CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	PAAU (LOXSE) XUÑO 2008	Código: 61

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

***O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos*.**

BLOQUE DE ÁLXEBRA *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Exercicio 1. Un autobús transporta en certa viaxe 60 viaxeiros de tres tipos: viaxeiros que pagan o billete enteiro que custa 1 €; estudantes que teñen un 25% de desconto e xubilados cun desconto do 50% do prezo do billete. A recadación do autobús nesta viaxe foi de 48 euros. Calcular o número de viaxeiros de cada clase sabendo que o número de estudantes era o dobre que o número do resto de viaxeiros.

Exercicio 2. Un proxecto de xardinaría pode levarse a cabo por dous grupos diferentes dunha mesma empresa: G_1 e G_2. Trátase de axardinar tres zonas: A, B e C. Na seguinte táboa recóllese o número de unidades que pode axardinar cada grupo en cada zona durante unha semana:

	Zona A	*Zona B*	*Zona C*
Grupo G_1	4	10	7
Grupo G_2	10	5	7

Necesítase axardinar un mínimo de 40 unidades na zona A, 50 unidades na zona B e 49 unidades na zona C, estimándose o custo semanal en 3300 euros para o grupo G_1 e en 4000 euros para o grupo G_2.
¿Cantas semanas deberá traballar cada grupo para finalizar o proxecto co mínimo custo? Expresar a función obxectivo e as restricións do problema. Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Supoñamos que o valor V, en euros, dun produto diminúe ou se deprecia co tempo t, en meses, onde

$$V(t) = 50 - \frac{25\,t^2}{(t+2)^2},\quad t \geq 0$$

(*a*) Calcular o valor inicial do produto, $V(0)$. ¿A partir de que mes o valor do produto é inferior a 34 euros?

(*b*) Determinar a velocidade de depreciación do produto, é dicir, $V'(t)$.

(*c*) Achar o $\lim_{t\to+\infty} V(t)$. ¿Hai algún valor por debaixo do cal nunca caerá V? Xustificar a resposta.

Exercicio 2. O número de prazas ocupadas dun aparcamento ao longo das 24 horas dun día, vén expresado pola función

$$N(t) = \begin{cases} 1680 + 20t & \text{se } 0 \leq t < 8 \\ -10t^2 + 260t + 400 & \text{se } 8 \leq t < 16 \\ -10t^2 + 360t - 1200 & \text{se } 16 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

(*a*) ¿A que hora do día presenta o aparcamento unha ocupación máxima?, ¿cantos coches hai a esa hora?

(*b*) ¿Entre que horas a ocupación do aparcamento é igual ou superior a 2000 prazas?

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Nun mercado de valores cotizan un total de 60 empresas, das que 15 son do sector bancario, 35 son industriais e 10 son do sector tecnolóxico. A probabilidade de que un banco dos que cotizan no mercado se declare en creba é 0,01, a probabilidade de que se declare en creba unha empresa industrial é 0,02 e de que o faga unha empresa tecnolóxica é 0,1.

(*a*) ¿Cal é a probabilidade de que se produza unha creba nunha empresa do citado mercado de valores?

(*b*) Téndose producido unha creba, ¿cal é a probabilidade de que se trate dunha empresa tecnolóxica?

Exercicio 2. Nunha determinada poboación sábese que o valor da taxa diaria de consumo de calorías segue unha distribución normal con desviación típica σ =400 calorías.

(*a*) Se a media poboacional é μ =1600 calorías e se elixe ao chou unha mostra aleatoria de 100 persoas desa poboación, determinar a probabilidade de que o consumo medio diario de calorías nesa mostra estea comprendido entre 1550 e 1660 calorías.

(*b*) Se descoñecemos a media μ e co mesmo tamaño de mostra se afirma que "o consumo medio diario nesa poboación toma valores entre 1530 e 1670 calorías", ¿con que nivel de confianza se fai esta afirmación?

www.yoquieroaprobar.es

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA (*Puntuación máxima 3 puntos*)

Exercicio 1. Considerar a ecuación matricial $X + X \cdot A + B^t = 2C$, onde as matrices *A*, *B* e *C* veñen dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 4 & -5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

e onde B^t denota a matriz trasposta de *B*.

(*a*) Despexar a matriz *X* na ecuación matricial, ¿que orde ten?

(*b*) Calcular a matriz $2C - B^t$ e a inversa da matriz $I + A$, sendo *I* a matriz identidade de orde 3.

(*c*) Resolver a ecuación matricial obtendo o valor da matriz *X*.

Exercicio 2. Un fabricante produce dous modelos diferentes M_1 e M_2 dun mesmo artigo e sabe que pode vender tantos como produza. O modelo M_1 require diariamente 25 minutos de corte, 60 minutos de ensamblaxe e 68 minutos de rematado, xerando un beneficio de 30 euros por modelo. O modelo M_2 precisa diariamente 75 minutos de corte, 60 minutos de ensamblaxe e 34 minutos de rematado, xerando un beneficio de 40 euros por modelo. Cada día disponse dun máximo de 450 minutos de corte, 480 minutos de ensamblaxe e 476 minutos de rematado.

(*a*) Formular o sistema de inecuacións asociado ao enunciado. (b) Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices. (c) ¿Cantos artigos de cada modelo debe fabricar diariamente para maximizar o beneficio? ¿a canto ascende o devandito beneficio?

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. A distancia (en millas) entre un barco pesqueiro que saíu a faenar durante un período de 10 días e o seu porto base vén dada pola función:

$$M(t) = \begin{cases} 36 - (2t - 6)^2, & 0 \le t \le 5 \\ 4\,(10 - t), & 5 < t \le 10 \end{cases}$$

onde *t* é o tempo transcorrido (en días) dende a súa saída do porto base.

(a) ¿Despois de cantos días é máxima a distancia do pesqueiro ao seu porto base?, ¿a cantas millas se atopaba?

(*b*) ¿Durante que períodos aumentaba a distancia ao seu porto base? ¿en que períodos diminuía?

(*c*) ¿A partir de que día, despois de alcanzar a distancia máxima, se atopaba a menos de 12 millas do porto base?

Exercicio 2. Unha institución de beneficencia estatal quere determinar cantos analistas debe contratar para o procesamento de solicitudes da seguridade social. Estímase que o custo (en euros) *C(x)* de procesar unha solicitude é unha función do número de analistas *x* dada por: $C(x) = 0{,}003x^2 - 0{,}216 \ln x + 5$, sendo $x > 0$ (ln = logaritmo neperiano).

(*a*) Se o obxectivo é minimizar o custo por solicitude *C(x)*, determinar o número de analistas que deberían contratarse.

(*b*) ¿Cal é o custo mínimo que se espera para procesar unha solicitude?

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Nunha determinada poboación, o 40% dos seus habitantes son inmigrantes dos que o 65% traballa no campo, mentres que só o 20% da poboación non inmigrante traballa no campo.

(*a*) ¿Que porcentaxe da poboación traballa no campo?

(*b*) ¿Que porcentaxe dos que non traballan no campo son inmigrantes?

(*c*) ¿Que porcentaxe da poboación traballa no campo ou non é inmigrante?

Exercicio 2. Sábese que o tempo de reacción fronte a certo estímulo dos individuos dun grupo a estudo segue unha distribución normal con desviación típica $\sigma = 0{'}1$ segundos.

(*a*) Para unha mostra de 36 individuos dese grupo obtense un tempo medio de reacción de 2 segundos. Determinar, cun nivel de confianza do 99%, o intervalo para o tempo medio de reacción fronte ao estímulo dos individuos do grupo.

(*b*) Quérese estimar o tempo medio de reacción cun erro máximo de 0´02 segundos e tomando unha mostra de 100 individuos, ¿cal será entón o nivel de confianza co que se fai a estimación?

www.yoquieroaprobar.es

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE XUÑO

O alumno debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responder os dous, será cualificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos)**.**

Exercicio 1.

Sexan x = número de viaxeiros que pagan o billete enteiro, y = número de viaxeiros que son estudantes e z = número de viaxeiros que son xubilados.

– *Formular o sistema pedido* $\begin{cases} x + y + z = 60 \\ x + 0.75y + 0.5z = 48 \\ y = 2(x+z) \end{cases}$

1.5 puntos (**0.5 puntos** por cada unha das ecuacións ben formulada).

– *Resolver o sistema,* por calquera método, obtendo a solución $x = 16$, $y = 40$, $z = 4$, **1.5 puntos** (**0.5 puntos** por cada incógnita). Se algún dos resultados das incógnitas non é coherente (números negativos ou non enteiros) puntúase con **0 puntos** a resolución.

Exercicio 2.

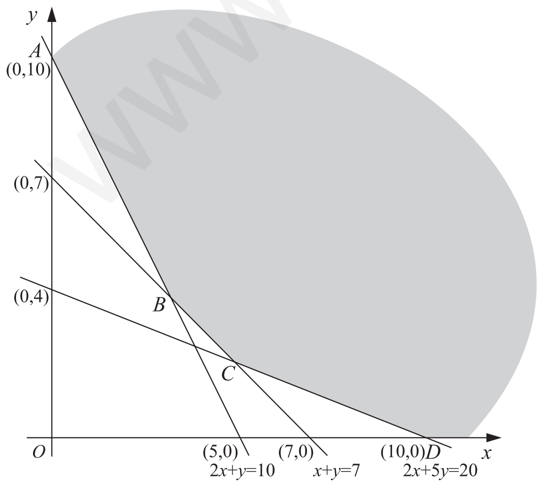
Sexan "x" e "y" o número de semanas que traballan os grupos G_1 e G_2, respectivamente.

– *Formular o sistema de inecuacións:* $4x + 10y \geq 40$; $10x + 5y \geq 50$; $7x + 7y \geq 49$; $x \geq 0$, $y \geq 0$; **0.75 puntos**

– *Función obxectivo* $f(x,y) = 3300x + 4000y$ **0.25 puntos**

– *Vértices da rexión factible* **1 punto**, obter os catro vértices: A (0, 10); B (3, 4); C (5, 2); D (10, 0) (**0.25 puntos** por cada un deles).

– *Representación gráfica da rexión factible* **0.5 puntos**:



– *Optimización*: a función obxectivo minimízase no vértice C (5, 2) **0.25 puntos**, entón deberían traballar cinco semanas o grupo G_1 e dúas semanas o grupo G_2 para finalizar o proxecto co mínimo custo **0.25 puntos**.

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

Supoñamos que o valor V dun produto (en euros) depréciase co paso do tempo t (en meses) segundo a función

$$V(t) = 50 - \frac{25\,t^2}{(t+2)^2},\ t \geq 0$$

(a) **1 punto**: – Para calcular o valor inicial do produto, substituíndo $t = 0$ na función resulta $V(0) = 50$ euros **0.25 puntos**. – Para sabermos a partir de que mes o valor do produto é inferior a 34 euros formulamos a inecuación:

$$50 - \frac{25\,t^2}{(t+2)^2} < 34 \Rightarrow 9t^2 - 64t - 64 > 0$$

Resolvendo resulta $t > -8/9$ (solución non válida) e $t > 8$ **0.5 puntos**. Responder á pregunta pedida: *"A partir do oitavo mes o valor do produto é inferior a 34 euros"* **0.25 puntos**.

(b) **1.25 puntos**: A velocidade de depreciación do produto é $V'(t) = -\dfrac{50t(t+2)^2 - 25t^2 \cdot 2(t+2)}{(t+2)^4}$ **1 punto**.

Operando e simplificando resulta $V'(t) = -\dfrac{100t}{(t+2)^3}$ €/mes **0.25 puntos**.

(c) **1.25 puntos**: $\lim\limits_{t\to+\infty} V(t) = \lim\limits_{t\to+\infty}\left(50 - \dfrac{25\,t^2}{(t+2)^2}\right) =$

$$\lim_{t\to+\infty} 50 - \lim_{t\to+\infty}\frac{25\,t^2}{(t+2)^2} = 50 - 25 = 25$$ **0.75 puntos**

(**0.25 puntos** por resolver o primeiro límite e **0.5 puntos** polo segundo).

– O produto nunca valerá menos de 25 euros **0.25 puntos**. Xustificación: a función *V(t)* é decrecente para $t \geq 0$ e *V(t)* =25 é unha asíntota horizontal. (Tamén se pode xustificar co esbozo da gráfica da función) **0.25 puntos**

Exercicio 2.

A función *N(t)* expresa o número de prazas ocupadas dun aparcamento ao longo das 24 horas dun día

(a) **2 puntos**: – Determinar a derivada da función:

$$N'(t) = \begin{cases} 20 & se\ \ 0 < t < 8 \\ -20t + 260 & se\ \ 8 < t < 16 \\ -20t + 360 & se\ \ 16 < t < 24 \end{cases}$$

0.75 puntos (**0.25 puntos** por cada unha das tres derivadas).

– Calcular os puntos críticos, $t = 13$ e $t = 18$ **0.5 puntos** (**0.25 puntos** por cada un deles)

– Xustificar que en $t = 13$ hai un máximo absoluto **0.25 puntos** e que en $t = 18$ hai un máximo relativo **0.25 puntos** (esta xustificación pódese facer co estudo do signo da derivada segunda e calculando o valor da función nos puntos extremos dos intervalos e nos puntos 13 e 18, ou ben representando a gráfica da función *"tendo en conta que os dous anacos definidos mediante parábolas non poden ser representadas utilizando un conxunto finito de valores obtidos a partir dunha táboa"*

– O número máximo de coches ás 13 horas é 2090 coches **0.25 puntos**

(b) **1.5 puntos**.*¿Entre que horas a ocupación do aparcamento é igual ou superior a 2000 prazas?,* teremos que

– Formular a inecuación $-10t^2 + 260t + 400 \geq 2000 \Rightarrow t^2 - 26t + 160 \leq 0$. Obter $10 \leq t \leq 16$ **0.75 puntos**.

(**0.5 puntos** no caso de que resolvan ben a ecuación + **0.25 puntos** por especificar o intervalo solución).

– Formular a inecuación $-10t^2 + 360t - 1200 \geq 2000 \Rightarrow t^2 - 36t + 320 \leq 0$. Obter $16 \leq t \leq 20$ **0.75 puntos**.

(**0.5 puntos** no caso de que resolvan ben a ecuación + **0.25 puntos** por especificar o intervalo solución).

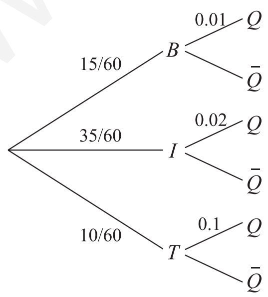
Por tanto, *entre as 10 horas e as 20 horas a ocupación foi igual ou superior a 2000 prazas.*

ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

Sexan os sucesos *"B: unha empresa que cotiza nese mercado de valores é do sector bancario", "I: unha empresa que cotiza nese mercado de valores é do sector industrial ", "T : unha empresa que cotiza nese mercado de valores é do sector tecnolóxico" e "Q: unha empresa que cotiza nese mercado de valores creba"*

(a) – Especificar e interpretar as seis probabilidades do enunciado: **1.5 puntos** (**0.25 puntos** por cada unha delas, sendo válido tamén se fai o diagrama en árbore e as especifica no diagrama)



$$\begin{cases} P(B) = 15/60 & P(Q/B) = 0.01 \\ P(I) = 35/60 & P(Q/I) = 0.02 \\ P(T) = 10/60 & P(Q/T) = 0.1 \end{cases}$$

– Por teorema das probabilidades totais: $P(Q) = P(B)P(Q/B) + P(I)P(Q/I) + P(T)P(Q/T)$ **0.5 puntos**.

– Substituíndo $P(Q) = \frac{15}{60}0.01 + \frac{35}{60}0.02 + \frac{10}{60}0.1$ **0.25 puntos**. – Chegar ao resultado final $P(Q) = 0.0308$ **0.25 puntos**.

(b) – Formulación do enunciado: $P(T/Q)$ **0.25 puntos**.

– Definición da probabilidade condicionada $P(T/Q) = \frac{P(T \cap Q)}{P(Q)}$ **0.25 puntos**.– Substituir os valores das probabilidades $\frac{(10/60)\,0.1}{0.0308}$ **0.25 puntos**.

– Obter o resultado pedido: 0.5411 **0.25 puntos**.

Exercicio 2.

Sexa *"X* = valor da taxa diaria de calorías que consome un individuo desa poboación". $X : N(\mu, \sigma=400)$

(a) Se nos dan a media de poboación $\mu = 1600$ calorías e para unha mostra aleatoria de 100 persoas desa poboación, pregunta a probabilidade de que o consumo medio diario de calorías nesa mostra, $\bar{X}$, estea comprendido entre 1550 e 1660 calorías. Entón faremos o seguinte:

– Determinar a distribución de $\bar{X}$,

$\bar{X} : N\left(\mu = 1600, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 40\right)$ **0.5 puntos**. – Formular a probabilidade pedida: $P(1550 \leq \bar{X} \leq 1660)$ **0.25 puntos**.

– Tipificación: $P\left(1550 \leq \bar{X} \leq 1660\right) =$

$$P\left(\frac{1550-1600}{40} \leq Z \leq \frac{1660-1600}{40}\right) = P\left(-1.25 \leq Z \leq 1.5\right)$$

0.5 puntos.

– Paso a táboas: $P(-1.25 \leq Z \leq 1.5) = P(Z \leq 1.5) + P(Z \leq 1.25) - 1$ **0.25 puntos**.– Uso das táboas e resultado final: $P(1550 \leq \bar{X} \leq 1660) = 0.9332 + 0.8944 - 1 = 0.8276$ **0.25 puntos**.

(b) Se descoñecemos a media μ e co mesmo tamaño de mostra se afirma que: *"o consumo medio diario nesa poboación toma valores entre 1530 e 1670 calorías"*, ¿con que nivel de confianza se fai esa afirmación?

– Formular $P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$

e obter a ecuación $z_{\alpha/2}\frac{400}{\sqrt{100}} = 70$ **0.75 puntos**.

– Resolver a ecuación anterior e obter $z_{\alpha/2} = 1.75$ **0.25 puntos**. – Usar as táboas, $1 - \alpha/2 = 0.9599$ **0.25 puntos**.

– Calcular o nivel de confianza $1 - \alpha = 0.9198 \cong 0.92$ e concluír que: *"a afirmación dada sobre o consumo medio diario de calorías se fai cun, aproximadamente, 92% de confianza"* **0.5 puntos**.

www.yoquieroaprobar.es

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O alumno debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responder os dous, será cualificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos).

Exercicio 1.

– Despexar a matriz X e obter: $X = (2C - B^t)(I + A)^{-1}$ **0´5 puntos**.– Orde da matriz X : 2×3 **0´25 puntos**.

– Cálculo da matriz $2C - B^t = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ **0´5 puntos**. – Cálculo da matriz $I + A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ **0.25 puntos**.

– Cálculo da matriz inversa de $I + A$ por calquera método: $(I + A)^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ **1 punto**.

– Resolver a ecuación matricial, obtendo: $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ **0´5 puntos**.

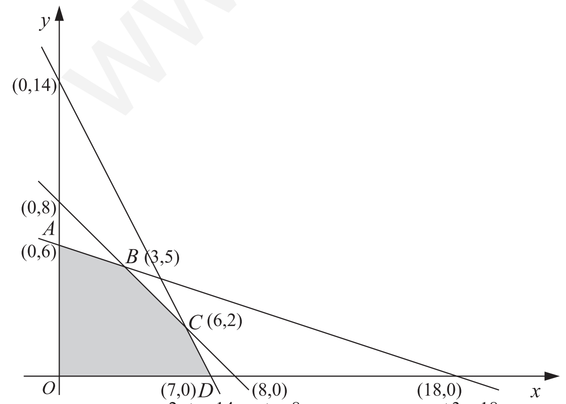
Exercicio 2.

Sexan "x" e "y" o número de artigos que produce a diario un fabricante dos modelos M_1 e M_2, respectivamente.

(*a*) Restricións: $25x + 75y \leq 450$; $60x + 60y \leq 480$; $68x + 34y \leq 476$; $x \geq 0$, $y \geq 0$. **1 punto** (**0.75 puntos** polas tres primeiras + **0.25 puntos** polas dúas últimas).

(*b*) Vértices da rexión factible **1 punto**, (**0.5 puntos** polos tres puntos de corte cos eixes: *0* (0, 0), *A* (0, 6) e *D* (7,0) + **0.5 puntos** polos dous que resultan das interseccións das rectas correspondentes: *B* (3, 5) e *C* (6, 2)).

– Representación gráfica da rexión factible **0.5 puntos**:



– Optimización: A función obxectivo $f(x,y) = 30x + 40y$ maximízase no vértice *B* (3, 5) **0.25 puntos**, entón *"se fabrica diariamente 3 artigos do modelo M_1 e 5 artigos do modelo M_2 acada un beneficio máximo de 290 euros diarios"* **0.25 puntos**.

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

A función $M(t)$ expresa a distancia (en millas) entre un barco pesqueiro que saíu a pescar durante un período de 10 días e o seu porto base,

$$M(t) = \begin{cases} 36 - (2t - 6)^2, & 0 \leq t \leq 5 \\ 4(10 - t), & 5 < t \leq 10 \end{cases}$$

onde t é o tempo transcorrido (en días) dende a súa saída do porto base.

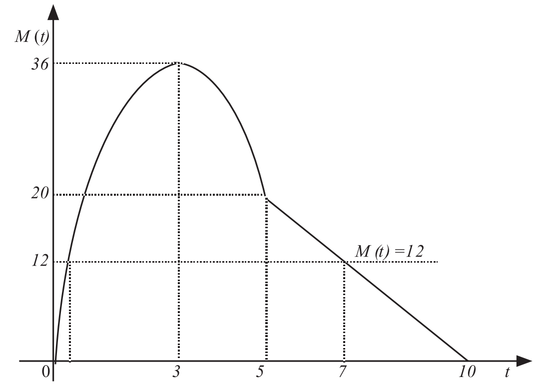
(*a*) Para sabermos despois de cantos días é máxima a distancia do pesqueiro ao seu porto, estudamos a derivada da función: • no intervalo (0,5) $M'(t) = -4(2t - 6)$ **0.25 puntos**, buscamos o punto crítico $M'(t) = 0 \Rightarrow t = 3$ **0.25 puntos**, xustificamos se é un posible máximo co signo da derivada segunda $M''(t) = -8 < 0$ para todo t e en particular para $t = 3$, logo no punto $t = 3$ a función ten un máximo **0.5 puntos** (podemos facer a xustificación debuxando a gráfica da función $M(t)$ *"tendo en conta que o anaco definido mediante a parábola non pode ser representado utilizando un conxunto finito de valores obtidos a partir dunha táboa"*)

• no intervalo (5, 10) $M'(t) = -4$ logo $M(t)$ é decrecente **0.25 puntos**.

– Calculamos a distancia máxima $M(3) = 36$. Polo tanto concluímos que: *"Ao terceiro día a distancia do pesqueiro ao seu porto é máxima, e esta distancia é de 36 millas"* **0.25 puntos**.

(*b*) ¿En que períodos aumentaba a distancia? e ¿en que períodos diminuía?

Pódese responder co estudo do signo da derivada primeira, ou ben coa gráfica da función:



– No intervalo (0, 3) $M(t)$ é crecente **0.25 puntos**.– No intervalo (3, 5) $M(t)$ é decrecente **0.25 puntos**.– Por último no (5, 10) $M(t)$ é decrecente **0.25 puntos**.

www.yoquieroaprobar.es

Respondemos agora a pregunta: *"A distancia entre o pesqueiro e o porto base aumentou dende o momento da súa saída do porto ata o terceiro día. A partir do terceiro día ata que chega ao porto o décimo día, diminuíu"* **0.25 puntos**.

(c) Pregúntannos a partir de que día, despois de alcanzar a distancia máxima, se atopaba a menos de 12 millas do porto base, é dicir: para que valor de t, $t > 3$, se verifica que $M(t) < 12$. O feito de ter representada a gráfica da función xa nos permite determinar o anaco da función que corresponde, que será $M(t) = 4(10 - t)$ **0.5 puntos**.

Resolvemos agora a inecuación $4(10 - t) < 12 \Rightarrow 10 - t < 3 \Rightarrow t > 7$ **0.25 puntos**. Concluímos respondendo a pregunta: *"A partir do sétimo día a distancia é inferior a 12 millas"*

Exercicio 2.

Estímase que o custo (en euros) $C(x)$ de procesar unha solicitude é unha función do número de analistas x dada por $C(x) = 0.003x^2 - 0{,}216 \ln x + 5$, sendo $x > 0$.

(a) Se o obxectivo é minimizar o custo por solicitude, determinar o número de analistas que deberían contratarse.

– Calculamos a derivada $C'(x) = 0.006x - \dfrac{0.216}{x}$, $x > 0$ **1 punto**.

– Obtemos os puntos críticos $C'(x) = 0 \Rightarrow 0.006x^2 - 0.216 = 0 \Rightarrow x = 6$ *e* $x = -6$ (solución non válida) **1 punto**.

– Comprobar se é mínimo, $C''(x) = 0.006 + \dfrac{0.216}{x^2}$, e $C''(6) > 0$ polo tanto en $x = 6$ a función $C(x)$ presenta un mínimo, entón deberíanse contratar 6 analistas para minimizar o custo **0.5 puntos**.

(b) Calcular o custo mínimo: $C_{min} = C(6) \cong 4.72$. Polo tanto, se se contratan 6 analistas minimízase o custo por solicitude, sendo este de 4.72 euros **1 punto**.

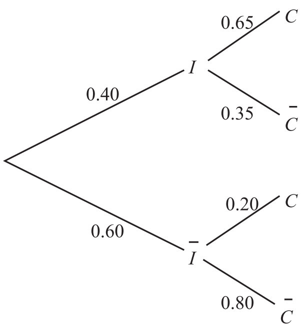
ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

Sexan os sucesos *"I: un habitante desa poboación é inmigrante", "C: un habitante da poboación traballa no campo"*

(a) – Especificar e interpretar as probabilidades do enunciado: **0.75 puntos** (**0.25 puntos** por cada unha delas, sendo válido tamén se fai o diagrama en árbore e as especifica no diagrama)

$$\begin{cases} P(I) = 0.40 \\ P(C/I) = 0.65 \\ P(C/\bar{I}) = 0.20 \end{cases}$$



– Preguntan a porcentaxe da poboación que traballa no campo, formulamos a pregunta: $P(C)$ **0.25 puntos**.

– Por teorema das probabilidades totais: $P(C) = P(I)P(C/I) + P(\bar{I})P(C/\bar{I})$ **0.25 puntos**.

– Substituíndo as probabilidades xa formuladas e puntuadas na primeira parte, resulta: $P(C) = 0.40 \cdot 0.65 + 0.60 \cdot 0.20 = 0.38$, e concluír que *"o 38% da poboación traballa no campo"* **0.25 puntos**.

(b) – Formulación do enunciado: $P(I/\bar{C})$ **0.25 puntos**.

– Definición da probabilidade condicionada $P(I/\bar{C}) = \dfrac{P(I \cap \bar{C})}{P(\bar{C})}$ **0.25 puntos**. – Substituír os valores das probabilidades $\dfrac{0.40 \cdot 0.35}{1 - 0.38}$ **0.25 puntos**. – Obter o resultado 0.2258 e responder ao que nos piden: *"aproximadamente, o 22.6% dos que traballan no campo son inmigrantes"* **0.25 puntos**.

(c) – Formular a probabilidade pedida: $P(C \cup \bar{I})$ **0.25 puntos**.

–Expresión da probabilidade da unión: $P(C \cup \bar{I}) = P(C) + P(\bar{I}) - P(C \cap \bar{I})$ **0.25 puntos**.– Cálculos nesa expresión: $P(C \cup \bar{I}) = 0.38 + 0.60 - 0{,}60 \cdot 0{,}20 = 0.86$ **0.25 puntos**.– Conclusión: *"O 86% da poboación traballa no campo ou non é inmigrante"* **0.25 puntos**.

"Este exercicio penalízase cun total de 0.5 puntos se se dan resultados de probabilidades negativas ou maiores que 1"

Exercicio 2.

Sexa "X = tempo de reacción, en segundos, fronte a certo estímulo, dun individuo dun grupo a estudo". $X : N(\mu, \sigma = 0.1)$

(a) Para unha mostra de $n = 36$ individuos dese grupo, obtense un tempo medio de reacción de 2 segundos, logo se $\bar{X}$ é o tempo medio de reacción mostral, $\bar{X}$ toma o valor de $\bar{x} = 2$. Determinar, cun nivel de confianza do 99%, o intervalo para o tempo medio de reacción fronte ao estímulo dos individuos do grupo:

– Formulación do intervalo:

$$P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

1 punto.– Calcular $z_{\alpha/2} = 2'575$ **0'25 puntos**. – Calcular numericamente os extremos do intervalo: (1.957, 2.043) e concluír: *"Espérase, cunha confianza do 99% , que o tempo medio de reacción ao estímulo para o grupo a estudo, estea comprendido entre 1.957 segundos e 2.043 segundos."* **0.5 puntos**.

(b) Quérese estimar o tempo medio de reacción cun erro máximo de 0.02 segundos e tomando unha mostra de 100 individuos, ¿cal será entón o nivel de confianza co que se fai a estimación?

– Formular a ecuación que corresponde ao raio do intervalo: $z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.02$ **0.5 puntos**.

– Resolver a ecuación anterior e obter $z_{\alpha/2} = 2$ **0.25 puntos**.

– Usar as táboas, $1 - \alpha/2 = 0.9772$ **0.25 puntos**.

– Calcular $\alpha = 0.0456$ **0.25 puntos** e o nivel de confianza $1 - \alpha = 0.9544$ concluíndo que: *"a estimación do tempo medio de reacción se fai cun, aproximadamente, 95.4% de confianza"* **0.5 puntos**.