

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos. Puntuación máxima de cada un dos exercicios: Álgebra 3 puntos; Análise 3,5 puntos; Estatística 3,5 puntos.

ÁLXEBRA

1. Un fabricante produce tres artigos diferentes (A , B e C), cada un dos cales precisa para a súa elaboración de tres materias primas (M_1 , M_2 e M_3). Na seguinte táboa represéntase o número de unidades de cada materia prima que se require para elaborar unha unidade de cada produto:

		Produtos		
		A	B	C
Materias primas	M_1	2	1	3
	M_2	3	2	2
	M_3	1	2	4

Dispón de 50 unidades de M_1 , 70 unidades de M_2 e 40 unidades de M_3 .

- a) Determina-las cantidades de artigos A , B e C que produce dito fabricante.
- b) Se os prezos de venda de cada artigo son, respectivamente, 500, 600 e 1000 euros e gasta en cada unidade de materia prima 50, 70 e 60 euros, respectivamente, determina-lo beneficio total que consegue coa venda de toda a produción obtida (utilizando tódolos recursos dispoñibles).

2. Unha empresa fabrica dous tipos de televisores (T_{21} e T_{14}) de 21 e 14 pulgadas, a un custo por televisor de 100 e 50 euros, respectivamente. Sábese que o número de televisores T_{21} fabricados diariamente non supera en 4 unidades ós T_{14} , e que entrambos non se superan diariamente os 30 televisores. Tamén se sabe que o proceso produtivo non permite fabricar diariamente menos de 2 televisores T_{21} nin menos de 5 televisores T_{14} .

- a) Formula-lo sistema de inecuacións asociado ó enunciado. b) Debuxa-la rexión factible e calcula-los seus vértices.
- c) Calcular cantos televisores T_{21} e T_{14} maximizan e cantos minimizan o custo de produción diaria.

ANÁLISE

1. O número de vehículos que pasaron certo día polo peaxe dunha autoestrada ven representado pola función

$$N(t) = \begin{cases} \left(\frac{t-3}{3}\right)^2 + 2, & 0 \leq t \leq 9 \\ 10 - \left(\frac{t-15}{3}\right)^2, & 9 < t \leq 24 \end{cases}$$

onde N indica o número de vehículos e t representa o tempo transcorrido (en horas) dende as 0:00 horas.

- a) ¿Entre que horas aumentou o número de vehículos que pasaban polo peaxe? ¿Entre que horas diminuiu?
- b) ¿A que hora pasou o maior número de vehículos? ¿Cantos foron?

2. Quérese fabricar unha caixa de madeira sen tapa cunha capacidade de 2 m^3 . Por razóns de porte no transporte da mesma, a lonxitude da caixa ten que ser o dobre cá anchura. Ademais, a madeira para construí-la base da caixa custa 12 euros por metro cadrado, mentres que a madeira para construí-las caras laterais custa 8 euros por metro cadrado. Acha-las dimensións da caixa para que o custo sexa mínimo. Calcular dito custo mínimo.

ESTADÍSTICA

1. O cadro de persoal duns grandes almacéns está formado por 200 homes e 300 mulleres. A cuarta parte dos homes e a terceira parte das mulleres só traballan no turno da mañá. Elexido un dos empregados ó chou:

- a) ¿cal é a probabilidade de que sexa home ou só traballe no turno da mañá? b) sabendo que non só traballa no turno da mañá ¿cal é a probabilidade de que sexa muller?

2. O peso dos alumnos de bacharelato dunha certa cidade ten unha media μ descoñecida e unha desviación típica $\sigma=5,4$ kg. Tomamos unha mostra aleatoria de 100 alumnos de bacharelato desa cidade,

- a) se a media da mostra é de 60 kg, calcular cun nivel de confianza do 99%, o intervalo de confianza para o peso medio μ de tódolos alumnos de bacharelato da cidade, b) faise a seguinte afirmación: "o peso medio dos alumnos de bacharelato desa cidade está comprendido entre 59 e 61 kg", ¿con que nivel de confianza se fai esta afirmación?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos. Puntuación máxima de cada un dos exercicios: Álgebra 3 puntos; Análise 3,5 puntos; Estatística 3,5 puntos.

ÁLXEBRA

1. Unha empresa fabrica xoguetes de tres tipos diferentes T_1 , T_2 e T_3 . Os prezos de custo de cada xoguete e os ingresos que obtén a empresa por cada xoguete vendido veñen dados na seguinte táboa:

	T_1	T_2	T_3
Prezo de custo	4 €	6 €	9 €
Ingreso	10 €	16 €	24 €

O número de vendas anuais é de 4500 xoguetes T_1 , 3500 xoguetes T_2 e 1500 xoguetes T_3 . Sabendo que a matriz de custos (C) e a matriz de ingresos (I) son matrices diagonais e que a matriz de vendas anuais (V) é unha matriz fila,

a) determina-las matrices C , I e V .

b) obter, utilizando as matrices anteriores, a matriz de custos anuais, a matriz de ingresos anuais, e a matriz de beneficios anuais, correspondentes ós tres tipos de xoguetes.

2. Un centro comercial vende dous modelos de teléfono móbil, o X e o Y . Os seus empregados utilizan 3 horas de tempo de vendas por cada teléfono do modelo X vendido e 5 horas de tempo de vendas por cada teléfono Y vendido, dispoñendo dun máximo de 600 horas de venda para o seguinte período dun mes. Ademais, nese mes, deben vender como mínimo 25 teléfonos do modelo X , e o número de teléfonos que vendan do modelo Y terá que ser maior ou igual que o de teléfonos X .

A empresa obtén un beneficio de 40 € por cada modelo X vendido e de 50 € por cada modelo Y vendido,

a) Formula-lo sistema de inecuacións asociado ó enunciado. b) Representar graficamente a rexión factible e calcula-las seus vértices. b) ¿Cantos teléfonos de cada modelo se deberían vender durante o seguinte período dun mes para maximiza-las beneficios? ¿A canto ascenderían ditos beneficios?

ANÁLISE

1. Quérese cercar un campo rectangular que linda cun camiño por un dos seus lados. Se a cerca do lado do camiño custa 6 €/m e a dos outros lados 2 €/m, acha-las dimensións do campo de área máxima que pode cercarse con 2560 €.

2. A función $f(t)$, $0 \leq t \leq 10$, na que o tempo t está expresado en anos, representa os beneficios dunha empresa (en centos de miles de euros) entre os anos 1990 ($t=0$) e 2000 ($t=10$)

$$f(t) = \begin{cases} t+1 & \text{se } 0 \leq t < 2 \\ t^2 - 8t + 15 & \text{se } 2 \leq t < 6 \\ \frac{3}{4}(-t+10) & \text{se } 6 \leq t \leq 10 \end{cases}$$

a) Representar graficamente $f(t)$, estudando: puntos de corte, intervalos de crecemento e decrecemento.

b) ¿En que anos acadou a empresa o máximo beneficio? ¿Cal foi dito beneficio? ¿Durante canto tempo houbo perdas?

ESTADÍSTICA

1. Unha enquisa revela que o 40% dos xóvenes de certa cidade ten estudos, dos cales o 15% non ten traballo. Do 60% que non ten estudos, un 25% non ten traballo.

a) Determina-la porcentaxe de xóvenes desa cidade que non ten traballo. b) Entre os que non teñen traballo, ¿que porcentaxe ten estudos? c) Calcula-la probabilidade de que, elixido ó chou un xoven desa cidade, teña estudos ou traballe.

2. Unha fábrica desexa coñecer-lo tempo que tarda en estragarse un produto que ten almacenado. Para isto, elixe unha mostra de 100 unidades, resultando un tempo medio de descomposición de 120 horas. Por experiencias anteriores coñécese que a desviación típica da variable normal tempo de descomposición é de 5 horas.

a) ¿Como se distribúe a variable tempo medio de descomposición para mostras de 100 produtos?

b) Cun nivel de confianza do 95%, ¿entre que valores se atopa o tempo medio de descomposición para a totalidade do produto almacenado?

CONVOCATORIA DE XUÑO

O alumno debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responde-los dous, será calificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos).

Exercicio 1.

	A	B	C	Disponibilidade	Gasto/unidade de materia prima
M_1	2	1	3	50 unidades	50 € / unidade de M_1
M_2	3	2	2	70 unidades	70 € / unidade de M_2
M_3	1	2	4	40 unidades	60 € / unidade de M_3
Prezo venda de cada artigo	500 €	600 €	1000 €		

a) – *Formulación do sistema (0'75 puntos: 0'25 puntos por cada unha das tres ecuacións)*

Chamamos: “ x =unidades do artigo A”, “ y =unidades do artigo B”, “ z =unidades do artigo C”

$$\left. \begin{matrix} 2x + y + 3z = 50 \\ 3x + 2y + 2z = 70 \\ x + 2y + 4z = 40 \end{matrix} \right\} \text{ou as': } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 70 \\ 40 \end{pmatrix}$$

– *Resolución (por calquera método) (1'5 puntos: 0'5 puntos por cada unha das solucións)*

$x = 18$ artigos A, $y = 5$ artigos B, $z = 3$ artigos C.

b) – *Obte-los ingresos:*

$$I = (500 \ 600 \ 1000) \begin{pmatrix} 18 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} = 15000 \text{ euros} \quad (0'25 \text{ puntos})$$

– *Obte-los gastos:*

$$G = (50 \ 70 \ 60) \begin{pmatrix} 50 \\ 70 \\ 40 \end{pmatrix} = 9800 \text{ euros} \quad (0'25 \text{ puntos})$$

– *Calcula-lo beneficio total: $B_{TOTAL} = I - G = 5200$ euros (0'25 puntos)*

Exercicio 2.

Sexan “ x ” e “ y ” o número de televisores T_{21} e T_{14} que fabrica a empresa / día, respectivamente.

a) – *Formulación do sistema de inecuacións: $x \leq y + 4$; $x + y \leq 30$; $x \geq 2$; $y \geq 5$ (0'25 puntos por cada unha delas).*

b) – *Vértices da rexión factible: (2, 5), (9, 5), (17, 13), (2, 28), (0'25 puntos por cada un deles).*

– *Representación gráfica da rexión factible: debuxa-las catro rectas e a rexión do plano limitada por elas e polos catro vértices: (0'5 puntos).*

c) – *Optimización: A función obxectivo $z = 100x + 50y$ maximízase no vértice (17, 13), e minimízase no vértice (2, 5), logo fabricando 17 televisores T_{21} /día*

e 13 televisores T_{14} /día maximízase o custo de produción diaria (0'25 puntos), e se fabrican 2 T_{21} /día e 5 T_{14} /día minimizan o custo de produción diaria (0'25 puntos).

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3'5 puntos).

Exercicio 1.

a) – *Determina-las derivadas: $N'(t) = 2/9(t - 3)$ para $0 < t < 9$ e $N'(t) = -2/9(t - 15)$ para $9 < t < 24$ (1 punto: 0'5 puntos por cada unha delas).*

– *Estudia-lo crecemento e decrecemento, e deducir que, “entre as 3:00 e as 15:00 horas aumentou o número de vehículos que pasaban polo peaxe” (0'5 puntos); e que “entre as 0:00 e as 3:00 horas, e tamén entre as 15:00 e as 24:00 horas diminuíu o número de vehículos” (0'5 puntos)*

b) – *A hora na que se acadou o máximo: 15:00 horas (0'5 puntos)*

– *O número máximo de vehículos: 10 vehículos (0'5 puntos)*

– *Xustificación do máximo absoluto (ben coa gráfica ou có valor da función na orixe) (0'5 puntos)*

– *Convén subliñar que este exercicio puntúase cos 3'5 puntos se debuxan correctamente a gráfica da función (representación de dúas parábolas nos trozos nas que están definidas), e resolven ben o estudo de cada un dos apartados sobre a gráfica.*

Exercicio 2.

– *Obte-la expresión da relación entre as dimensións da caixa: $y = 1/x^2$, sendo “ x = anchura da caixa”, “ y = altura da caixa” e “ $2x$ = lonxitude da caixa”, e utilizando o dato de que o volume é 2 m^3 . (0'5 puntos)*

– *Determina-la función custo a minimizar: $C(x) = 24x^2 + 48/x$ para $x > 0$ (1 punto)*

– *Cálculo da primeira derivada:*

CRITERIOS DE AVALIACIÓN / CORRECCIÓN

$$C'(x) = 48x - 48/x^2 \text{ (0'75 puntos).}$$

– Obte-lo punto crítico: “ $x = 1$ ” (0'25 puntos).
Xustifica-lo mínimo (0'25 puntos)

– Obte-las dimensións da caixa: anchura = 1 m.,
altura = 1 m., lonxitude = 2 m. (0'25 puntos).
Calcula-lo custo mínimo: 72 € (0'5 puntos)

ESTADÍSTICA (A puntuación máxima de cada ejercicio é 3'5 puntos).

Exercicio 1.

Sexan os sucesos “ H : un empleado é home”, “ M : un empleado é muller” e “ T_M : un empleado só traballa no turno da mañá”. Datos: $P(H) = 2/5$, $P(M) = 3/5$, $P(T_M|H) = 1/4$ e $P(T_M|M) = 1/3$.

a) – *Formulación do enunciado:* $P(H \cup T_M)$ (0'25 puntos)

– *Calcula-las probabilidades descoñecidas* na fórmula da probabilidade da unión, podendo calcular $P(T_M)$ ben polo teorema das probabilidades totais, ben co diagrama de árbore ou ben co cadro de valores de forma que $P(T_M) = 3/10$, e calculando a $P(H \cap T_M) = 1/10$ (1'5 puntos). Chegar ó resultado final $P(H \cup T_M) = 3/5$ (0'25 puntos)

b) – *Formulación do enunciado:* $P(M|\bar{T}_M)$ (0'25 puntos). *Calcula-la probabilidade condicionada* enunciada anteriormente e chegar ó resultado: 4/7 (1'25 puntos).

Exercicio 2.

a) – *Pola formulación do intervalo:*

$$P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha \quad (1 \text{ punto})$$

– *Calcular* $Z_{\alpha/2} = 2'575$ (0'25 puntos)

– *Calcular numéricamente os extremos do intervalo:* (58'61, 61'39)

“*Espérase, cunha confianza do 99% , que o peso medio dos alumnos de bacharelato desa cidade estea comprendido entre 58'61 Kg. e 61'39 Kg.*” (0'5 puntos)

b) – *Formula-la ecuación que corresponde ó radio do intervalo dado:* $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1$, deducíndose que $Z_{\alpha/2}$

$$= 10/5'4 = 1'8518 \text{ (0'75 puntos)}$$

Pola obtención do nivel de confianza $1 - \alpha = 0'9356$ (1 punto)

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O alumno debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responde-los dous, será calificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos).

Exercicio 1.

	T_1	T_2	T_3
<i>Prezo de custo de cada xoguete</i>	4 €	6 €	9 €
<i>Ingresos por cada hoguete vendido</i>	10 €	16 €	24 €
<i>Número de vendas anuais</i>	4500	3500	1500

a) – *Obte-la matriz de custos* $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$ (0'5 puntos)

– *Obte-la matriz de ingresos* $I = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{pmatrix}$ (0'5 puntos)

– *Obte-la matriz de vendas anuais* $V = (4500 \ 3500 \ 1500)$ (0'5 puntos)

b) – *Matriz de custos anuais* $V \cdot C = (4500 \ 3500 \ 1500) \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} = (18000 \ 21000 \ 13500)$ (0'5 puntos)

– *Matriz de ingresos anuais* $V \cdot I = (4500 \ 3500 \ 1500) \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{pmatrix} = (45000 \ 56000 \ 36000)$

(0'5 puntos)

– *Matriz de beneficios anuais* $= V \cdot I - V \cdot C = (27000 \ 35000 \ 22500)$ (0'5 puntos)

Terá logo 27000 euros de beneficios anuais cos xoguetes tipo T_1 ; 35000 euros cos do tipo T_2 e 22500 euros cos do tipo T_3 .

Exercicio 2.

Sexan “ x ” e “ y ” o número de teléfonos móbiles

CRITERIOS DE AVALIACIÓN / CORRECCIÓN

dos modelos X e Y , respectivamente, vendidos nun período dun mes.

a) – Formulación do sistema de inecuacións: $3x + 5y \leq 600$; $x \geq 25$; $y \geq x$ (**0'25 puntos** por cada unha delas).

b) – Vértices da rexión factible: (25, 25), (75, 75), (25, 105) (**0'25 puntos** por cada un deles).

– *Representación gráfica da rexión factible:* debuxalas tres rectas e a rexión do plano limitada por elas e polos vértices: (**0'75 puntos**).

c) – Optimización: función obxectivo $z = 40x + 50y$ (**0'25 puntos**)

– *maximízase* no vértice (75, 75) (**0'25 puntos**), deben vender, durante o seguinte período dun mes, 75 teléfonos do modelo X e 75 do modelo Y para maximiza-los beneficios, ascendendo ditos beneficios a 6750 euros (**0'25 puntos**).

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3'5 puntos).

Exercicio 1.

– *Obte-la expresión do custo da cerca en función das dimensións do campo a cercar:*

$640 = 2x + y$, sendo “ $x =$ dimensión do lado do campo que linda cun camiño”, “ $y =$ dimensión do outro lado do campo” (**1 punto**)

– *Determina-la función área a maximizar:* $A(x) = 640x - 2x^2$ para $x > 0$ (**1 punto**)

– *Cálculo da primeira derivada:* $A'(x) = 640 - 4x$ (**0'5 puntos**). *Obte-lo punto crítico:* “ $x = 160$ ” (**0'25 puntos**). *Comprobar que é un máximo* (**0'25 puntos**)

– *Obte-las dimensións pedidas:* “ $x = 160\text{m}$ ” e “ $y = 320\text{m}$ ” (**0'5 puntos**)

Exercicio 2.

a) – Puntos de corte: (0, 1); (3, 0); (5, 0); (10, 0) (**0'5 puntos**)

– *Intervalos de crecemento e decrecemento:* a función é *crecente* en $(0, 2) \cup (4, 6)$ (**0'5 puntos**); e *decrecente* en $(2, 4) \cup (6, 10)$ (**0'5 puntos**)

– *Representación gráfica:* pola gráfica da parábola (**0'5 puntos**) (non se puntúa se para face-la gráfica baséanse só nunha táboa de valores); por cada unha das dúas rectas (**0'25 puntos**)

b) – Anos nos que a empresa acadou o máximo beneficio: “no ano 1992” ($t = 2$) (**0'25 puntos**) e “no ano 1996” ($t = 6$) (**0'25 puntos**)

– *Beneficio máximo:* “300.000 euros” (**0'25 puntos**)

– *Tempo no que houbo perdas:* “do ano 1993 ó 1995” (de $t = 3$ a $t = 5$) houbo perdas (**0'25 puntos**)

ESTADÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3'5 puntos).

Exercicio 1.

Sexan os sucesos: “ E : un xoven ten estudos”, “ \bar{E} : un xoven non ten estudos”, “ T : un xoven ten traballo”, “ \bar{T} : un xoven non ten traballo”. Datos: $P(E) = 0'40$, $P(\bar{E}) = 0'60$, $P(\bar{T}|E) = 0'15$ e $P(\bar{T}|\bar{E}) = 0'25$.

a) – Formulación do enunciado e do teorema das probabilidades totais: $P(\bar{T}) = P(E)P(\bar{T}|E) + P(\bar{E})P(\bar{T}|\bar{E})$ (**1 punto**); *Polos cálculos precisos para chegar ó resultado* $P(\bar{T}) = 0'21$ (**0'25 puntos**); *Pola expresión da porcentaxe:* “O 21% dos xóvenes desa cidade non ten traballo” (**0'25 puntos**)

b) – Formulación do enunciado e definición da probabilidade condicionada: $P(E|\bar{T}) = \frac{P(E \cap \bar{T})}{P(\bar{T})}$

(**0'5 puntos**); *Polos cálculos e a porcentaxe:* “O 28'57% dos que non teñen traballo, ten estudos” (**0'5 puntos**)

c) – Formula-lo enunciado: $P(E \cup T) = P(E) + P(T) - P(E \cap T)$ (**0'25 puntos**); *calcular* $P(T) = 0'79$ (**0'25 puntos**); *calcular* $P(E \cap T) = 0'34$ (**0'25 puntos**); *resultado final:* “A probabilidade de que un xove desa cidade teña estudos ou traballe é 0'85” (**0'25 puntos**)

Exercicio 2.

a) Sexa “ $X =$ tempo, en horas, de descomposición dun produto almacenado pola fábrica”

$X: N(\mu, \sigma = 5)$. Para unha mostra de $n = 100$ unidades do produto, a variable *media da mostra* \bar{X} toma o valor $\bar{x} = 120$ horas: tempo medio de descomposición das 100 unidades.

– *Determina-la distribución de \bar{X} :* $\bar{X}: N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ (**0'5 puntos**)

– *Cálculo da desviación típica de \bar{X} :* $\sigma/\sqrt{n} = 0'5$ e *concluir* $\bar{X}: N(\mu, \sigma = 5)$ (**0'5 puntos**)

b) – Pola formulación do intervalo $P(\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot 0 \ll \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot 0 \ll 5) = 0 \ll 95$ (**1 punto**)

– *Calcular* $z_{\alpha/2} = 1'96$ (**0'5 puntos**)

– *Calcular numéricamente os extremos do intervalo:* (119'02, 120'98) “O 95% de confianza, o tempo medio de descomposición para a totalidade do produto almacenado está, aproximadamente, entre 119h e 121h” (**1 punto**)