

**MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS**

*O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.*

**BLOQUE DE ÁLXEBRA** (Puntuación máxima 3 puntos)

**Exercicio 1.** Dadas as matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a & b & c \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$   $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -5 & -3 \\ 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

Calcular os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  para que se verifique a ecuación matricial  $A \cdot B^t = C$ , onde  $B^t$  denota a matriz trasposta da matriz  $B$ .

**Exercicio 2.** Mario's Pizza é un produtor de pizzas conxeladas de dous tipos  $A$  e  $B$ . Obtén un beneficio de 1 euro por cada pizza  $A$  que produza e de 1'50 euros por cada pizza de tipo  $B$ . Cada pizza inclúe unha combinación de pasta de fariña e de mestura de recheo, segundo se indica no seguinte cadro:

	PASTA DE FARIÑA	MESTURA DE RECHEO	BENEFICIO
PIZZA A	1/2 kg.	1/8 kg.	1 €
PIZZA B	1/2 kg.	1/4 kg.	1'5 €

Nun día calquera, dispónse dun máximo de 75 kg. de pasta de fariña e de 25 kg. de mestura de recheo e con base á demanda no pasado, Mario's debe vender diariamente polo menos 50 pizzas tipo  $A$  e polo menos 25 pizzas tipo  $B$ .

- (a) Formular o sistema de inecuacións, representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.
- (b) ¿Cantas pizzas  $A$  e  $B$  deberá fabricar diariamente para maximizar os beneficios? Calcular os devanditos beneficios.

**BLOQUE DE ANÁLISE** (Puntuación máxima 3,5 puntos)

**Exercicio 1.** Estúdase a evolución mensual do número de socios dunha entidade durante o ano 2005 e obsérvase que está modelada pola seguinte función:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x + a & \text{se } 0 \leq x \leq 6 \\ 50 & \text{se } 6 < x \leq 8 \\ 50 + (x - 8)(x - 12) & \text{se } 8 < x \leq 12 \end{cases}$$

onde  $x$  é o tempo en meses.

- (a) Se inicialmente a entidade se fundou con 50 socios, determinar o valor de  $a$ .
- (b) Determinar en que mes o número de socios foi máximo e en que mes o número de socios foi mínimo.
- (c) Se para cubrir gastos a entidade necesitaba máis de 47 socios, ¿en que meses tivo perdas?

**Exercicio 2.** Un estudo indica que, entre as 12:00 horas e as 19:00 horas dun día laborable típico, a velocidade (en Km/h) do tráfico en certa saída de autoestrada vén dada pola seguinte función

$$f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x + 20, \quad 0 \leq x \leq 7$$

onde  $x$  é o número de horas despois do mediodía ( $x = 0$  corresponde ás 12:00 horas)

Representar graficamente  $f(x)$ , para  $0 \leq x \leq 7$ , estudando: o punto de corte co eixe  $y$ , intervalos de crecemento e decrecemento, intervalos de concavidade e convexidade. Calcular as horas nas que se presentan máximos, mínimos e punto de inflexión para a velocidade do tráfico.

**BLOQUE DE ESTADÍSTICA** (Puntuación máxima 3,5 puntos)

**Exercicio 1.** Nunha cidade na que hai dobre número de homes que de mulleres declárase unha epidemia. Un 4% dos habitantes son homes e están enfermos, mentres que un 3% son mulleres e están enfermas.

Elíxese ao chou un habitante da cidade, calcular: (a) probabilidade de que sexa home, (b) se é home, a probabilidade de que estea enfermo, (c) a probabilidade de que sexa muller ou estea sa.

**Exercicio 2.** O gasto mensual (en euros) en electricidade por familia, para as familias de certa cidade, segue unha distribución normal de media  $\mu$  descoñecida e desviación típica  $\sigma = 25$  euros.

- (a) A partir dunha mostra de 100 familias desa cidade, obtívose o intervalo de confianza (45, 55) para o gasto medio mensual por familia en electricidade. Determinar o nivel de confianza co que se construíu o devandito intervalo.
- (b) ¿Que número de familias teriamos que seleccionar ao chou, como mínimo, para garantir, cun nivel de confianza do 99%, unha estimación do devandito gasto medio cun erro máximo non superior a 3 euros?

**MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS**

*O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.*

**BLOQUE DE ÁLXEBRA** (Puntuación máxima 3 puntos)

**Exercicio 1.** Unha empresa de produtos informáticos ten tres tendas ( $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ ) nas que vende un modelo de ordenador ( $O$ ), un de impresora ( $I$ ) e outro de cámara dixital ( $C$ ), a un prezo de venda por unidade de 1200 €, 300 € e 650 €, respectivamente. En certo mes, o número de artigos vendidos (en cada tenda) é o indicado na táboa seguinte:

	$O$	$I$	$C$
$T_1$	$x$	$y$	4
$T_2$	25	$x$	$z$
$T_3$	20	$y$	$z$

Determinar o número de artigos vendidos en cada unha das tres tendas, sabendo que os ingresos obtidos no devandito mes foron 23600 € na  $T_1$ , 39700 € na  $T_2$  e 32200 € na  $T_3$ .

**Exercicio 2.** Sexa o sistema de inecuacións seguinte:

$$-x + 6y \geq 12; \quad x + 2y \leq 20; \quad 3x + 2y \geq 24$$

- (a) Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.
- (b) ¿En que punto desa rexión alcanza o valor máximo a función  $f(x, y) = 4x + y$ ?

**BLOQUE DE ANÁLISE** (Puntuación máxima 3,5 puntos)

**Exercicio 1.** O rendemento dos traballadores dunha factoría (valorado nunha escala de 0 a 100) durante unha xornada de 8 horas, vén dado pola función:

$$r(t) = \begin{cases} -10t^2 + 60t & \text{se } 0 \leq t < 4 \\ 80 & \text{se } 4 \leq t < 6 \\ 170 - 15t & \text{se } 6 \leq t \leq 8 \end{cases}$$

sendo  $t$  o tempo en horas.

- (a) Determinar os intervalos de crecemento e decrecemento. ¿Cal é o rendemento máximo?
- (b) ¿En que instantes da súa xornada laboral o rendemento se sitúa na metade da escala?

**Exercicio 2.** Unha empresa estimou que o custo (en euros) de producir diariamente  $x$  unidades dun determinado produto vén dado pola función  $C(x) = 2400 + 26x$ , e que o ingreso diario (en euros) que obtén vendendo estas  $x$  unidades vén dado pola función  $I(x) = 150x - x^2$ .

- (a) Calcular a función  $B(x)$  que expresa os beneficios (ingresos menos custos) diarios obtidos. ¿Entre que valores deberá estar comprendido o número de unidades producidas diariamente para que a empresa non teña perdas?
- (b) Achar o número de unidades que ten que producir diariamente para que o beneficio sexa máximo. ¿A canto ascende o devandito beneficio?

**BLOQUE DE ESTADÍSTICA** (Puntuación máxima 3,5 puntos)

**Exercicio 1.** Nunha cidade, o 55% da poboación en idade laboral son homes; deles, un 12% está no paro. Entre as mulleres a porcentaxe de paro é do 23%. Se nesta cidade se elixe ao chou unha persoa en idade laboral,

- (a) ¿cal é a probabilidade de que sexa home e non estea no paro?
- (b) ¿cal é a probabilidade de que sexa muller e estea no paro?
- (c) Calcular a porcentaxe de paro nesa cidade.

**Exercicio 2.** Nun determinado país sábese que a altura da poboación segue unha distribución normal con desviación típica de 10 cm.

- (a) Se a media poboacional fose de 172 cm., calcular a probabilidade de que a media dunha mostra de 64 persoas estea comprendida entre 171 e 173 cm.
- (b) Se a media dunha mostra de 64 persoas é de 173,5 cm., achar un intervalo de confianza para a media poboacional cun nivel de confianza do 99%.
- (c) ¿Que tamaño de mostra se debe tomar para estimar a media da altura da poboación cun erro menor de 2 cm. e cun nivel de confianza do 95%?

## CONVOCATORIA DE XUÑO

### **BLOQUE DE ÁLXEBRA (3 puntos)**

#### EXERCICIO 1.

- Formular o sistema: **2'25 puntos.**
- Resolvelo: **0'75 puntos.**

#### EXERCICIO 2.

- (a) Formular o sistema de inecuacións: **1 punto.**
- Vértices da rexión factible: **1 punto.**
- Representación gráfica da rexión factible: **0'5 puntos.**
- (b) Obter a solución óptima: **0'25 puntos.** – Calcular o beneficio máximo: **0'25 puntos.**

### **BLOQUE DE ANÁLISE (3'5 puntos)**

#### EXERCICIO 1.

- (a) **0'5 puntos.**
- (b) **1'5 puntos.**
- (c) **1'5 puntos.**

#### EXERCICIO 2.

- Punto de corte: **0'25 puntos.**
- Intervalos de crecemento e decrecemento: **0'75 puntos.**
- Intervalos de concavidade e convexidade: **0'5 puntos.**
- Máximos na velocidade do tráfico: **0'5 puntos.**
- Mínimos na velocidade do tráfico: **0'5 puntos.**
- Punto de inflexión: **0'25 puntos.**
- Representación gráfica: **0'75 puntos.**

### **BLOQUE DE ESTATÍSTICA (3'5 puntos)**

#### EXERCICIO 1.

- (a) **0'5 puntos.**
- (b) **1'5 puntos.**
- (c) **1'5 puntos.**

#### EXERCICIO 2.

- (a) **2 puntos.**
- (b) **1'5 puntos.**

## CONVOCATORIA DE SETEMBRO

### **BLOQUE DE ÁLXEBRA (3 puntos)**

#### EXERCICIO 1.

- Formular o sistema: **1'5 puntos.**
- Resolución do sistema: **1'5 puntos.**

#### EXERCICIO 2.

- (a) **2'5 puntos:**
- Pola representación das rectas: **0'75 puntos.**
- Vértices da rexión factible: **0'75 puntos.**
- Identificación da rexión factible: **1 punto** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices).
- (b) Optimización: **0'5 puntos.**

### **BLOQUE DE ANÁLISE (3'5 puntos)**

#### EXERCICIO 1.

- (a) **2 puntos:**
- Intervalos de crecemento e decrecemento: **1'5 puntos.**
- Rendemento máximo: **0'5 puntos.**
- (b) **1'5 puntos:**
- Determinar a solución no primeiro intervalo de tempo: **0'75 puntos.**
- Determinar a solución no último intervalo de tempo: **0'75 puntos.**

#### EXERCICIO 2.

- (a) **2 puntos:**

- Obter a función beneficio: **1 punto.**
- Intervalo de unidades producidas para que a empresa non teña perdas: **1 punto.**
- (b) **1'5 puntos:**
- Cálculo da primeira derivada: **0'5 puntos.** – Obter o punto crítico: **0'25 puntos.**
- Comprobar que é un máximo: **0'25 puntos.**
- Calcular o beneficio máximo: **0'5 puntos.**

### **BLOQUE DE ESTATÍSTICA (3'5 puntos)**

#### EXERCICIO 1.

- (a) **1 punto.**
- (b) **1 punto.**
- (c) **1'5 puntos.**

#### EXERCICIO 2.

- (a) **1'25 puntos:**
- Determinar a distribución de  $\bar{X}$ : **0'5 puntos.**
- Tipificación e paso a táboas: **0'5 puntos.**
- Uso das táboas e resultado: **0'25 puntos.**
- (b) **1'25 puntos:**
- Pola expresión do intervalo: **0'5 puntos.**
- Calcular  $z_{\alpha/2}$ : **0'25 puntos.**
- Calcular numericamente os extremos do intervalo: **0'5 puntos.**
- (c) **1 punto:**
- Formulación: **0'5 puntos.** – Cálculo de  $n$ : **0'5 puntos.**

## CONVOCATORIA DE XUÑO

**ÁLXEBRA** (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos)

**Exercicio 1.**

– Calcular a matriz trasposta  $B^t = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 1 & b & 1 \\ 0 & c & -1 \end{pmatrix}$

**0.5 puntos.**

– Calcular  $A \cdot B^t = \begin{pmatrix} 0 & a - b + 2c & -3 \\ -2 & -a - b + 2c & -3 \\ 3 & 2a + b - c & 2 \end{pmatrix}$  **1 punto.**

(Réstanse 0.25 puntos por cada erro cometido, sendo dous o máximo de erros que se permiten).

– Formular o sistema:  $\begin{cases} a - b + 2c = -1 \\ -a - b + 2c = -5 \\ 2a + b - c = 6 \end{cases}$  **0.75 puntos**

**(0.25 puntos** por cada ecuación ben formulada)

– Resolver o sistema, por calquera método, obtendo a solución  $a = 2, b = 1, c = -1$  **0.75 puntos**

**(0.25 puntos** por cada incógnita)

**Exercicio 2.**

Sexan "x" e "y" o número de pizzas tipo A e tipo B, respectivamente, que produce por día.

(a) – Formular o sistema de inecuacións **1 punto**

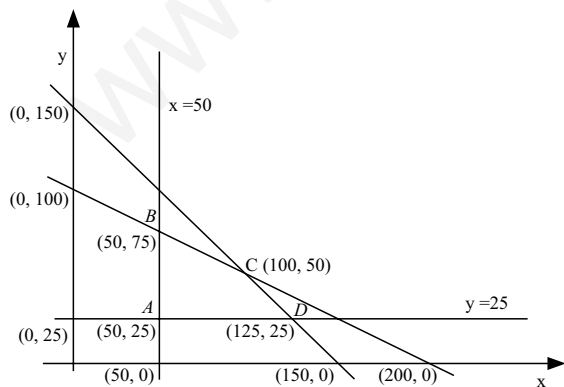
$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y \leq 75; \quad \frac{1}{8}x + \frac{1}{4}y \leq 25; \quad x \geq 50; \quad y \geq 25$$

**(0.25 puntos** por cada unha das catro inecuacións).

– Vértices da rexión factible **1 punto**, obter os catro vértices: A (50, 25); B (50, 75); C (100, 50); D (125, 25)

**(0.25 puntos** por cada un deles).

– Representación gráfica da rexión factible **0.5 puntos**: debuxar as catro rectas e identificar a rexión do plano, ABCD, limitada por elas e polos catro vértices.



(c) – Optimización: a función obxectivo  $f(x, y) = x + 1.5y$  maximízase no vértice C (100, 50) **0.25 puntos**, entón debería fabricar diariamente 100 pizzas do tipo A e 50 pizzas do tipo B para obter un beneficio máximo diario de 175 euros **0.25 puntos**.

**ANÁLISE** (A puntuación máxima de cada exercicio é 3,5 puntos)

**Exercicio 1.**

(a) Se inicialmente a entidade se fundou con 50 socios, entón para  $x = 0, f(0) = 50 \Rightarrow a = 50$  **0.5 puntos.**

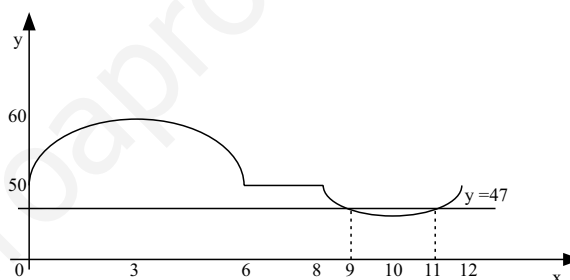
(b) Determinar en qué mes o número de socios foi máximo e en qué mes foi mínimo

– No punto  $x = 3$  a función presenta un máximo

**0.5 puntos.** Xustificación do máximo **0.25 puntos.**

– No punto  $x = 10$  a función presenta un mínimo **0.5 puntos.** Xustificación do mínimo **0.25 puntos.**

(A xustificación do máximo e do mínimo pode facerse representando a gráfica da función, ou ben co estudo do crecemento e decrecemento ou co estudo do signo da derivada segunda da función).



É importante subliñarmos que este apartado non se puntúa no caso de que só traballen as gráficas dos dous anacos definidos mediante parábolas con puntos obtidos a partir dunha táboa de valores.

"O número de socios foi máximo no terceiro mes e foi mínimo no décimo mes".

(c) A entidade necesitaba máis de 47 socios para cubrir gastos, ¿en que meses tivo perdas?

– Determinar o anaco da función que corresponde á desigualdade pedida **0.75 puntos.**

(Pódese facer representando a gráfica da función ou estudando o comportamento da función calculando os seus extremos e especificando que dous anacos van por riba de  $y = 47$ ).

– Resolver  $50 + (x - 8)(x - 12) \leq 47 \Rightarrow 9 \leq x \leq 11$ , indicando que entre o 9º e o 11º mes a entidade tivo perdas **0.75 puntos.**

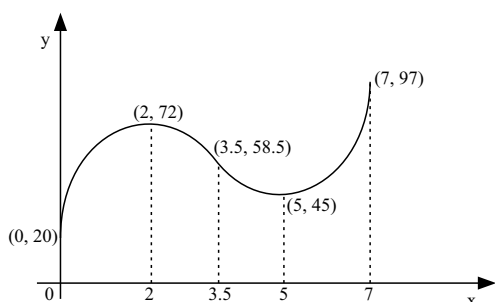
**Exercicio 2.**

Representar graficamente  $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x + 20$ ,  $0 \leq x \leq 7$ , estudando:

– Punto de corte co eixe y: (0, 20) **0.25 puntos.**

– Intervalos de crecemento: (0, 2) **0.25 puntos** e (5, 7) **0.25 puntos**, de decrecemento (2, 5) **0.25 puntos.**

– Intervalos de concavidade e convexidade, no (0,3.5) é cóncava para abaixo (cóncava) **0.25 puntos**, e no (3.5,7) é cóncava para arriba (convexa) **0.25 puntos**.



– Representación gráfica: **0.75 puntos**.

– Ás 14 horas e ás 19 horas preséntanse os máximos (relativo e absoluto, respectivamente) na velocidade do tráfico **0.5 puntos (0.25 puntos cada resultado)**.

– Ás 12 horas e ás 17 horas preséntanse os mínimos (absoluto e relativo, respectivamente) na velocidade do tráfico **0.5 puntos (0.25 puntos cada resultado)**.

– Ás 15 h:30 min hai un punto de inflexión para a velocidade do tráfico **0.25 puntos**.

**ESTADÍSTICA** (A puntuación máxima de cada exercicio é 3,5 puntos)

### Exercicio 1.

Sexan os sucesos "H: un habitante desa cidade é home", "M: un habitante desa cidade é muller", "E: un habitante desa cidade está enfermo".

Segundo o enunciado, se un 4% dos habitantes son homes e están enfermos, entón  $P(H \cap E) = 0.04$ ; e se un 3% son mulleres e están enfermas,  $P(M \cap E) = 0.03$

(a) Se nos din que nesa cidade hai dobre número de homes que de mulleres, a probabilidade pedida é  $P(H) = 2/3$  ( $P(M) = 1/3$ ) **0.5 puntos**.

(b) Formulación do enunciado:  $P(E | H)$ : **0.5 puntos**.

– Pola fórmula da probabilidade condicionada

$$P(E | H) = \frac{P(E \cap H)}{P(H)} \quad \mathbf{0.5 \text{ puntos}}$$

– Identificar as probabilidades do enunciado do exercicio na fórmula anterior e chegar ó resultado  $P(E | H) = 0.06$  **0.5 puntos**.

(c) Formulación do enunciado:  $P(M \cup \bar{E})$  **0.25 puntos**.

– Pola fórmula da probabilidade da unión:  $P(M \cup \bar{E}) = P(M) + P(\bar{E}) - P(M \cap \bar{E})$  **0.25 puntos**.

– Cálculo de  $P(\bar{E})$ ,  $P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - (P(M \cap E) + P(H \cap E)) = 1 - (0.04 + 0.03) = 0.93$  **0.5 puntos**.

$$\begin{aligned} - \text{Cálculo de } P(M \cap \bar{E}) &= P(M) - P(E \cap M) = \frac{1}{3} - 0.03 \\ &= \frac{0.91}{3} \quad \mathbf{0.5 \text{ puntos}} \end{aligned}$$

– Substituíndo estes resultados, resulta  $P(M \cup \bar{E}) = 0.96$

(Este exercicio poden resolvelo mediante táboas, diagrama de árbore,...).

### Exercicio 2.

Sexa "X = gasto mensual (en euros) en electricidade dunha familia"  $X: N(\mu, \sigma = 25)$ .

(a) A partir dunha mostra de  $n = 100$  familias obtívose o intervalo de confianza (45, 55) para  $\mu$ . Determinar  $1 - \alpha$

$$- \text{Formular } P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

e chegar a obter a ecuación  $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 5$  **1 punto**,

repartido en **0.5 puntos** pola expresión da fórmula + **0.5 puntos** por calcular o raio do intervalo: ben facendo

$$\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 45; \quad \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 55,$$

e resolvendo o sistema obteríase que o valor particular da media para esa mostra é  $\bar{x} = 50$  (gasto medio en electricidade de 50 euros por mes) e que o raio do intervalo é  $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 5$ ;

ou ben, calculando o raio como a metade da amplitude do intervalo de confianza dado  $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{10}{2} = 5$ .

$$- \text{Resolver a ecuación } z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{100}} = 5 \text{ para obter que}$$

$$z_{\alpha/2} = 2 \quad \mathbf{0.5 \text{ puntos}}$$

– Calcular o valor de  $1 - \alpha/2$  nas táboas,  $1 - \alpha/2 = 0.9772$  **0.25 puntos**.

– Determinar o nivel de confianza pedido  $1 - \alpha = 0.9544$  **0.25 puntos**.

(b) Formular a inecuación correspondente ao error

$$\text{pedido: } z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 3 \quad \mathbf{0.5 \text{ puntos}}$$

$$- \text{Calcular } z_{\alpha/2} = z_{0.005} = 2.575 \quad \mathbf{0.25 \text{ puntos}}$$

$$- \text{Cálculo de "n" na desigualdade: } 2.575 \cdot \frac{25}{\sqrt{n}} \leq 3, \text{ obtendo } n \geq 460.46 \quad \mathbf{0.75 \text{ puntos}}$$

– Conclusión: Deberíamos tomar mostras de polo menos 461 familias, para garantir, cun nivel do 99% de confianza, unha estimación do gasto medio en electricidade por familia cun erro máximo non superior a 3 euros. (Convén observar que se restan 0.25 puntos se non escriben o número de familias como un número enteiro)

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

**ÁLXEBRA** (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos)

**Exercicio 1.**

– Formulando matricialmente o enunciado do exercicio,

$$\begin{pmatrix} x & y & 4 \\ 25 & x & z \\ 20 & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1200 \\ 300 \\ 650 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23600 \\ 39700 \\ 32200 \end{pmatrix}$$

e polas propiedades de multiplicación e igualdade de matrices chégase ao sistema:

$$\begin{cases} 1200x + 300y + 650 \cdot 4 = 23600 \\ 1200 \cdot 25 + 300x + 650z = 39700 \\ 1200 \cdot 20 + 300y + 650z = 32200 \end{cases}$$

operando e simplificando:  $\begin{cases} 4x + y = 70 \\ 6x + 13z = 194 \\ 6y + 13z = 164 \end{cases}$  **1.5 puntos**

(**0.5 puntos** por cada ecuación ben formulada)

– Resolver o sistema, por calquera método, obtendo a solución  $x = 15, y = 10, z = 8$  **1.5 puntos**

(**0.5 puntos** por cada incógnita).

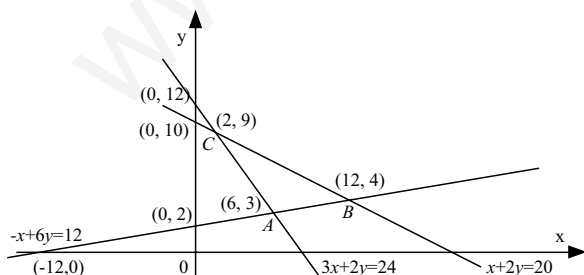
Conclúese que: na tenda  $T_1$  vendéronse nese mes 15 ordenadores, 10 impresoras e 4 cámaras dixitais; na tenda  $T_2$  25 ordenadores, 15 impresoras e 8 cámaras dixitais; e na tenda  $T_3$  20 ordenadores, 10 impresoras e 8 cámaras dixitais.

**Exercicio 2.**

(a) – Representación das rectas **0.75 puntos**  
(**0.25 puntos** por cada unha delas)

– Vértices da rexión factible **0.75 puntos**,  
obter os tres vértices:  $A(6, 3); B(12, 4); C(2, 9)$  (**0.25 puntos** por cada un deles).

– Identificación da rexión factible **1 punto**: debuxar as rectas e identificar a rexión do plano  $ABC$  limitada por elas e polos tres vértices.



(c)– Optimización: a función obxectivo  $f(x, y) = 4x + y$  maximízase no vértice  $B(12, 4)$  **0.5 puntos**.

**ANÁLISE** (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

**Exercicio 1.**

(a) Intervalos de crecemento e decrecemento.

Rendemento máximo. **2 puntos**, repartidos en

– Intervalo de crecemento  $(0,3)$  **0.5 puntos**.

Intervalos de decrecemento  $(3,4)$  **0.5 puntos**

e  $(6,8)$  **0.5 puntos**.

– O rendemento máximo acadouse ás  $t = 3$  horas de iniciada a xornada e foi  $r_{\max} = r(3) = 90$ , é dicir do 90% **0.5 puntos**.

(b) Para calcular os instantes da súa xornada laboral nos que o rendemento se sitúa na metade da escala, traballaremos cos dous anacos da gráfica da función que teñen intersección coa recta  $r(t) = 50$ :

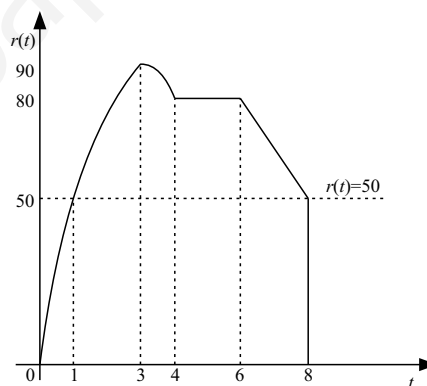
– No intervalo  $(0,4)$ :

$$-10t^2 + 60t = 50 \Leftrightarrow t^2 - 6t + 5 = 0 \Rightarrow t = 1$$

(a solución  $t = 5$  non é válida) **0.75 puntos**.

– No intervalo  $(6,8)$ :  $170 - 15t = 50 \Rightarrow t = 8$  **0.75 puntos**.

Concluimos logo que na primeira e na última hora o rendemento dos traballadores sitúase na metade da escala.



**Exercicio 2.**

(a) Obter a función beneficio  $B(x) = I(x) - C(x) = -x^2 + 124x - 2400$  **1 punto**.

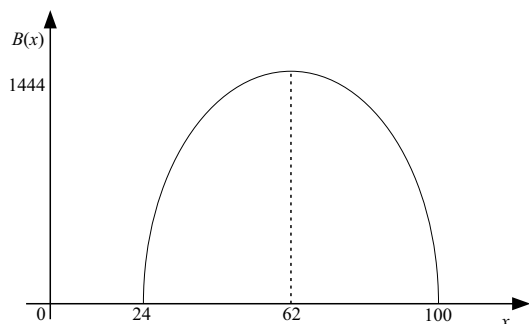
– Para calcular entre qué valores deberá estar comprendido o número de unidades producidas diariamente para que a empresa non teña perdas, buscaremos os valores  $x$  que verifiquen  $B(x) \geq 0$ , así:  $B(x) \geq 0 \Leftrightarrow -x^2 + 124x - 2400 \geq 0$ , e resolvendo resulta  $24 \leq x \leq 100$  **1 punto**  
(**0.5 puntos** pola resolución da ecuación e **0.5 puntos** pola expresión do intervalo).

(b) Derivada da función:  $B'(x) = -2x + 124$  **0.5 puntos**.

– Calcular o punto crítico:  $x = 62$  **0.25 puntos**.

– Xustificar que é un máximo:  $B''(62) = -2 < 0$  **0.25 puntos**.

– Cálculo do beneficio máximo:  $B_{\max} = B(62) = 1444$ , de maneira, que producindo diariamente 62 unidades do produto terá un beneficio máximo de 1444 euros diarios **0.5 puntos**.



**ESTADÍSTICA** (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos)

**Exercicio 1.**

Sexan os sucesos "H: unha persoa en idade laboral é home", "M: unha persoa en idade laboral é muller", "A : unha persoa en idade laboral está no paro".

Segundo o enunciado  $P(H) = 0.55$ ;  $P(A/H) = 0.12$ ;  $P(A/M) = 0.23$

(a) **Formulación do enunciado:**  $P(H \cap \bar{A})$  **0.25 puntos.**

– **Cálculo da probabilidade anterior:**  $P(H \cap \bar{A}) = P(H) - P(H \cap A) = P(H) - P(H) \cdot P(A/H)$  **0.5 puntos.**

– **Resultado final:**  $P(H \cap \bar{A}) = 0.55 - 0.55 \cdot 0.12 = 0.484$  **0.25 puntos.**

(b) **Formulación do enunciado:**  $P(M \cap A)$ : **0.25 puntos.**

– **Pola fórmula da probabilidade anterior:**  $P(M \cap A) = P(M) \cdot P(A/M)$  **0.5 puntos.**

– **Resultado final:**  $P(M \cap A) = 0.1035$  **0.25 puntos.**

(c) **Formular o enunciado e o teorema das probabilidades totais:**  $P(A) = P(H \cap A) + P(M \cap A)$  **0.75 puntos.**

– **Cálculos precisos para chegar ao resultado:**  $P(A) = 0.066 + 0.1035 = 0.1695$  **0.5 puntos.**

– **Porcentaxe pedida:** "O 16'95% dos habitantes desa cidade en idade laboral está no paro" **0.25 puntos.**

(Este exercicio poden resolvelo mediante táboas, diagrama de árbore,...).

**Exercicio 2.**

Sexa "X = cm de altura dun individuo da poboación"

$X : N(\mu, \sigma = 10)$ .

(a) Se nos dan o dato de que a media de poboación  $\mu = 172$  cm e se  $\bar{X}$  é a media dunha mostra de 64 persoas,

– **Determinar a distribución de  $\bar{X}$  e chegar a que:**

$\bar{X} : N\left(\mu = 172, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.25\right)$  **0.5 puntos.**

– **Formular a probabilidade pedida:**  $P(171 \leq \bar{X} \leq 173)$  **0.25 puntos.**

– **Tipificación:**  $P(-0.8 \leq Z \leq 0.8)$  **0.25 puntos.**

– **Transformar para poder facer uso da táboa e resultado final:**  $2P(Z \leq 0.8) - 1 = 0.5762$  **0.25 puntos.**

(b) Se a media dunha mostra de 64 persoas é de 173.5 cm,

– **Calcular  $z_{\alpha/2} = 2.575$**  **0.25 puntos.**

– **Formular o intervalo:**

$$P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

e calcular o erro máximo cometido na estimación:

$z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575 \frac{10}{\sqrt{64}} = 3.218$  **0.5 puntos.**

– **Calcular numericamente os extremos do intervalo:** (170.28, 176.71) e concluir que: "Espérase, cunha confianza do 99% , que a altura media dos individuos desa poboación estea comprendida entre 170.28 cm e 176.71 cm, cun erro máximo na estimación de 3.218 cm." **0.5 puntos.**

(c) **Formular a inecuación correspondente ao error**

pedido:  $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 2$  **0.5 puntos.**

– **Cálculo de "n" na desigualdade:**  $1.96 \cdot \frac{10}{\sqrt{n}} < 2$ , obtendo  $n > 96.04$  **0.25 puntos.**

– **Conclusión:** "Deberíamos tomar mostras de polo menos 97 persoas, para garantir, cun nivel do 95% de confianza, unha estimación da altura media da poboación cun erro máximo menor de 2 cm." **0.25 puntos.**