

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} c+2 & 2 \\ 0 & c \end{pmatrix}$

Calcula as matrices $A \cdot B$ e $B - C$. Calcula os valores de a , b e c que cumpren $A \cdot B = B - C$.

2. Un restaurante foi aberto ao público a principios de 2006 e a función $B(t) = \begin{cases} 10(4t - t^2), & 0 \leq t \leq 3 \\ 60 - 10t, & 3 < t \leq 7 \end{cases}$ indica como

evolucionaron os seus beneficios (en miles de euros) en función do tempo t (en anos) transcorrido dende a súa apertura, correspondendo $t = 0$ a principios de 2006.

- (a) Estuda en que períodos se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución dos seus beneficios. ¿A canto ascenderon os seus beneficios máximos? ¿En que ano os obtiveron?
- (b) Representa a gráfica da función $B(t)$. ¿Nalgún ano despois da súa apertura non obtiveron beneficios? ¿A partir dalgún ano deixou de ser rendible o restaurante?

3. Segundo unha enquisa de opinión sábese que o 80% da poboación adolescente dunha determinada cidade segue unha serie de TV. Elíxese unha mostra aleatoria de 225 adolescentes desa cidade, ¿cal é a probabilidade de que sigan a serie de TV entre 170 e 190 (incluídos) adolescentes?

4. A puntuación do coeficiente intelectual CI, nun estudo sobre certa poboación de nenos, segue unha distribución normal de media 100 puntos e desviación típica 16 puntos.

- (a) Escóllese unha mostra aleatoria de 25 nenos desa poboación. Calcular a probabilidade de que a puntuación media do CI nesa mostra sexa superior a 108 puntos.
- (b) Co obxecto de contrastar a puntuación media do CI nesa poboación coa dos nenos de certa Comunidade Autónoma (CA), selecciónase unha mostra aleatoria de 400 nenos da CA e obtense unha puntuación media de 101 puntos de CI. Supoñendo que se segue mantendo a desviación típica, formula un test para contrastar que a puntuación media non supera os 100 puntos fronte a que é superior na devandita CA. ¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación?

OPCIÓN B

1. Sexa R a rexión do plano determinada polo sistema de inecuacións $2x + 3y \leq 12$, $-2 \leq 2x - y \leq 4$, $y \geq 0$.

- (a) Representa a rexión R e calcula os seus vértices. Xustifica se o punto $P(-1/2, 1/2)$ pertence ou non á rexión R .
- (b) Calcula o punto ou puntos de R onde a función $f(x, y) = -2x + 5y$ alcanza os seus valores máximo e mínimo.

2. Consideremos a función $f(x) = 1 + \frac{a}{x} + bx$, $x \neq 0$.

- (a) Calcula o valor de "a" e de "b" sabendo que a función $f(x)$ ten un extremo relativo no punto $(3, -1)$.
- (b) Supoñendo que $a = -3$ e $b = -\frac{1}{3}$, determina, clasificándoos, os extremos relativos da función $f(x)$.

3. Un estudo sociolóxico sobre alcohólicos informa que o 40% deles ten pai alcohólico, o 6% ten nai alcohólica e dos que teñen pai alcohólico o 10% ten tamén nai alcohólica.

- (a) Calcula a probabilidade de que un alcohólico, seleccionado ao azar, teña pai e nai alcohólicos.
- (b) Calcula a porcentaxe de alcohólicos que ten polo menos un dos pais alcohólico.

4. Unha compañía de seguros afirma que polo menos o 90% das súas demandas se resolven en menos de trinta días. Para comprobar a devandita afirmación, unha asociación de consumidores elixiu unha mostra aleatoria de 120 demandas contra a compañía e encontrou que 102 delas se resolveran en menos de trinta días.

- (a) Formula un test para contrastar a información da compañía de seguros fronte a que a porcentaxe de demandas que se resolven en menos de trinta días é menor do 90%.
- (b) ¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación? ¿Chégase á mesma conclusión se o nivel de significación é do 1%?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(O alumno/a debe responder so aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Tres socios reúnen 6000 euros para investir nun produto financeiro. Sábese que o primeiro achega o dobre que o segundo e que o terceiro achega tanto como o primeiro e o segundo xuntos.

- (a) Formula o sistema de ecuacións lineais asociado ao enunciado e exprésao en forma matricial.
- (b) Resolve o sistema anterior. ¿Canto diñeiro achega cada un dos socios para realizar o investimento?

2. Antes da saída a Bolsa dunha empresa, un analista elabora o modelo teórico do valor da acción desa empresa ao longo do tempo,

$$V(x) = \begin{cases} 8x - x^2 & \text{se } 0 \leq x \leq 6 \\ 8 + \frac{20}{x-1} & \text{se } x > 6 \end{cases}, \text{ onde } V(x) \text{ é o valor da acción en euros e } x \text{ é o tempo transcorrido en meses.}$$

- (a) Determina os intervalos nos que se espera que suba ou baixe o valor da acción, o valor máximo esperado e o mes no que se produciría.
- (b) De manterse a validez do modelo, ¿que acontecerá co valor da acción a longo prazo? Utilizando os resultados anteriores representa a función $V(x)$.

3. Sábese que nunha cidade, o 40% dos fogares teñen contratada algunha plataforma de televisión de pagamento. Se se seleccionan aleatoriamente 150 fogares desa cidade, ¿cal é a probabilidade de que o número de fogares que teñen contratada algunha plataforma de TV de pagamento estea comprendido entre 50 e 64 (ambos os dous incluídos)?

4. O tempo de conexión a Internet dos clientes dun cibercafé segue unha distribución normal de media μ e desviación típica $\sigma = 20$ minutos. Unha mostra aleatoria de 64 clientes deu como resultado o intervalo de confianza (84'4, 95'6) para o tempo medio de conexión a Internet dos clientes do cibercafé.

- (a) Calcula o valor observado da media mostral.
- (b) Calcula o nivel de confianza co que se construíu o devandito intervalo.

OPCIÓN B

1. Sexa a función lineal $f(x,y) = x - 3y$ suxeita ao conxunto de restricións $x + 2y \leq 12$, $2x + y \leq 18$, $x \geq y$, $x \geq 0$, $y \geq -2$.

- (a) Representa a rexión R do plano determinado polo conxunto de restricións e calcula os seus vértices.
- (b) Determina (se existen) os puntos de R onde a función alcanza os seus valores máximo e mínimo.

2. Unha firma de confección determina que, co fin de vender x pezas, o *prezo por cada unha delas* debe ser

$$p(x) = 150 - \frac{1}{2}x \text{ euros, e que o custo total de producir } x \text{ pezas está dado por } C(x) = 4000 + \frac{1}{4}x^2 \text{ euros.}$$

- (a) Calcula os ingresos totais e o beneficio total.
- (b) ¿Cantas pezas debe producir e vender co fin de maximizar os beneficios totais? ¿A canto ascende o beneficio total máximo?
- (c) ¿Que prezo debe cobrar por peza co fin de producir este beneficio total máximo?

3. O departamento comercial dunha empresa estuda a posible acollida dun produto entre os seus clientes. Para iso, efectúa un primeiro lanzamento do produto ofertándollelo a 250 clientes escollidos ao azar dos que 150 sempre efectúan os seus pagamentos a prazos e o resto fano ao contado. O departamento estima que o 90% dos clientes que pagan a prazos aceptará o produto e dos de pagamento ao contado aceptarao o 65%.

- (a) Calcula a probabilidade de que un cliente desa empresa non acepte o produto.
- (b) Se un cliente acepta o produto, calcula a probabilidade de que pague ao contado.

4. Certa enfermidade parece afectar máis aos homes. Un estudo realizado nun hospital establece un intervalo do 95'44% de confianza, (0'58, 0'62), para a proporción de homes con esa enfermidade.

- (a) ¿Cal é a proporción mostral observada de homes con esa enfermidade, segundo o devandito estudo?
- (b) ¿Cal é o tamaño de mostra que se utilizou nese estudo?

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 (3 puntos)

- Calcular a matriz $A \cdot B$: **0,50 puntos**.
- Calcular a matriz $B - C$: **0,50 puntos**.
- Formulación do sistema: **0,50 puntos**.
- Resolución do sistema: **1,50 puntos (0,50** por cada un dos valores de a, b e c).

EXERCICIO 2 (3 puntos)

(a) **1,75 puntos:**

- Determinar a primeira derivada: **0,50 puntos**.
- Determinar os períodos nos que se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución dos seus beneficios : **0,75 puntos**
- Beneficios máximos e ano en que os obtiveron: **0,50 puntos**

(b) **1,25 puntos:**

- Representar a gráfica da función: **0,50 puntos**.
- Ano no que non obtiveron beneficios: **0,50 puntos**.
- Ano a partir do que deixou de ser rendible: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Paso da binomial á normal: **0,50 puntos**.
- Corrección de medio punto para a continuidade: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas: **0,50 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

(a) **1 punto:**

- Determinar a distribución de \bar{X} : **0,25 puntos**.
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas e resultado: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**

- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 (3 puntos)

(a) **2,50 puntos:**

- Vértices da rexión factible: **1,50 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **0,75 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices).
- Xustificar se o punto P pertence ou non á rexión: **0,25 puntos**.

(b) **0,50 puntos:**

- Puntos onde a función obxectivo alcanza o valor máximo e o mínimo: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

(a) **1,50 puntos:**

- Determinar a primeira derivada da función: **0,50 puntos**.
- Condición de extremo relativo no punto dado: **0,25 puntos**
- Condición de pasar a función polo punto extremo anterior: **0,25 puntos**.
- Obter o valor de a e de b : **0,50 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**

- Obter os puntos críticos: **0,25 puntos**.
- Determinar a segunda derivada da función: **0,50 puntos**.
- Clasificar, xustificando, os extremos relativos da función: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

(a) **1 punto:**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Formular a probabilidade condicionada, identificando as porcentaxes do enunciado na fórmula anterior: **0,50 puntos**.
- Resultado pedido : **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Formular e calcular a probabilidade da unión: **0,50 puntos**.
- Responder a porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

(a) **0,50 puntos:**

- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**

- Establecer a rexión crítica, para o nivel de significación do 5%: **0,25 puntos**.
- Decidir se aceptamos ou rexeitamos a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica, para o nivel de significación do 1%: **0,25 puntos**.
- Decidir se aceptamos ou rexeitamos a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 (3 puntos)

(a) **1,25 puntos:**

- Formular o sistema de ecuacións lineais asociado ao enunciado: **0,75 puntos**.
- Expresar o sistema en forma matricial: **0,50 puntos**.

(b) **1,75 puntos:**

- Resolver o sistema anterior: **1,50 puntos**.
- Responder á pregunta do exercicio: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

(a) **1,75 puntos:**

- Determinar as primeiras derivadas en cada anaco: **0,50 puntos**.
- Intervalos de crecemento e de decrecemento: **0,75 puntos**.
- Valor máximo esperado e mes no que se produciría: **0,50 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**

- Calcular o límite da función: **0,25 puntos**.
- Especificar o que acontecerá co valor da acción a longo prazo: **0,25 puntos**.
- Gráfica da función: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Identificar a variable como binomial: **0,25 puntos**.
- Paso da binomial á normal: **0,50 puntos**.
- Corrección de medio punto para a continuidade: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas: **0,25 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

(a) **0,50 puntos:**

- Expresión do intervalo de confianza: **0,25 puntos**.
- Cálculo da media muestral: **0,25 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**

- Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde: **0,50 puntos**.
- Obter o valor do punto crítico $z_{\alpha/2}$: **0,25 puntos**.
- Uso da táboa para obter o valor de $1 - \alpha/2$: **0,25 puntos**.
- Obter o nivel de confianza: **0,50 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 (3 puntos)

(a) **2,50 puntos:**

- Vértices da rexión factible: **1,50 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **1 punto** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os cinco vértices).

(b) **0,50 puntos:**

- Punto da rexión no que a función alcanza o seu valor máximo: **0,25 puntos**.
- Punto da rexión no que a función alcanza o seu valor mínimo: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

(a) **1 punto:**

- Determinar os ingresos totais: **0,50 puntos**.
- Determinar o beneficio total: **0,50 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**

- Determinar a primeira derivada: **0,25 puntos**.
- Calcular o punto crítico: **0,25 puntos**.
- Xustificar que o punto obtido é un máximo: **0,25 puntos**.
- Especificar cantas pezas debe producir e vender para maximizar os beneficios totais: **0,25 puntos**.
- Calcular o beneficio total máximo e responder no contexto do enunciado: **0,50 puntos**.

(c) **0,50 puntos:**

- Calcular o prezo que debe cobrar por peza, co fin de producir o beneficio total máximo: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

(a) **1 punto:**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Utilizar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades da fórmula: **0,50 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade condicionada anterior e identificar as probabilidades da fórmula: **0,50 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

(a) **0,50 puntos:**

- Expresión do intervalo de confianza: **0,25 puntos**.
- Cálculo da proporción mostral: **0,25 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**

- Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde: **0,50 puntos**.
- Cálculo de $z_{\alpha/2}$: **0,25 puntos**.
- Cálculo de n : **0,50 puntos**.
- Expresión dese valor de n no contexto do exercicio: **0,25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (A ou B)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} c+2 & 2 \\ 0 & c \end{pmatrix}$

Calcula as matrices $A \cdot B$ e $B - C$.

– Calcular a matriz $A \cdot B = \begin{pmatrix} -a & a+2b \\ 0 & -b \end{pmatrix}$ **0'50 puntos.**

– Calcular a matriz $B - C = \begin{pmatrix} -c-3 & -1 \\ 0 & b-c \end{pmatrix}$ **0'50 puntos.**

Calcula os valores de a , b e c que cumpren $A \cdot B = B - C$.

– Formulación do sistema: $\begin{pmatrix} -a & a+2b \\ 0 & -b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c-3 & -1 \\ 0 & b-c \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+c = -3 \\ a+2b = -1 \\ -2b+c = 0 \end{cases}$ **0'50 puntos.**

– Resolución do sistema, por calquera método, obtendo as solucións: $a = 1$, $b = -1$, $c = -2$ **1'50 puntos (0'50 puntos por cada un dos valores de a , b e c).**

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Un restaurante foi aberto ao público a principios de 2006 e a función $B(t) = \begin{cases} 10(4t - t^2), & 0 \leq t \leq 3 \\ 60 - 10t, & 3 < t \leq 7 \end{cases}$ indica como

evolucionaron os seus beneficios (en miles de euros) en función do tempo t (en anos) transcorrido dende a súa apertura, correspondendo $t = 0$ a principios de 2006.

(a) **1'75 puntos.** Estuda en que períodos se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución dos seus beneficios. ¿A canto ascenderon os seus beneficios máximos? ¿En que ano os obtiveron?

– Determinar a primeira derivada:

$$B'(t) = \begin{cases} 40 - 20t, & 0 < t < 3 \\ -10, & 3 < t < 7 \end{cases} \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

– No intervalo $(0, 3)$, $B'(t) = 0 \Leftrightarrow 40 - 20t = 0 \Rightarrow t = 2$ é un punto crítico.

– No intervalo $(3, 7)$, $B'(t) = -10 < 0$, para todo t

– Facer o estudo do crecemento e do decrecemento da función $B(t)$

	$(0, 2)$	$(2, 3)$	$(3, 7)$
t	$t = 1$	$t = 2'5$	para todo t
signo de $B'(t)$	$B'(1) > 0$	$B'(2'5) < 0$	$B'(t) < 0$

– No intervalo $(0, 2)$ a función é crecente. Nos intervalos $(2, 3)$ e $(3, 7)$ a función é decrecente.

– Responderemos agora no contexto do exercicio:

“Dende a súa apertura, a principios do 2006 ata o 2008 produciuse un aumento dos seus beneficios” **0'25 puntos.**

“Dende principios do 2008 ata principios do 2013 prodúcese unha diminución dos seus beneficios” **0'50 puntos.**

– En $t = 2$, $B(t)$ é máxima. $B_{\max} = B(2) = 40$.

“Os beneficios máximos ascenderon a 40.000 euros **0'25 puntos**, e obtivéronos a principios do 2008” **0'25 puntos.**

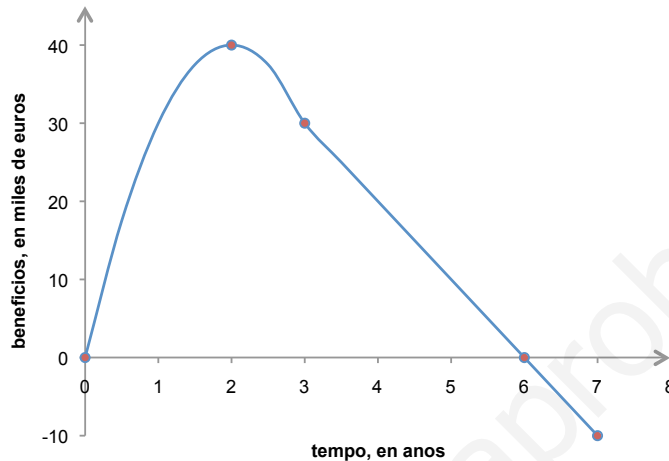
Exemplos de resposta / Solucións

(b) **1'25 puntos.** Representa a gráfica da función $B(t)$. ¿Nalgún ano despois da súa apertura non obtiveron beneficios? ¿A partir dalgún ano deixou de ser rendible o restaurante?

– Recordemos que segundo consta nos criterios xerais de avaliación da materia de Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais, colgados na web ciug.cesga.es

Non se valorará o estudo dunha función elemental ou dunha función definida a anacos se para iso constrúe as súas gráficas baseándose soamente nos puntos obtidos a partir dunha táboa de valores. (Exceptúase o caso das funcións polinómicas de grao un)

– Para representar a gráfica, precisamos coñecer o valor da función nos extremos do intervalo de definición 0 e 7 e no punto 3, $B(0) = 0$, $B(7) = -10$, $B(3) = 30$, e utilizando os resultados do apartado (a)



– Representación gráfica **0'50 puntos.**

$$- B(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 10(4t - t^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \end{cases} \text{ estas solucións non serven} \\ 60 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 6 \end{cases} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

No ano 2012 non obtiveron beneficios **0'25 puntos.**

Deixou de ser rendible a partir do ano 2012 ata principios do 2013. **0'25**

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Segundo unha enquisa de opinión sábese que o 80% da poboación adolescente dunha determinada cidade segue unha serie de TV. Elíxese unha mostra aleatoria de 225 adolescentes desa cidade, ¿cal é a probabilidade de que sigan a serie de TV entre 170 e 190 (incluídos) adolescentes?

– Definimos a variable aleatoria binomial “ $X =$ número de adolescentes que seguen a serie de televisión, nunha mostra aleatoria de 225 adolescentes desa cidade”. $X \sim B(n = 225, p = 0'8)$.

– Formular a probabilidade pedida:

$$P(170 \leq X \leq 190) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Paso da binomial á normal:

$$X \sim B(n = 225, p = 0'8) \Rightarrow X' \sim N(\mu = np = 180, \sigma = \sqrt{np(1-p)} = 6) \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

– Corrección de medio punto para a continuidade:

$$P(170 \leq X \leq 190) = P(169'5 < X' < 190'5) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Tipificación:

$$P(170 \leq X \leq 190) = P(169'5 < X' < 190'5) = P(-1'75 < Z < 1'75) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Paso a táboas:

$$P(-1'75 < Z < 1'75) = P(Z < 1'75) - (1 - P(Z < 1'75)) = 2P(Z < 1'75) - 1 \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

– Resultado:

$$P(170 \leq X \leq 190) = 2 \cdot 0'9599 - 1 = 0'9198 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

Exemplos de resposta / Solucións

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

A puntuación do coeficiente intelectual CI, nun estudo sobre certa poboación de nenos, segue unha distribución normal de media 100 puntos e desviación típica 16 puntos.

(a) **1 punto.** Escólese unha mostra aleatoria de 25 nenos desa poboación. Calcular a probabilidade de que a puntuación media do CI nesa mostra sexa superior a 108 puntos.

Sexan:

" X = puntuación do CI dun neno desa poboación". $X \sim N(\mu = 100, \sigma = 16)$

" \bar{X} : estadístico media mostral \equiv puntuación media do CI en mostras de 25 nenos desa poboación".

– Determinar a distribución de \bar{X}

$$\bar{X} \sim N\left(\mu = 100, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{16}{\sqrt{25}} = 3.2\right) \quad \mathbf{0,25 \text{ puntos.}}$$

– Formular a probabilidade pedida:

$$P(\bar{X} > 108) \quad \mathbf{0,25 \text{ puntos.}}$$

– Tipificación:

$$P(\bar{X} > 108) = P(Z > 2.5) \quad \mathbf{0,25 \text{ puntos.}}$$

– Paso a táboas e resultado:

$$P(\bar{X} > 108) = P(Z > 2.5) = 1 - P(Z \leq 2.5) = 1 - 0.9938 = 0.0062 \quad \mathbf{0,25 \text{ puntos.}}$$

(b) **1 punto.** Co obxecto de contrastar a puntuación media do CI nesa poboación coa dos nenos de certa Comunidade Autónoma (CA), selecciónase unha mostra aleatoria de 400 nenos da CA e obtense unha puntuación media de 101 puntos de CI. Supoñendo que se segue mantendo a desviación típica, formula un test para contrastar que a puntuación media non supera os 100 puntos fronte a que é superior na devandita CA. ¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación?

Sexa agora

" X = puntuación do CI dun neno desa poboación". $X \sim N(\mu, \sigma = 16)$

" \bar{X} : estadístico media mostral \equiv puntuación media do CI

en mostras de 400 nenos desa poboación" $\xrightarrow{\text{valor particular para a mostra dada}}$ $\bar{X} = 101$

– Especificar as hipótesis nula e alternativa:

$$\begin{cases} H_0 : \mu \leq 100 \\ H_1 : \mu > 100 \end{cases} \quad \mathbf{0.25 \text{ puntos.}}$$

– Estatístico de proba:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

– Avaliar o estatístico de proba, "baixo a hipótese H_0 certa":

$$z_{ob} = \frac{101 - 100}{16/\sqrt{400}} = 1.25 \quad \mathbf{0.25 \text{ puntos.}}$$

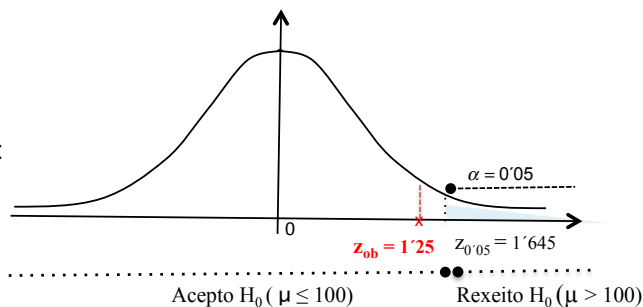
– Establecer a rexión crítica:

$$(1.645, +\infty) \quad \mathbf{0.25 \text{ puntos.}}$$

– Decisión e conclusión:

Como $z_{ob} = 1.25 < z_{crit} = 1.645 \Rightarrow$ Aceptamos H_0 , é dicir,

"non podemos concluir, ao 5% de nivel de significación, que a puntuación media na CA é superior á da poboación do estudo" $\mathbf{0.25 \text{ puntos.}}$



Exemplos de resposta / Solucións

OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa R a rexión do plano determinada polo sistema de inecuacións $2x + 3y \leq 12$, $-2 \leq 2x - y \leq 4$, $y \geq 0$

(a) **2'50 puntos.** Representa a rexión R e calcula os seus vértices. Xustifica se o punto $P(-1/2, 1/2)$ pertence ou non á rexión R .

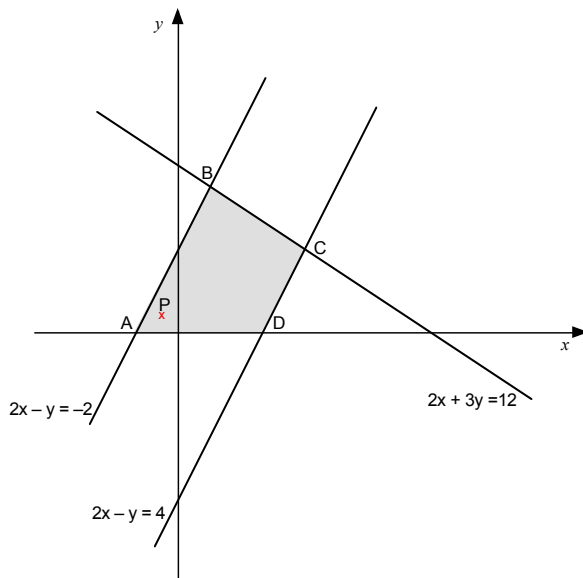
– Representamos as rectas

$2x + 3y = 12$, pasa polos puntos $(0, 4)$ e $(2, 0)$.

$2x - y = -2$, pasa polos puntos $(0, 2)$ e $(-1, 0)$

$2x - y = 4$, pasa polos puntos $(0, -4)$ e $(2, 0)$

– Representación gráfica da rexión factible **0'75 puntos**



– Polos vértices: $A(-1, 0)$ **0'25 puntos**; $D(2, 0)$ **0'25 puntos**; $B(3/4, 7/2)$ **0'50 puntos**; $C(3, 2)$ **0'50 puntos**.

– O punto $P(-1/2, 1/2)$ pertence á rexión factible, xa que verifica todas as inecuacións

$$\begin{cases} 2(-1/2) + 3(1/2) = 1/2 < 12 \\ -2 < 2(-1/2) - 1/2 < 4 \\ y = 1/2 > 0 \end{cases}$$

0'25 puntos.

(b) **0'50 puntos.** Calcula o punto ou puntos de R onde a función $f(x, y) = -2x + 5y$ alcanza os seus valores máximo e mínimo

– A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto $B(3/4, 7/2)$ **0'25 puntos**.

– A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* no punto $D(2, 0)$ **0'25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Consideremos a función $f(x) = 1 + \frac{a}{x} + bx$, $x \neq 0$.

(a) **1'50 puntos.** Calcula “a” e “b” sabendo que a función $f(x)$ ten un extremo relativo no punto $(3, -1)$.

– Determinar a primeira derivada da función:

$$f'(x) = -\frac{a}{x^2} + b \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

– Condición de extremo relativo no punto $(3, -1)$:

$$f'(3) = 0 \Leftrightarrow -\frac{a}{9} + b = 0 \Leftrightarrow -a + 9b = 0 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Condición de pasar a función polo punto anterior:

$$f(3) = -1 \Leftrightarrow 1 + \frac{a}{3} + 3b = -1 \Leftrightarrow a + 9b = -6 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

Exemplos de resposta / Solucións

– Resolver o sistema anterior obtendo o valor de $a = -3$ **0'25 puntos** e de $b = -1/3$ **0'25 puntos**.

(b) **1'50 puntos**. Supoñendo que $a = -3$ e $b = -1/3$, determina, clasificándoos, os extremos relativos da función $f(x)$.

– Obter os puntos críticos:

$$f'(x) = \frac{3}{x^2} - \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 3 \end{cases} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

O punto $x = 0$ tamén hai que consideralo, por non existir a derivada da función nese punto.

– Determinar a segunda derivada da función:

$$f''(x) = -\frac{6}{x^3} \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos}}$$

– Clasificar, xustificando, os extremos relativos da función:

$$\begin{cases} f''(3) < 0 \Rightarrow \text{en } x = 3 \text{ } f(x) \text{ presenta un máximo relativo} \\ f''(-3) > 0 \Rightarrow \text{en } x = -3 \text{ } f(x) \text{ presenta un mínimo relativo} \end{cases} \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

O punto $(3, -1)$ é un *máximo relativo* e o punto $(-3, 3)$ é un *mínimo relativo* **0'25 puntos**.

Tamén se pode facer determinando os intervalos de monotonía e clasificando os extremos estudando o signo da primeira derivada **0'50 puntos**

	$(-\infty, -3)$	$(-3, 0)$	$(0, 3)$	$(3, +\infty)$
x	$x = -4$	$x = -1$	$x = 1$	$x = 4$
signo de $f'(x)$	$f'(-4) < 0$	$f'(-1) > 0$	$f'(1) > 0$	$f'(4) < 0$

No punto $x = -3$ $f(x)$ presenta un *máximo relativo* **0'25 puntos**.

No punto $x = 3$ $f(x)$ presenta un *mínimo relativo* **0'25 puntos**.

O punto $(3, -1)$ é un *máximo relativo* e o punto $(-3, 3)$ é un *mínimo relativo* **0'25 puntos**.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Un estudo sociolóxico sobre alcohólicos informa que o 40% deles ten pai alcohólico, o 6% ten nai alcohólica e dos que teñen pai alcohólico o 10% ten tamén nai alcohólica.

(a) **1 punto**. Calcula a probabilidade de que un alcohólico, seleccionado ao azar, teña pai e nai alcohólicos. Denominamos aos sucesos "A": un alcohólico ten pai alcohólico, "B": un alcohólico ten nai alcohólica.

As probabilidades que nos dan no enunciado son $P(A) = 0'4$, $P(B) = 0'06$, $P(B/A) = 0'1$

– Formular a probabilidade pedida:

$$P(A \cap B) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

– Formular a probabilidade condicionada:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Identificar as porcentaxes do enunciado na fórmula anterior:

$$0'1 = \frac{P(A \cap B)}{0'4} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Resultado pedido:

$$P(A \cap B) = 0'1 \cdot 0'4 = 0'04 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

(b) **1 punto**. Calcula a porcentaxe de alcohólicos que ten polo menos un dos pais alcohólico.

– Formular a probabilidade pedida:

$$P(A \cup B) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Formular e calcular a probabilidade da unión:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0'4 + 0'06 - 0'04 = 0'42 \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

– Responder a porcentaxe pedida:

"Un 42% dos alcohólicos ten polo menos un dos pais alcohólico" **0'25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha compañía de seguros afirma que polo menos o 90% das súas demandas se resolven en menos de trinta días. Para comprobar a devandita afirmación, unha asociación de consumidores elixiu unha mostra aleatoria de 120 demandas contra a compañía e encontrou que 102 delas se resolveran en menos de trinta días

(a) **0'50 puntos.** *Formula un test para contrastar a información da compañía de seguros fronte a que a porcentaxe de demandas que se resolven en menos de trinta días é menor do 90%.*

Sexan

" p : proporción de demandas que se resolven en menos de trinta días, na compañía de seguros". **Parámetro poboacional descoñecido (é o que nos mandan contrastar)**

\hat{P} : proporción de demandas que se resolven en menos de trinta días,

en mostras de 120 demandas $\xrightarrow{\text{valor particular do estatístico } \hat{P}, \text{ para a mostra dada}}$ $\hat{p} = \frac{102}{120} = 0'85$

– Especificar as hipóteses nula e alternativa:

$$\begin{cases} H_0 : p \geq 0'9 \\ H_1 : p < 0'9 \end{cases} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Estatístico de proba: $\frac{\hat{P} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$

– Avaliar o estatístico de proba, "baixo a hipótese H_0 certa", para a mostra dada:

$$z_{ob} = \frac{0'85 - 0'9}{\sqrt{\frac{0'9 \cdot 0'1}{120}}} = -1'826 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

(b) **1'50 puntos.** *¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación? ¿Chégase á mesma conclusión se o nivel de significación é do 1%?*

– Establecer a rexión crítica:

para $\alpha = 0'05$, $(-\infty, -1'645)$ (ver gráfica (1)) **0'25 puntos.**

– Decisión:

$$z_{ob} = -1'826 < z_{crit} = -1'645 \Rightarrow \text{Rexeito } H_0 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Conclusión:

"Cun risco de equivocarnos dun 5% podemos concluir que non é certa a afirmación da compañía de seguros, xa que aceptamos que a proporción de demandas que se resolven en menos de trinta días é inferior ao 90%" **0'25 puntos.**

– Establecer a nova rexión crítica:

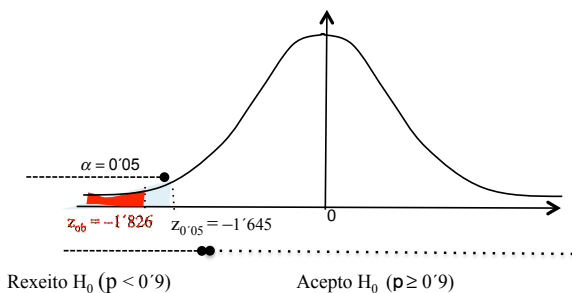
para $\alpha = 0'01$, $(-\infty, -2'33)$ (ver gráfica (2)) **0'25 puntos.**

– Decisión:

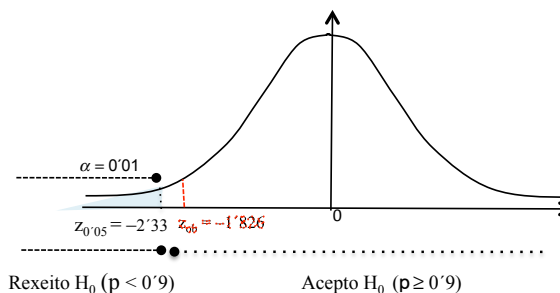
$$z_{ob} = -1'826 > z_{crit} = -2'33 \Rightarrow \text{Acepto } H_0 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Conclusión:

"Non hai evidencias estatísticas que nos permitan concluir que a proporción de demandas resoltas en menos de trinta días é inferior ao 90%" **0'25 puntos.**



gráfica (1)



gráfica (2)

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (A ou B)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Tres socios reúnen 6000 euros para investir nun produto financeiro. Sábese que o primeiro achega o dobre que o segundo e que o terceiro achega tanto como o primeiro e o segundo xuntos.

(a) **1'25 puntos.** Formula o sistema de ecuacións lineais asociado ao enunciado e exprésao en forma matricial.

Definimos as variables: “ x = euros achegados polo primeiro socio”, “ y = euros achegados polo segundo socio” e “ z = euros achegados polo terceiro socio”

$$\begin{aligned} \text{– Formular o sistema: } \begin{cases} x + y + z = 6000 \\ x = 2y \\ z = x + y \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 6000 \\ x - 2y = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{– Expresar o sistema en forma matricial: } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6000 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

(b) **1'75 puntos.** Resolve o sistema anterior. ¿Canto diñeiro achega cada un dos socios para realizar o investimento?

– Podemos resolvelo por calquera método, por exemplo:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6000 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2: F_1 - F_2 \\ F_3: F_1 - F_3}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6000 \\ 0 & 3 & 1 & 6000 \\ 0 & 0 & 2 & 6000 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 6000 & \Rightarrow x = 2000 & \mathbf{0'25 \text{ puntos.}} \\ 3y + z = 6000 & \Rightarrow y = 1000 & \mathbf{0'25 \text{ puntos.}} \\ 2z = 6000 & \Rightarrow z = 3000 & \mathbf{0'25 \text{ puntos.}} \end{cases}$$

– Responder á pregunta do exercicio:

“O primeiro socio achega 2000 euros, o segundo 1000 euros e o terceiro 3000 euros, para investir nese produto financeiro” **0'25 puntos.**

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Antes da saída a Bolsa dunha empresa, un analista elabora o modelo teórico do valor da acción desa empresa ao longo do tempo,

$$V(x) = \begin{cases} 8x - x^2 & \text{se } 0 \leq x \leq 6 \\ 8 + \frac{20}{x-1} & \text{se } x > 6 \end{cases}, \text{ onde } V(x) \text{ é o valor da acción en euros e } x \text{ é o tempo transcorrido en meses.}$$

(a) **1'75 puntos.** Determina os intervalos nos que se espera que suba ou baixe o valor da acción, o valor máximo esperado e o mes no que se produciría.

$$\text{– Determinar as primeiras derivadas en cada anaco: } V'(x) = \begin{cases} 8 - 2x & \text{se } 0 < x < 6 \\ -\frac{20}{(x-1)^2} & \text{se } x > 6 \end{cases} \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

– Determinar os intervalos de crecemento e de decrecemento:

$$\text{No } (0, 6) \quad V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

	(0, 4)	(4, 6)	(6, +∞)
valor x	$x = 1$	$x = 5$	para todo $x > 6$
signo de $V'(x)$	$V'(1) > 0$	$V'(5) < 0$	$V'(x) < 0$

$$\text{No } (6, +\infty) \quad V'(x) < 0$$

A función $V(x)$ é crecente no intervalo (0, 4) **0'25 puntos**, é decrecente en (4, 6) **0'25 puntos** e tamén é decrecente no intervalo (6, +∞) **0'25 puntos**.

“Espérase que o prezo da acción suba nos primeiros catro meses e que a partir do cuarto mes baixe”.

Exemplos de resposta / Solucións

– $V(x)$ presenta un máximo no punto $x = 4$ e $V(4) = 16$, polo tanto respondendo á pregunta:

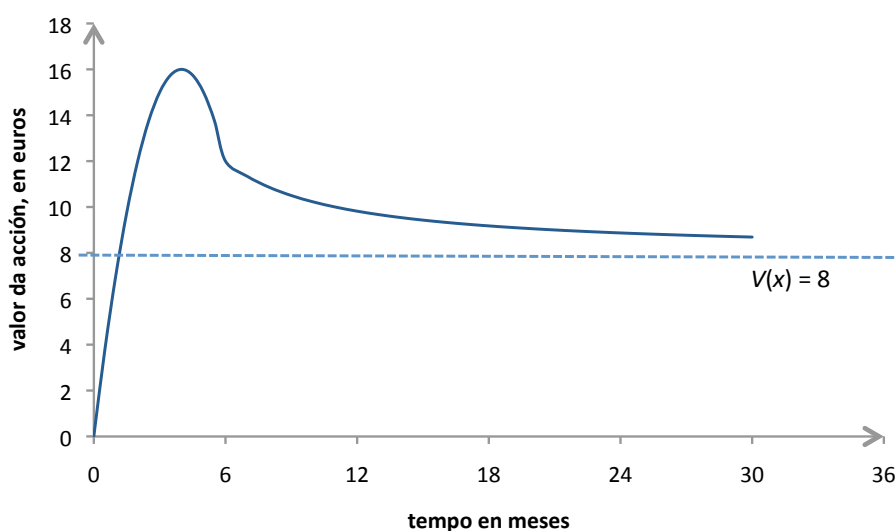
O valor máximo esperado da acción é de 16 euros **0'25 puntos**, e produciríase no cuarto mes da saída a Bolsa da acción **0'25 puntos**.

(b) **1'25 puntos**. De manterse a validez do modelo, ¿que acontecerá co valor da acción a longo prazo? Utilizando os resultados anteriores representa a función $V(x)$.

– O límite da función é $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(8 + \frac{20}{x-1} \right) = 8$ **0'25 puntos**.

– A longo prazo a acción tende a alcanzar o valor de 8 euros" **0'25 puntos**.

– Representación gráfica **0'75 puntos**.



Non se valorará o estudo dunha función elemental ou dunha función definida a anacos se para iso constrúe as súas gráficas baseándose soamente nos puntos obtidos a partir dunha táboa de valores. (Exceptúase o caso das funcións polinómicas de grao un)

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Sábase que nunha cidade, o 40% dos fogares teñen contratada algunha plataforma de televisión de pagamento. Se se seleccionan aleatoriamente 150 fogares desa cidade, ¿cal é a probabilidade de que o número de fogares que teñen contratada algunha plataforma de TV de pagamento estea comprendido entre 50 e 64 (ambos os dous incluídos)?

– Identificar a variable como binomial:

$X =$ número de fogares que teñen contratada algunha plataforma de TV de pagamento, en mostras de 150 fogares desa cidade, $X \sim B(n = 150, p = 0'4)$ **0'25 puntos**.

– Formular a probabilidade pedida:

$$P(50 \leq X \leq 64) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

– Paso da binomial á normal:

$$X \sim B(n = 150, p = 0'4) \Rightarrow X' \sim N(\mu = 60, \sigma = 6), \text{ sendo } \begin{cases} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0'4 = 60 & \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{36} = 6 & \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \end{cases}$$

– Corrección de medio punto para a continuidade:

$$P(50 \leq X \leq 64) = P(49'5 < X' < 64'5) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

– Tipificación:

$$P(50 \leq X \leq 64) = P(49'5 < X' < 64'5) = P\left(\frac{49'5 - 60}{6} < Z < \frac{64'5 - 60}{6}\right) = P(-1'75 < Z < 0'75) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

Exemplos de resposta / Solucións

– Paso a táboas:

$$P(-1.75 < Z < 0.75) = P(Z < 0.75) - P(Z < -1.75) = P(Z < 0.75) + P(Z < 1.75) - 1 \quad \mathbf{0.25 \text{ puntos.}}$$

– Resultado final:

$$P(50 \leq X \leq 64) = 0.7734 + 0.9599 - 1 = 0.7333 \quad \mathbf{0.25 \text{ puntos.}}$$

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O tempo de conexión a Internet dos clientes dun cibercafé segue unha distribución normal de media μ e desviación típica $\sigma = 20$ minutos. Unha mostra aleatoria de 64 clientes deu como resultado o intervalo de confianza (84.4, 95.6) para o tempo medio de conexión a Internet dos clientes do cibercafé.

Sexa " $X =$ tempo, en minutos, de conexión a Internet dun cliente do cibercafé, $X \sim N(\mu, \sigma = 20)$ "

(a) **0.50 puntos.** *Calcula o valor observado da media mostral.*

– Expresión dos extremos do intervalo de confianza para a media poboacional μ e cálculo do valor observado da media mostral \bar{x} :

$$\begin{cases} \bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 84.4 \\ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 95.6 \end{cases} \Rightarrow \bar{x} = \frac{84.4 + 95.6}{2} = 90 \quad \mathbf{0.50 \text{ puntos.}}$$

(b) **1.50 puntos.** *Calcula o nivel de confianza co que se construíu o devandito intervalo.*

– Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde:

$$z_{\alpha/2} \cdot \frac{20}{\sqrt{64}} = 5.6 \quad \mathbf{0.50 \text{ puntos.}}$$

– Obter o valor do punto crítico:

$$z_{\alpha/2} = 2.24 \quad \mathbf{0.25 \text{ puntos.}}$$

– Uso da táboa para obter o valor:

$$1 - \alpha/2 = 0.9875 \quad \mathbf{0.25 \text{ puntos.}}$$

– Calcular $\alpha = 0.025$ **0.25 puntos.**

– Obter o nivel de confianza pedido:

$$1 - \alpha = 0.975, \text{ sendo entón o intervalo dun } 97.5\% \text{ de confianza } \mathbf{0.25 \text{ puntos.}}$$

Exemplos de resposta / Solucións

OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a función lineal $f(x,y) = x - 3y$ suxeita ao conxunto de restricións $x + 2y \leq 12$, $2x + y \leq 18$, $x \geq y$, $x \geq 0$, $y \geq -2$.

(a) **2'50 puntos.** Representa a rexión R do plano determinado polo conxunto de restricións e calcula os seus vértices.

– Representamos as rectas

$x + 2y = 12$, pasa polos puntos $(0, 6)$ e $(12, 0)$.

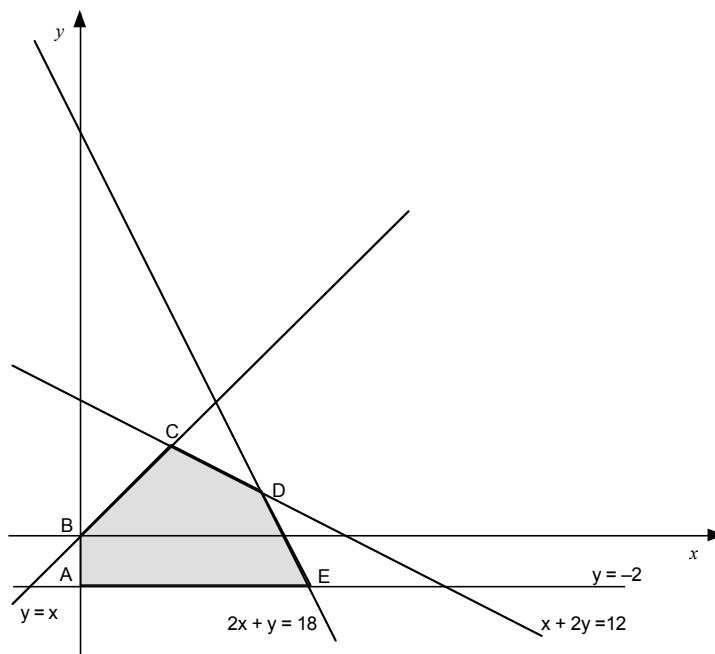
$2x + y = 18$, pasa polos puntos $(0, 18)$ e $(9, 0)$.

$y = x$, bisectriz do primeiro e terceiro cuadrante.

$y = -2$, recta que pasa por $(0, -2)$ e é paralela ao eixe x .

– Vértices da rexión factible **1'50 puntos**, polos vértices: $A(0, -2)$, $B(0, 0)$, $C(4, 4)$ e $E(10, -2)$ (**0'25 puntos** por cada un deles). Polo vértice $D(8, 2)$ **0'50 puntos**.

– Representación gráfica da rexión factible (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices) **1 punto**:



(b) **0'50 puntos.** Determina (se existen) os puntos de R onde a función alcanza os seus valores máximo e mínimo.

A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* no punto $C(4, 4)$ **0'25 puntos**.

A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto $E(10, -2)$ **0'25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Unha firma de confección determina que, co fin de vender x pezas, o *prezo por cada unha delas* debe ser

$p(x) = 150 - \frac{1}{2}x$ euros, e que o *custo total* de producir x pezas está dado por $C(x) = 4000 + \frac{1}{4}x^2$ euros.

(a) **1 punto.** Calcula os ingresos totais e o beneficio total.

– Os *ingresos totais* serán:

$$I(x) = x \cdot p(x) = x \cdot \left(150 - \frac{1}{2}x\right) = 150x - \frac{1}{2}x^2 \text{ euros } \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

– O *beneficio total* será:

$$B(x) = I(x) - C(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 150x - 4000 \text{ euros } \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

Exemplos de resposta / Solucións

(b) **1'50 puntos.** ¿Cantas pezas debe producir e vender co fin de maximizar os beneficios totais? ¿A canto ascende o beneficio total máximo?

– Determinar a primeira derivada:

$$B'(x) = -\frac{3}{2}x + 150 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Calcular o punto crítico:

$$B'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 100 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Xustificar que o punto obtido é un máximo:

$$B''(x) = -\frac{3}{2} < 0 \text{ para todo valor de } x, \text{ en particular para } x = 100 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Especificar cantas pezas debe producir e vender para maximizar os beneficios totais:

“Debe producir e vender 100 pezas para maximizar os seus beneficios totais” **0'25 puntos.**

– O beneficio total máximo e responder no contexto do enunciado:

$$B_{\text{máx}} = B(100) = 3500 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

“O beneficio máximo ascende a 3500 euros, producindo e vendendo 100 pezas” **0'25 puntos.**

(c) **0'50 puntos.** ¿Que prezo debe cobrar por peza co fin de producir este beneficio total máximo?

$$p(100) = 150 - \frac{1}{2}100 = 100 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

“Debe cobrar 100 euros por peza” **0'25 puntos.**

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O departamento comercial dunha empresa estuda a posible acollida dun produto entre os seus clientes. Para iso, efectúa un primeiro lanzamento do produto ofertándollelo a 250 clientes escollidos ao azar dos que 150 sempre efectúan os seus pagamentos a prazos e o resto fano ao contado. O departamento estima que o 90% dos clientes que pagan a prazos aceptará o produto e dos de pagamento ao contado aceptarao o 65%.

Primeiro nomeamos aos sucesos que interveñen no enunciado, por exemplo:

“A”: un cliente acepta o produto, “C”: un cliente paga ao contado, polo tanto o seu contrario “ \bar{C} ”: un cliente paga a prazos.

Dinnos que $P(\bar{C}) = \frac{150}{250} = 0'6$, $P(C) = 0'4$, $P(A/\bar{C}) = 0'9$, $P(A/C) = 0'65$

(a) **1 punto.** Calcula a probabilidade de que un cliente desa empresa non acepte o produto.

– Formular a probabilidade pedida:

$$P(\bar{A}) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Utilizar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades da fórmula:

$$P(\bar{A}) = P(C) \cdot P(\bar{A}/C) + P(\bar{C}) \cdot P(\bar{A}/\bar{C}) = 0'4 \cdot 0'35 + 0'6 \cdot 0'1 \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

– Resultado final:

$$P(\bar{A}) = 0'2 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

(b) **1 punto.** Se un cliente acepta o produto, calcula a probabilidade de que pague ao contado.

– Formular a probabilidade pedida:

$$P(C/A) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

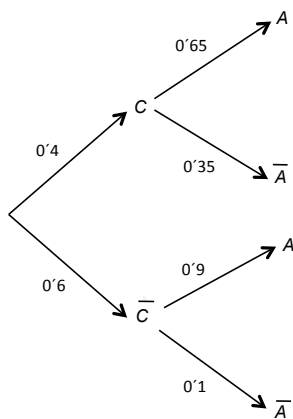
– Expresión da probabilidade anterior e identificar as probabilidades da fórmula:

$$P(C/A) = \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{0'4 \cdot 0'65}{1 - 0'2} \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

– Resultado final:

$$P(C/A) = 0'325 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

Exemplos de resposta / Soluções



No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

- 1 punto** pola árbora ben feita e despois
- (a) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Formular a probabilidade pedida } \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \\ \text{Resultado final } \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \end{array} \right.$
 - (b) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Formular a probabilidade pedida } \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \\ \text{Resultado final } \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \end{array} \right.$

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Certa enfermidade parece afectar máis aos homes. Un estudo realizado nun hospital establece un intervalo de 95'44% de confianza, (0'58, 0'62), para a proporción de homes con esa enfermidade.

(a) **0'50 puntos.** *¿Cal é a proporción mostral observada de homes con esa enfermidade, segundo o devandito estudo?*

Definimos \hat{p} : *proporción mostral de homes con esa enfermidade, en mostras de tamaño n*

– Expresión dos extremos do intervalo de confianza para a proporción poboacional p e cálculo do valor observado da proporción mostral \hat{p} :

$$\begin{cases} \hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0'58 \\ \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0'62 \end{cases} \Rightarrow \hat{p} = \frac{0'58 + 0'62}{2} = 0'6 \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

(b) **1'50 puntos.** *¿Cal é o tamaño de mostra que se utilizou nese estudo?*

– Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde:

$$z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{0'6 \cdot 0'4}{n}} = 0'02 \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

– Cálculo de $z_{\alpha/2}$:

$$1 - \alpha = 0'9544 \Rightarrow \alpha = 0'0456 \Rightarrow \alpha/2 = 0'0228$$

$$z_{\alpha/2} = z_{0'0228} \quad \equiv \quad 2 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

nas táboas é o punto que deixa á súa esquerda unha área de 0'9772

– Cálculo de n :

$$2 \cdot \sqrt{\frac{0'6 \cdot 0'4}{n}} = 0'02 \Rightarrow n = \frac{0'6 \cdot 0'4}{0'01^2} = 2400 \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

– Expresión dese valor de n no contexto do exercicio:

“ Nese estudo, utilizouse unha mostra de 2400 homes ” **0'25 puntos.**