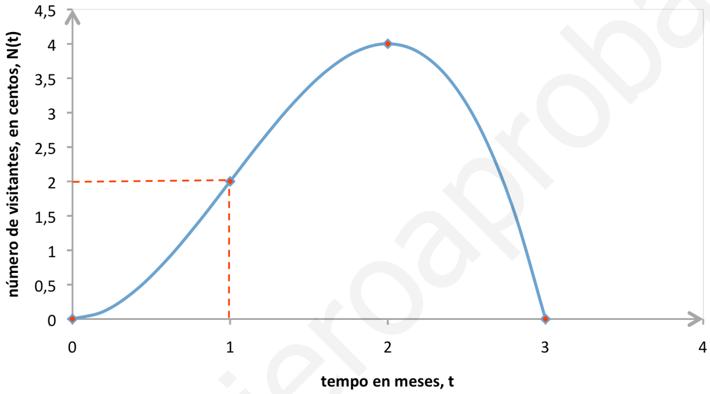
"*Desde a súa apertura ao segundo mes rexistrouse un aumento do número de visitantes*" **0´25 puntos**
"*Do segundo ao terceiro mes rexistrouse unha diminución do número de visitantes*" **0´25 puntos**

– $N''(t) = -6t + 6 = 0 \Rightarrow t = 1$

	(0, 1)	(1, 3)
t	$t = 1/2$	$t = 2$
signo de $N''(t)$	$N''(1/2) > 0$	$N''(2) < 0$

"*No intervalo* (0, 1) *a función é CONVEXA (CÓNCAVA HACIA ARRIBA)*" **0´25 puntos**
"*No intervalo* (1, 3) *a función é CÓNCAVA (CÓNCAVA HACIA ABAIXO)*" **0´25 puntos**

– Representación gráfica **0´75 puntos** (valórase o punto de inflexión (1, 2) e os puntos de corte da función co eixo de abscisas)



Non se valorará o estudo dunha función elemental ou dunha función definida a anacos se para iso constrúe as súas gráficas baseándose soamente nos puntos obtidos a partir dunha táboa de valores. (Exceptúase o caso das funcións polinómicas de grao un).

<u>Exercicio 3</u>. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Uns grandes almacéns teñen á venda un determinado artigo en dous formatos diferentes: A e B. Entre os compradores do artigo, dous de cada cinco elixen o formato A e o resto elixen o formato B. Quedan satisfeitos o 80% dos que elixen o formato A e o 85% dos que elixen o formato B.

(a) **1 punto**. *Determina a probabilidade de que unha persoa quede satisfeita coa compra do artigo.*

Denominamos aos sucesos "*A*": *un comprador do artigo, seleccionado ao azar, elixe o formato A*,
"*B*": *un comprador do artigo, seleccionado ao azar, elixe o formato B*,
"*S*": *un comprador do artigo, seleccionado ao azar, queda satisfeito coa compra.*

As probabilidades que nos dan no enunciado son

$P(A) = 2/5, \; P(S/A) = 0'80$

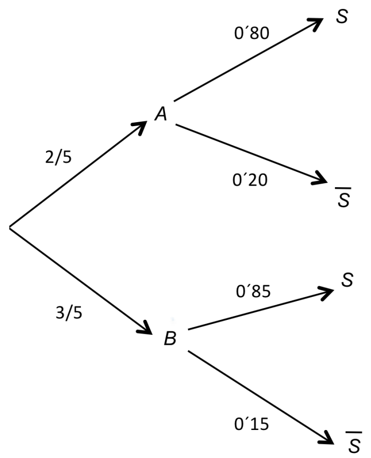
$P(B) = 3/5, \; P(S/B) = 0'85$

– Formular a probabilidade pedida $P(S)$ **0´25 puntos.**
– Formular o teorema das probabilidades totais,
$P(S) = P(A)P(S/A) + P(B)P(S/B)$ **0´25 puntos.**
– Identificar cada unha das probabilidades da fórmula coas do enunciado do exercicio e resultado
$P(S) = \frac{2}{5} \cdot 0'80 + \frac{3}{5} \cdot 0'85 = 0'83$ **0´50 puntos.**

(b) **1 punto**. *Se un comprador do artigo, elixido ao azar, non quedou satisfeito coa compra, ¿cal é a probabilidade de que elixise o formato A?*

– Formular a probabilidade condicionada pedida $P(A/\bar{S})$ **0´25 puntos.**

- Expresión da probabilidade condicionada
  $P\left(A/\bar{S}\right)=\dfrac{P\left(A\cap\bar{S}\right)}{P\left(\bar{S}\right)}$ **0´25 puntos**.
- Identificar as probabilidades anteriores e resultado
  $\dfrac{P\left(A\cap\bar{S}\right)}{P\left(\bar{S}\right)}=\dfrac{\frac{2}{5}\cdot 0´2}{1-0´83}\cong 0´47$ **0´50 puntos**.



No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

0´75 puntos pola árbore ben feita e despois

(a) Formular o teorema das probabilidades totais: **0´25 puntos**
Resultado: **0´25 puntos**

(b) Formular a probabilidade pedida: **0´25 puntos**
Expresión da probabilidade condicionada: **0´25 puntos**
Resultado: **0´25 puntos**

E no caso de facer a táboa hai que calcular, a partir dos datos, as probabilidades das interseccións:

	S	$\bar{S}$	
A	0´32	0´08	0´4
B	0´51	0´09	0´6
	0´83	0´17	1

Pola táboa ben feita: **1 punto**.

(a) Resultado: **0´25 puntos**

(b) Formular a probabilidade condicionada: **0´25 puntos**
Expresión da fórmula anterior : **0´25 puntos**
Resultado: **0´25 puntos**

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Un estudo revela que polo menos o 80% dos universitarios galegos practican algún deporte. Elixida unha mostra aleatoria de 200 universitarios galegos comprobouse que 146 deles practican algún deporte.

(a) **1´25 puntos**. *Formula un test para contrastar a información do estudo fronte a que menos do 80% dos universitarios galegos practican algún deporte. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?*

Sexan
"p: proporción de universitarios galegos que practican algún deporte". ***Parámetro poboacional descoñecido*** **(*é o que nos mandan contrastar*)**

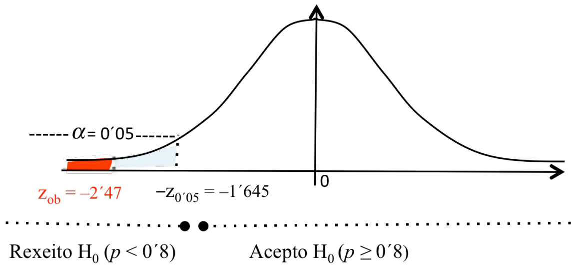
Estatístico proporción mostral $\equiv \hat{P}$: *proporción de universitarios galegos que practican algún deporte,*

en mostras de 200 *universitarios galegos* $\xrightarrow[\text{valor particular do estatístico } \hat{P}\text{, para a mostra dada}]{} \hat{p}=\dfrac{146}{200}=0´73$

- Especificar as hipóteses nula e alternativa:
  $\begin{cases} H_0 : p \geq 0´8 \\ H_1 : p < 0´8 \end{cases}$ **0´25 puntos.**
- Estatístico de proba: $\dfrac{\hat{P}-p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$
- Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*, para a mostra dada:
  $z_{ob}=\dfrac{0´73-0´8}{\sqrt{\dfrac{0´8\cdot 0´2}{200}}}\cong -2´47$ **0´25 puntos.**

– Establecer a rexión crítica,
 para $\alpha = 0'05$, $(-\infty, -1'645)$ **0´25 puntos.**

– Decidir se se acepta ou se rexeita a hipótese nula
 $z_{ob} = -2'47 < z_{crít} = -1'645 \Rightarrow$ *Rexeito* H_0 **0´25 puntos.**



– Conclusión:
 "Cun risco de equivocarnos dun 5%, podemos concluír que a proporción de universitarios galegos que practican algún deporte é inferior ao 80% que afirma o estudo" **0´25 puntos.**

(b) **0´75 puntos**. *A partir da mostra dada, calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de universitarios galegos que practican algún deporte. Interpreta o intervalo obtido.*

– Calcular numéricamente os extremos do intervalo

$$\begin{cases} \hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0'73 - 1'96\sqrt{\dfrac{0'73 \cdot 0'27}{200}} = 0'73 - 0'061 = 0'669 \cong 0'67 \ \textbf{0´25 puntos} \\ \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0'73 + 1'96\sqrt{\dfrac{0'73 \cdot 0'27}{200}} = 0'73 + 0'061 = 0'791 \cong 0'79 \ \textbf{0´25 puntos} \end{cases}$$

– Interpretación
 "Estimamos que a porcentaxe de universitarios galegos que practican algún deporte, está entre un 67% e un 79%, aproximadamente, cun 95% de confianza" **0´25 puntos.**

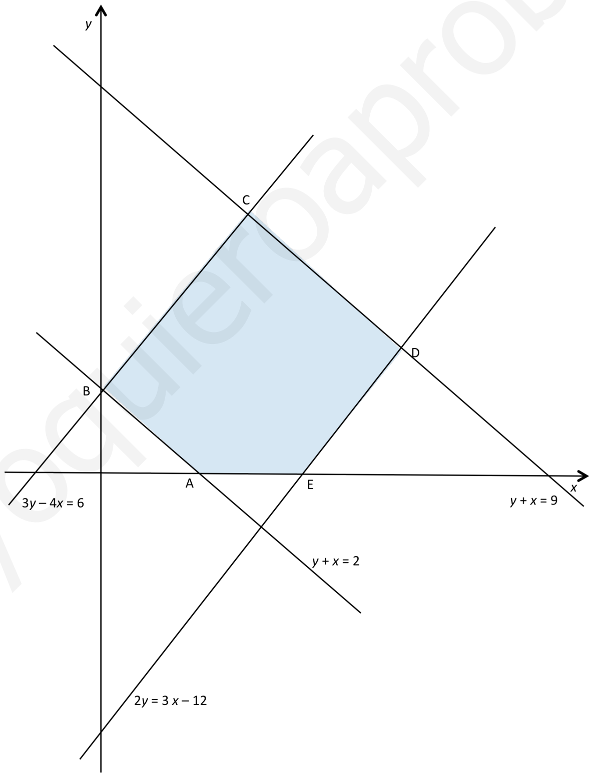
OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Consideremos o sistema de inecuacións $y \geq 0,\ \ 2 \leq y + x \leq 9,\ \ 3y - 4x \leq 6,\ \ 2y \geq 3x - 12.$

(a) **2´25 puntos**. *Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.*

- Representamos as rectas
  $y + x = 2$, pasa polos puntos (0, 2) e (2, 0).
  $y + x = 9$, pasa polos puntos (0, 9) e (9, 0).
  $3y - 4x = 6$, pasa polos puntos (0, 2) e (–3/2, 0).
  $2y = 3x - 12$, pasa polos puntos (0, –6) e (4, 0).
- Vértices da rexión factible,
  vértices: *A* (2, 0), *B* (0, 2), e *E* (4, 0) **0´25 puntos.**
  vértice *C* (3, 6) **0´50 puntos.**
  vértice *D* (6,3) **0´50 puntos.**
- Representación gráfica da rexión factible (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os cinco vértices) **1 punto**:



(b) **0´75 puntos**. *¿En que punto ou puntos desa rexión alcanza os valores máximo e mínimo a función* $f(x,y) = 4x - 3y + 2$?

- A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto *E* (4, 0) **0´25 puntos**.
- A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* no punto *B* (0, 2) e no punto *C* **(3, 6) 0´25 puntos** e tamén nos infinitos puntos do segmento *BC* **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Os gastos de mantemento *G*(*t*), en miles de euros, da maquinaria dunha empresa estímanse en función do tempo *t*, en meses, que dita maquinaria leva en funcionamento por:

$$G(t) = \begin{cases} -\dfrac{1}{9}t + \dfrac{7}{2} & \text{se } 0 \leq t \leq 18 \\ 6 - \dfrac{144}{t+14} & \text{se } t > 18 \end{cases}$$

(a) **1´75 puntos**. *Calcula os intervalos de crecemento e de decrecemento do gasto de mantemento. ¿Nalgún mes o gasto é mínimo? Nese caso, ¿a canto ascende?*

– Determinar a primeira derivada da función

$$G'(t)=\begin{cases} -\dfrac{1}{9} & \text{se } \ 0<t<18 \ \ \textbf{0´25 puntos} \\ \dfrac{144}{(t+14)^2} & \text{se } \ t>18 \quad \ \textbf{0´25 puntos} \end{cases}$$

– No intervalo (0, 18) $G(t)$ é decrecente **0´25 puntos**. No (18, $+\infty$) $G(t)$ é crecente **0´25 puntos**.
– Comprobar se hai mínimo

$$\begin{cases} G(0)=3´5 \\ G(18)=1´5 \\ G(t) \text{ é crecente para } t>18 \end{cases} \Rightarrow \text{para } t=18 \text{ a función } G(t) \text{ presenta un minimo. } \textbf{0´25 puntos}.$$

"*O gasto foi mínimo no mes 18* **0´25 puntos** *e ascendeu a 1500 euros*" **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos**. *Determina en que mes ou meses o gasto é de 3000 euros. Xustifica e calcula o valor ao que tende o gasto co paso do tempo.*

– Resolver a ecuación no primeiro anaco da función,

$$G(t)=3 \Leftrightarrow -\frac{1}{9}t+\frac{7}{2}=3 \Rightarrow t=\frac{9}{2} \quad \textbf{0´25 puntos}.$$

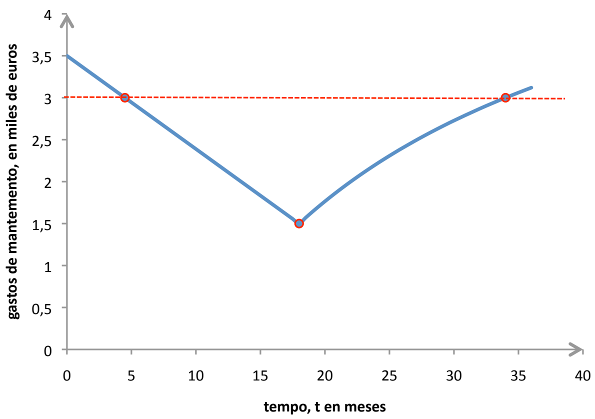
– Resolver a ecuación no segundo anaco da función,

$$G(t)=3 \Leftrightarrow 6-\frac{144}{t+14}=3 \Rightarrow t=34 \ \ \textbf{0´25 puntos}.$$

– Responder no contexto do exercicio,
"*No cuarto mes e medio e no mes 34, o gasto ascendeu a 3000 euros*" **0´25 puntos**.
– Calcular o límite da función,

$$\lim_{t\to\infty} G(t)=\lim_{t\to\infty}\left(6-\frac{144}{t+14}\right)=6-\lim_{t\to\infty}\frac{144}{t+14}=6 \ \ \textbf{0´25 puntos}.$$

– Especificar o valor ao que tende o gasto,
"*Co paso do tempo, o gasto de mantemento da maquinaria tende a alcanzar o valor de 6000 euros*" **0´25 puntos**.
Esbozo da gráfica (non a piden)



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Sexan A e B sucesos tales que $P(A)=0´80$, $P(B)=0´60$ e $P\left(\bar{A}\cup\bar{B}\right)=0´52$, onde $\bar{A}$ e $\bar{B}$ son os sucesos contrarios ou complementarios de A e B, respectivamente.

(a) **1 punto**. *Calcula* $P\left(A\cap B\right)$. *Xustifica se son independentes ou non os sucesos A e B.*

– Pola propiedade da probabilidade da unión de complementarios

$P\left(\bar{A}\cup\bar{B}\right)=P\left(\overline{A\cap B}\right)=1-P\left(A\cap B\right)$ **0´25 puntos**,

$0´52=1-P\left(A\cap B\right)\Rightarrow P\left(A\cap B\right)=0´48$ **0´25 puntos**.

- Xustificar se os sucesos son ou non independentes

$$\underbrace{\left.\begin{array}{l} P\left(A\cap B\right)=0'48 \\ P(A)\cdot P(B)=0'8\cdot 0'6=0'48 \end{array}\right\}}_{0'25\ \text{puntos}} \Rightarrow \underbrace{P\left(A\cap B\right)=P(A)\cdot P(B)\Rightarrow \text{"}A \text{ e } B \text{ son independentes"}}_{0'25\ \text{puntos}}$$

(b) **1 punto**. *Formula e calcula as probabilidades de: "que aconteza A e non aconteza B"* e "*que non aconteza nin A nin B*".

- Formular a probabilidade de que aconteza *A* e non *B*: $P\left(A\cap \bar{B}\right)$ **0´25 puntos.**
- Calcular a probabilidade anterior
  $P\left(A\cap \bar{B}\right)=P(A)-P\left(A\cap B\right)=0'8-0'48=0'32$ **0´25 puntos.**

  Tamén se podería calcular utilizando a fórmula da probabilidade da intersección de dous sucesos independentes $P\left(A\cap \bar{B}\right) \underbrace{=}_{\text{por ser independentes } A \text{ e } \bar{B}} P(A)\cdot P(\bar{B})=0'8\cdot 0'4=0'32$
- Formular a probabilidade de que non aconteza nin *A* nin *B*: $P\left(\bar{A}\cap \bar{B}\right)$ **0´25 puntos.**
- Calcular a probabilidade anterior $P\left(\bar{A}\cap \bar{B}\right) \underbrace{=}_{\bar{A} \text{ e } \bar{B} \text{ son independentes}} P\left(\bar{A}\right)P\left(\bar{B}\right)=0'2\cdot 0'4=0'08$ **0´25 puntos.**

  Tamén se podería calcular utilizando a fórmula da probabilidade da unión de sucesos
  $P\left(\bar{A}\cup \bar{B}\right)=P\left(\bar{A}\right)+P\left(\bar{B}\right)-P\left(\bar{A}\cap \bar{B}\right)\Rightarrow P\left(\bar{A}\cap \bar{B}\right)=0'2+0'4-0'52=0'08$.

  No caso de facer a táboa hai que calcular primeiro o apartado (a) **1 punto** *e utilizar o resultado:*

	B	$\bar{B}$	
A	48	32	80
$\bar{A}$	12	8	20
	60	40	100

$\begin{cases} \textit{táboa}:\ \textbf{0´50 puntos} \\ \text{(b) } \textbf{0´50 puntos} \end{cases}$

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O peso das robalizas capturadas polos pesqueiros dun porto da costa galega distribúese normalmente con media μ e desviación típica $\sigma=500$ gramos. Elíxese unha mostra aleatoria de 25 robalizas do devandito porto.

(a) **1 punto**. *Obtense o intervalo de confianza* (2083, 2517) *para a media* μ *. Calcula o peso medio das robalizas da mostra e o nivel de confianza co que se construíu o intervalo.*

Sexa

X : *peso, en gramos, dunha robaliza capturada por un pesqueiro dese porto* $\sim \mathrm{N}\left(\mu,\sigma=500\right)$

$\downarrow$ $n=25$ $\mu\equiv$ *peso medio das robalizas do devandito porto* (*parámetro*)

$\bar{X}$: *estatístico media mostral* $\equiv$ *peso medio das robalizas, en mostras de 25 robalizas* $\mapsto \bar{x}$?

- Expresión dos extremos do intervalo de confianza para a media poboacional μ e cálculo do valor observado da media mostral, $\bar{x}$:

$$\begin{cases} \bar{x}-z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{500}{\sqrt{25}}=2083 \\ \bar{x}+z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{500}{\sqrt{25}}=2517 \end{cases} \Rightarrow \bar{x}=\frac{2083+2517}{2}=2300 \ \textbf{0´25 puntos.}$$

"*O peso medio das robalizas da mostra é 2300 gramos*"

- Identificar o radio do intervalo de confianza co valor numérico que lle corresponde:

$$z_{\alpha/2}\frac{500}{\sqrt{25}}=217 \ \textbf{0´25 puntos.}$$

- Operar e buscar nas táboas

$$z_{\alpha/2}=2'17 \underbrace{\Rightarrow}_{\text{usando a táboa}} 1-\alpha/2=0'985 \ \textbf{0´25 puntos.}$$

- Cálculo do nivel de confianza
  $1-\alpha=0'97$. "*O nivel de confianza do intervalo é do 97%*" **0´25 puntos.**

(b) **1 punto**. *Utilizando o peso medio da mostra obtido no apartado* (a), *formula un test para contrastar que o peso medio das robalizas que alí se pescan é de polo menos 2500 gramos como afirman os pescadores do lugar, fronte a que é inferior. ¿A qué conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?*

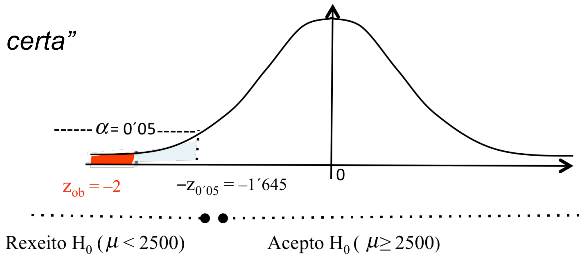
– Formular o contraste

$$\begin{cases} H_0 : \mu \geq 2500 \\ H_1 : \mu < 2500 \end{cases}$$ **0´25 puntos**.

– Estatístico de proba: $\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*

$z_{ob} = \dfrac{2300-2500}{500/\sqrt{25}} = -2$ **0´25 puntos**.



– Rexión crítica (–∞, –1´645) **0´25 puntos.**

– Decisión e conclusión

$z_{ob} = -2 < z_{crít} = -z_{0'05} = -1'645 \Rightarrow$ "*Rexeito H_0*"

"Cun risco de equivocarnos dun 5% podemos concluír, en base a mostra dada, que o peso medio das robalizas que se pescan nese porto da costa galega é inferior a 2500 gramos" **0´25 puntos**.